ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia de Computação e Sistemas Digitais

PCS 2428 - Inteligência Artificial

Gabarito da 1a. Lista de Exercícios

1. O operador ⊕ (ou exclusivo) pode ser definido pela tabela abaixo. Criar uma expressão do cálculo proposicional usando somente ¬, ∧, ∨ , que seja equivalente a p ⊕ q. Provar a equivalência.

p	q	p ⊕ q
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	F

RESPOSTA:

(¬ p∧q) ∨ (p ∧ ¬ q)

p	**q**	**(¬ p∧q)**	**(p ∧ ¬ q)**	**(¬ p∧q) ∨ (p ∧ ¬ q)**
T	**T**	**F**	**F**	**F**
T	**F**	**F**	**T**	**T**
F	**T**	**T**	**F**	**T**
F	**F**	**F**	**F**	**F**

2 Decida se cada uma das sentenças a seguir é *válida*, *não-satisfatível* ou nenhuma dessas opções. Verifique suas decisões usando tabelas-verdade.

a) Fumaça → Fumaça

***válida*:**

Fumaça	**Fumaça → Fumaça**
T	**T**
F	**T**

b) Fumaça → Fogo

***nenhuma*:**

Fumaça	**Fogo**	**Fumaça → Fogo**
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	**T**
F	**F**	**T**

c) (Fumaça → Fogo) → (Fumaça → ¬ Fogo)

nenhuma:

Fumaça	Fogo	(Fumaça → Fogo)	(Fumaça → ¬ Fogo)	(Fumaça → Fogo) → (Fumaça → ¬ Fogo)
T	T	T	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

d) Fumaça ∨ Fogo ∨ ¬ Fogo

válida:

Fumaça	Fogo	Fumaça ∨ Fogo ∨ ¬ Fogo
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	T

e) (Fumaça → Fogo) → ((Fumaça ∧ Calor) → Fogo)

válida:

Fum	Fog	Cal	Fum → Fog	((Fum ∧ Cal) → Fog)	(Fum → Fog) → ((Fum ∧ Cal) → Fog)
T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T
T	F	T	F	F	T
T	F	F	F	T	T
F	T	T	T	T	T
F	T	F	T	T	T
F	F	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T

f) Grande ∨ Burro ∨ (Grande → Burro)

válida:

Grande	Burro	Grande → Burro	Grande ∨ Burro ∨ (Grande → Burro)
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	T	T
F	F	T	T

g) (Grande ∧ Burro) ∨ ¬ Burro

nenhuma:

Grande	Burro	(Grande ∧ Burro)	¬ Burro	(Grande ∧ Burro) ∨ ¬ Burro
T	T	T	F	T

T	**F**	**F**	**T**	**T**
F	**T**	**F**	**F**	**F**
F	**F**	**F**	**T**	**T**

3. Dadas as sentenças a seguir:

Se o unicórnio é mítico, então é imortal; porém, se ele não é mítico, então é um mamífero mortal. Se o unicórnio é imortal ou um mamífero, então ele tem chifre. O unicórnio é mágico se tem chifre.

a) Formalize-as como um conjunto de fórmulas bem formadas do cálculo proposicional;
Sejam:
M: o unicórnio é mítico
I : o unicórnio é imortal
F : o unicórnio é mamífero
C : o unicórnio tem chifres
G : o unicórnio é mágico

Se o unicórnio é mítico, então é imortal; ...
$M \rightarrow I$
... porém, se ele não é mítico, então é um mamífero mortal. ...
$\neg M \rightarrow (F \wedge \neg I)$
Se o unicórnio é imortal ou um mamífero, então ele tem chifre. ...
$I \vee F \rightarrow C \quad (I\rightarrow C) \wedge (F\rightarrow C)$
O unicórnio é mágico se tem chifre.
$C \rightarrow G$

b) É possível "demonstrar" que o unicórnio é mítico? E que é mágico? E que têm chifre? (Se sim demonstre!)

Não é possível demonstrar que o unicórnio é mítico, mas idependentemente de ser ou não mítico podemos provar que ele é mágico e que têm chifre.

1. $M \rightarrow I$
2. $\neg M \rightarrow (F \wedge \neg I)$
3. $(I\rightarrow C) \wedge (F\rightarrow C)$
4. $C \rightarrow G$

5. $\neg M\rightarrow F$ **Simplificação 2**
6. $I\rightarrow C$ **Simplificação 3**
7. $M\rightarrow C$ **Silog. Hip. 1,7**
8. $F\rightarrow C$ **Simplificação 3**

9. $\neg M \rightarrow C$ Silog. Hip. 5,8
10.$(M \rightarrow C) \wedge (\neg M \rightarrow C) \equiv C$ Conjunção 7,10 ***Provado que o unicórnio tem chifre***
11. G Modus Ponens 4,10 ***Provado que o unicórnio é mágico***

4. Dadas as sentenças:

João estuda ou não está cansado.	**1. $P \vee \neg Q \equiv \neg(\neg P \wedge Q) \equiv \neg P \rightarrow \neg Q$**
Se João estuda, então dorme tarde.	**2. $P \rightarrow R$**
João não dorme tarde ou está cansado.	**3. $\neg R \vee Q$**

Provar que "João está cansado se e somente se estuda", (isto é, deduzir que "Se João está cansado então estudou" e "Se João estudou então está cansado"), usando lógica proposicional, e nomeando "João estuda = P", "João está cansado = Q" e "João dorme tarde = R".

