



**PSI 3031 - LABORATÓRIO DE CIRCUITOS ELÉTRICOS**  
**GUIA DE EXPERIMENTOS - EXPERIÊNCIA 2**  
**Medições de Grandezas Elétricas**

1º quadrimestre de 2017

Profa. Elisabete Galeazzo / Prof. Leopoldo Yoshioka

### 1. Objetivos

Medir grandezas elétricas em corrente alternada (AC ou CA): valor de pico, valor eficaz, potência e defasagem.

### 2. Tensões e Correntes Alternadas

Em muitas situações práticas de engenharia elétrica trabalhamos com tensões ou correntes alternadas (CA ou AC – do termo em inglês *alternating current*). Em geral, esses sinais variam “senoidalmente” ao longo do tempo. Um exemplo típico é a rede elétrica residencial. Os sistemas de telecomunicações tais como rádio, televisão e celular utilizam ondas senoidais como portadoras<sup>1</sup> para a transmissão dos sinais.

As tensões e correntes alternadas, com forma de onda senoidal, podem ser descritas matematicamente da seguinte forma:

$$v(t) = V \text{sen}(\omega t + \theta_1) \quad (1)$$

$$i(t) = I \text{sen}(\omega t + \theta_2) \quad (2)$$

Onde os parâmetros **V** e **I** representam as amplitudes, enquanto que  $\omega$  corresponde à velocidade angular (em radianos por segundos, rad/s).  $\theta_1$  e  $\theta_2$  representam as defasagens. O  $\omega$  se relaciona com a frequência,  $f$ , ou período,  $T$ , através da seguinte expressão:

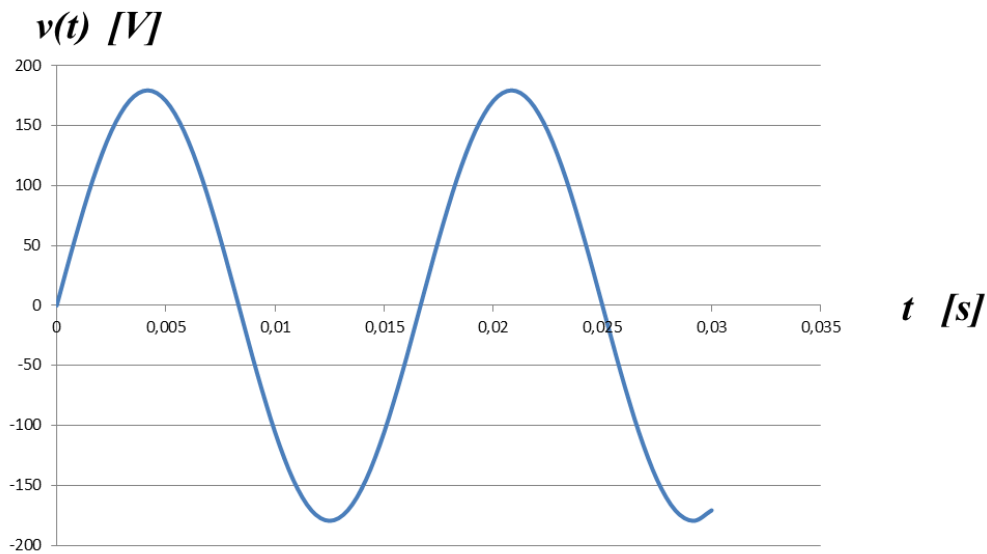
---

<sup>1</sup> **Portadora** é um sinal tipicamente senoidal que é utilizado para transportar as informações (dados, som, imagem etc) através do meio de comunicação. O sinal da portadora é modulada pelo sinal da informação sendo que a modulação pode ser em amplitude(AM), frequência(FM), fase(PM) entre outras.

