Antenas
Resumo

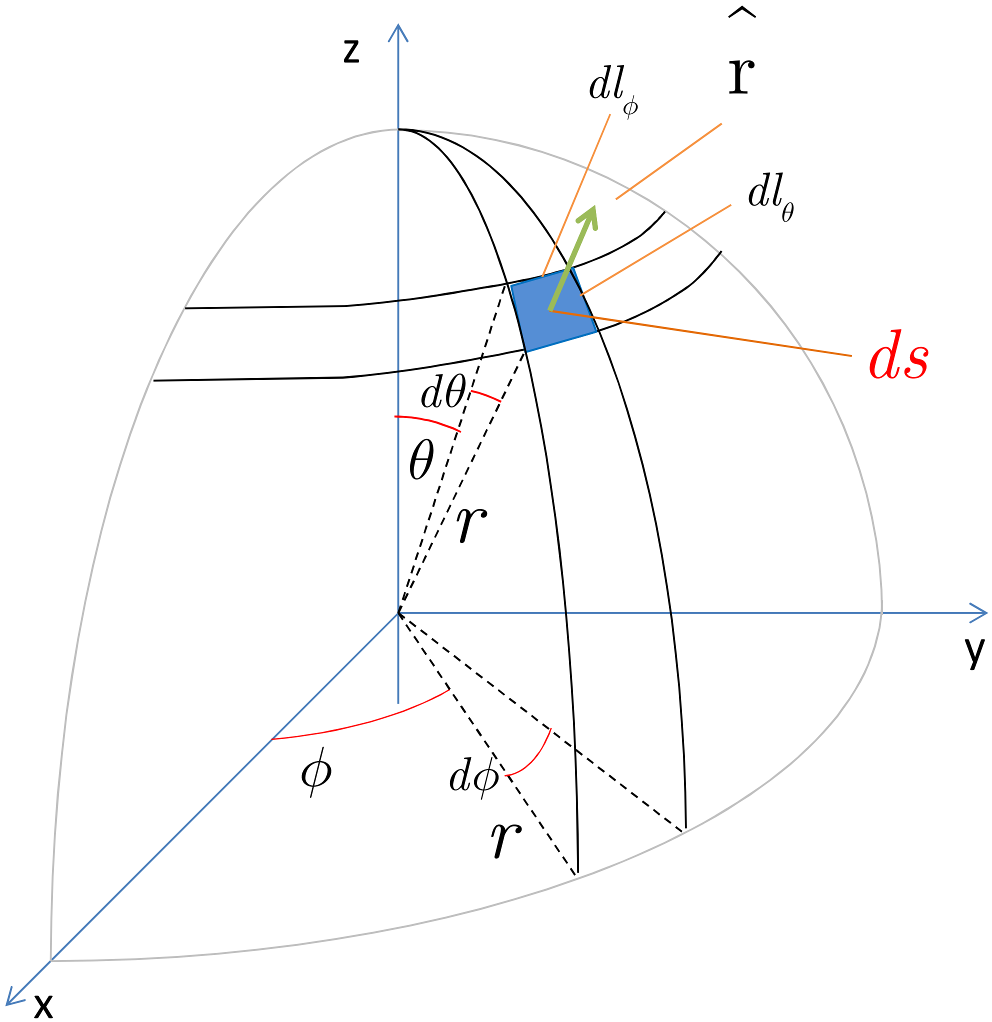
SEL 371 Sistemas de Comunicação

Amílcar Careli César
Departamento de Engenharia Elétrica da EESC-USP

Atenção!

- Este material didático é planejado para servir de apoio às aulas de SEL-371 Sistemas de comunicação, oferecida aos alunos regularmente matriculados no curso de engenharia elétrica e engenharia de computação.
- Não são permitidas a reprodução e/ou comercialização do material.
- solicitar autorização ao docente para qualquer tipo de uso distinto daquele para o qual foi planejado.