Prova de $P \rightarrow Q$

4. $\neg(R \wedge \neg Q) \equiv R \rightarrow Q$ Morgan 3
5. $P \rightarrow Q$ Sil. Hip. 2 e 4

Prova de $Q \rightarrow P$

4. $\neg(\neg P \wedge Q) \equiv \neg P \rightarrow \neg Q$ Morgan 1
5. $Q \rightarrow P$ Contrap. 4

5. Descreva as seguintes sentenças em lógica de predicados:

Sejam Alberto, Roberto e Carlos suspeitos em um caso de assassinato. Alberto tem um álibi, no registro de um respeitável hotel em Manaus. Roberto também tem um álibi, já que seu cunhado José testemunhou que Roberto estava visitando-o em Rio do Sul na época do crime. Carlos pleiteia um álibi, pois alega que estava em um torneio de vela em Guaratuba, que foi televisionado.

Suspeito(alberto)
Suspeito(roberto)
Suspeito(carlos)

∃x Hotel(x) ∧ Alibi(alberto, x) ∧ Local(x,manaus)
Cunhado(jose,roberto) ∧ Alibi(roberto,jose) ∧ Local(jose,rio_do_sul)
∃x Torneio(x) ∧ Alibi(carlos,x) ∧ Local(x,guaratuba)

6. Considere as seguintes sentenças:

Todos os cães gostam de comer carne.
Se um animal for pastor alemão, então este animal é um cão.
Toda linguiça é carne.
Calabresa é uma linguiça.
Totó é um pastor alemão.

a) Traduza estas sentenças para lógica de predicados;

1. $\forall x \forall y \; Cao(x) \land Carne(y) \rightarrow Come(x,y)$
2. $\forall x \; Pastor(x) \rightarrow Cao(x)$
3. $\forall x \; Linguica(x) \rightarrow Carne(x)$
4. Linguica(calabresa)
5. Pastor(toto)

b) Mostrar uma prova para "Totó gosta de comer" utilizando Modus Ponens Generalizado;

6. Carne(calabresa) MPG 3,4
7. Cao(toto) MPG 2,5
8. $Cao(toto) \land Carne(calabresa)$ Conjunção 6,7
9. Come(toto,calabresa) MPG 1,8

c) Idem utilizando resolução;

Forma clausal:

1. $\forall x \forall y \; Cao(x) \land Carne(y) \rightarrow Come(x,y)$
2. $\forall x \; Pastor(x) \rightarrow Cao(x)$
3. $\forall x \; Linguica(x) \rightarrow Carne(x)$
4. Linguica(calabresa)
5. Pastor(toto)

d) Mostrar uma prova para "Totó gosta de comer" utilizando Modus Ponens Generalizado;

6. Carne(calabresa) MPG 3,4
7. Cao(toto) MPG 2,5
8. $Cao(toto) \land Carne(calabresa)$ $\land$ - introdução 6,7
9. Come(toto,calabresa) MPG 1,8

e) Idem utilizando resolução;

Forma normativa clausal:

1. ¬ Cao(x) ∨ ¬Carne(y) ∨ Come(x,y)
2. ¬ Pastor(x) ∨ Cao(x)
3. ¬ Linguica(x) ∨ Carne(x)
4. Linguica(calabresa)
5. Pastor(toto)
Prova
6. ¬ Come(toto,calabresa)

7. Carne(calabresa)	**{x/calabresa}**	**Resolucao 3,4**
8. Cao(toto)	**{x/toto}**	**Resolucao 2,5**
9. ¬Carne(y) ∨ Come(toto,y)	**{x/toto}**	**Resolucao 1,8**
10. Come(toto,calabresa)	**{y/calabresa}**	**Resolucao 7,9**
11. {}		**Resolucao 6,10**

7. Dadas as sentenças:

Se um curso é fácil, alguns estudantes ficam felizes. Se um curso dura pouco tempo, nenhum estudante fica feliz.

Use resolução para mostrar que, se um curso dura pouco tempo, o curso não é fácil.

1. ∀x CursoFacil(x) → ∃y EstudanteFeliz(y) ≡
¬ CursoFacil(x) ∨ EstudanteFeliz(F(x))

2. ∀x CursoPoucoTempo(x) → ¬ ∃y EstudanteFeliz(y) ≡
¬ CursoPoucoTempo(x) ∨ ¬ EstudanteFeliz(y)

Provar:
CursoPoucoTempo(x) → ¬ CursoFacil(x) ≡
¬ CursoPoucoTempo(x) ∨ ¬ CursoFacil(x)

3. CursoPoucoTempo(x) ∧ CursoFacil(x)		**refutação da hip.**
4. CursoPoucoTempo(x)		**Simpl. 3**
5. CursoFacil(x)		**Simpl. 3**
6. ¬ CursoPoucoTempo(x) ∨ ¬ CursoFacil(x)	**{y/F(x)}**	**Resolucao 1,2**
7. ¬ CursoPoucoTempo(x)		**Resolucao 5,6**
8. {}		**Resolucao 4,7**