



Universidade de São Paulo  
Escola de Engenharia de São Carlos  
Departamento de Engenharia de Materiais  
Introdução aos Ensaios Mecânicos dos Materiais



# ***MECÂNICA DA FRATURA E FADIGA DOS MATERIAIS***

Prof. Dr. Cassius Ruchert

2/2014

# Escopo

- **Mecânica da Fratura**
  - Teoria de Griffith
  - Análise de Tensão de Trinca
  - Tenacidade à Fratura
- **Fadiga**
  - Causas
  - Tipos de Carregamento
  - Filosofia de Projeto
  - Tensões cíclicas
- **Método S-N**
- **Método da/dN**

# Mecânica da Fratura



Navio Liberty – 1941-1945  
4694 foram construídos  
1289 sofreram fratura frágil  
233 fraturas catastróficas  
19 navios partiram ao meio.

A mecânica da fratura possui duas vertentes de estudo: A **Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE)** e a **Mecânica da Fratura Elasto-Plástica (MFEP)**.

A **Mecânica da Fratura Linear Elástica** surgiu em função das limitações na aplicação dos conceitos tradicionais para prever o comportamento dos materiais quanto à presença de descontinuidades internas ou superficiais, como as trincas, introduzindo assim o conceito dos fatores de intensidade de tensão  $K$ ,  $K_c$  e  $K_{IC}$ .

A **Mecânica da Fratura Elasto-Plástica** surgiu em função das limitações na aplicação do critério de  $K_{IC}$  da Mecânica da Fratura Linear Elástica em materiais dúcteis, onde a existência de uma zona plástica de tamanho significativo em relação à espessura invalida as considerações de tensões elásticas na ponta da trinca controlando o processo de fratura.

**Este curso tratará apenas da MFLE.**

A mecânica da fratura permite a quantificação das relações entre as propriedades dos materiais, o nível de tensão, a presença de defeitos geradores de trincas e os mecanismos de propagação de trincas.

A primeira teoria equacionada para o estudo de trincas, foi a Teoria de Griffth, em 1920, voltada apenas para materiais frágeis.

$$\sigma_c = \left( \frac{2 * E * \gamma_s}{\pi * a} \right)^{1/2}$$

$\sigma_c$  : *tensão crítica*

$E$  : *módulo de elasticidade*

$\gamma_s$  : *energia de superfície específica*

$a$  : *metade do comprimento de uma trinca interna*

Essa energia de deformação superficial é quantificada apenas para materiais frágeis.

Para materiais que apresentam deformação plástica, como metais e polímeros, à equação foi adicionada um termo que leva em consideração a energia de deformação plástica,  $\gamma_S$

$$\sigma_c = \left( \frac{2 * E * (\gamma_S + \gamma_p)}{\pi * a} \right)^{1/2}$$

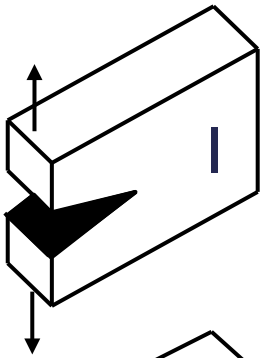
E para materiais que possuem  $\gamma_p \gg \gamma_S$  a equação fica:

$$\sigma_c = \left( \frac{2 * E * \gamma_p}{\pi * a} \right)^{1/2}$$

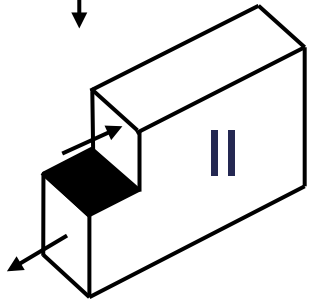
Em 1950, Irwin continuou o trabalho de Griffith, e mudou o termo  $\gamma_p$  para **taxa crítica de liberação de energia**.

# Análise de Tensão de Trinca

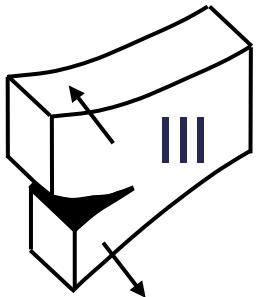
Existem três formas fundamentais, segundo as quais a carga pode operar sobre uma trinca, e cada uma irá afetar um deslocamento diferente da superfície da trinca.



Modo I: abertura ou modo trativo (as superfícies da trinca são tracionadas a parte);



Modo II: deslizamento ou cisalhamento no plano (as superfícies da trinca deslizam uma sobre a outra)



Modo III: rasgamento ou cisalhamento fora do plano (as superfícies da trinca se move paralelamente frente da trinca e uma a outra)

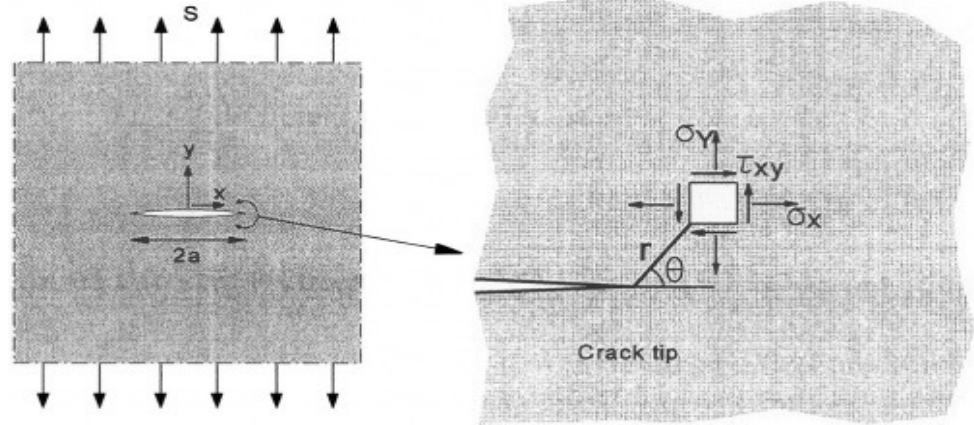
Como o modo I é encontrado com maior frequência, somente ele será tratado nesta aula.

Usando os princípios da teoria elástica, consideramos as tensões de tração ( $\sigma_x$  e  $\sigma_y$ ) e de cisalhamento ( $\tau_{xy}$ ) são funções tanto da distância radial  $r$  como do ângulo  $\theta$ :

$$\sigma_x = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_x(\theta)$$

$$\sigma_y = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_y(\theta)$$

$$\sigma_z = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_z(\theta)$$



Se a placa é fina em comparação com as dimensões da trinca, então  $\sigma_z$  é zero, e se afirma que a placa está em **tensão plana** ou **estado biaxial de tensões**.

Se a placa é grossa, onde  $\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$ , a placa está em **deformação plana** ou **estado triaxial de tensões**.



Como o modo I é encontrado com maior frequência, somente ele será tratado nesta aula.

Para analisar a tensão na ponta de uma trinca, utiliza-se um parâmetro denominado K, que é o **fator de intensidade de tensão na ponta da trinca**, e é calculado por:

$$K = F\sigma\sqrt{\pi * a}$$

**a** é o tamanho da trinca;

**$\sigma$**  é a tensão aplicada.

A unidade de K é em MPa.m<sup>1/2</sup>.

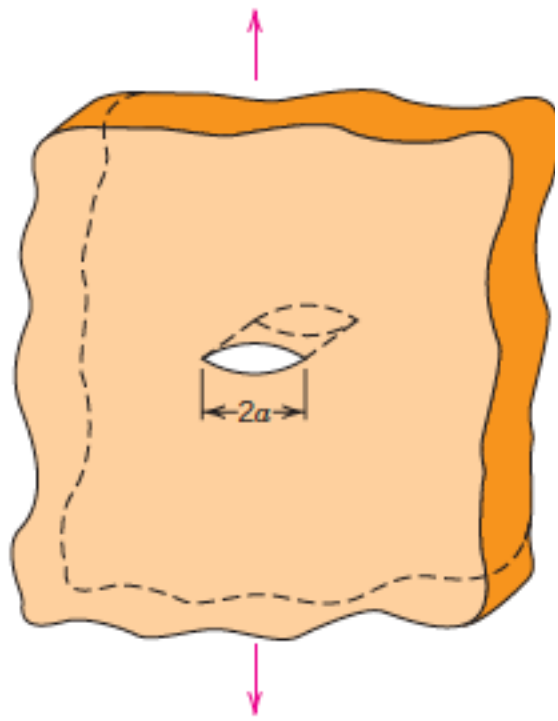
Onde F representa uma função que depende tanto do tamanho, quanto da geometria da trinca e do corpo de prova, bem como da maneira que é aplicada a carga.

Como  $F$  depende da largura e do tamanho da trinca, dizemos que  $F(a/W)=f(a/W)$ .

À medida que  $a/W$  se aproxima de zero (isto é, para plano muito amplos e trincas muito pequenas) o valor de  $F$  se aproxima de 1, ou seja, para uma placa de largura infinita que possui uma trinca passante (atravessa o corpo de prova),  $F=1$ .

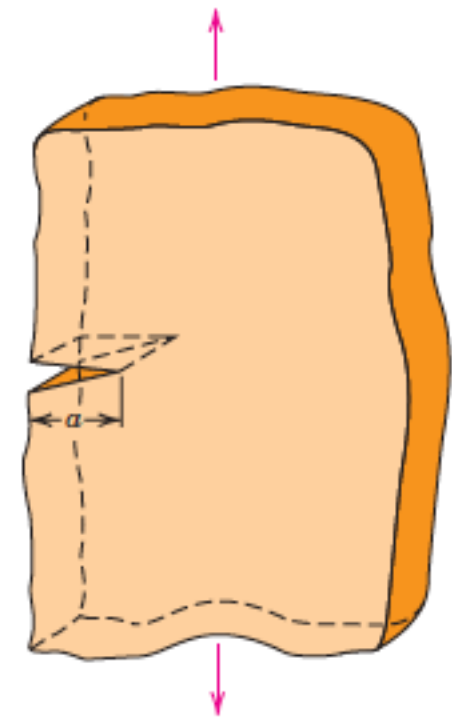
Para componentes de dimensões finitas, são utilizadas equações matemáticas para calcular  $F(a/W)$ .

# Exemplos de trinca em corpo de prova de largura infinita



Central e passante

Trinca de canto e passante



# Tenacidade à Fratura

Uma vez que esteja definido o valor de  $\sigma_c$  para materiais frágeis como foi proposto por Griffith, de maneira análoga, também existe um valor crítico de intensidade de tensão,  $K_c$ , para o qual o material apresenta fratura frágil.

$$K_c = F \sigma_c \sqrt{\pi * a}$$

F é uma relação de (a/W: a é trinca e W largura do corpo de prova) e para dimensões finitas, existe uma expressão para determiná-lo.