Coordenadas esféricas



$$dl_\phi = r sen\theta d\phi$$

$$dl_\theta = r d\theta$$

$$d\mathbf{s} = \hat{\mathrm{r}} dS$$

$$dS = dl_\theta dl_\phi$$

$$dS = r^2 sen\theta d\theta d\phi \ , \mathrm{m}^2$$

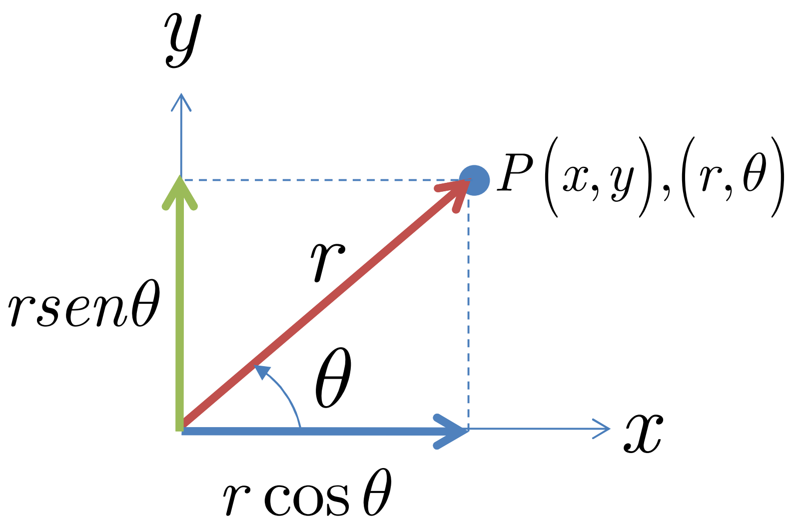
elemento de ângulo sólido

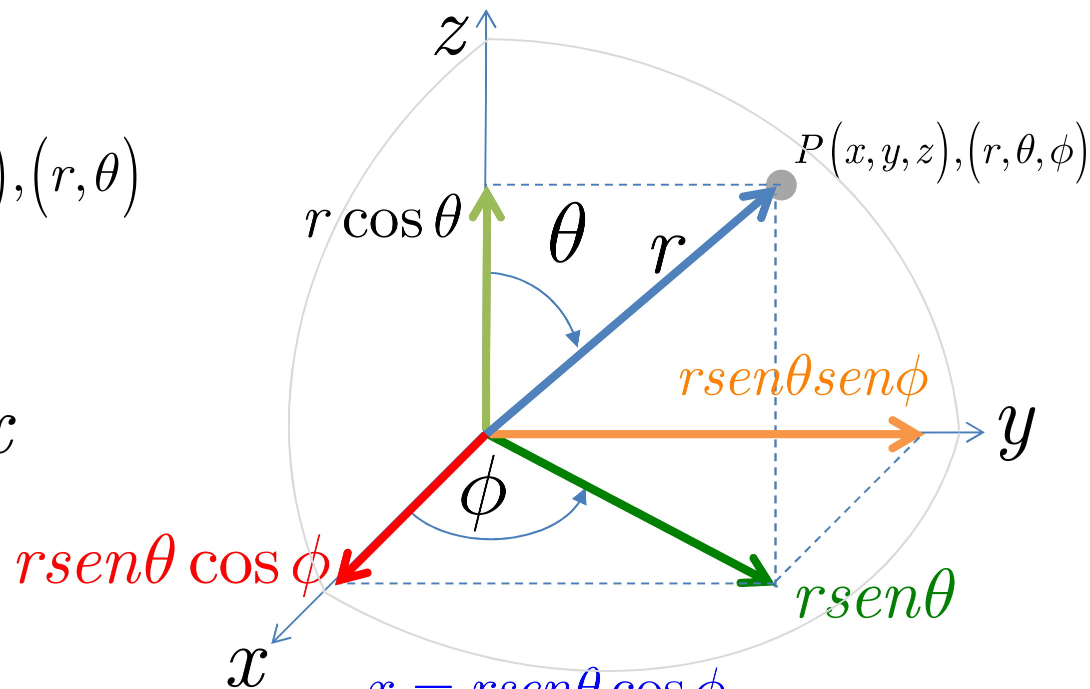
(ângulo sólido diferencial)

$$d\Omega = \frac{dS}{r^2} = sen\theta d\theta d\phi \ , \mathrm{sr}$$

$$dS = r^2 d\Omega$$

Coordenadas polares e esféricas





$$x = r\cos\theta$$

$$y = rsen\theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = tg^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$x = rsen\theta\cos\phi$$

