

Questão 1 (valor 3,0): Considere o projeto de um avião de aeromodelismo, cuja distância máxima de alcance deve ser R_{\max} . O receptor requer uma razão portadora densidade de ruído P_r/N_0 . A figura de ruído do receptor é F_r por causa da isolação pobre do motor. A frequência de operação é f e os ganhos das antenas transmissora e receptora são $G_t = G_r$. Calcular a $EIRP$, em dBW , do transmissor para que o avião alcance a distância máxima. Dados: $R_{\max} = 300$ m; $P_r/N_0 = 47$ $dB \cdot Hz$; $F_r = 22$ dB ; $f = 45$ MHz ; $G_t = G_r = 3$ dB . Dica: A relação entre a relação de ruído, F_r , e a temperatura equivalente de ruído (ou temperatura de ruído), T_e , é $T_e = (F_r - 1) T_0$ K, na qual T_0 é a temperatura de referência. Neste caso, considere $T_0 = 290$ K.

Solução: A equação de Friis é $P_R = P_t G_t G_r \lambda^2 / (4\pi R)^2$. Reescrevendo resulta em $P_R = P_t G_t G_r / L_p$, na qual $L_p = (4\pi R / \lambda)^2$ (adimensional) é a atenuação de percurso. Como $EIRP = P_t G_t$ watt, a potência de sinal recebido é $P_R = G_r EIRP / L_p$ watt. A potência disponível de ruído é $P_N = kTB$ watt, na qual B é a largura de faixa em Hz. A densidade espectral de ruído é $N_0 = P_N / B = kTB / B$ ou $N_0 = kT$ $W \cdot Hz^{-1}$. A relação portadora-densidade de ruído é $(P_r / N_0) \equiv S = P_r / kT_e$ [$W / (W \cdot Hz^{-1})$ ou Hz]. Portanto, a unidade de $(P_r / N_0) \equiv S$ é Hz . Se for dada em dB ($10 \log S$), então a unidade é $dB \cdot Hz$. Sendo assim, $P_r = SkT_e$. Resolvendo as duas expressões para $EIRP$ resulta¹ em $EIRP = L_p (SkT_e) / G_r$. Mas, $T_e = (F - 1) T_0$.

Assim, $EIRP = L_p [Sk(F - 1)T_0] / G_r$. Substituindo os valores, $L_p = 3,2 \times 10^5$; $F = 158,5$; $T_e = 4,6 \times 10^4$ K; $G_r = G_t = 2$; e $EIRP = 5 \times 10^{-9}$ W ou $EIRP = -83$ dBW ou $EIRP = -53$ dBm .

Questão 2 (valor 3,0): O alcance máximo, R_{\max} , que um radar detecta um alvo é função da relação sinal ruído no radar, cujo valor típico é $SNR_{r\min} = 13$ dB . Seja um radar utilizando antena parabólica de diâmetro D , largura de faixa efetiva B_{ef} , figura de ruído F_r , operando na frequência f e transmitindo potência P_t . Desprezar as perdas no radar. O alvo a ser detectado apresenta seção transversal de radar RCS . Determinar R_{\max} . Dados: $P_t = 60$ dBW ; $f = 3$ GHz ; $D = 10$ m; RCS (ou σ) = $0,5$ m^2 ; $B_{ef} = 2,5$ MHz ; $F_r = 8$ dB . Dica: A densidade espectral de ruído no radar² é $N = kT_{er}$ $W \cdot Hz^{-1}$, na qual k é a constante de Boltzmann e T_{er} é a temperatura equivalente de ruído (não é a temperatura física) do radar. O fator de ruído³ do radar é $F_r = T_{er} / T_0$, na qual $T_0 = 290$ K é a temperatura de referência. A relação sinal ruído no radar é $SNR_r = P_r / P_N$ (adimensional), na qual P_r é a potência recebida e P_N é a potência disponível de ruído⁴.