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (3)$$

Por exemplo, examinemos a tensão da rede elétrica residencial na cidade de São Paulo. A tensão nominal da rede elétrica local é de 127 VAC (a tensão da rede é dada em termos de valor eficaz) e a frequência é 60 Hz. Por conveniência, vamos adotar que a fase,  $\theta_1$ , seja nula. Neste caso, a representação matemática será dada pela expressão 4, e o seu gráfico correspondente é mostrado na Fig. 1.

$$v(t) = 179,6 \cdot \text{sen}(377t) \quad (4)$$

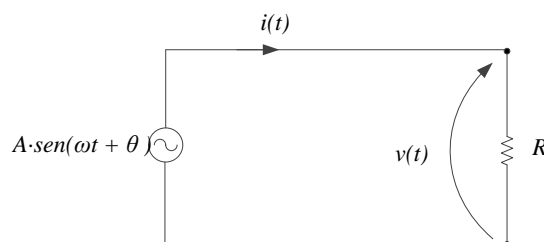


**Fig. 1 – Exemplo de comportamento da tensão da rede elétrica.**

Observe que a tensão,  $v(t)$ , varia numa faixa de -179,6 V a + 179,6 V. Ou seja, o valor de pico (máximo) e o valor nominal (127 V) estão relacionados por um fator de  $\sqrt{2}$ . Veja também que o período é da ordem de 0,0167 segundos aproximadamente, o que corresponde a 60 repetições do ciclo senoidal por segundo.

## 2.1 Comportamento da carga resistiva em AC

Consideremos um circuito elétrico onde um resistor,  $R$ , é alimentado por uma fonte alternada, com tensão senoidal de amplitude  $A$  e frequência  $f$ , conforme mostrado na Fig. 2.



## Figura 2 – Carga resistiva alimentada por uma fonte alternada.

A tensão sobre o resistor,  $v(t)$ , terá o mesmo valor da fonte, enquanto que a corrente,  $i(t)$ , será:

$$i(t) = \frac{v(t)}{R} \quad (5)$$

Uma vez que  $R$  é uma grandeza real, vale notar que a tensão e corrente possuem a mesma fase ( $\theta$ ).

### 2.1.1 Potência instantânea sobre $R$ :

A potência instantânea,  $p(t)$ , sobre a carga,  $R$ , pode ser obtida através do produto entre tensão e corrente:

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) \quad (5)$$

Logo,

$$p(t) = \frac{A^2}{R} \text{sen}^2(\omega t + \theta) \quad (6)$$

Observe que a expressão 6 evidencia que a potência instantânea sobre o resistor será sempre positiva. A interpretação física desse fato é que o resistor dissipa (consome) toda energia transferida pelo gerador.

### 2.1.2 Potência média sobre $R$

A potência média,  $P$ , dissipada na carga resistiva pode ser calculada integrando-se a potência instantânea no intervalo de 0 a  $T$ , conforme mostrado a expressão a seguir.

$$P \triangleq \frac{1}{T} \int_0^T v(t) \cdot i(t) dt \quad (7)$$

Substituindo-se  $v(t)$  pela expressão 5, temos:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{A^2}{R} [\text{sen}(\omega t)]^2 dt \quad (8)$$

Finalmente:

$$P = \frac{A^2}{2R} \quad (9)$$

Comparando-se as expressões (6) e (9) podemos concluir que a potência média dissipada em R é equivalente à metade da potência instantânea máxima.

Vamos desmembrar a expressão 9 em duas partes, como mostrado a seguir:

$$P = \left(\frac{A}{\sqrt{2}}\right) \cdot \left(\frac{A}{\sqrt{2} \cdot R}\right) \quad (10)$$