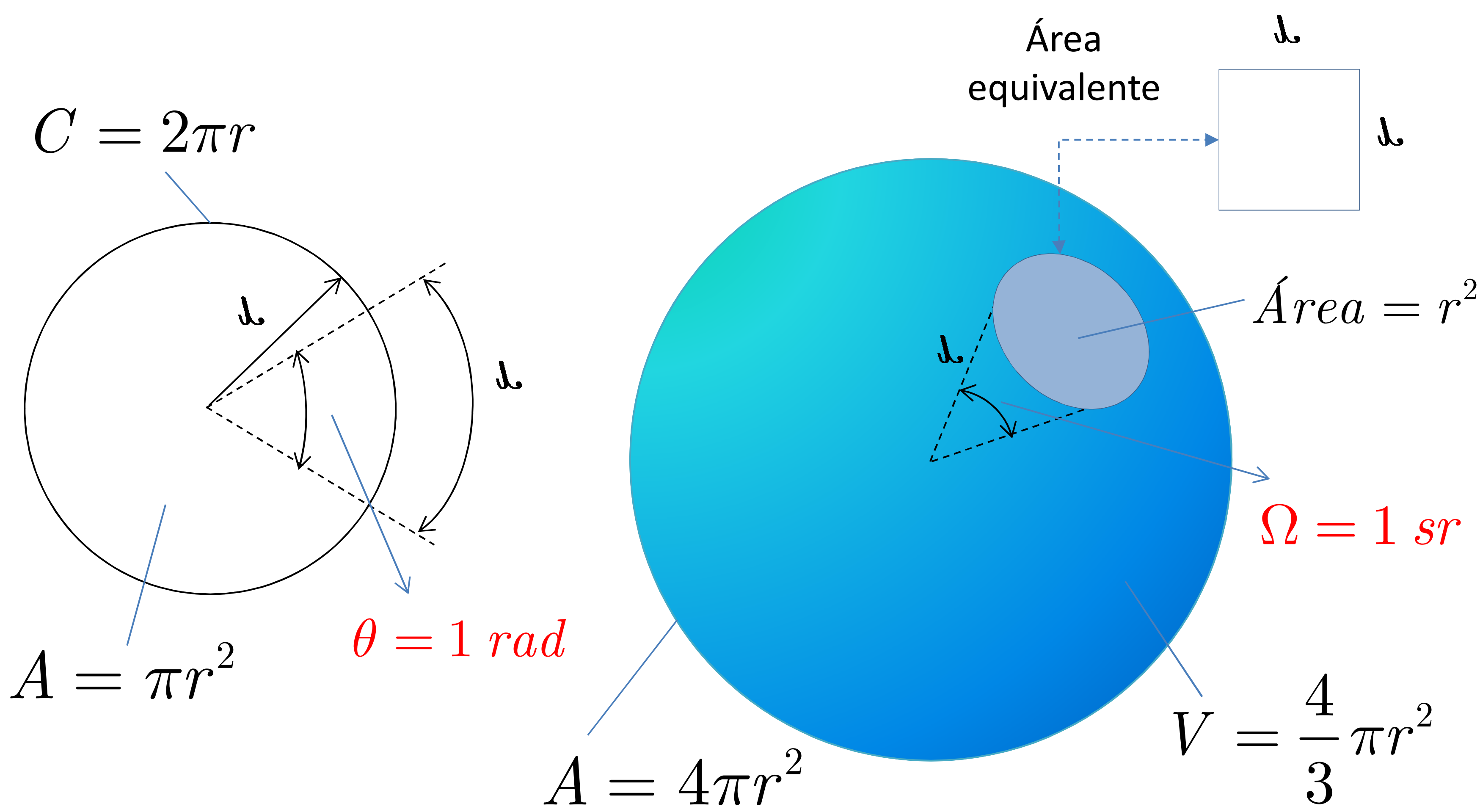
$$y = rsen\theta sen\phi$$

$$z = r\cos\theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\phi = tg^{-1}\left(y/x\right);\ \theta = \cos^{-1}\left(z/r\right)$$

Radiano e esterradiano

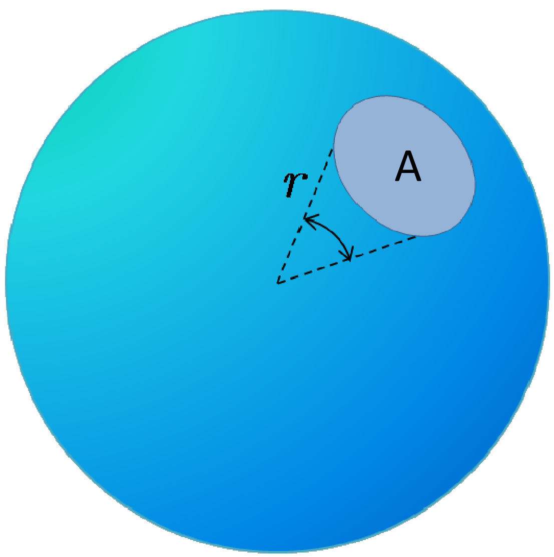


Unidade derivada no SI; dicionários (Brasil): esferorradiano, INMETRO: esterradiano (Portugal)

Ângulo sólido

Seja um cone com vértice no centro da esfera.
O esferorradiano ou esterradiano (sr) é o ângulo sólido subentendido no centro da esfera de raio *r* por uma porção de superfície de área r^2.