Assim, por definição, **a tenacidade à fratura é uma propriedade que representa a medida da resistência de uma material à fratura frágil quando uma trinca está presente.**

Para amostras finas,  $K_C$  varia com a variação da espessura. No entanto se a amostra for espessa,  $K_C$  se torna independente da espessura e para estas condições, uma nova propriedade é utilizada,  $K_{IC}$ .

$K_{IC}$  é o fator de intensidade de tensão crítico em deformação plana (corpos espessos) no modo de carregamento I, e neste caso, é independente da espessura do corpo de prova.

$$K_{Ic} = F\sigma\sqrt{\pi * a}$$

Para materiais frágeis, temos baixos valores de  $K_{IC}$  enquanto que para materiais dúcteis, temos altos valores de  $K_{IC}$ .

Dessa forma, para um projeto , deve-se levar em consideração:

- A tenacidade à fratura  $K_{Ic}$  (se for em tensão plana) ou  $K_{Ic}$  (se for em deformação plana);
- A tensão imposta ao material,  $\sigma$
- O tamanho do defeito,  $a$

Podemos concluir que:

- se no projeto  $K_{Ic}$  e o tamanho do defeito  $a$  forem especificados, então sabemos que a tensão crítica deve ser:

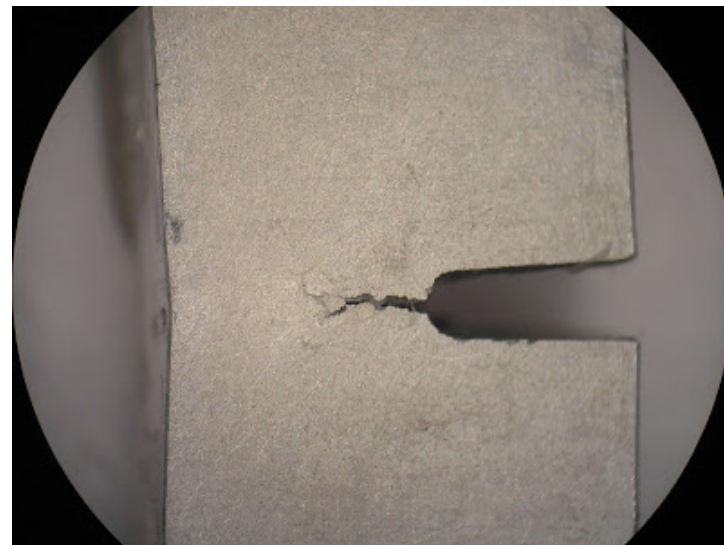
$$\sigma_c \leq \frac{K_{Ic}}{F \sqrt{\pi a}}$$

- porém, se o nível de tensão e a tenacidade à fratura em deformação plana estiverem fixados, então o tamanho crítico do defeito é:

$$a_c \equiv \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma F} \right)^2$$

# Fadiga

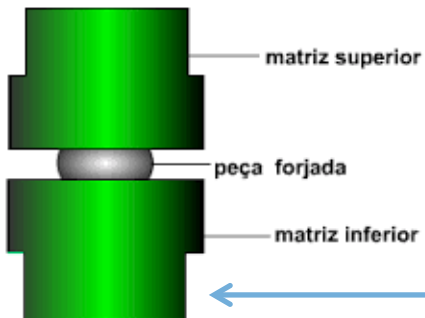
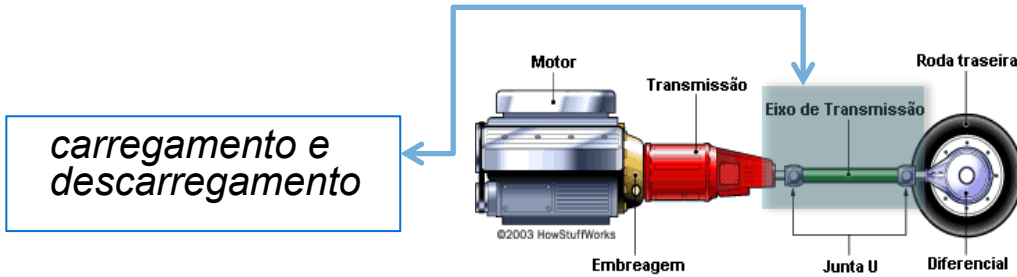
Boing 737 - 1988



Processo que causa **falha prematura ou dano permanente** a um componente sujeito a carregamento repetitivos (cíclicos).



# Causas



vibrações

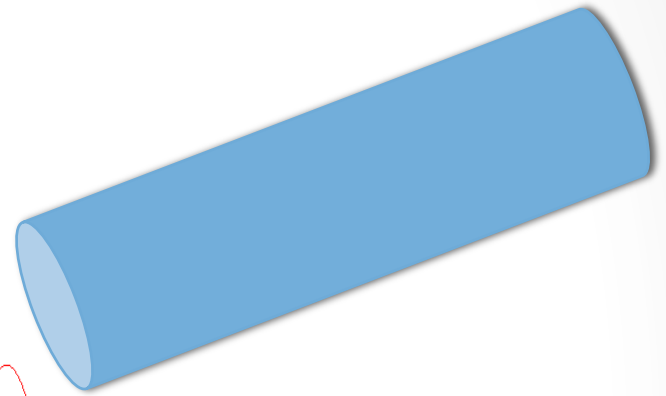
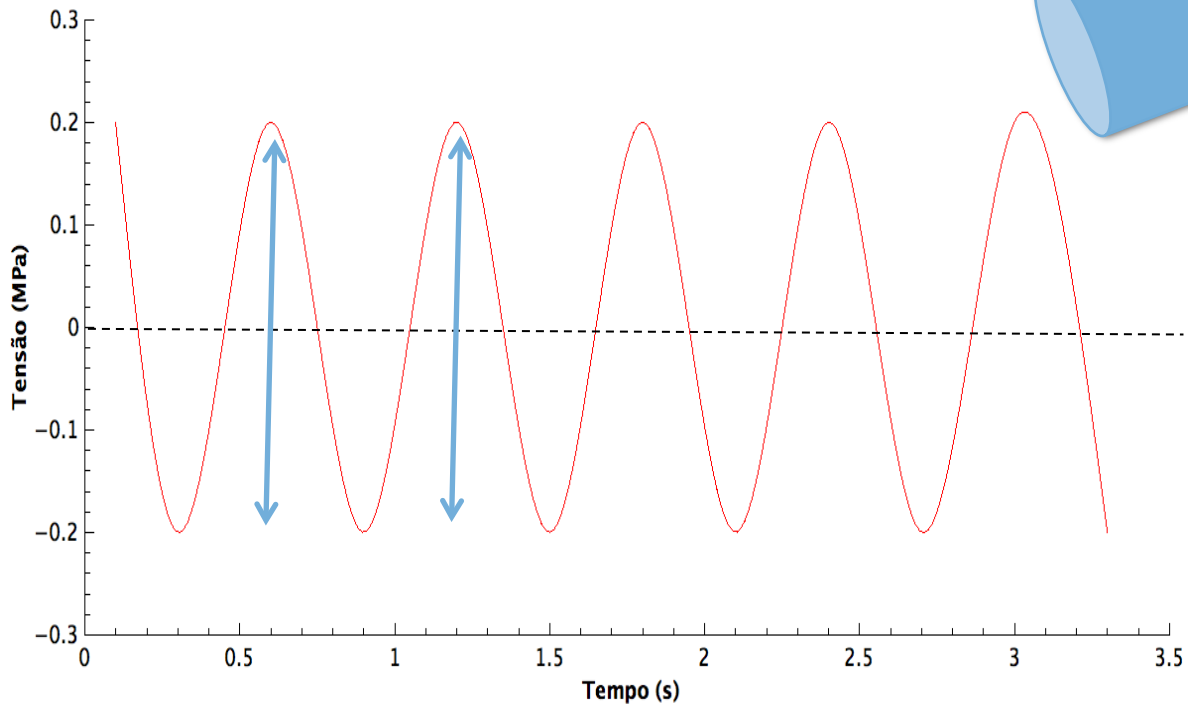


decolagem  
aterriçagem

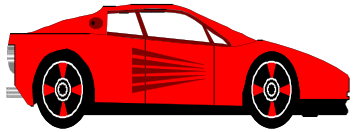


# Tipos de Carregamento

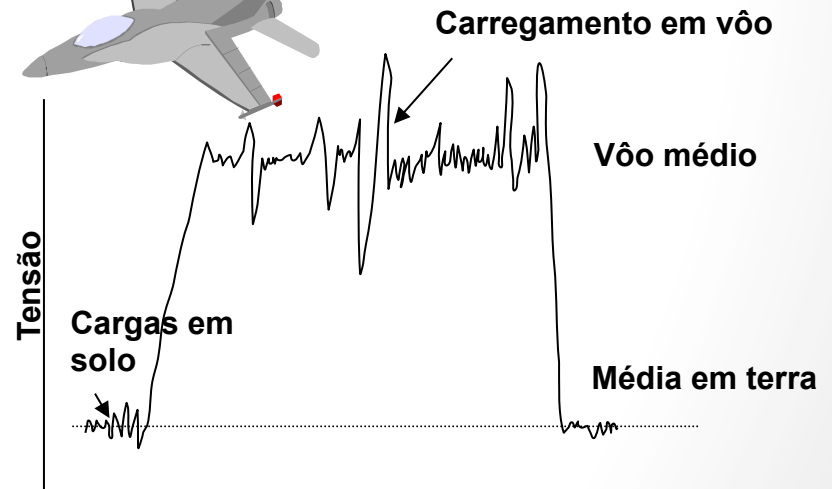
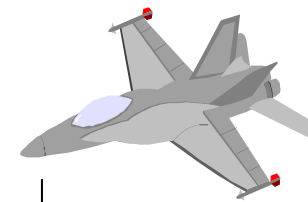
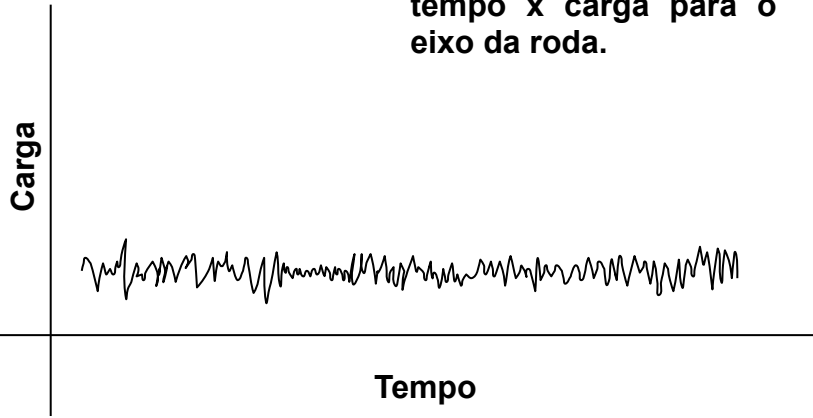
## Carregamento constante



# Carregamento variável



Típica história de tempo x carga para o eixo da roda.



