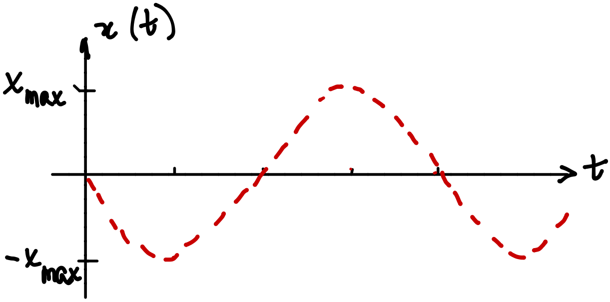
QUESTÃO 1 :

a) $F_{mola} = 0$ quando $a = \frac{dv}{dt} = 0$, ou seja nos pontos de máximo ou mínimo de $v \Rightarrow$ Pelo gráfico Pontos B e D.

b) $E_{mec} = K(t) + U(t) = cte.$ A energia potencial é máxima quando $K=0$, ou para os pontos em que $v=0 \Rightarrow$ Pontos A e C.

c) Pelo gráfico $v(t) = -v_{max} \cos(\omega t)$

$x(t) = \int v(t) dt \Rightarrow x(t) = -x_{max} \operatorname{sen}(\omega t)$



QUESTÃO 2:

Para pequenas amplitudes de oscilação a equação diferencial do pêndulo é:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\theta \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\Omega^2\theta \quad ; \quad \Omega^2 = \frac{g}{L}$$

a) $T = \frac{2\pi}{\Omega} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}8\,m}{10\,m/s^2}}$

$$\boxed{T = 1{,}8\,s}$$

$$\theta(t) = \theta_{MAX}\cos(\Omega t + \varphi)$$

$t = 0 \begin{cases} \theta_0 = 6^\circ = 0{,}105 \text{ rad} \\ \omega_0 = 0 \end{cases}$

$\theta(0) = \theta_{max}\cos\varphi$

$\omega = \frac{d\theta}{dt} = -\Omega\theta_{max}\,\text{sen}\varphi$

$\omega_0 = 0 \Rightarrow \varphi = 0$

$\theta_0 = 6^\circ = 0{,}105 \text{ rad} = \theta_{max}$

$$\theta(t) = 0{,}105\cos\left(\frac{2\pi}{1{,}8}t\right)$$

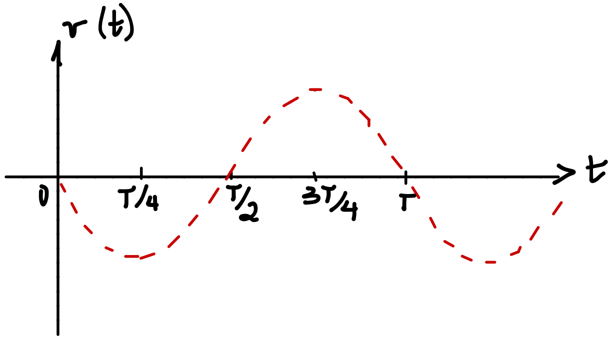
ou

$$\boxed{\theta(t) = 0{,}105\cos(3{,}54\,t)}$$

b) $v_T = \omega L = L\frac{d\theta}{dt} = -L\theta_{max}\Omega \operatorname{sen}(\Omega t)$

$$v_T = -(0{,}8\,m)(0{,}105\,rad)(3{,}54\,s^{-1})\operatorname{sen}(3{,}54t)$$

$$v_T = -0{,}3\operatorname{sen}(3{,}54t) \quad \rightarrow m/s$$



c) Quando K é max toda a energia mecânica está na forma de energia cinética:

$$E_{mec} = \frac{1}{2}mv_{max}^2 = \frac{1}{2}(0{,}25\,kg)(0{,}3)^2 = 1{,}1 \times 10^{-2}\,J$$

quando $K = 0$ $\quad U = U_{max} = E_{mec}$

$$\boxed{U_{max} = 1{,}1 \times 10^{-2}\,J}$$

QUESTÃO 3:

Considerando que o amortecedor é equivalente à uma única mola:

a) $k = \frac{F}{\Delta l} = \frac{(72\,kg)(10\,m/s^2)}{1{,}2 \times 10^{-2}\,m}$ $\boxed{k = 6 \times 10^4\,N/m}$

b) $w_0^2 = \frac{k}{m_T}$ $m_T =$ massa total $= 600\,kg$

$w_0 = \sqrt{\frac{6 \times 10^4\,N/m}{600\,kg}} \Rightarrow w_0 = 10\,s^{-1}$

$T_0 = \frac{2\pi}{w_0} \Rightarrow$ $\boxed{T_0 = 0{,}63\,s}$

c) $w = 8\,s^{-1} \Rightarrow w^2 = w_0^2 - \frac{\gamma^2}{4} \Rightarrow \gamma^2 = 4(w_0^2 - w^2)$

$\boxed{\gamma = 12\,s^{-1}}$

QUESTÃO 4:

Na ressonância $w_{MOTOR} = w_0 \Rightarrow \quad w_0 = \frac{2\pi}{T_0}$

a partir do gráfico: $T_0 = 0{,}025\,s \qquad A(w_0) = 0{,}4\,m$

$$w_0 = \frac{2\pi}{0{,}025\,s} \Rightarrow w_0 = 251{,}3\,s^{-1}$$

a) $w_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow k = w_0^2 . m \Rightarrow \boxed{k = 2{,}53 \times 10^4\ N/m}$

$$A(w_0) = \frac{F_0}{m \gamma w_0} \Rightarrow \gamma = \frac{F_0}{m w_0 A(w_0)}$$

$$\gamma = \frac{5}{(0{,}4)(251{,}3)(0{,}4)} \Rightarrow \boxed{\gamma = 0{,}12\,s^{-1}}$$

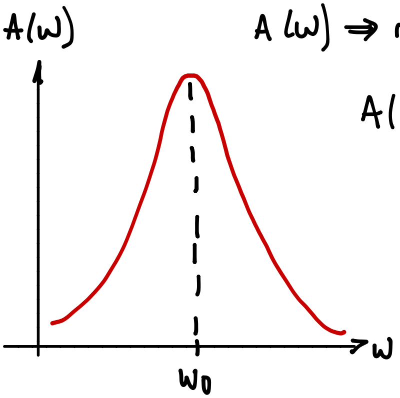
b) $x(t) = A(w) \cos(wt + \varphi(w))$

Na ressonância $\quad w = w_0 \qquad A(w_0) = 0{,}4\,m$

$$tg\,\varphi = \frac{-\gamma w_0}{w_0^2 - w^2} \qquad w = w_0 \quad tg\,\varphi = -\infty \Rightarrow \varphi = -\pi/2$$

$$x(t) = 0{,}4 \cos\left(253{,}1t - \frac{\pi}{2}\right) \qquad \boxed{x(t) = 0{,}4\,sen\,(253{,}1t)}$$

c) Ao variar a frequência do motor observa-se que quando a frequência do motor é igual a frequência natural de oscilação do sistema, a amplitude da oscilação aumenta muito.



$A(\omega) \Rightarrow$ máximo quando $\omega \approx \omega_0$

$$A(\omega_0) = \frac{F_0}{m\gamma\omega_0}$$