Note que a primeira parte da expressão 10 corresponde à amplitude de tensão ( $V_p$ , tensão de pico) dividida por  $\sqrt{2}$ . A segunda parte, por outro lado, corresponde à amplitude de corrente ( $I_p$ , corrente de pico) também dividida por  $\sqrt{2}$ . Esses valores são denominados de valores eficazes ( $V_{ef}$  e  $I_{ef}$ ). Uma aplicação prática desse fato, muito útil, é que se pode calcular a potência média de sinais AC, sem a necessidade de integração apresentada na expressão 8, apenas multiplicando-se os valores eficazes de tensão e de corrente, ou seja:

$$P = \frac{V_p}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_p}{\sqrt{2}} = V_{ef} \cdot I_{ef} \quad (11)$$

Inspecionando-se as expressões 5 a 6, podemos deduzir que as expressões analíticas dos valores eficazes de tensão e de corrente são respectivamente:

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt} \quad (12)$$

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} \quad (13)$$

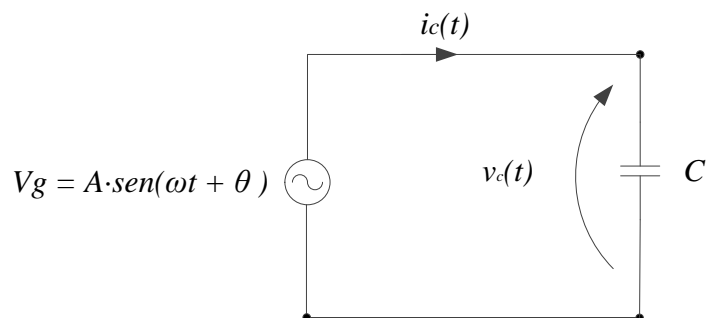
As expressões 12 e 13 são também conhecidas como valor médio quadrático (RMS, do inglês *root mean square*) da tensão e da corrente, respectivamente.

Uma interpretação bastante útil para compreender o significado físico dos valores eficazes, ou valores RMS, das tensões e de correntes é associá-los aos valores contínuos (DC). Por exemplo, aplicar uma tensão senoidal de 1,41 V de pico ( $V_p$ ) em uma carga produzirá o mesmo efeito, em termos de potência dissipada, se fosse aplicada uma tensão contínua de 1,0 V sobre a mesma. Note também que no caso de sinais alternados o valor da frequência não influi na potência.

Outro aspecto importante a se observar no caso de carga resistiva é que a tensão e a corrente, determinadas pelo parâmetro R – uma grandeza real – possuem a mesma fase ( $\theta_1 = \theta_2$ ). Isso tem como consequência o fato da potência instantânea,  $p(t)$ , sobre a carga ser sempre positiva. Ou seja, uma carga resistiva absorve continuamente a energia do gerador ou da fonte de alimentação, significando que não ocorre o armazenamento de energia e, portanto, não há regeneração (devolução) de energia recebida.

## 2.2 Carga capacitiva

Consideremos o circuito elétrico mostrado na Fig. 3 a seguir.



**Figura 3 – Carga capacitiva alimentada por uma fonte alternada.**

A tensão sobre o capacitor,  $v_c(t)$ , será o mesmo da fonte,  $v_g(t)$ . Enquanto que a corrente sobre o capacitor,  $i_c(t)$ , será:

$$i_c(t) = C \frac{dv_c(t)}{dt} = A \cdot C \cos(\omega t + \theta) \quad (14)$$

Observe que expressão 14 mostra-nos um importante conceito: a tensão e a corrente no capacitor estão defasadas de  $90^\circ$ .

## 3. Osciloscópio

Vamos conhecer um pouco mais sobre este equipamento, lembrando que podem encontrar informações mais detalhadas sobre este equipamento no Guia do Usuário, disponível no Stoa.

### 3.1 Principais componentes do Osciloscópio

A Fig. 4 mostra os principais componentes do sistema. Não se preocupe em compreender o significado de cada bloco. O objetivo aqui é apenas ter uma ideia da estrutura interna do osciloscópio.