Unidade de medida suplementar e padrão no Sistema Internacional de Unidades (SI)



$$\Omega = \frac{A}{r^2}\left[m^2 \cdot m^{-2} = sr\right]$$

$$\Omega_{esfera} = \int_0^{\pi} sen\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi$$

$$\Omega_{esfera} = 4\pi \text{ , sr}$$

Representação complexa-1

Amplitude e frequência angular invariantes no domínio do tempo

$$\exp\left(j\phi\right) = \cos\left(\phi\right) + jsen\left(\phi\right)$$

$$A\cos\left(\omega t + \phi\right) = \mathrm{Re}\left\{A\exp\left[j\left(\omega t + \phi\right)\right]\right\}$$

$$\mathrm{Re}\left\{A\exp\left(j\phi\right)\exp\left(j\omega t\right)\right\}$$

$A\exp\left(j\phi\right)\exp\left(j\omega t\right)$: fasor

$A\exp\left(j\phi\right)$: fasor (notação condensada)

Representação complexa-3

tensão instantânea real

$$\mathcal{V}\left(z,t\right) = V_0 \cos\left(\omega t - kz + \phi\right)$$

tensão complexa instantânea

$$V\left(z,t\right) = V_0 \exp\left(-jkz\right)\exp\left(j\omega t\right)$$

tensão fasorial

$$V\left(z\right) = V_0 \exp\left(-jkz\right)$$

Densidade de potência de radiação-1

$$\mathbf{W}\left(x,y,z;t\right)=\mathbf{E}\left(x,y,z;t\right)\times\mathbf{H}\left(x,y,z;t\right)$$

$\mathbf{W}\left(x,y,z;t\right)$

vetor de Poynting instantâneo, $\mathrm{W}\cdot\mathrm{m}^{-2}$

$\mathbf{E}\left(x,y,z;t\right)$

vetor intensidade de campo elétrico instantâneo, $\mathrm{V}\cdot\mathrm{m}^{-1}$

$\mathbf{H}\left(x,y,z;t\right)$

vetor intensidade de campo magnético instantâneo, $\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}^{-1}$

Densidade de potência de radiação-2

$$\mathbf{P}(x,y,z;t) = \oiint_S \mathbf{W}(x,y,z;t)\cdot d\mathbf{s}$$
$$= \oiint_S \mathbf{W}(x,y,z;t)\cdot \hat{\mathbf{n}}ds$$

$\mathbf{P}(x,y,z;t)$: potência total instantânea, W

$d\mathbf{s}$: vetor unitário normal à superfície

ds : unidade de área infinitesimal

sobre a superfície fechada, m^2

$\hat{\mathbf{n}}$: versor normal à área

Densidade de potência de radiação-3

$$\mathbf{E}(x,y,z;t) = \mathrm{Re}\left\{\mathbf{E}(x,y,z)\exp(j\omega t)\right\},\ \mathrm{V}\cdot\mathrm{m}^{-1}$$
$$\mathbf{H}(x,y,z;t) = \mathrm{Re}\left\{\mathbf{H}(x,y,z)\exp(j\omega t)\right\},\ \mathrm{A}\cdot\mathrm{m}^{-1}$$

valor médio do vetor de Poynting instantâneo

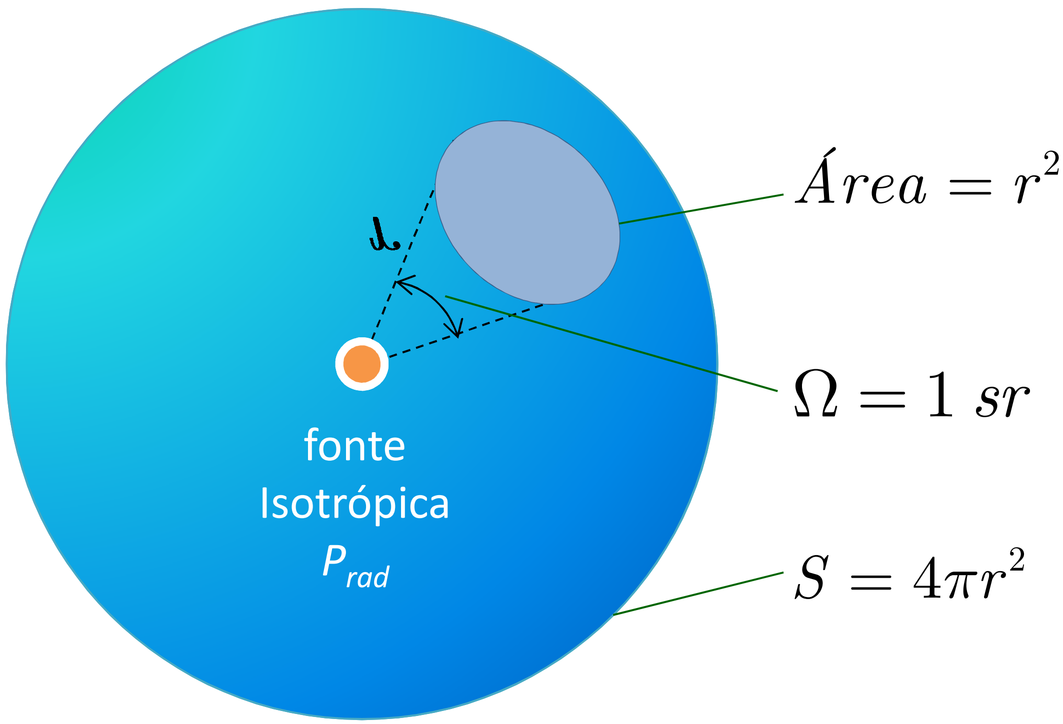
$$\mathbf{W}_{medio}(x,y,z) = <\mathbf{W}(x,y,z;t)>$$
$$\mathbf{W}_{medio}(x,y,z) = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{\mathbf{E}(x,y,z)\times\mathbf{H}^{*}(x,y,z)\right\},\ \mathrm{W}\cdot\mathrm{m}^{-2}$$