# Filosofias de Projeto

## Vida Infinita

Este critério exige que as tensões atuantes estejam abaixo da tensão limite de fadiga.

## Vida Finita

Condições de carregamento sensivelmente imprevisíveis, ou ao menos, não constantes. A vida selecionada para o projeto deve incluir uma margem de segurança para levar em consideração o carregamento

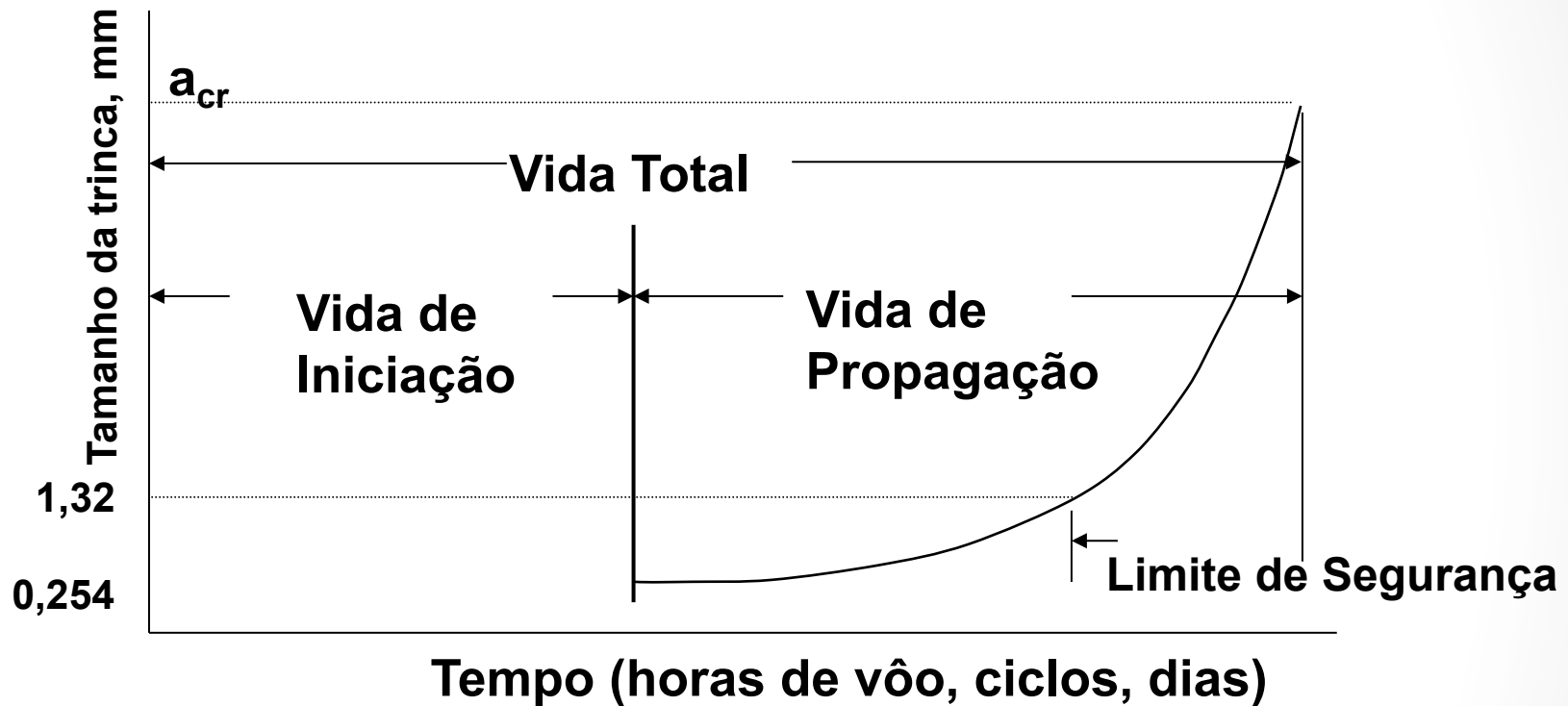
## Falha Segura

Este critério considera a possibilidade de ocorrência de trincas de fadiga, porém, sem levar ao colapso as estruturas antes destas fissuras serem detectadas e reparadas.

## Tolerante ao Dano

Este critério é um refinamento do anterior, porém, levando em consideração a existência de uma trinca, o projeto da estrutura é executado para que esta trinca não cresça, evitando a falha do componente.

# Terminologia da Vida em Fadiga



- Vida de Inic. – Tempo para nuclear uma trinca.
- Vida de Propag. – Tempo para o crescimento de uma trinca até a falha.
- Limite de Seg. – crescimento a partir de um tamanho crítico de trinca

# Metodologias Aplicadas para Vida em Fadiga

$$N = N_i + N_p$$

Onde

$N$  é o numero de ciclos para fadiga total;

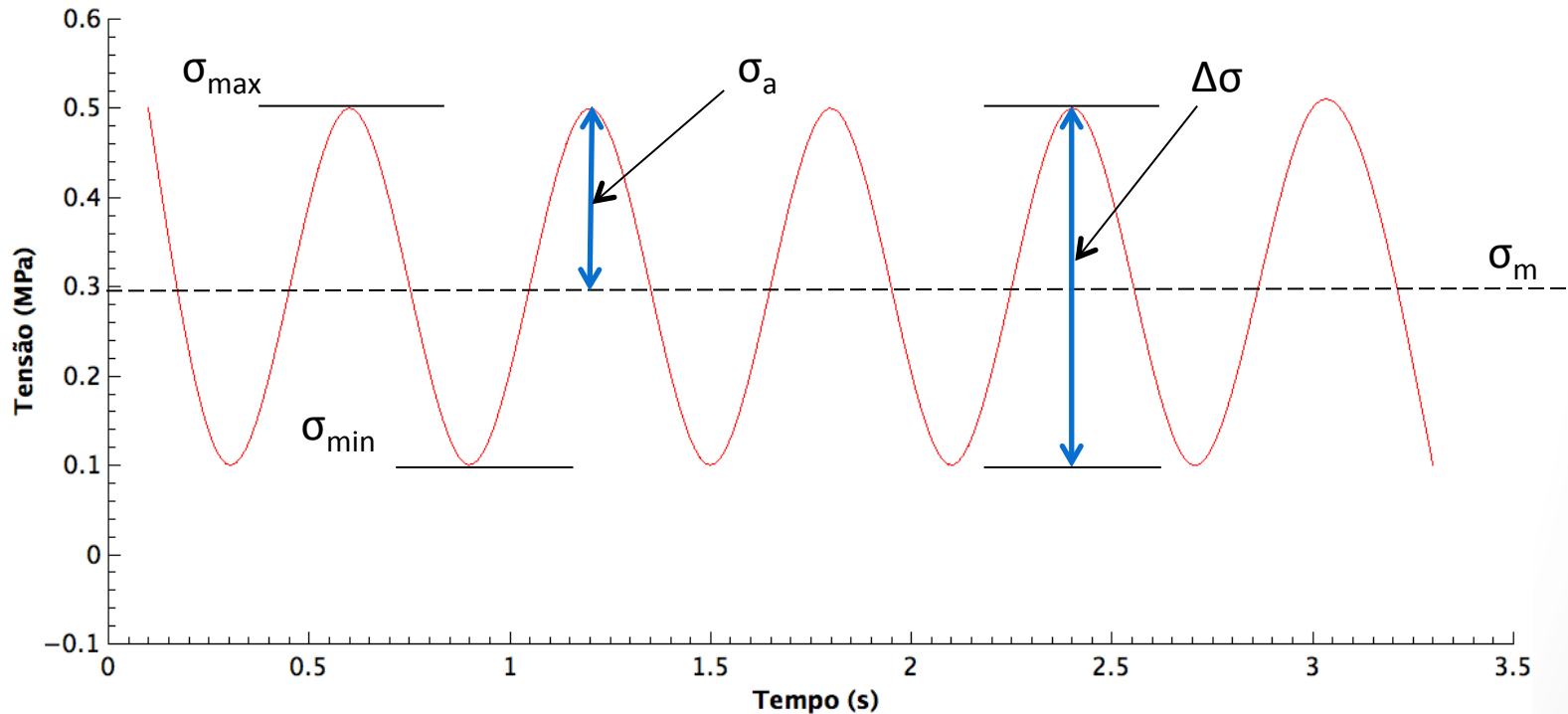
$N_i$  é o número de ciclos para iniciação;

$N_p$  é o número de ciclos para uma trinca crescer e se tornar crítica

# Tensões Cíclicas

Podem ser de natureza axial (tração-compressão), de flexão (flexão) ou torcional (torção).