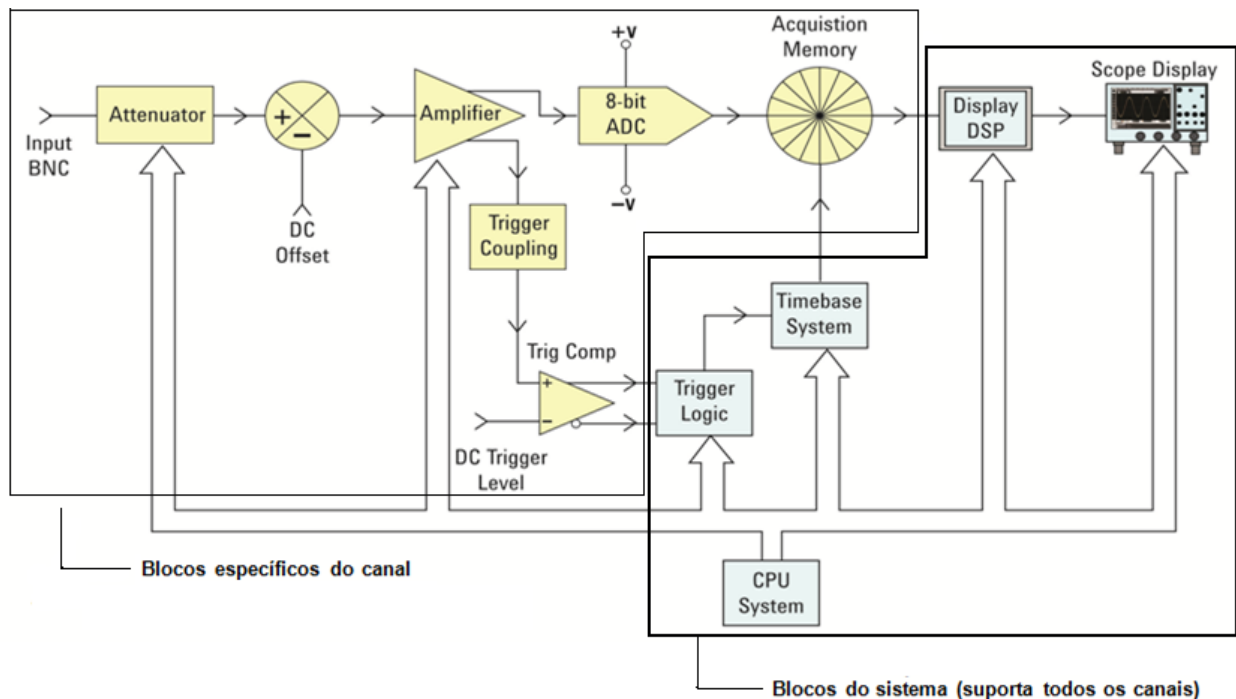


Figura 4 – Diagrama de blocos do osciloscópio digital.

### 3.2 Condicionamento de sinais

Os blocos “Atenuador”, “Deslocamento CC” e “Amplificador”, apresentados no diagrama da Fig. 4, são responsáveis pelo condicionamento do sinal de entrada. Esses blocos estão relacionados com a função de ajuste da escala de tensão vertical (V/div) do osciloscópio. De acordo com a escala de tensão e ajuste de posição vertical escolhida pelo usuário, o equipamento configura o fator de atenuação, ganho do amplificador e a tensão de *off-set* de forma que o condicionamento resulte num sinal de saída que esteja dentro da faixa dinâmica do ADC (a faixa dinâmica do ADC é fixa).

É importante lembrar que os sinais devem ser levados à entrada do osciloscópio usando-se pontas de prova compensadas. Como a impedância de entrada dos osciloscópios possui uma parte capacitiva, os sinais seriam distorcidos (principalmente os componentes de altas frequências ou de transições rápidas da forma de onda de uma onda quadrada, por exemplo) caso não fosse usada uma ponta compensada (somente em casos muito particulares não há problemas em utilizar-se cabos BNC, como será visto adiante).