Solução: Temos que $N = kT_{er}$ $W \cdot Hz^{-1}$ e $F_r = T_{er} / T_0$. Assim, $P_N = kF_r T_0$ $W \cdot Hz^{-1}$. Se B_{ef} é a largura de faixa efetiva, $P_N = kF_r T_0 B_{ef}$ W é potência disponível de ruído no radar. A potência do sinal recebido no radar⁵ é $P_r = [P_t G_t \sigma A_{er}] / (4\pi R^2)^2$, na qual G_t é o ganho da antena transmissora,

¹Análise dimensional de $EIRP = L_p [Sk(F - 1)T_0] / G_r$ ou $(S)(L_p)(k)(F - 1)(T_0)(1/G_r)$. Temos que $[Hz][ad][W \cdot K^{-1} \cdot Hz^{-1}][K][ad]$, resultando em $[W]$. Todas as análises dimensionais refeitas aqui estão no material de aulas.

²Fiz aqui uma correção do enunciado para evitar confusão, conforme expliquei no dia da prova. Substitui P_N da fórmula da densidade espectral de ruído por N . A análise dimensional mostra que P_N é dada em $[W \cdot Hz^{-1}]$. Por outro lado, a relação sinal ruído no radar é $SNR_r = P_r / P_N$, na qual P_r é a potência recebida e P_N é a potência disponível de ruído.

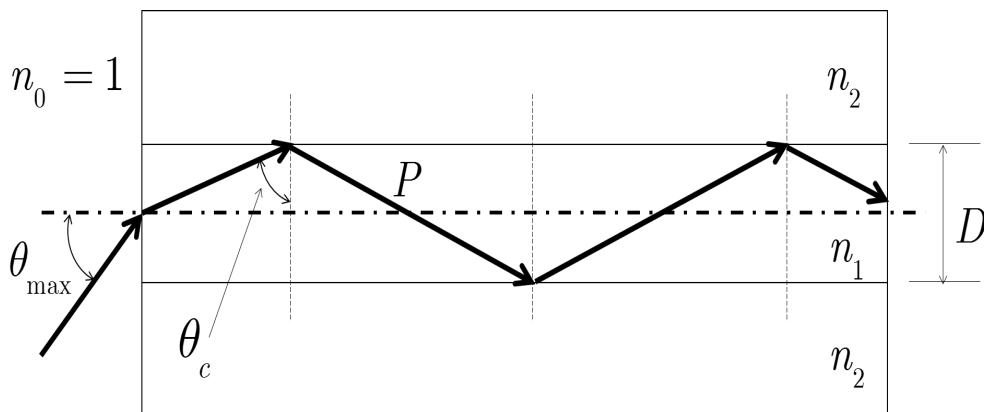
³Nesta questão utilizamos $F_r = T_{er} / T_0$. O fator de ruído de um dispositivo, sistema, rede é $F = 1 + T_e / T_0$, na qual T_e é a temperatura equivalente de ruído e T_0 é a temperatura de referência.

⁴Acrescentei este trecho para evitar confusão com a densidade espectral de ruído.

⁵Atenção: Cuidado aqui. a potência recebida no radar é a potência radiada pela antena transmissora do radar, que incide sobre o alvo e retorna ao radar. A expressão foi determinada a partir de densidades de potência (consulte o material sobre radar). Por outro lado, a equação de Friis é a potência radiada por antena transmissora e recebida pela antena receptora. Portanto, é $P_r = G_t G_r P_t \lambda^2 / (4\pi R)^2$ W (equação de Friis). Note a expressão do denominador.

