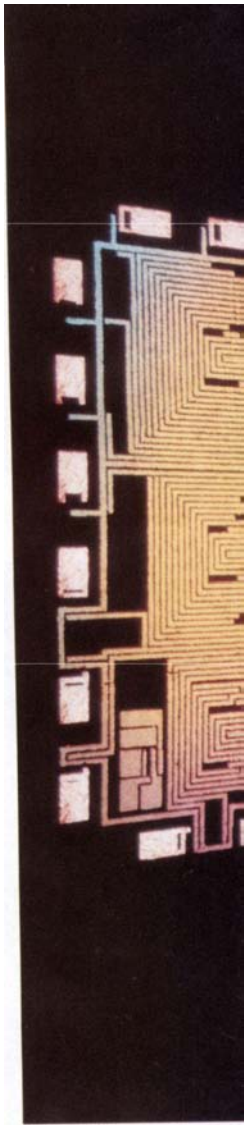


O laboratório de INFINORMÁTICA

Os habitantes do planeta Umbilicus estão prestes a resolver todos os grandes problemas da matemática. Sua tecnologia de computação dispõe de memórias de capacidade infinita

Por Ian Stewart

[A biblioteca universal possui] tudo: a história minuciosa do futuro, as autobiografias dos arcanjos, o catálogo fiel da biblioteca, milhares e milhares de catálogos falsos, a comprovação de sua falsidade, a comprovação da falsidade do catálogo verdadeiro... (a relação) representação verdadeira da tua morte, a versão de cada livro em todas as línguas, as interpolações de cada livro em todos os livros.
Jorge Luis Borges
"A Biblioteca de Babel"

O redator-chefe ao telefone.

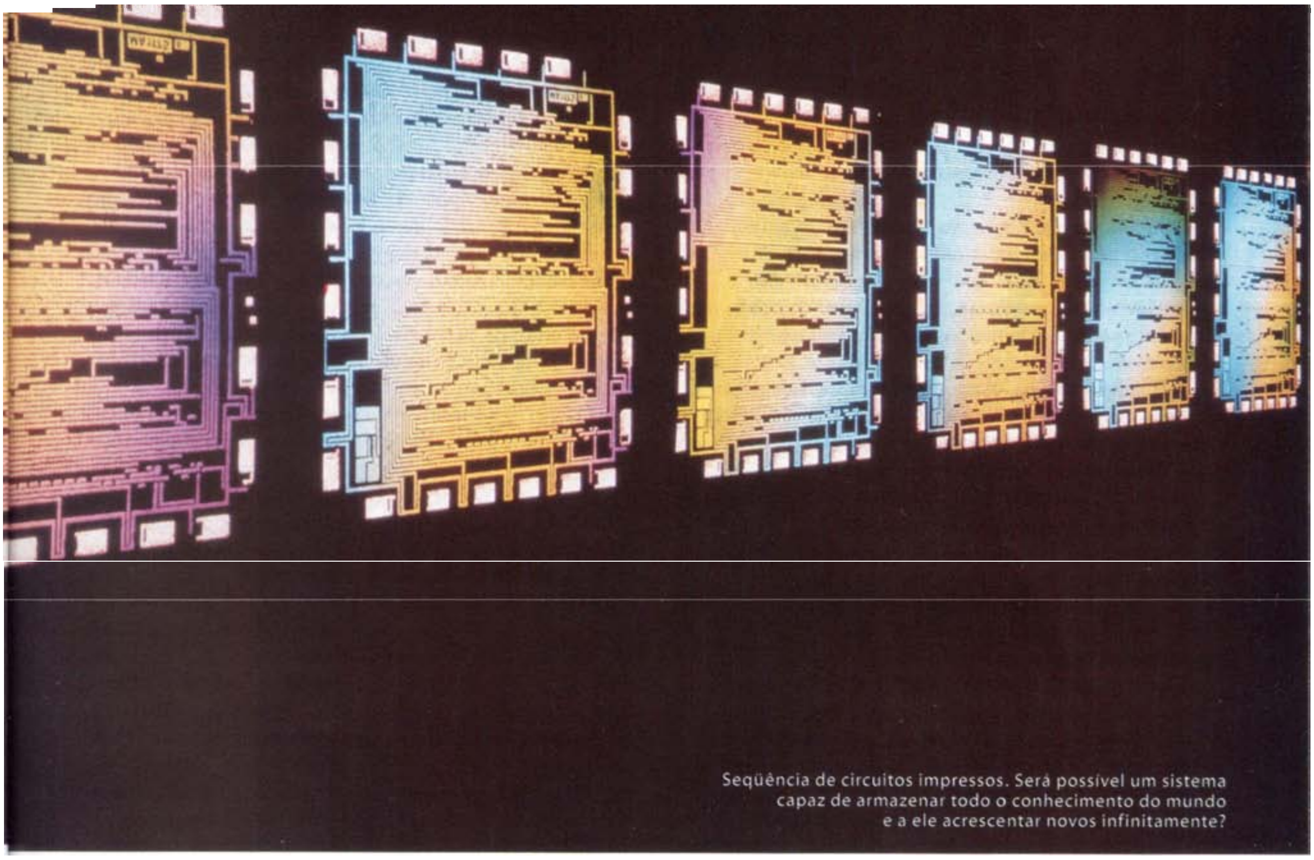
- Precisamos imediatamente de uma colaboração sua sobre grandes sistemas de computador.