### 3.3 Trigger

O disparo, gatilho ou trigger como também é conhecido, é uma das funções mais importantes para que possamos monitorar adequadamente as formas de onda dos sinais na tela do osciloscópio. Pode-se pensar no disparo do osciloscópio como um mecanismo para "tirar fotografias sincronizadas" do sinal de entrada. No caso de um sinal de entrada repetitivo,

que é algo típico (como exemplo sinais periódicos), o osciloscópio realiza aquisições repetitivas (ou tira fotografias repetitivas) para mostrar uma foto "em tempo real" de seu sinal de entrada. Essas fotografias repetitivas do osciloscópio devem estar sincronizadas em um ponto único no sinal de entrada, a fim de mostrar uma imagem da forma de onda estável na tela osciloscópio.

O tipo mais comum de disparo é aquele acionado no instante no qual o sinal de entrada cruza um nível de limite de tensão específico, em uma direção positiva ou negativa. Esse tipo de disparo é chamado de "disparo de borda".

Na Fig. 5 mostramos um sinal senoidal capturado pelo osciloscópio em duas situações: (a) disparo através de uma borda ascendente de 0 V e (b) disparo através de uma borda ascendente de + 2 V. Em geral, o ponto de disparo é posicionado no centro da tela, sendo que o osciloscópio armazena em sua memória dados da forma de onda antes do disparo (tempo negativo) e depois do disparo (tempo positivo). Como o sinal a ser observado já está na memória, é possível fazer o gráfico mostrando uma parte do sinal anterior ao disparo, isto é, pode-se observar tempos negativos. De fato, é possível colocar o momento de disparo no centro da tela ("default") ou em qualquer de seus extremos.



Disparo = borda ascendente de 0V.



Disparo = borda ascendente de + 2 V.

Figura 5 – Exemplos de disparos de um sinal senoidal.

Os blocos de disparo (trigger) e de base de tempo controlam o instante e a velocidade com que o ADC adquirirá as amostras (captura das imagens das formas de onda do sinal). O sinal do disparo informa ao bloco de base de tempo quando é necessário parar de obter as aquisições (fotografias). Por exemplo, se o osciloscópio possui uma profundidade de memória de 1.000 pontos (ou amostras por aquisição) e se o osciloscópio foi configurado para disparar exatamente no centro da tela, o bloco base de tempo permitirá que os blocos ADC/memória colem amostras da entrada continuamente para preencher, no mínimo, metade da memória. Depois que o evento de disparo ocorrer, o bloco de base de tempo permitirá que os blocos ADC/memória obtenham 500 amostras adicionais antes da interrupção da amostragem. Nesse caso, as primeiras 500 amostras na memória de aquisição representam dados da forma de

onda antes do evento de disparo, ao mesmo tempo em que as 500 últimas amostras na memória de aquisição representam dados da forma de onda após o evento de disparo.

### 3.4 Pontas de Prova

Normalmente para se medir as características de um sinal em um determinado ponto do circuito em análise é necessário usar uma "**ponta de prova**".

Existem vários tipos diferentes de pontas de prova, selecionados de acordo com os propósitos especiais, como aplicações de alta frequência, aplicações de alta tensão e medições de corrente. Contudo, o tipo mais comum de ponta de prova de osciloscópio, usado para testar uma grande variedade de sinais, é chamado de "**ponta de prova passiva 10:1**". Esse é o tipo de ponta de prova que utilizaremos na maioria dos experimentos daqui em diante no nosso laboratório.

A Fig. 6 mostra um modelo elétrico de ponta de prova passiva 10:1 divisora de tensão conectada à entrada de um osciloscópio. O termo "passiva" significa que a ponta de prova não inclui circuitos ativos, como transistores e amplificadores. Em outras palavras, a ponta de prova consiste totalmente em componentes/elementos passivos, que incluem resistência, capacitância e indutância. A indicação "10:1" (lê-se 10 para 1) significa que a ponta de prova reduz a amplitude do sinal de entrada por um fator de 10. Dessa forma, a impedância de entrada ( $Z$  de ponta de prova + osciloscópio) do sistema de medição do osciloscópio também é aumentada por um fator de 10.