Densidade de potência de radiação-4

$$
\begin{aligned}
P_{rad} &= P_{media} \\
&= \oiint_S \mathbf{W}_{rad} \cdot d\mathbf{s} \\
&= \oiint_S \mathbf{W}_{medio} \cdot \hat{\mathbf{n}} ds
\end{aligned}
$$

$$
P_{rad} = \frac{1}{2} \oiint_S \mathrm{Re}\left\{ \mathbf{E}\left(x, y, z\right) \times \mathbf{H}\left(x, y, z\right) \right\} \cdot d\mathbf{s}
$$

Fonte isotrópica



Potência radiada por fonte isotrópica

$$P_{rad} = \oiint_S \mathbf{W}_0 \cdot d\mathbf{s}$$

$$P_{rad} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \left[W_0(r)\hat{\mathbf{r}} \right] \cdot \left[r^2 sen(\theta) d\theta d\phi \hat{\mathbf{r}} \right]$$

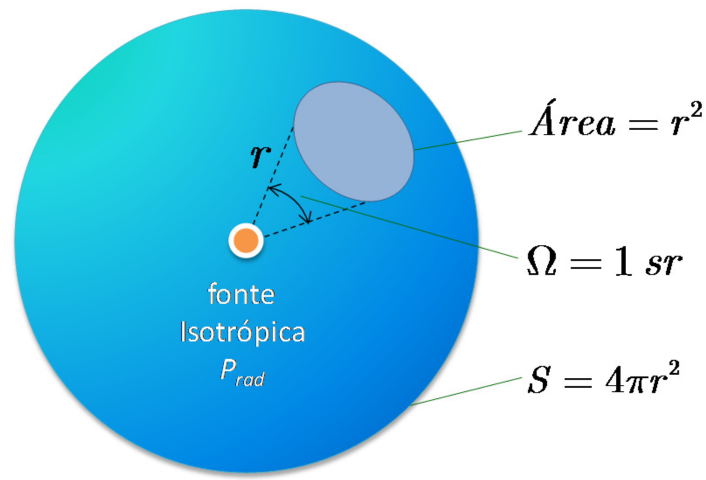
$$P_{rad} = 4\pi r^2 W_0, \text{ W}$$

A densidade de potência é

$$\mathbf{W}_0 = W_0 \hat{\mathbf{r}} = \hat{\mathbf{r}} \left(\frac{P_{rad}}{4\pi r^2} \right), \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

distribuição uniforme

sobre esfera de raio r



Intensidade de radiação

Intensidade de radiação em uma direção é a potência radiada por uma antena por unidade de ângulo sólido.
É um parâmetro de campo distante.

$$U = r^2 W_{rad} \quad , \mathrm{W} \cdot \mathrm{sr}^{-1}$$

$$W_{rad} \; : \text{densidade de radiação, } \mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-2}$$

$$r \; : \text{raio da esfera, m}$$

Intensidade de radiação fonte isotrópica

$$P_{rad} = \oiint_{\Omega} U_0 d\Omega = \oiint_{\Omega} U_0 sen\theta d\theta d\phi = U_0 \int_{\theta=0}^{\pi} sen\theta d\theta \int_{\phi=0}^{2\pi} d\phi$$

mas,

$$\int sen\left(ax\right) dx = -\frac{1}{a}\cos ax + C, \text{ na qual } C \text{ é cte de integração}$$

$$d\Omega = \frac{dS}{r^2} = sen\theta d\theta d\phi \ , \text{ sr}$$

e

$$P_{rad} = U_0 \left[-\cos\theta\right]_0^{\pi} \int_0^{2\pi} d\phi = U_0 \left[1+1\right]_0^{\pi} \int_0^{2\pi} d\phi = 2U_0 \int_0^{2\pi} d\phi$$