Protestei.

- Mas sou um matemático puro! Escrevo para pessoas que não têm computador, não querem ter um e provavelmente até os abominem.

- Ah, no fundo é tudo igual. Computadores são processadores, e matemática é mais ou menos a mesma coisa que processamento de dados, não é? Tenho certeza de que você consegue. A data de entrega é quinta-feira. - E desligou.

Era segunda. Comecei a suar frio - não pela primeira vez, pois a incompreensão concentrada dos jornalistas me atingia com freqüência e, mesmo assim, sempre me surpreendia. Nessa situação dramática, eu precisava de ajuda, e rápido. A única coisa que poderia me ajudar seria uma visita relâmpago à mente superior



Seqüência de circuitos impressos. Será possível um sistema capaz de armazenar todo o conhecimento do mundo e a ele acrescentar novos infinitamente?

do velho amigo doutor Zebedee J. J. Bunnydew, do Instituto de Pesquisas da Corporação Salmigondis, em Kluzmopodion.

Isso não é tão fácil quanto parece, pois Kluzmopodion fica no planeta Ombilicus, um bilhão de anos-luz (e mais alguns metros) distante da Terra, na direção do olho direito na constelação de Orion. Por sorte, no meu jardim (logo atrás das amoreiras) encontra-se o espaço-tempo quadridimensional com um ponto grudado sobre o planeta Ombilicus. Há alguns anos, caí dentro dessa singularidade, ocasião em que pude conhecer Bunnydew. Então, num momento furtivo e sem atentar aos espinhos, pulei lá no meio. Em Ombilicus, um veículo-brontossauro me deu carona no último trecho do caminho até o instituto. O destino estava a meu favor Bunnydew tinha tempo para mim

- Grandes sistemas de computador? Poderia lhe dizer muitas coisas sobre o tema, mas não posso.

- Como? Você poderia, mas não pode?

- Projeto secreto do governo. - Ele se curvou. - Guerra dos quasares - sussurrou. - E tão secreto que não posso falar sobre isso nem comigo mesmo.

Após refletir um pouco, seu rosto conspirador se iluminou.

- Você está com sorte. Tenho algumas idéias que de tão malucas ainda não revelei às pessoas do serviço secreto. Grandes sistemas de computador? Vou lhe dizer, eles não podem ser maiores que o meu. Venha!

Olhando em volta por precaução, ele me levou a outra dependência, cuja porta apresentava uma estranha placa. Talvez fosse a sala número 8 e a placa estivesse torta. Mas aquele símbolo me parecia conhecido de algum lugar.

- Este — disse Bunnydew com voz abafada — e o laboratório de infinormática.

- Infinor...? Ah! - Aquele era o símbolo do infinito. Mas o que seria infinormática?

"Infinito mais 1 continua sendo infinito. Esse é outro dos muitos paradoxos do infinito", comentou Bunnydew

0 chip infinito

Bunnydew abriu uma gaveta e apareceu uma tira de plástico preta, com cerca de 5 milímetros de largura e uma fileira de pinos de metal de cada lado. Podia-se ver mais ou menos 1 metro, o resto aparentemente estava guardado dentro da gaveta.

- Parece um chip com circuitos integrados - falei -, só que mais longo.