## Parâmetros dos Ciclos de Fadiga:



$\sigma_{max}$ : Tensão máxima  
 $\sigma_a$ : Amplitude de tensão

$\sigma_{min}$ : Tensão mínima  
 $\sigma_m$ : Tensão média

$\Delta\sigma$ : Intervalo de tensão

# Cálculo dos parâmetros dos ciclos de fadiga

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}$$

$$\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$$

$$A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m}$$

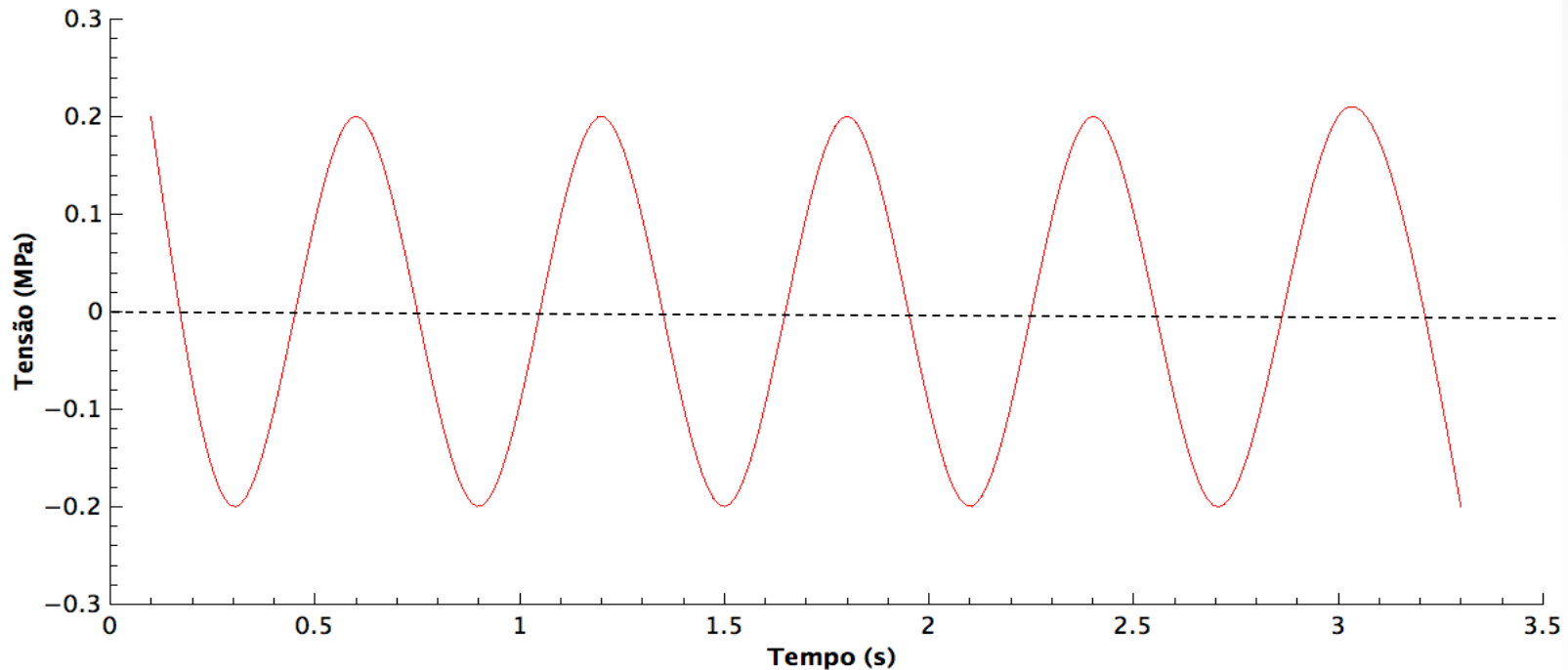
Razão de amplitudes

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$$

Razão de tensão



# Carregamentos completamente reversos

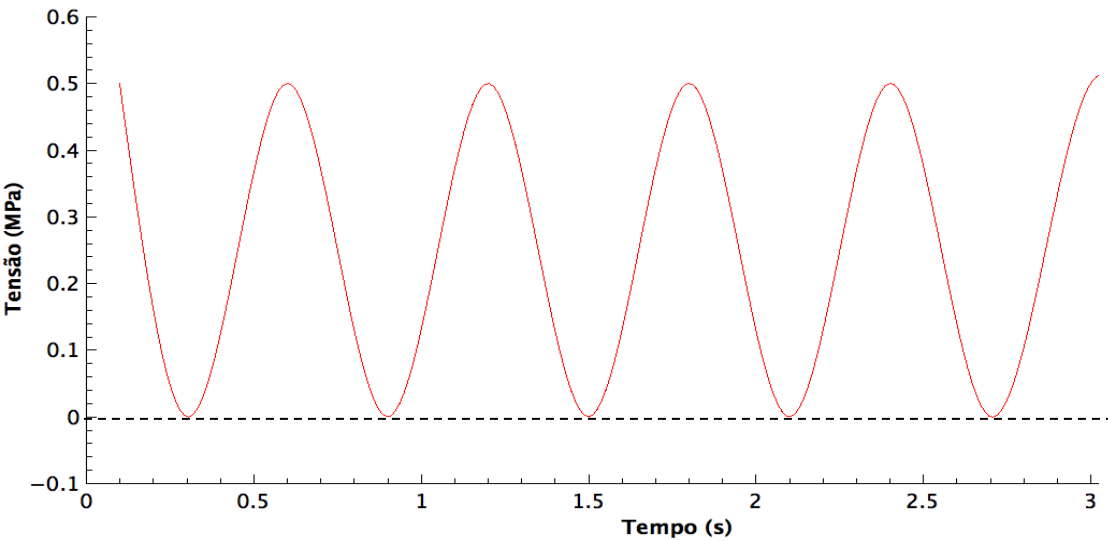


$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} = 0$$

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = -1$$

$$A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \infty$$

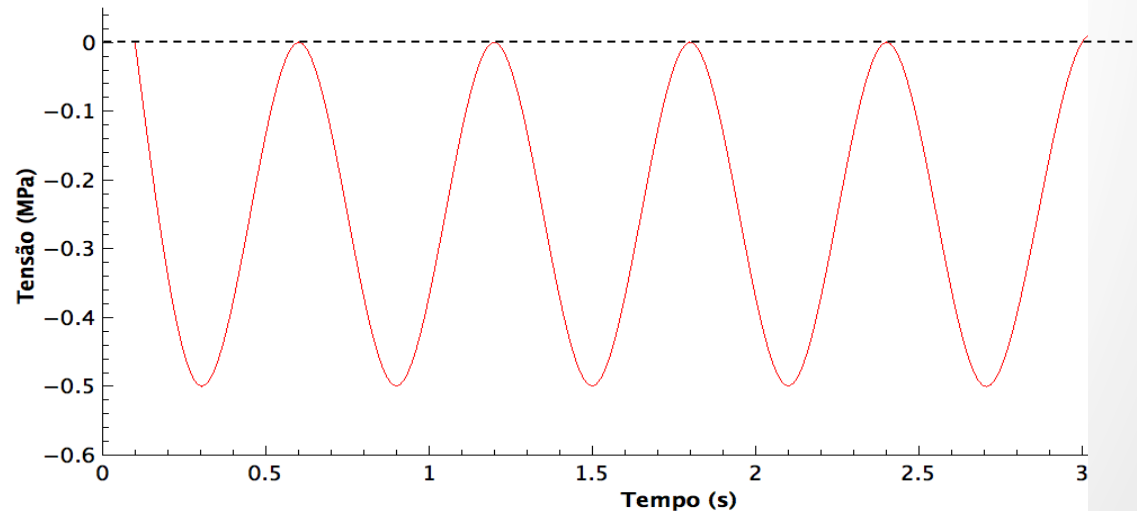
## Carregamento 0 - Tração



$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = 0$$

$$A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = 1$$

## Carregamento 0 - Compressão



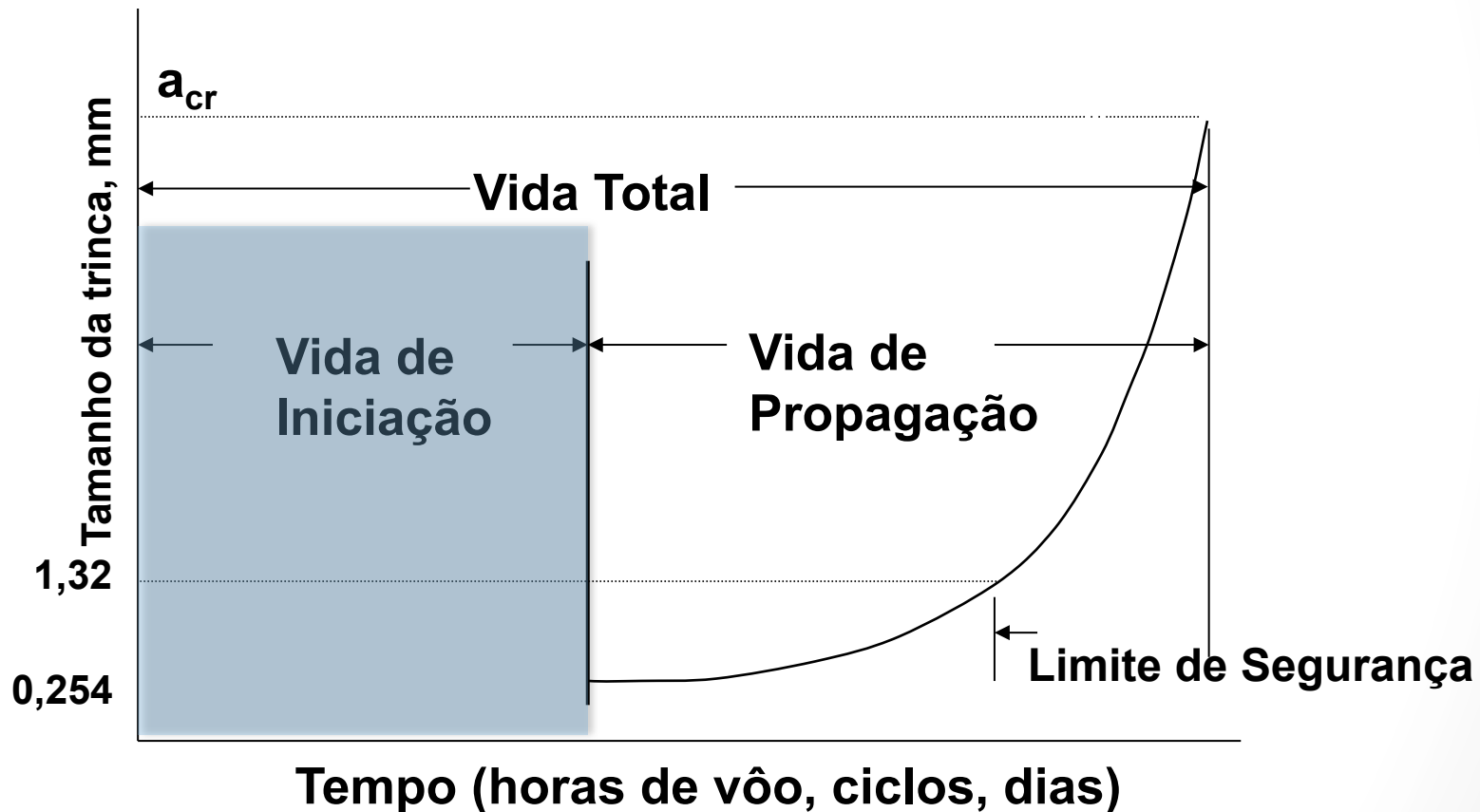
$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \infty$$

$$A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = 1$$

O método para calcular o número de ciclos que um componente resiste a fadiga é de acordo com a filosofia de projeto selecionado.

Para filosofia de projeto de vida infinita e vida finita, deve ser usado o método S-N ou  $\epsilon$ -N (não será abordado nesta aula).

# Método S-N (Tensão – Vida)



Esta metodologia é usada quando os níveis de tensão são muito inferiores ao limite de escoamento do material.

É também conhecida como Fadiga de Alto Ciclo (FAC) ou Fadiga em Baixa Tensão (FBT).