A_{er} é a área efetiva⁶ da antena receptora e R é a distância entre radar e alvo. O ganho máximo de uma antena é $G = A_e/A_{iso}$, na qual $A_{iso} = \lambda^2/(4\pi)$ é a área efetiva da antena isotrópica. Portanto, $A_{er} = \lambda^2 G_r/(4\pi)$. Substituindo A_{er} na fórmula de P_r resulta em $P_r = [P_t G_t G_r \sigma \lambda^2] / [(4\pi)^3 R^4]$. Resolvendo para R_{\max} resulta em $R_{\max} = \left\{ [P_t G_t G_r \sigma \lambda^2] / [(4\pi)^3 P_{r\min}] \right\}^{1/4}$. Como $SNR_r = P_r/P_N$, $P_{r\min} = SNR_{r\min} P_N = SNR_{r\min} k F_r T_0 B_{ef}$. Substituindo na fórmula de R_{\max} resulta em $R_{\max} = \left\{ [P_t G_t G_r \sigma \lambda^2] / [(4\pi)^3 SNR_{r\min} k F_r T_0 B_{ef}] \right\}^{1/4}$ m. O ganho de uma antena parabólica é $G = 6(D/\lambda)^2$. Substituindo os valores resulta em $G_t = G_r = 60 \times 10^3$ ou $G_t = G_r = 47,8$ dB; $P_t = 10^6$ W; $F_r = 6,3$; $SNR_{r\min} = 19,95$; $R_{\max} = 291$ km.

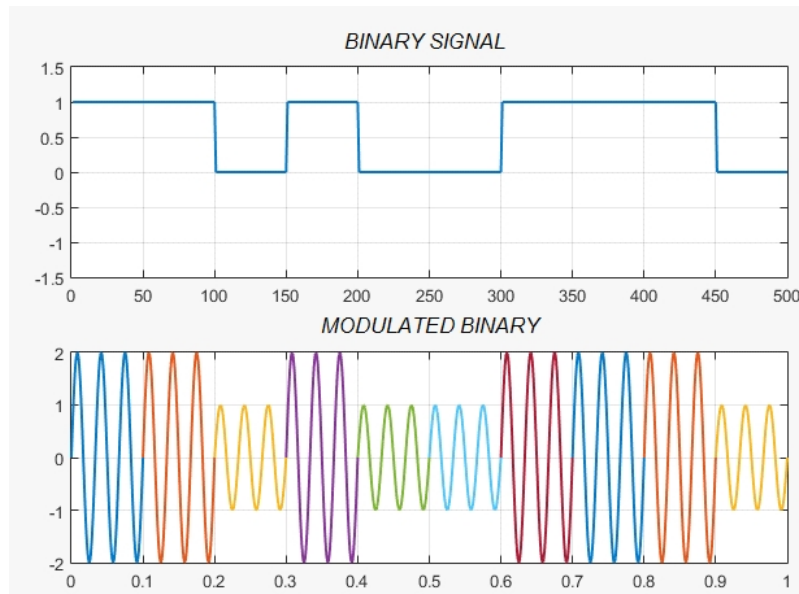
Questão 3 (valor 2,0): A figura mostra a seção longitudinal de um trecho de fibra óptica, cujos índices de refração do núcleo e casca são, respectivamente, n_1 e n_2 . A condição mostrada na figura é de incidência com ângulo crítico na interface $n_1 - n_2$. O diâmetro do núcleo é $D = 50$ μm e o tamanho do trecho indicado é $P = 100$ μm . A abertura numérica da fibra é $NA = 0,75$. Calcular os índices de refração n_1 e n_2 .