- Muito mais longo - ele retrucou. - O que você está vendo aqui é uma ponta do chip linear infinitamente longo de Bunnydew, também chamado de chip LILB. Ele possui infinitos dispositivos de armazenamento, cada um com capacidade de armazenar 1 bit - o dígito 1, quando estiver carregado eletricamente, ou o dígito 0, se não houver carga. E você sabe, qualquer informação pode ser representada como uma seqüência de zeros e uns. Um chip LILB pode estocar não apenas todo o conhecimento do mundo, mas muito mais, infinitamente mais!

- Agora entendi porque você deixou a maior parte dele guardada na gaveta.

- Bem, essa coisa ocupa bastante espaço. Tenho de colocá-lo em um campo compressor pandimensional infinito. Mas esqueça essas bobagens técnicas.

- Os sinais elétricos não levam muito tempo para ir de uma ponta à outra? - perguntei.

- O que é a outra ponta? Uma delas eu seguro na mão e o chip continua infinitamente em direção à outra ponta. Mas você tem razão, demora um tempo infinito.

Comentei que isso não era muito prático.

- É verdade. Mas mesmo assim o chip LILB é interessante. Por exemplo, ele não precisa de fornecimento de energia.

Nisso não acreditei.

- E o princípio da conservação de energia?

- Não vale - replicou Bunnydew. - Não para sistemas infinitos. Vou lhe explicar. O chip LILB é composto, como quase todo chip, de silício, um semicondutor. Quando alguma parte do silício está carregada de eletricidade, isso se deve ao excesso ou à falta de elétrons. Se você, por exemplo, tirar um elétron de um semicondutor, então restará um dispositivo positivamente carregado, que os físicos chamam de lacuna. Vamos começar com um chip LILB em estado neutro, sem elétrons, sem lacunas, com um zero em cada dispositivo de armazenamento. Está claro?

- Com certeza.

- Bom. Agora vou colocar um elétron no dispositivo 1. Vou tomá-lo emprestado do dispositivo 2.

- Mas, então, deve ficar uma lacuna no dispositivo 2! A energia total é conservada!

- Calma, meu amigo. Vou tirar um elétron também do dispositivo 3 e colocá-lo no dispositivo 2. Com isso, a lacuna do dispositivo 2 fica preenchida. Depois, ocupo a nova lacuna no dispositivo 3 com um elétron do dispositivo 4, e assim por diante. Vou tomar um elétron emprestado infinitas vezes: para cada um dos números n = 2, 3, ... pego um elétron do dispositivo n e preencho com ele a lacuna do dispositivo n - 1. - *{Quadro na pág. 9, acima.)* - Qual é o resultado final?

Pensei um pouco.

- Você vai conseguir um elétron no dispositivo 1. Os demais dispositivos perdem um elétron, mas recebem outro de volta... Portanto, no fim, eles permanecem neutros. Mas - acrescentei - naturalmente vai surgir uma lacuna no infinito.

- Justamente. Não - ele corrigiu. - Existem infinitos dispositivos de memória, mas nenhum dispositivo de memória no infinito. Cada um deles pertence a um valor finito de n. Não, recebo um elétron no dispositivo 1, e todo o resto fica como era antes. Criação a partir do nada! Mas esse é apenas um entre os vários paradoxos do infinito. Imagine um chip LILB que esteja completamente cheio com um número infinito de informações.

- O que é um número infinito de informações?

- Que tal a lista completa de todos os números primos? Naturalmente eles são um número infinito de informações. Tenho um chip LILB cheio aqui no laboratório - vamos chamar o banco de dados Galileo. Você nem imagina tudo o que está armazenado nele! Não importa - pense que você tem um chip LILB totalmente ocupado e quer armazenar mais dados nele. Como vai fazer isso?

- Não dá. Se o chip está cheio, então não há mais espaço nele!

- Em um chip infinito sempre há mais espaço. Pense em como as lacunas se deslocaram quando colocamos um elétron no dispositivo 1.

Pensei. Considerando que armazenei no chip LILB uma seqüência de números binários que começa com 101100011000..., mas esqueci do 1 no começo. Então a seqüência na memória fica 01100011000... Onde vamos enfiar o 1 que ficou faltando? Na outra ponta não há mais espaço, pois não existe outra ponta...