#### - Dados S-N

- Limite de Fadiga
- Resistência a Fadiga
- Vida Finita
- Relação entre Prop. Estática & Fadiga
- Efeitos da Tensão Média

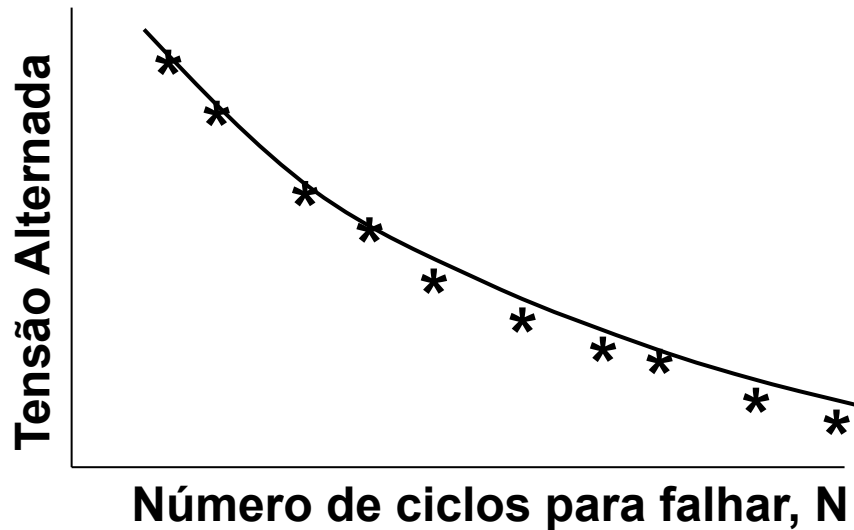
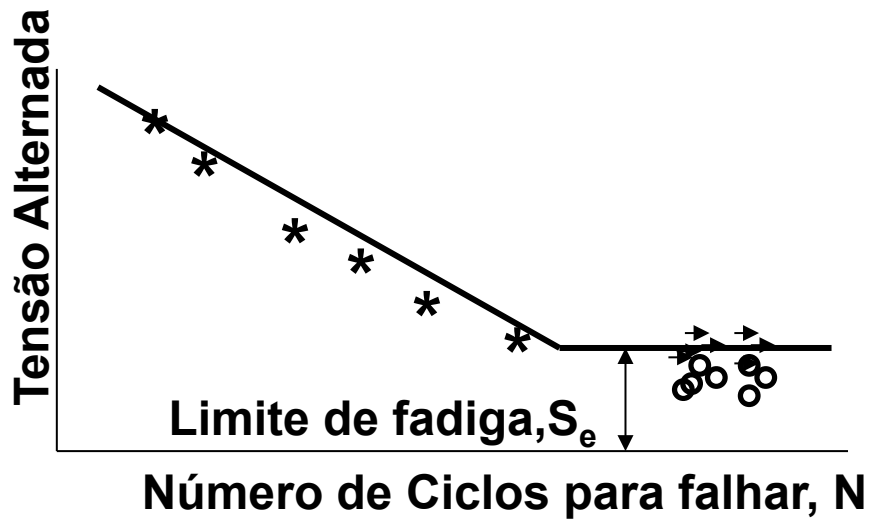
#### - Modelos

Vida infinita; Vida finita

Os dados de fadiga são normalmente apresentados:

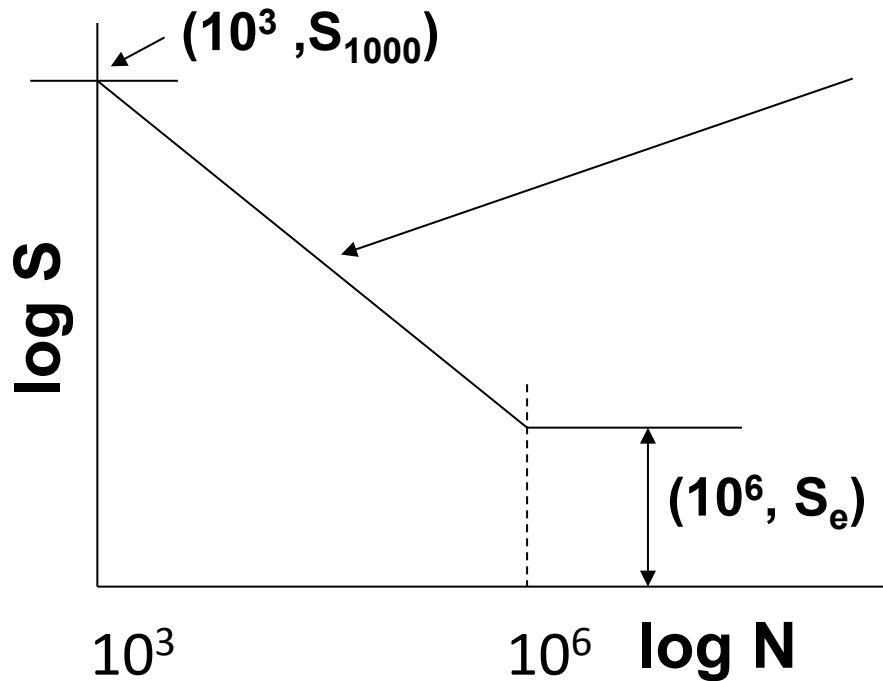
- para corpos de prova polidos
- Sob flexão reversa

# Curva S-N e Limite de Fadiga



Ligas não Ferrosas: Não exibem claramente o limite de fadiga

# Vida Finita – Relação de Tensão



Regime de vida finita  
entre  $10^3 - 10^6$  ciclos

$$S = 10^C N^b$$

$$N = 10^{-C/b} S^{1/b}$$

$S_{1000}$  tensão de falha em  $10^3$

$C$  e  $b$  são constantes do material  
Podem ser expressos em termos de  $S_{1000}$  e  $S_e$

Onde  $S_{1000}$  é a tensão para falha em  $10^3$  ciclos  
 $S_e$  é a tensão para falha com tensão média zero

$$b = -\frac{1}{3} \log_{10} \left( \frac{S_{1000}}{S_e} \right), \quad C = \log_{10} \frac{(S_{1000})^2}{S_e}$$