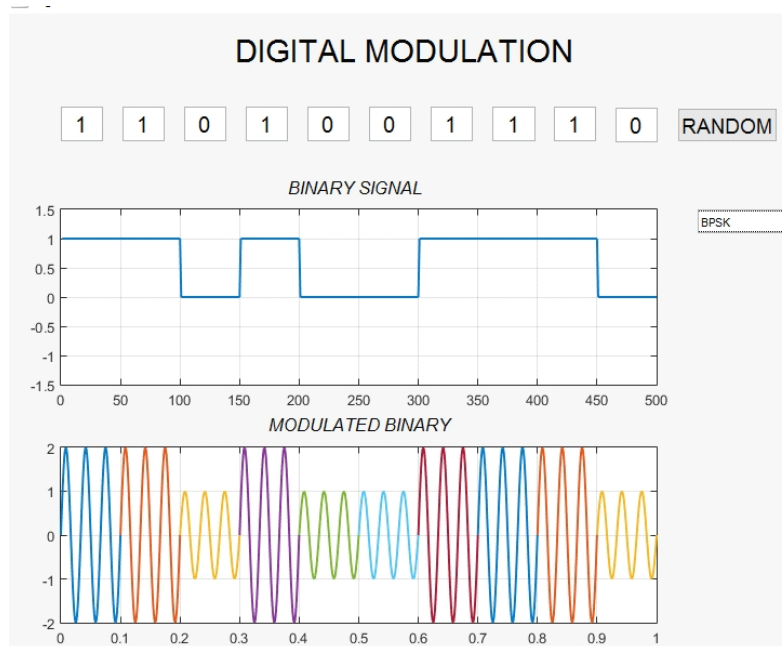
Solução: Da figura temos que $\theta_c = \cos^{-1}(D/P)$. O ângulo crítico é $\sin(\theta_c) = n_2/n_1$ e a abertura numérica é $NA = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2}$. Combinando as duas expressões resulta em $n_1 = NA/\cos(\theta_c)$ e $n_2 = NA \sin(\theta_c)$. Substituindo os valores resulta em $\theta_c = 60^\circ$, $n_1 = 1,5$ e $n_2 = 1,3$.

Questão 4 (valor 2,0): A figura mostra um sinal modulado. A escala horizontal é tempo e a vertical é amplitude. Determinar: (**Q5a**, valor 0,5) a sequência de bits; (**Q5b**, valor 0,75) o tipo de modulação (PSK, FSK etc); (**Q5c**, valor 0,75) se o código de linha é não retorna ao zero (NRZ) ou retorna ao zero (RZ).

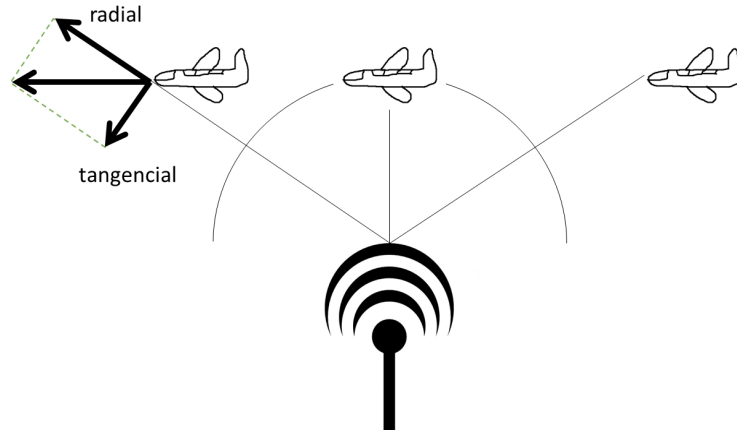
⁶O ganho máximo de uma antena é $G_{\max} = A_e/A_{iso}$. A área efetiva da antena isotrópica é $A_{iso} = \lambda^2/4\pi$. Portanto, $A_e = (\lambda^2/4\pi) G_{\max}$. No caso de antena parabólica, o ganho é $6(D/\lambda)^2$. A área efetiva é, em geral, menor que a área física.



Solução: Sequência de bits: 1 1 0 1 0 0 1 1 1 0 (**Q4a**); Modulação FSK (**Q4b**); NRZ (**Q4c**).



Questão bônus (valor 1,0): Um radar operando em $f = 9$ GHz está monitorando um alvo. A variação de frequência causada pelo efeito Doppler é $\Delta f = 5$ kHz. Calcular a velocidade radial do alvo. A figura mostra a definição das velocidades. Atenção: A nota atribuída a esta questão será rigorosamente baseada em correção binária, certa ou errada; não haverá nota entre 0 e 1.