Sempre cabe mais um bit

Aha! É preciso apenas inverter o truque dos elétrons e deslocar os bits como fizemos anteriormente com as lacunas *(quadro na pág. 9, embaixo):*

- Desloque todo o dispositivo de memória para trás - expliquei. - O bit do dispositivo 1 se desloca para o dispositivo 2, o do dispositivo 2, para o 3, e assim por diante. Então o dispositivo 1 fica livre para o bit que faltava.

- Você entendeu. Infinito mais 1 continua sendo infinito. - Ele escreveu "$\infty + 1 = \infty$" em um bloco de anotações. - Esse é mais um dos muitos paradoxos do infinito. O todo pode ser tão grande quanto uma de suas partes. E se quisermos armazenar vários dados novos?

- Então teremos de deslocar tudo tantos dispositivos para trás quantos novos bits quisermos acrescentar.

- Muito bem! Com isso está comprovado que o resultado é sempre infinito quando adicionamos ao infinito um número finito, não é mesmo?

- Acho que sim... Depende do que você quer dizer com "adicionar".

- Você está ficando cauteloso com suas afirmações sobre o infinito, gosto disso. Certamente agora pode me dizer como é possível armazenar um número infinito de novos dados em um chip LILB cheio, não é?

-Temos simplesmente de deslocar tudo infinitas vezes... Não, então tudo vai acabar caindo fora no final do infinito.

- Mas não existe um final do infinito.

- Mesmo assim, tudo vai acabar caindo fora - teimei. - Tem de ser assim, mesmo que não exista um final por onde eles poderiam sair. Se você deslocar a informação infinitas vezes, então ela desaparece.

- Certo.

- Então não dá.

Zebedee J. J. Bunnydew riu.

- Então infinito mais infinito é ainda mais infinito?

- Sim. Não! Estou confuso! Infinito é o maior valor que existe. Não podem existir dois valores diferentes para o infinito...

Ele balançou a cabeça, chateado.

- Errado de novo. O seu matemático terrestre Georg Cantor estaria virando no túmulo. Mas a questão não é essa. Simplesmente, considerando todos os *n*, transfira o conteúdo do dispositivo de armazenamento *n* para o dispositivo *2n*. Então, todos os dispositivos ímpares estarão livres: infinitos dispositivos. Neles você pode armazenar os novos dados.

Infinito multiplicado

- Mas isso é igual a embaralhar cartas! - comentei animado. *(Quadro na pág. 10, no alto.)*

- Um bom exemplo, meu amigo. Isso mesmo, se você misturar cuidadosamente dois montes infinitos de cartas, terá no final um único monte do mesmo tamanho. Disso resulta que $\infty + \infty = \infty$, como você deve ter imaginado. É possível até armazenar infinitas vezes informações infinitas. Está começando a entender as vantagens do meu chip LILB? Uma memória que nunca fica cheia; ou melhor, quando fica cheia, basta reorganizá-la para arrumar mais espaço... do nada!

Argumentei que tudo aquilo demoraria uma infinidade.

- Você pediu sistemas de computadores grandes, não rápidos - ele respondeu com um sorriso complacente. - Mas não se preocupe com o tempo de processamento. O primeiro deslocamento poderia ocorrer em um segundo, o segundo, em meio segundo, o próximo, em um quarto de segundo, e assim sucessivamente. Após dois segundos, todo o trabalho estaria feito.

- Ridículo. Você teria de deslocar os elétrons em velocidade cada vez maior e nada é mais rápido que a luz.

Ele me olhou, astuto.

- E como você chegou aqui, a uma distância de 1 bilhão de anos-luz e alguns metros mais, sem tempo sequer para comer um pão com manteiga no caminho?

Fiquei um pouco vermelho, sem graça, e comentei:

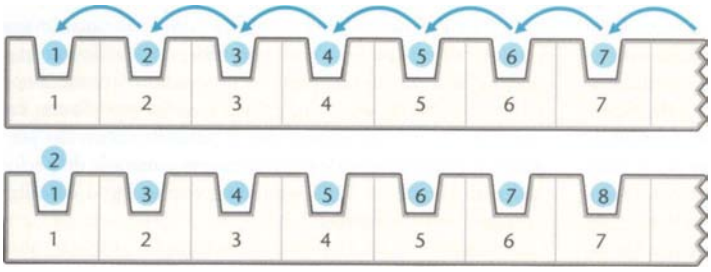
- Hã, bem, com exceção das singularidades do espaço-tempo.