$$P_{rad} = 4\pi U_0 \ , \text{ W}$$

$$U_0 = \frac{P_{rad}}{4\pi} \ , \text{ W} \cdot \text{sr}^{-1}$$

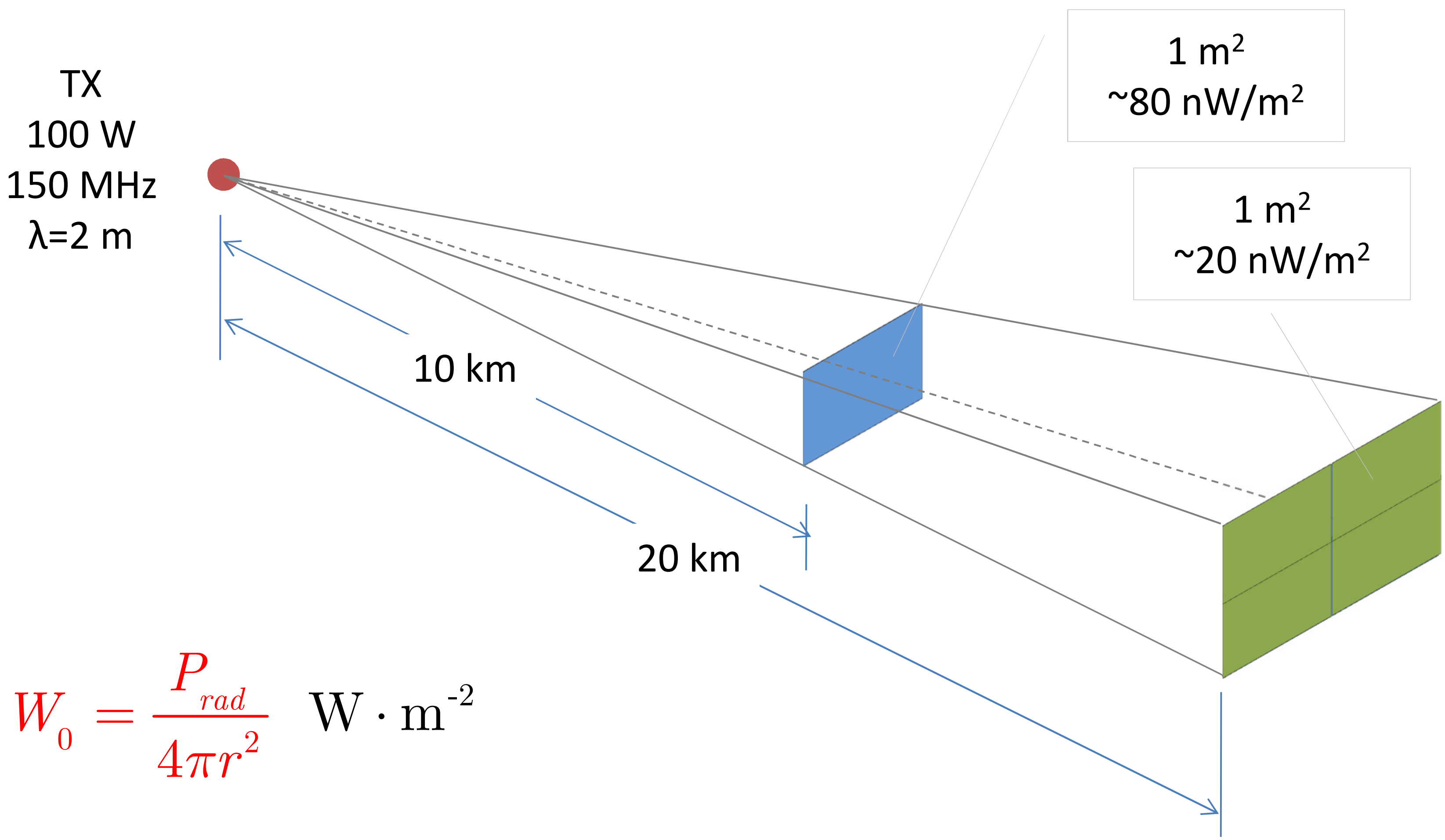
densidade de potência

$$\mathbf{W}_0 = W_0 \hat{\mathbf{r}} = \hat{\mathbf{r}} \left(\frac{P_{rad}}{4\pi r^2} \right), \; \mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-2}$$