Solução: O radar emite onda eletromagnética em direção ao alvo. A onda reflete no alvo e é recebida no radar. Há duas situações: (1) a onda afastando-se do radar; e (2) a onda aproximando-se do radar. Na primeira situação, a frequência aparente observada é $f_{a1} = f(v - v_0) / (v + v_m)$. Na segunda situação, $f_{a2} = f(v + v_0) / (v - v_m)$, nas quais f é a frequência da onda eletromagnética, $v \equiv c$ é a velocidade da onda no vácuo, v_0 é a velocidade do observador e v_m é a velocidade do alvo. Assim, $f_{a1} = f(c - v_0) / (c + v_m)$ e $f_{a2} = f(c + v_0) / (c - v_m)$. Como $v_0 = 0$ (radar imóvel), $f_{a1} = f(c) / (c + v_m)$ e $f_{a2} = f(c) / (c - v_m)$. O deslocamento Doppler é $\Delta f = f_{a2} - f_{a1}$. Resolvendo, $\Delta f = cf(2v_m) / (c^2 - v_m^2)$. Como $c \gg v_m$, $(c^2 - v_m^2) \rightarrow c^2$ e $\Delta f = 2fv_m/c$ Hz. A velocidade do móvel é $v_m = c\Delta f / (2f)$ m·s⁻¹. Como $c = \lambda f$, $v_m = \lambda\Delta f / 2$ m·s⁻¹. O comprimento de onda é $\lambda = c/f = 3 \times 10^8 / 9 \times 10^9 = 1/30$ m. A velocidade⁷ é $v_m = \lambda\Delta f / 2$, $v_m = 5 \times 10^3 / (30 \times 2)$ e $v_m = 83,3$ m·s⁻¹ ou $v_m = 298,8$ km·h⁻¹.

⁷Notar que a onda é transmitida, incide sobre o alvo e volta ao radar. Portanto, o caminho percorrido é 2 vezes a distância alvo-radar.

Tabela de correspondência entre as provas.

| | | | |
|----|----|----|----|
| P1 | P2 | P3 | P4 |
| Q1 | Q4 | Q3 | Q2 |
| Q2 | Q1 | Q4 | Q3 |
| Q3 | Q2 | Q1 | Q4 |
| Q4 | Q3 | Q2 | Q1 |

Dados das outras provas

Prova P2

Questão aeromodelo: $F = 24$ dB; $R_{\max} = 350$ m; Solução: $EIRP = -79,6$ dBW; -49 dBm; $1,1 \times 10^{-8}$ W.

Questão radar: $D = 10$ m; Solução: $R_{\max} = 291$ km.

Questão fibra: $NA = 0,54$; $P = 139$ μ m; Solução: $\theta_c = 69^0$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = 1,4$.

Prova P3

Questão aeromodelo: $F = 20$ dB; $R_{\max} = 400$ m; Solução: $EIRP = -82,5$ dBW; $-52,5$ dBm; $5,7 \times 10^{-9}$ W.

Questão radar: $P_t = 30$ dBw; Solução: $R_{\max} = 51,2$ km.

Questão fibra: $NA = 0,75$; $P = 100$ μ m; Solução: $\theta_c = 60^0$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = 1,3$.

Prova P4

Questão aeromodelo: $F = 18$ dB; $R_{\max} = 450$ m; Solução: $EIRP = -83,5$ dBW; $-53,5$ dBm; $4,5 \times 10^{-9}$ W.

Questão radar: $D = 15$ m; $P_t = 40$ dBw; Solução: $R_{\max} = 138,2$ km.

Questão fibra: $NA = 0,54$; $P = 139$ μ m; Solução: $\theta_c = 69^0$; $n_1 = 1,5$; $n_2 = 1,4$.