- E essa é apenas uma possibilidade. Estou trabalhando em um chip de memória infinita que consegue se esquivar completamente desse problema.

Ele abriu uma gaveta e tirou de lá um rascunho. *(Quadro na pág. 10, embaixo.)*

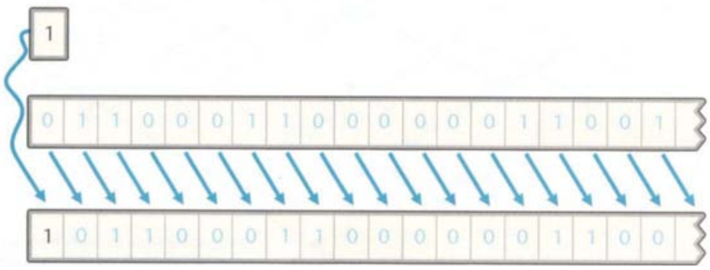
- O retângulo áureo de Bunnydew - anunciou ele orgulhoso. - Você deve se lembrar de dois princípios básicos do modelo do chip. Em primeiro lugar, a repetição, em segundo, a redução fotográfica. Você vai perceber que o modelo é composto de infinitas repetições da mesma unidade básica, uma única célula de armazena-

O CHIP INFINITAMENTE LONGO



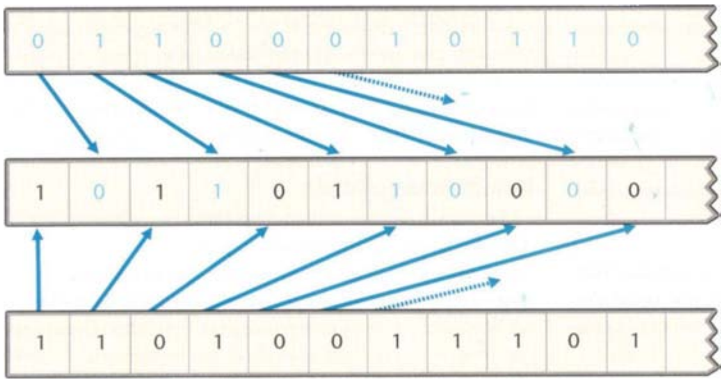
O esquema acima representa um chip de memória infinitamente longo. Se todos os elétrons (coloridos), com exceção do primeiro, forem deslocados um dispositivo para a esquerda, o resultado será um elétron excedente no primeiro dispositivo. As lacunas deixadas pelos elétrons removidos desaparecem no infinito, o que contradiz a lei de conservação de energia e de carga

Os primeiros bits do Galileo, um banco de dados infinitamente longo



Mesmo cheio, o banco de dados Galileo (acima) oferece sempre lugar para mais um bit. Para tanto basta deslocar o número infinito de dados já existentes uma casa para a direita e introduzir o novo dado no dispositivo 1

SOMA DE INFINITOS



Duas vezes infinito ainda é infinito. Dois bancos de dados infinitamente longos - um no alto e outro embaixo - podem ser entrelaçados em um único (no centro) com a mesma extensão

mento, cujo tamanho, porém, é cada vez mais reduzido.

Zebedee J. J. Bunnydew tinha desenvolvido uma câmera reprodutiva inovadora capaz de reduzir uma fotografia a qualquer tamanho desejado. A unidade básica de seu chip era quadrática. Ele resolveu habilmente o problema de organizar um número infinito de elementos de memória e suas combinações em um chip retangular valendo-se de um retângulo com lados proporcionais de acordo com o número de ouro φ: a razão entre o lado longo e o curto é idêntica à razão entre o lado curto e a diferença de ambos. Se apagarmos desse retângulo o quadrado formado a partir do lado curto, então, o retângulo que sobra é semelhante ao original: a razão entre seus lados continua sendo o número de ouro. Com base nessa premissa, é possível definir o valor de φ; o resultado é $\varphi = (1 + \sqrt{5})/2 = 1,61803398874...$

- Se tirarmos uma célula de memória desse chip - disse Bunnydew orgulhoso -, a parte restante, graças à minha idéia genial, terá aparência idêntica ao chip original, só que menor. Minhas novas técnicas de reprodução recursivas... ai, ai, ai. - Ele interrompeu-se e então continuou, nervoso:

- Altamente secreto. Por favor, esqueça que eu disse qualquer coisa. De toda forma, como as medidas do chip são finitas, a velocidade da luz não é mais um fator limitante. Além disso, esse é o primeiro chip do mundo que pode ser feito tão diminuto e tão rápido quanto se quiser, simplesmente cortando um número finito de bits da ponta, Mas vocês, terráqueos, ainda estão a milênios de distância disso - concluiu ele, com um sorriso triunfante.