Note,  $S_{1000} \approx 0.9 S_u$  and  $S_e \approx 0.5 S_u$

**De maneira que, para Ligas Ferrosas**

$$b \approx -0.085, \quad C = \log_{10}(1.62 S_u)$$

$$S = 1.62 S_u N^{-0.085}$$

$$N = 291.66 \left( \frac{S}{S_u} \right)^{-11.765}$$

Ligas ferrosas



# Relações Empíricas entre Limite de Fadiga e Propriedades Estáticas

## Ligas Ferrosas - CP polido sob flexão reversa

Em termo de tensão limite de resistência,  $S_u$

$$S_e = 0,5 * S_u, \text{ para } S_u \leq 1400 \text{ MPa}$$

$$S_e = 700 \text{ MPa}, \text{ para } S_u > 1400 \text{ MPa}$$

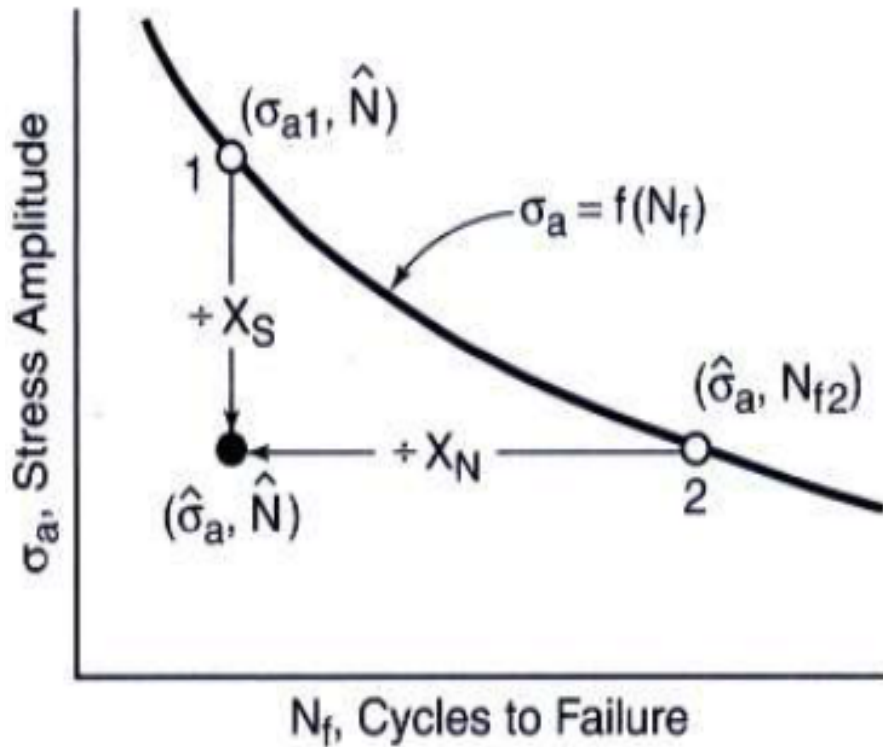
Em termo de dureza Brinell

$$S_e = 0,25 * BHN, \text{ para } BHN \leq 400$$

$$S_e = 100 \text{ ksi}, \text{ para } BHN > 400$$

$$\text{Note, } S_u = 0,5 * BHN$$

# Fator de Segurança para curva S-N



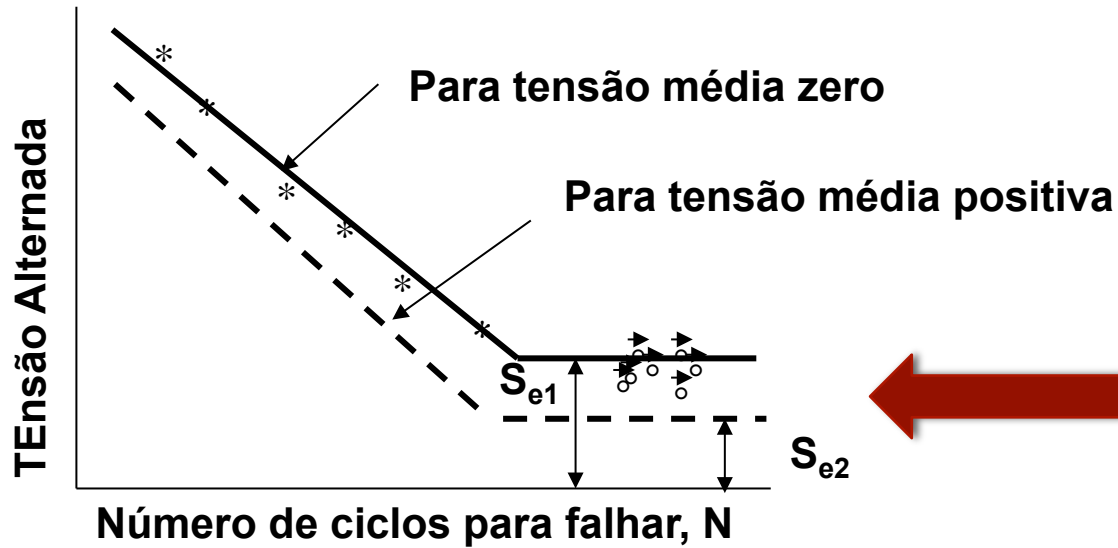
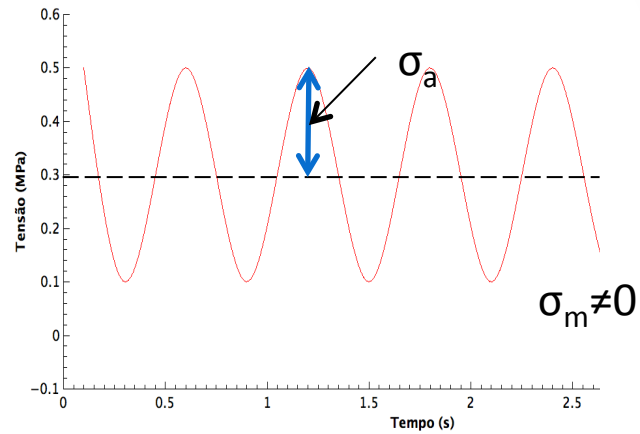
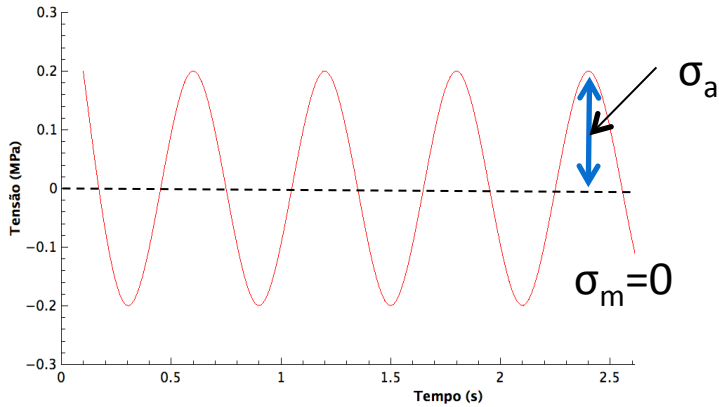
$$X_S = \frac{\sigma_{a1}}{\hat{\sigma}_a} \dots\dots\dots (N_f = \hat{N})$$

$$X_N = \frac{N_{f2}}{\hat{N}} \dots\dots\dots (\sigma_a = \hat{\sigma}_a)$$

$$X_S = 1,5 \text{ a } 3$$

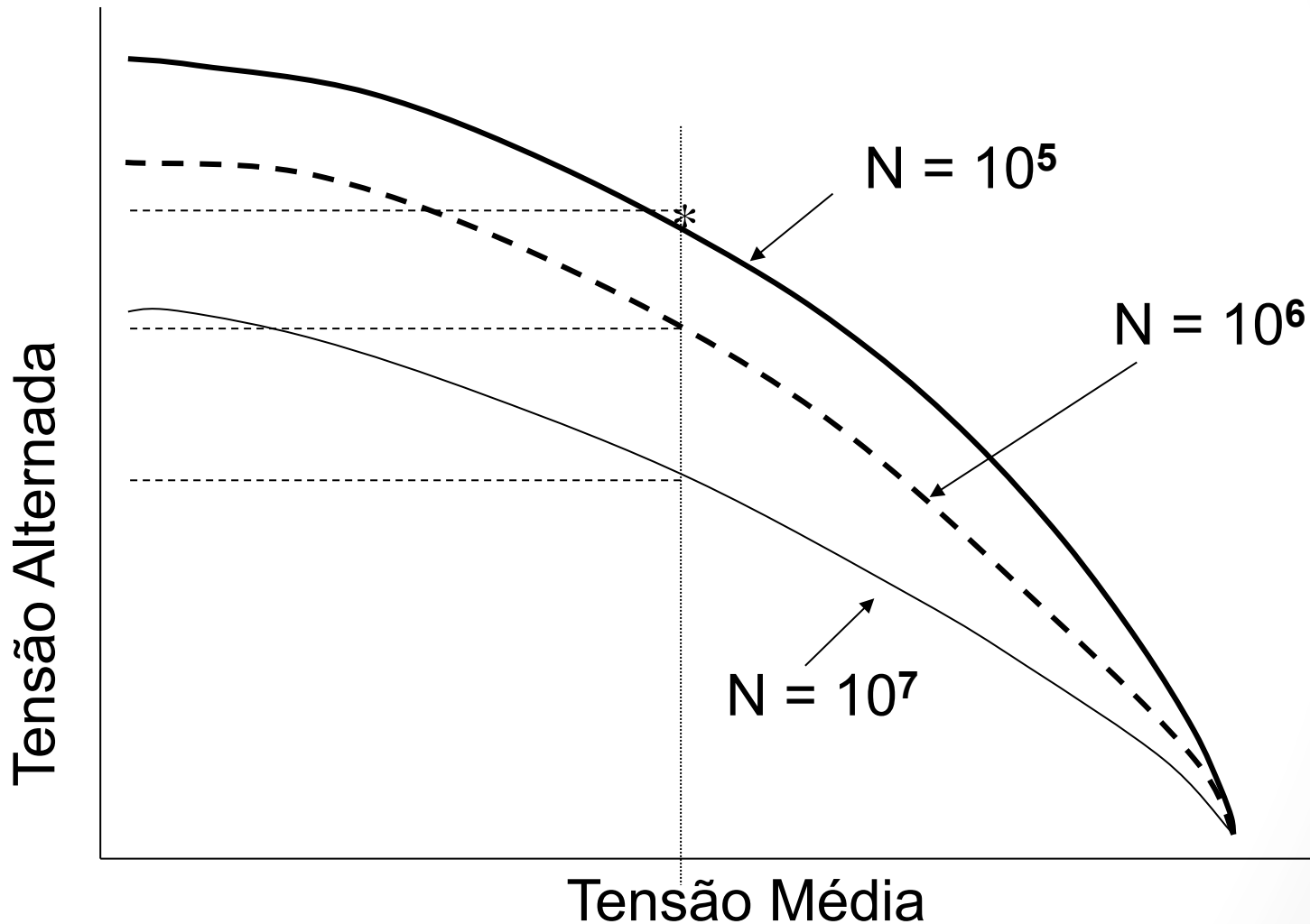
$$X_N = 5 \text{ a } 20 \text{ ou mais}$$

# Efeito da Tensão Média



Aumentar o valor da tensão média diminui a vida em fadiga

# Diagrama A-M (Diagrama de Haigh ou Diagrama de Vida Constante)



# Modelos para estimativa do Limite de Fadiga – $\sigma_m \neq 0$

## Vida Infinita

Soderberg (1930):  $\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_y} = 1$

Goodman (1899):  $\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_u} = 1$

Gerber (1874):  $\frac{\sigma_a}{S_e} + \left(\frac{\sigma_m}{S_u}\right)^2 = 1$

Morrow (1960's):  $\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{\sigma_f} = 1$

## Vida Finita

$\frac{\sigma_a}{S_n} + \frac{\sigma_m}{S_y} = 1$

$\frac{\sigma_a}{S_n} + \frac{\sigma_m}{S_u} = 1$

$\frac{\sigma_a}{S_n} + \left(\frac{\sigma_m}{S_u}\right)^2 = 1$

$\frac{\sigma_a}{S_n} + \frac{\sigma_m}{\sigma_f} = 1$

Troque o limite de fadiga  $S_e$  por  $S_n$

$S_e$ : Limite de fadiga para tensão média igual a zero;

$\sigma_a$ : Limite de fadiga com tensão diferente de zero;

$S_u$ : Limite de resistência em tração;

$S_y$ : Tensão limite;

$\sigma_m$ : Tensão média;

$\sigma_f$ : Tensão de fratura verdadeira

# Exercício

Alguns valores de amplitude de tensão e os ciclos correspondentes para falha em fadiga são dados na tabela abaixo para o aço AISI 4340. Estes ensaios foram realizados em corpos de prova não entalhados, carregados axialmente e com tensão média igual a zero.

$\sigma_a$ , (MPa)	$N_f$ , ciclos
948	222
834	992
703	6004
631	14130
579	43860
524	132150

a) Coloque estes dados em gráfico de coordenadas Log- Log. Se estes valores representarem uma reta, obtenha os valores das constantes A e B a partir dos dois pontos mais separados.

b) Obtenha os valores refinados de A e B usando a regressão linear dos mínimos quadrados a partir do gráfico  $\text{Log}(a) \times \text{Log}(N_f)$

a)

$$\sigma_{a,1} = AN_{f,1}^B$$

$$\sigma_{a,2} = AN_{f,2}^B$$

$$\frac{\sigma_{a,1}}{\sigma_{a,2}} = \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^B \rightarrow \log \frac{\sigma_{a,1}}{\sigma_{a,2}} = B \log \frac{N_1}{N_2}$$

$$B = \frac{\log \sigma_1 - \log \sigma_2}{\log N_1 - \log N_2} = \frac{\log(948) - \log(524)}{\log(222) - \log(132150)} = -0,0928$$

$$\sigma_{a,1} = AN_{f,1}^B$$

$$948 = A222^{-0,0928} \rightarrow A = 1565 \text{ MPa}$$

b) Nos ensaios de fadiga a tensão  $\sigma_a$  é escolhida em cada teste é a variável independente e  $N_f$  é a dependente. Assim, para fazer o ajuste pelos mínimos quadrados a equação anterior transforma-se em:

$$\sigma_a = AN_f^B$$

$$N_f = \left( \frac{\sigma_a}{A} \right)^{1/B} \rightarrow \log N_f = \frac{1}{B} \log \sigma_a - \frac{1}{B} \log A$$