intensidade de radiação

$$U_0 = \frac{P_{rad}}{4\pi} \;, \; \mathrm{W} \cdot \mathrm{sr}^{-1}$$

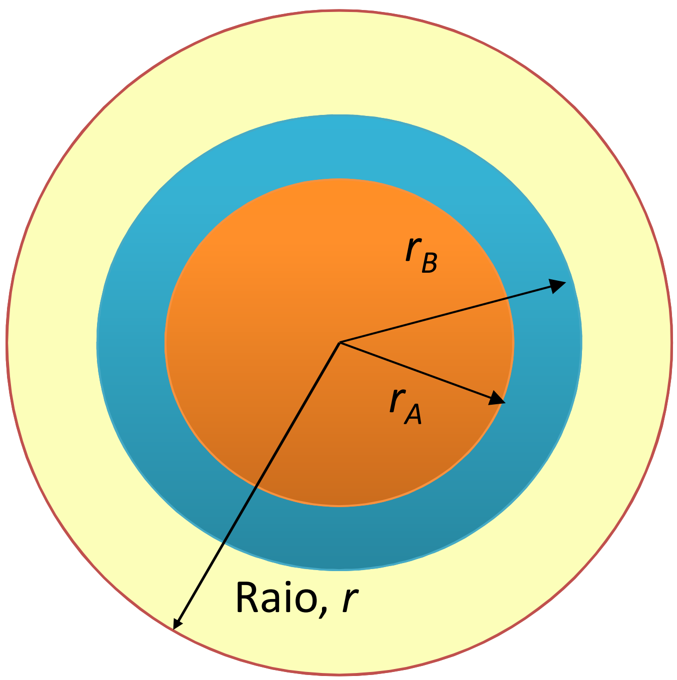
Densidade de potência e distância



$$W_0 = \frac{P_{rad}}{4\pi r^2} \quad \mathrm{W \cdot m^{-2}}$$

Antena isotrópica: Relação entre densidades de potência

Relação entre as densidades de potência em duas posições



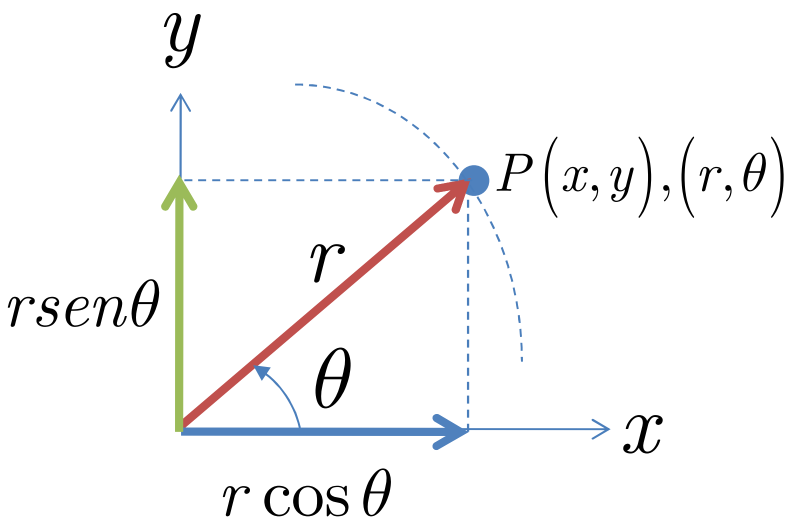
$$\frac{W_A}{W_B} = \frac{P_{rad} / 4\pi r_A^2}{P_{rad} / 4\pi r_B^2} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2$$