Interruptores rápidos

No início, fiquei impressionado, mas depois surgiram algumas dúvidas.

- Isso funciona? O que vai acontecer se os componentes se tornarem menores que os átomos?

- Reduzo o tamanho dos átomos também - respondeu ele.

Minha expressão ficou sombria e fui invadido pela necessidade de diminuir um pouco também esse papudo arrogante.

- Ainda tenho certos problemas - ele acrescentou rapidamente - com uma emulsão fotográfica de granulosidade infinitamente pequena. Mas vou resolvê-los. - Ele devolveu o rascunho à gaveta. - E então vou conseguir também o relógio digital infinitamente exato há tanto planejado. Ele mostra a hora exata com casas infinitas, e com a ajuda de um mostrador de cristal líquido no formato de um retângulo de ouro que quase...

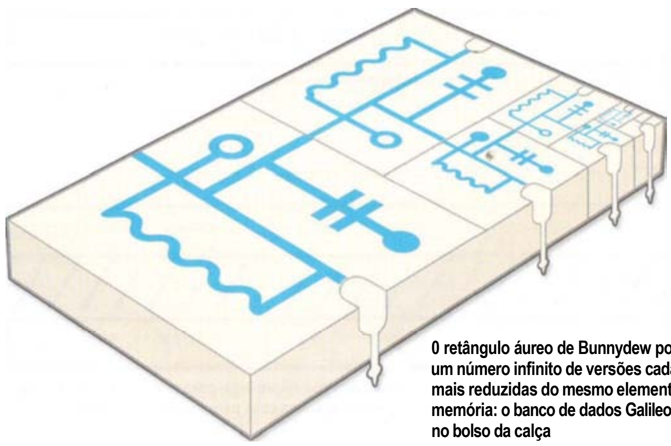
A sua expressão facial profética começou a me dar medo e tentei fazê-lo pensar em outra coisa:

- Conheço um enigma sobre máquinas infinitas. Imagine um interruptor de luz. Você o acende; depois de um segundo, o apaga, depois de mais meio segundo, acende, depois de um quarto de segundo, apaga, e assim por diante, cada vez mais rápido, de modo que o período decorrido até se apertar o interruptor de novo é sempre a metade do período anterior. Depois de dois segundos, você o ligou e desligou infinitas vezes. Entendeu?

- Sim.

- Depois de dois segundos, a luz estará acesa ou apagada?

O MENOR CHIP DO MUNDO



O retângulo áureo de Bunnydew possui um número infinito de versões cada vez mais reduzidas do mesmo elemento de memória: o banco de dados Galileo cabe no bolso da calça

O rosto de Bunnydew se tornou estranhamente pálido esverdeado, e ele hesitou. Depois de um tempo, disse:

- Desligada.

- Por quê?

- Porque de tanto desligar e ligar nessa velocidade, o fusível vai queimar.

Maravilhas do Complac-B

Quis lhe dar um chute, mas ele se esquivou e se protegeu atrás de uma bancada de trabalho. De repente, deu um grito de alegria.

- Você me deu uma idéia grandiosa! Computadores não são nada mais que uma combinação de interruptores. Eu poderia inventar um computador que trabalhe como esse interruptor! Vamos chamá-lo de Complac-B: computador legendário de aceleração constante de Bunnydew! Você tem noção da capacidade de um aparelho que pudesse realizar um número infinito de cálculos em tempo finito?

- Tá, tá... Certamente mais rápido que alguns teraflops...

- Diga um problema matemático famoso insolúvel. Qualquer um.

- Hum... A conjectura de Goldbach. Todo número par é a soma de dois números primos. Expressa por Christian Goldbach em uma carta a Leonhard Euler no dia 7 de junho de 1742. Até hoje não foi comprovada.