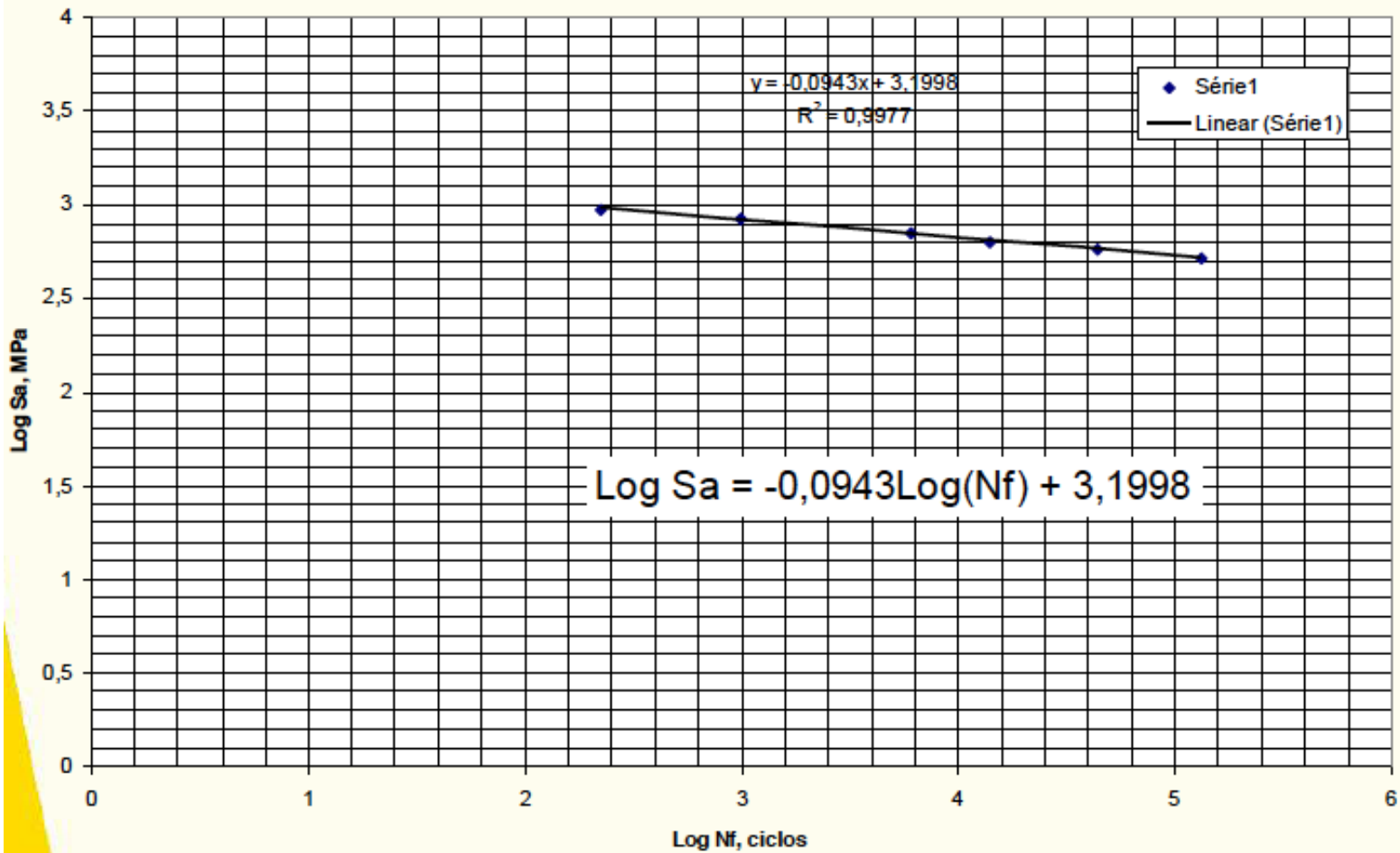
$$y = mx + c \rightarrow y = \log N_f; \quad x = \log \sigma_a; \quad m = \frac{1}{B}; \quad c = -\frac{1}{B} \log A$$

$$m = -10,582; \quad c = 33,87$$

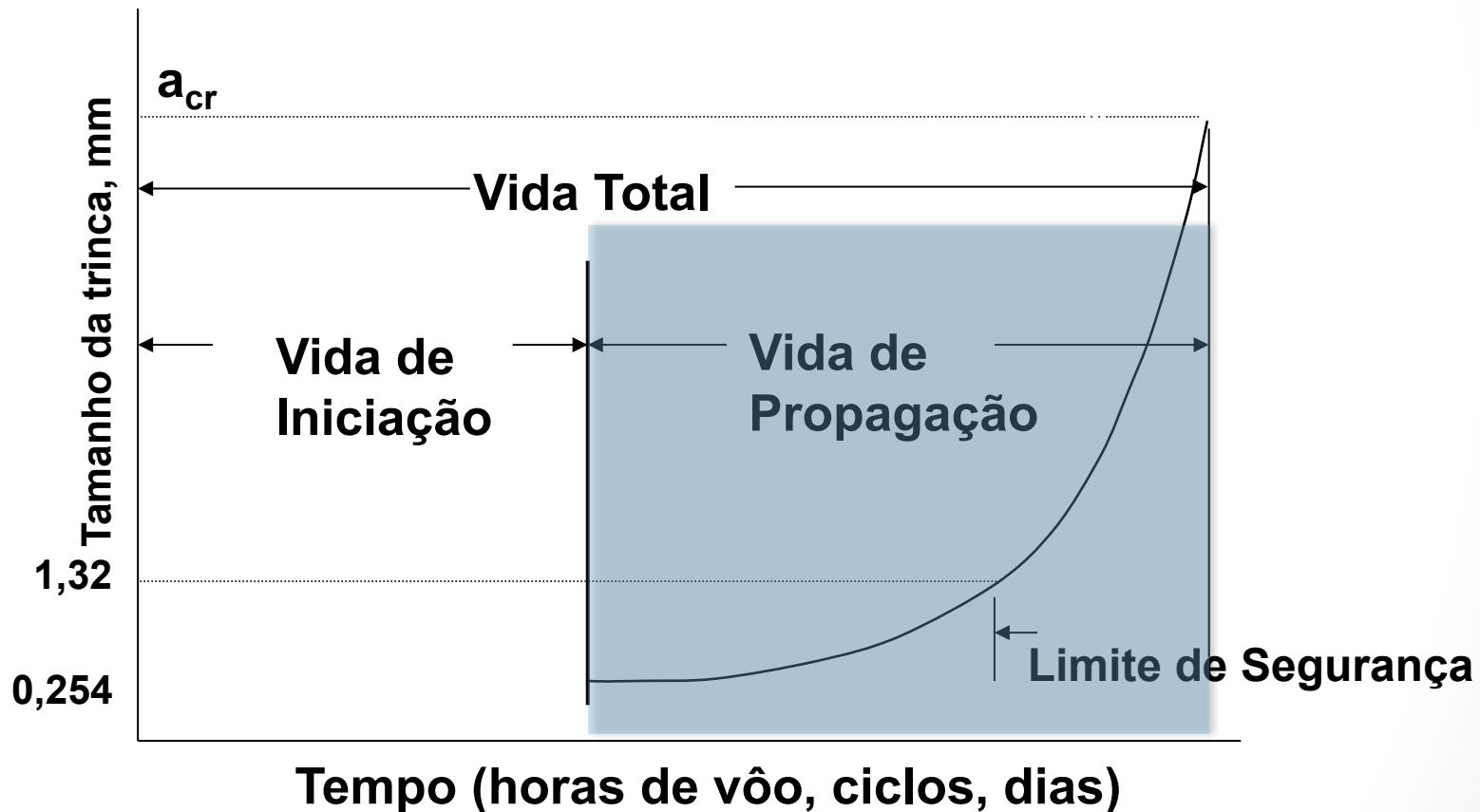
$$B = -0,0945$$

$$A = 10^{-cB} \rightarrow A = 1587 \text{ MPa}$$

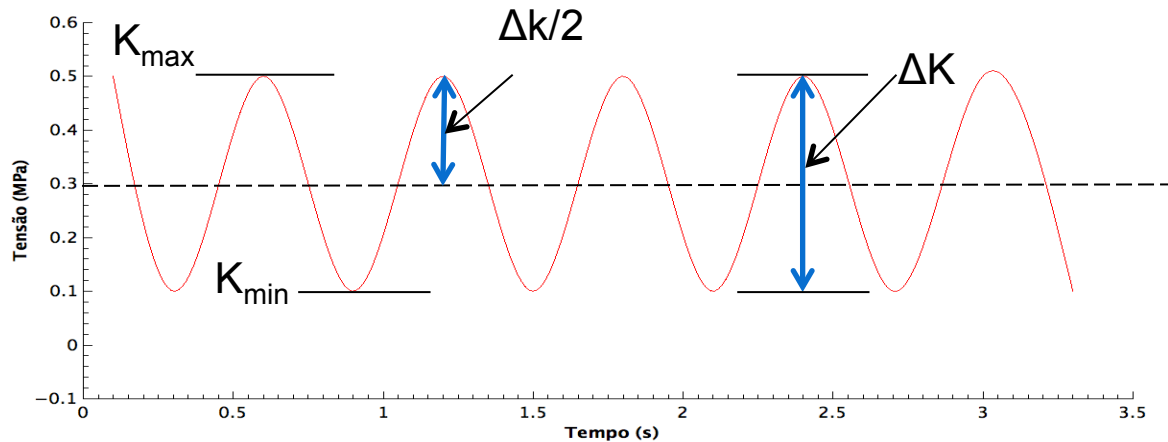
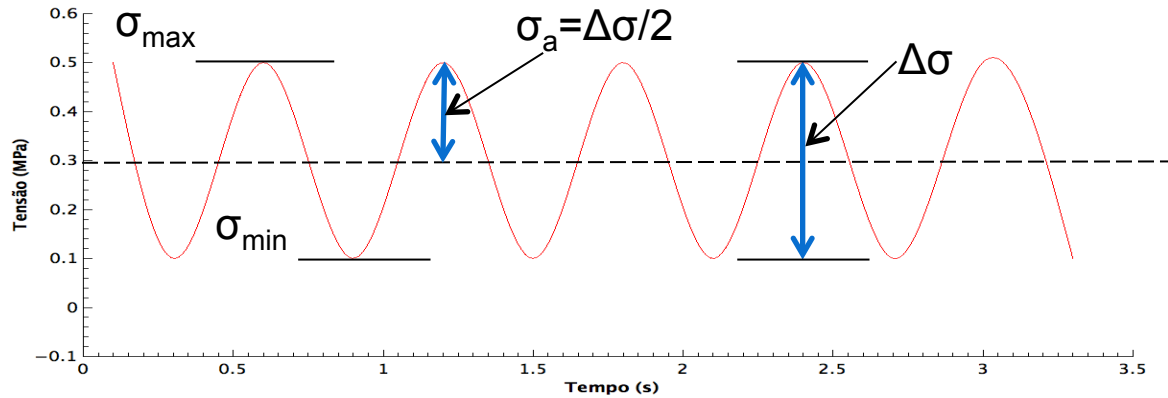