Por fim, observe que todas as medições que usam esse tipo de ponta de prova devem ser realizadas em relação ao **terra**. Ou seja, é necessário conectar a ponta de entrada da ponta de prova ao ponto de teste desejado e depois **deve-se** conectar o terminal "**jacaré**" da ponta de prova ao **terra** do circuito.

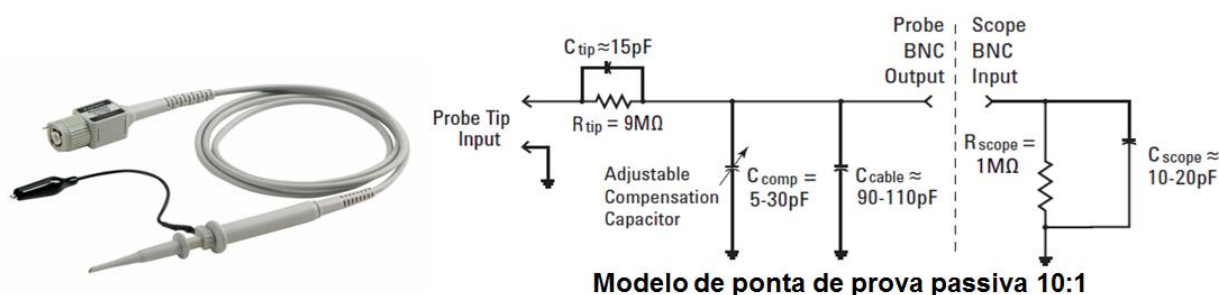


Figura 6 – Ponta de prova passiva de osciloscópio.

### Cuidado Importante



Conforme indicação da Fig. 6, o terminal jacaré é a referência para as medidas efetuadas com pontas de prova e está ligado internamente ao “terra/neutro” da rede elétrica. Portanto, se for medir sinais de circuitos ligados na rede elétrica, **não utilize esse terminal jacaré!!** Pois há um risco muito grande de causar um “curto-circuito” da rede elétrica. Para medições de grandezas derivadas diretamente da rede elétrica com as pontas de prova, devem ser utilizados **transformadores de isolamento**. Outra forma é utilizar funções matemáticas (funções MATH) disponíveis no osciloscópio para cálculo de diferença entre sinais dos seus canais.

### 3.5 - Conversores Analógico/Digitais (ADC)

Um componente essencial na operação de um osciloscópio digital são os conversores analógico/digitais (ADC) e as memórias para armazenamento digital de dados. Esses são os componentes do osciloscópio que tem como função tirar e armazenar as fotografias das formas de onda. O ADC transforma uma amostra do sinal de entrada analógico em um valor binário digital. No caso do osciloscópio DSO-X 2002A a conversão é feita com 8 bits de resolução vertical (1 parte em 256) e velocidade de até 2GSa/s (dois bilhões de amostras por segundo). Os ADCs utilizam uma arquitetura denominada *pipeline* (combinação de dezenas de ADCs em paralelo) para atingirem a velocidade de conversão de 2 GSa/s.

### 3.6 - Memória

Após a conversão do sinal analógico em formato digital, os dados são armazenados na memória, que deve ter uma velocidade de armazenamento compatível com a dos ADCs.

O espaço de armazenamento na memória do osciloscópio é fixo. No caso do DSO-X2002A o espaço de armazenamento é de 100k pontos no total (50k pontos por canal). Conforme visto no item anterior, a taxa de amostragem máxima do ADC é de 2 GSa/s.