- Muito bom. O meu Complac poderia encontrar uma prova ou um contra-exemplo por experimentação. No primeiro segundo, ele testa todas as possibilidades de representar o 2 como soma de dois números primos. Nesse caso, naturalmente, só existe 2 = 1 + 1.

- Mas 1 não é um número primo.

- Hoje ele não está incluído entre os primos, mas no tempo de Goldbach era diferente. Se não, a sua conjectura seria evidentemente falsa. Por favor, sem sutilezas lógicas! Onde eu estava mesmo? Ah, é... No primeiro segundo, você testa se o número 2 pode ser classificado como soma de dois números primos. No meio segundo seguinte, testa o 4, no quarto de segundo seguinte, o 6, no oitavo de segundo seguinte, o 8, e assim por diante. Depois de dois segundos você já terá testado todos os números pares naturais! Então a conjectura de Goldbach terá sido comprovada ou você terá encontrado um contra-exemplo. Com esse método, nada pode dar errado.

- Que loucura! - Fiquei em estado de grande excitação. - Assim você poderia solucionar ainda outros problemas diferentes! Por exemplo, o teorema de Fermat: o expoente n de um número natural, sendo $n \geq 3$, nunca pode ser representado como a soma de duas potências com expoentes n. Pode-se simplesmente testar todos os n em seqüência cada vez mais rápida! Seria possível comprovar ou refutar a hipótese de Riemann calculando todas as infinitas posições zero da função zeta! Seria possível descobrir se existe um número infinito de primos gêmeos, ou seja, pares de números primos com uma diferença de 2 entre si, como 17 e 19, simplesmente examinando cada par possível. Seria possível...

- ... fazer ainda muito mais. Você ainda não entendeu o tamanho real do infinito. Com o Complac-B você poderia, em dois segundos, comprovar todos os teoremas matemáticos demonstráveis de alguma forma.

- O quêêêê?

Solução de todos os problemas

Ele suspirou paciente.

- Pense no que é uma comprovação. Você tem uma pequena provisão de axiomas, teoremas, os quais pressupõe verdadeiros, e uma pequena provisão de regras lógicas de dedução. Tudo o que você fizer com os axiomas por meio dessas regras é um teorema matemático, e a própria reformulação é uma prova. Existem infinitas provas possíveis, portanto, também infinitos teoremas possíveis. Mas cada prova pode ser representada por uma quantidade finita de seqüências de bits; e como só existem quantidades finitas de seqüências de bits cuja extensão não ultrapassa determinada barreira, o mesmo vale para as provas. Portanto você pode organizar todas as seqüências de bits segundo a sua extensão e testar com o Complac-B se cada uma é uma prova. Como cada teste precisa apenas da metade do tempo do seu anterior, em um período de tempo finito você terá acabado com toda a matemática do mundo.

- Mas isso é terrível - retruquei. - Você deixaria todos os matemáticos desempregados para sempre! - Percebi, então, como Pandora deve ter se sentido ao abrir a caixa...

Bunnydew saiu de seu abrigo e me empurrou com cuidado para uma poltrona.

- Acalme-se. Alguns detalhes ainda precisam ser resolvidos. Quanto tempo você acha que uma pessoa precisaria para ler a lista que o Complac-B imprimiria com todos os teoremas matemáticos imagináveis? SA

TERAFLOPS

Velocidade de processamento que corresponde a 1 trilhão de flops (*floating operations per second*, ou operações em ponto flutuante por segundo). Ponto flutuante, ou vírgula flutuante, é uma representação de números reais de forma semelhante à notação científica em potências de 10 (no caso de sistemas numéricos nessa base). Por exemplo, 0,0637 é indicado em ponto flutuante por $6,37 . 10^{-2}$, e 5892,53 por $5,89253 . 10^{3}$. 0 uso desse recurso [o ponto ou vírgula flutua para a direita ou esquerda nessa representação) facilita a manipulação de números muito grandes ou pequenos nos computadores.

PARA CONHECER MAIS

Dem Unendlichen auf der Spur (No rastro no infinito). Eli Maor. Birkhäuser, 1989.

The problems of mathematics. Ian Stewart. Oxford University Press, 1992.

Bridges to infinity. M. Guillen. Rider, 1983.

Mathematics and the imagination. E. Kasnere J. Newman. Bell, 1961.

Das Unendliche (0 infinito). Spektrum der Wissenschaft Spezial 1/2001.