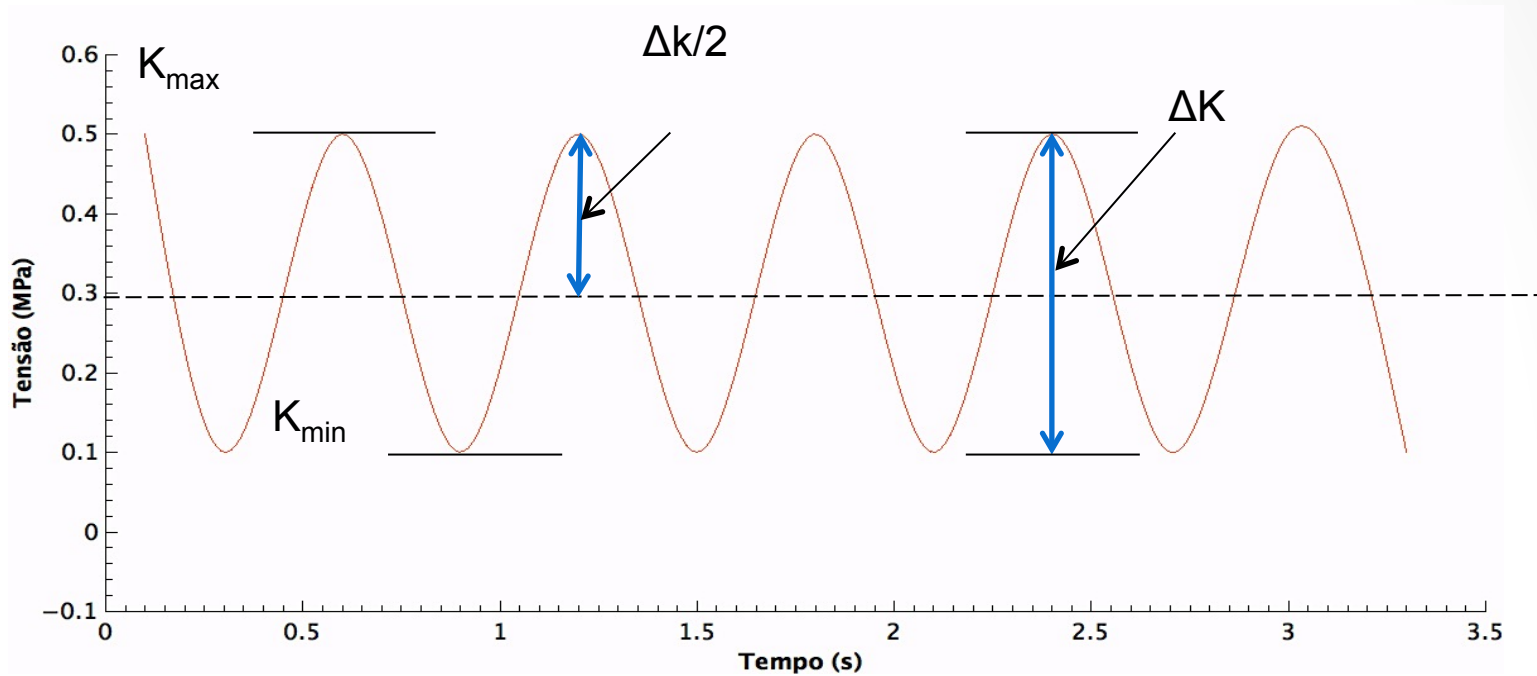


# Taxa de Propagação de Trinca $da/dN$ vs $\Delta K$



# Parâmetros utilizados na descrição do crescimento de trinca por fadiga



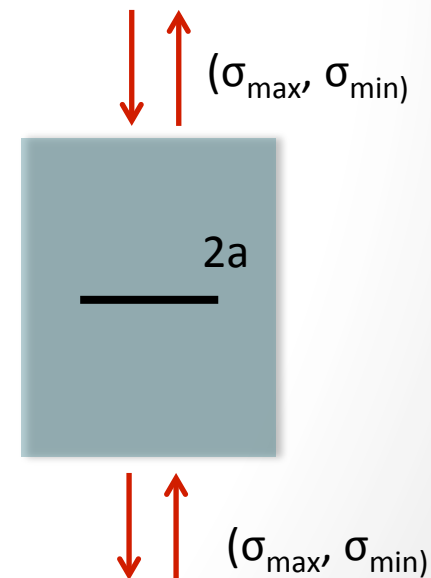


$$K_{\max} = \sigma_{\max} \sqrt{\pi * a}$$

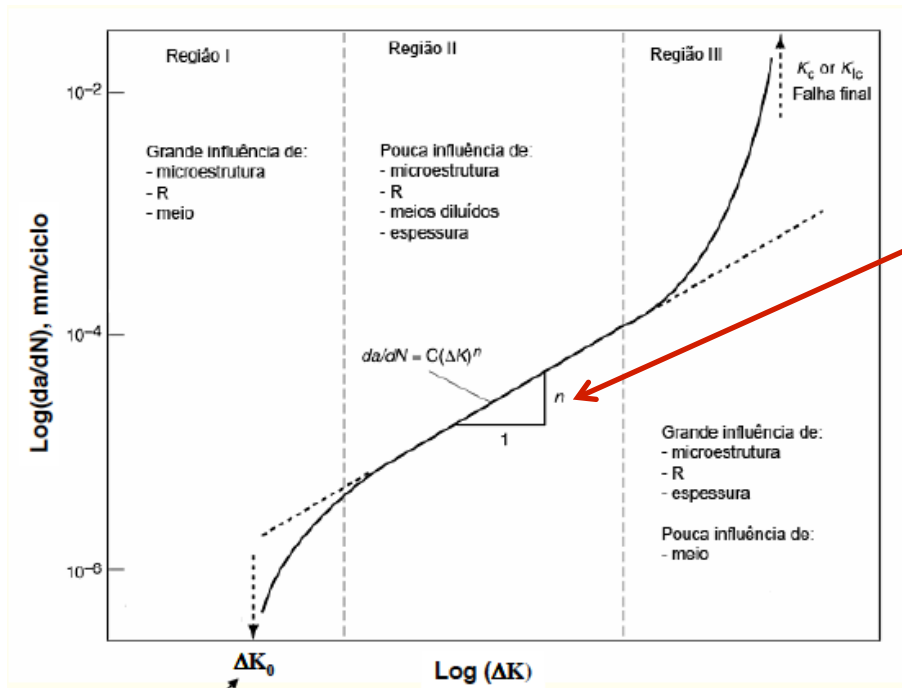
$$K_{\min} = \sigma_{\min} \sqrt{\pi * a}$$

$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min} = \Delta \sigma \sqrt{\pi * a}$$

$$R = \frac{K_{\min}}{K_{\max}}$$



A taxa de propagação de trinca foi equacionada pela primeira vez por Paul Paris, em 1960, que deu origem a Equação de Paris.



$$\frac{da}{dN} = C * (\Delta K)^m$$

Onde C e m são constantes do material.

A principal limitação da equação de Paris é não levar em consideração o valor de R

$\Delta K$  é a variação do fator de intensidade de tensão na ponta da trinca e é calculada por:

$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min}$$

ou

$$\Delta K = F(\sigma_{\max} - \sigma_{\min})\sqrt{\pi a}$$

## Cálculo da vida em fadiga pela método da/dN

$$dN = \frac{da}{C(\Delta K)^m}$$

$$N_f = \int_0^{N_f} dN = \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{C(\Delta K)^m}$$

$$N_f = \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{C(F\Delta\sigma\sqrt{\pi a})^m}$$

$$N_f = \frac{1}{C\pi^{m/2}(\Delta\sigma)^m} \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{F^m a^{m/2}}$$

# EXERCÍCIO

Uma chapa de aço relativamente grande deve ser exposta a tensões cíclicas de tração e compressão com magnitudes de 100MPa e 50MPa, respectivamente. Antes de testar, foi determinado que o comprimento da maior trinca superficial é de 2mm. Estime a vida em fadiga para esta chapa se sua tenacidade à fratura em deformação plana é de  $25 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/5}$ ,  $m$  é igual a 3 e  $C1 \times 10^{-12}$ . Suponha que  $F$  é independente do comprimento da trinca e portanto, o valor é 1.

É necessário calcular primeiro o tamanho crítico da trinca.

$$a_c = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_{IC}}{\sigma F} \right)^2$$

$$a_c = \frac{1}{\pi} \left( \frac{25 \text{MPa} \cdot \text{m}^{0.5}}{100 \text{MPa} * 1} \right)^2 = 0,02 \text{m}$$

Utilizando o limite temos que

$$\Delta S = S_{\max} (1 - R)$$

$$R = \frac{S_{\max}}{S_{\min}} = \frac{100}{50} = 2 \rightarrow \Delta S = 100(1 - 2) = 100 \text{MPa}$$

$$N_f = \frac{a_f^{1-m/2} - a_0^{1-m/2}}{C(F * \Delta S * \sqrt{\pi})^m (1 - m/2)}$$

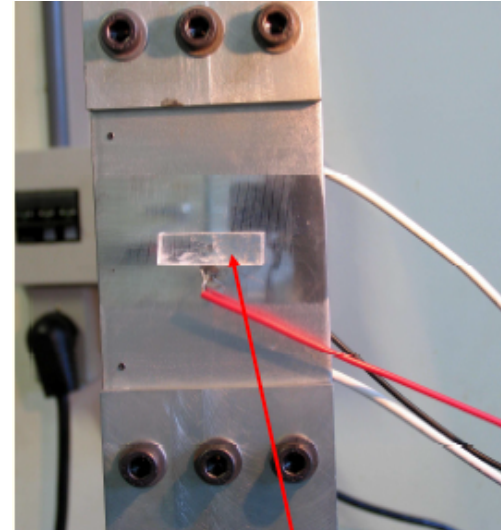
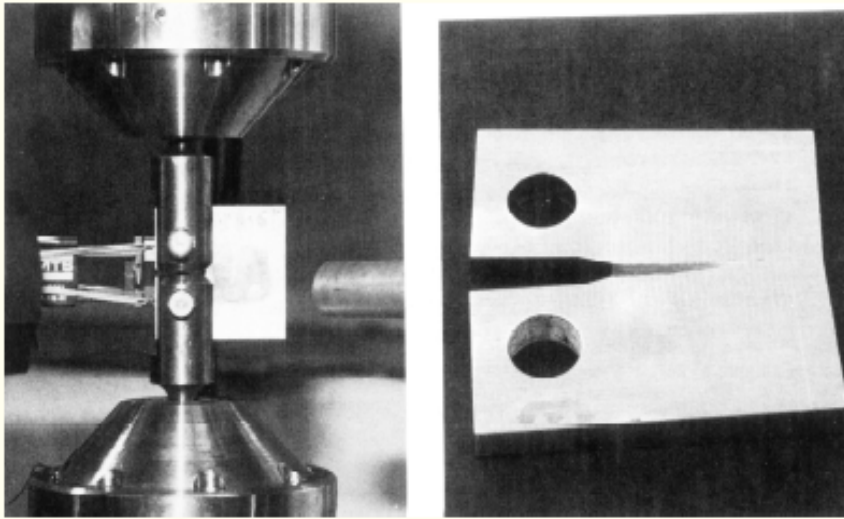
$$N_f = \frac{0,002^{1-3/2} - 0,02^{1-3/2}}{1 \times 10^{-12} (1 * 100 * \sqrt{\pi})^3 (1 - 3/2)}$$

$$N_f = 5,5 \times 10^6 \text{ ciclos}$$



# Técnica para medir a taxa de propagação de trincas

*Clip Gage*



*Réplica de acetado*



*Queda de potencial*

**OBRIGADO!!**