Uma vez que o espaço de armazenamento na memória é limitado, a taxa de amostragem real do osciloscópio dependerá do tempo de aquisição, que por sua vez é definido de acordo com a escala de tempo/div horizontal do osciloscópio. A taxa de amostragem real é determinada pela seguinte relação:

- taxa de amostragem real = quantidade de amostras dividida pelo tempo de aquisição

Por exemplo, se escolhermos uma escala de tempo de 5  $\mu$ s/div, que corresponderá a um tempo de armazenamento de 50  $\mu$ s de dados (= 5  $\mu$ s/div x 10 div), logo em 50 mil pontos de memória a taxa de amostragem resultante será de 1 GSa/s (= 50 mil/50  $\mu$ s).

De forma semelhante, se escolhermos uma escala de tempo de 5 ms/div, que corresponderá ao tempo de armazenamento de 50 ms de dados, em 50 mil pontos de memória,

a taxa de amostragem resultante será de 1 MSa/s. Ou seja, em escala de tempo mais lenta o osciloscópio descartará as amostras em excesso (que não cabem no espaço da memória).

Quando um ciclo de aquisição é concluído, as amostras armazenadas na memória de aquisição são processadas para a exibição. Os modelos DSOs da Agilent possuem internamente DSP (Digital Signal Processor) dedicados para processar/filtrar digitalmente os dados e depois distribuí-los na memória de exibição, melhorando assim o rendimento e as taxas de atualização da forma de onda.

### **3.7 - Microprocessador**

Os osciloscópios digitais são constituídos por um ou mais microprocessadores, cuja complexidade determina o potencial de recursos do osciloscópio. Visto que a informação obtida sobre o sinal encontra-se em formato digital, torna-se muito fácil processar cálculos de parâmetros tais como: intervalos de tempo, tempo de subida, frequência, etc. Também, torna-se possível realizar operações matemáticas com formas de onda, ou transmitir as informações para uma impressora ou *plotter*. Para cálculos mais complexos, os dados digitalizados podem ser enviados a um microcomputador, como ocorre em sistemas de medidas automatizados.

### **3.8 - Monitor**

No osciloscópio digital as exigências quanto ao monitor, comparada ao osciloscópio analógico que utiliza um tubo de raios catódicos com resposta rápida compatível com a banda passante do osciloscópio, é bastante reduzida. No osciloscópio digital, uma vez que os dados se encontram armazenados na memória, a reconstrução da forma de onda sobre a tela pode ser feita a uma velocidade bem mais reduzida que aquela utilizada para amostrar o sinal. Desta forma, é possível o emprego de monitores menos rápidos e, portanto, de custo mais baixo e muitas vezes de maior confiabilidade e durabilidade. O DSO-X 2002A utiliza um monitor de LCD (Liquid Cristal Display) colorido de 800 x 480 pixels.

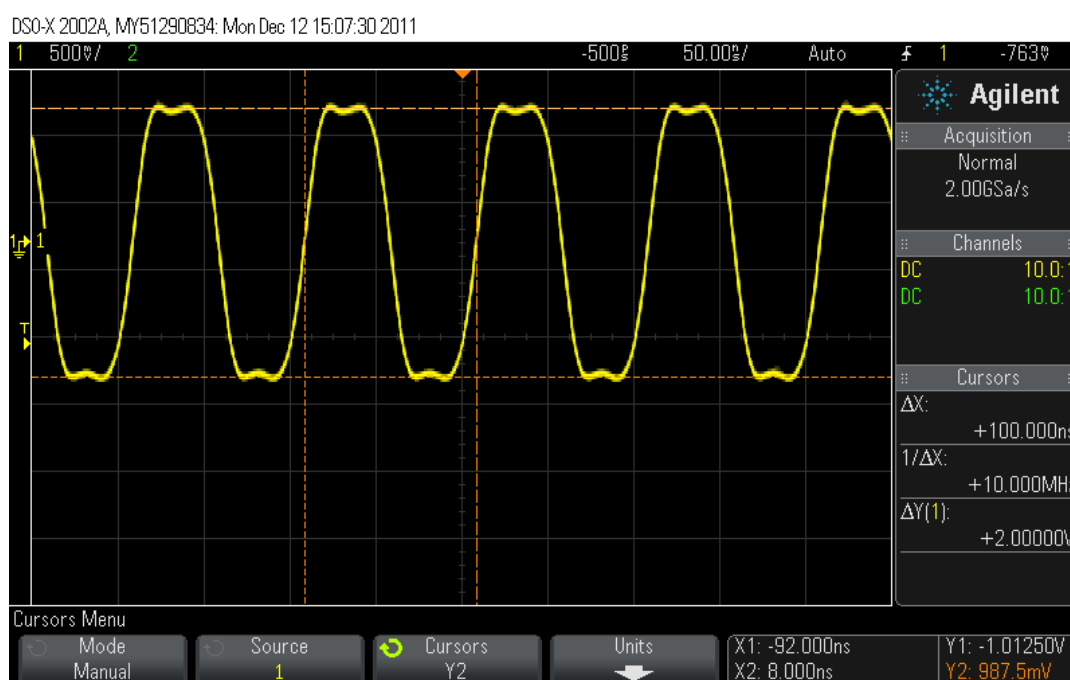
### **3.9 Banda Passante e Taxa Máxima de Amostragem**

A integridade das medições do osciloscópio digital depende basicamente de duas características chaves que são: banda passante e a taxa máxima de amostragem.

A banda passante é determinada tanto pela resposta em frequência dos pré-amplificadores verticais quanto pela sua taxa de amostragem máxima. A largura da banda passante do osciloscópio DSO-X2002A é de 70 MHz. Se for aplicado um sinal senoidal com esta frequência, denominada FBW, ele será atenuado de 3 dB (- 30% de erro na leitura da amplitude do sinal).

Segundo o Teorema de Nyquist, a frequência de amostragem deverá ser maior que o dobro da máxima frequência do sinal a ser analisado ( $F_s > 2FBW$ ) para evitar a ocorrência de rebatimento do sinal (aliasing). Porém, na prática, osciloscópios usam taxa de amostragem igual a 4 vezes ou mais a sua largura da banda (FBW). O osciloscópio DSO-X2002A possui taxa máxima de amostragem de 1 gigaamostras por segundo (1GSa/s) por canal.

Na Figura 7, a seguir, é mostrado um exemplo de captura de uma onda quadrada com frequência de 10 MHz pelo osciloscópio DSO-X2002A. Observe que a forma de onda exibida na tela do osciloscópio está ligeiramente distorcida. Isto ocorre porque o osciloscópio mede com boa precisão até a 7ª harmônica da onda quadrada (7 x 10 MHz) enquanto que as demais harmônicas de ordem superior são atenuadas.



**Figura 7:** Exemplo de captura pelo osciloscópio DSO-X2002A de uma onda quadrada de 10MHz, 2 Vpp, offset de 0V e duty-cycle de 50%.

### 3.10 - Resolução Vertical

É uma medida da capacidade do osciloscópio em mostrar pequenas variações na amplitude do sinal. Exprime-se em número de bits ou em porcentagem da escala total. Os bits de resolução estão relacionados com a porcentagem da escala total por:

$$\% \text{ escala total} = \frac{100}{2^n - 1},$$

onde  $n$  é o número de bits. Por exemplo, para medir uma variação de 2 % em amplitude, o osciloscópio deve possuir um mínimo de 6 bits de resolução. Um osciloscópio com conversor A/D de 8 bits, como o empregado nesta experiência, terá uma resolução de  $100/28 \cong 0,4$  por cento da escala total.

A resolução efetiva do osciloscópio será sempre inferior ao número de bits do conversor, devido a imperfeições e não-linearidades no conversor, bem como à presença de ruído.