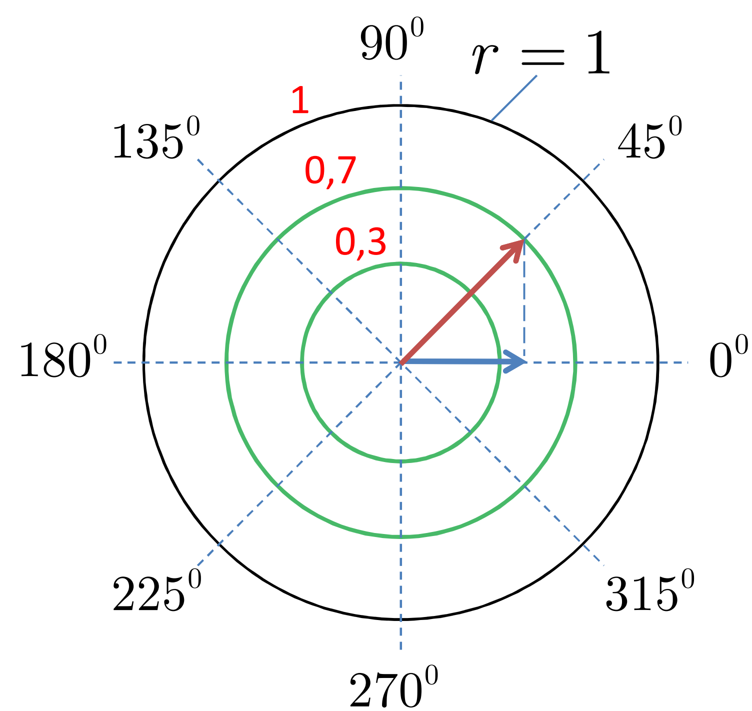
Exemplo:
r_A=200 m e r_B=500 m

$$\frac{W_A}{W_B} = \left(\frac{500}{200}\right)^2 = 2,5^2 = 6,25$$

$$\frac{W_A}{W_B} = 10\log\left(6,25\right) = 8\ dB$$

Diagrama polar





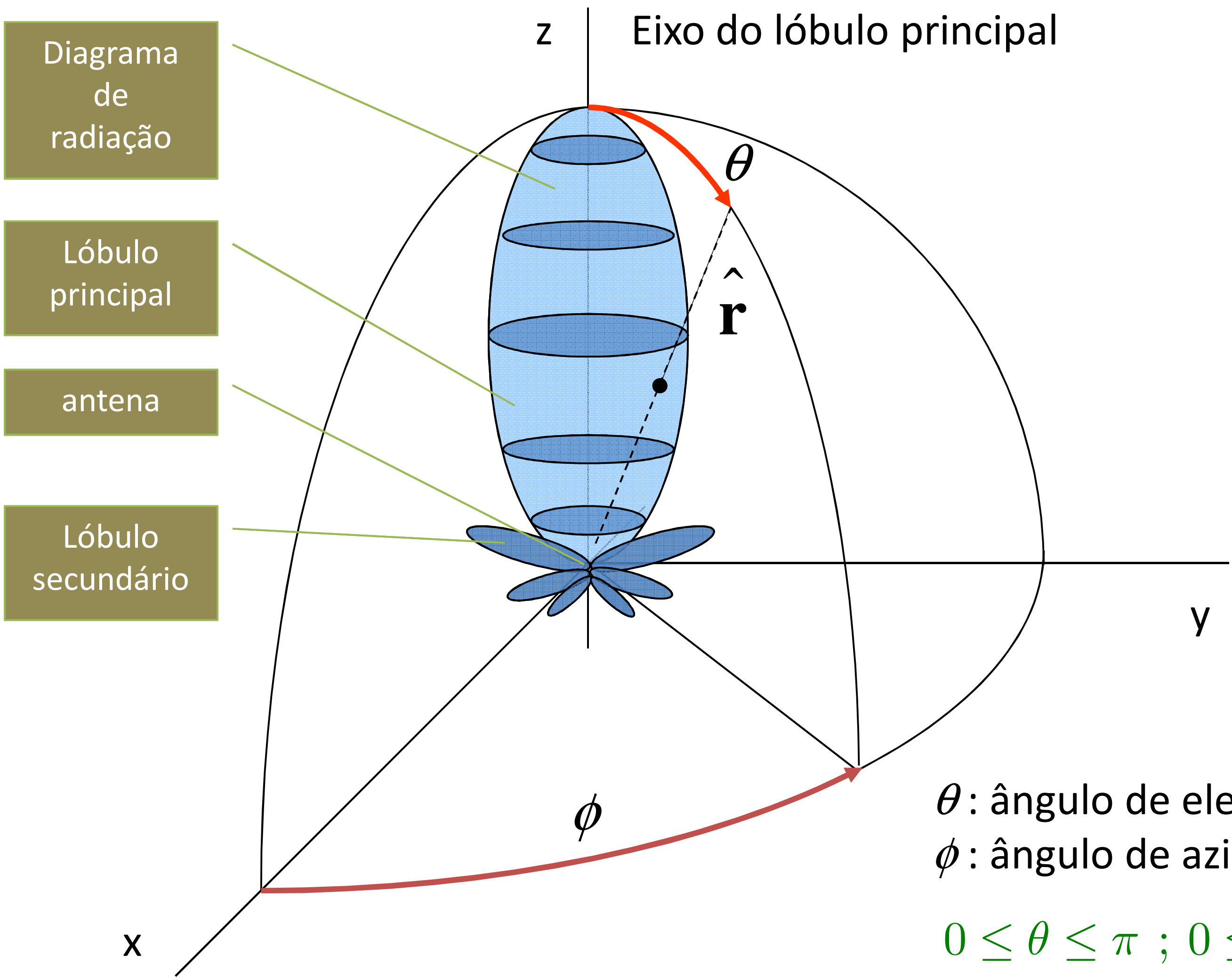
$$x = r\cos\theta$$

$$y = rsen\theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = tg^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

Antena e Sistema de Coordenadas

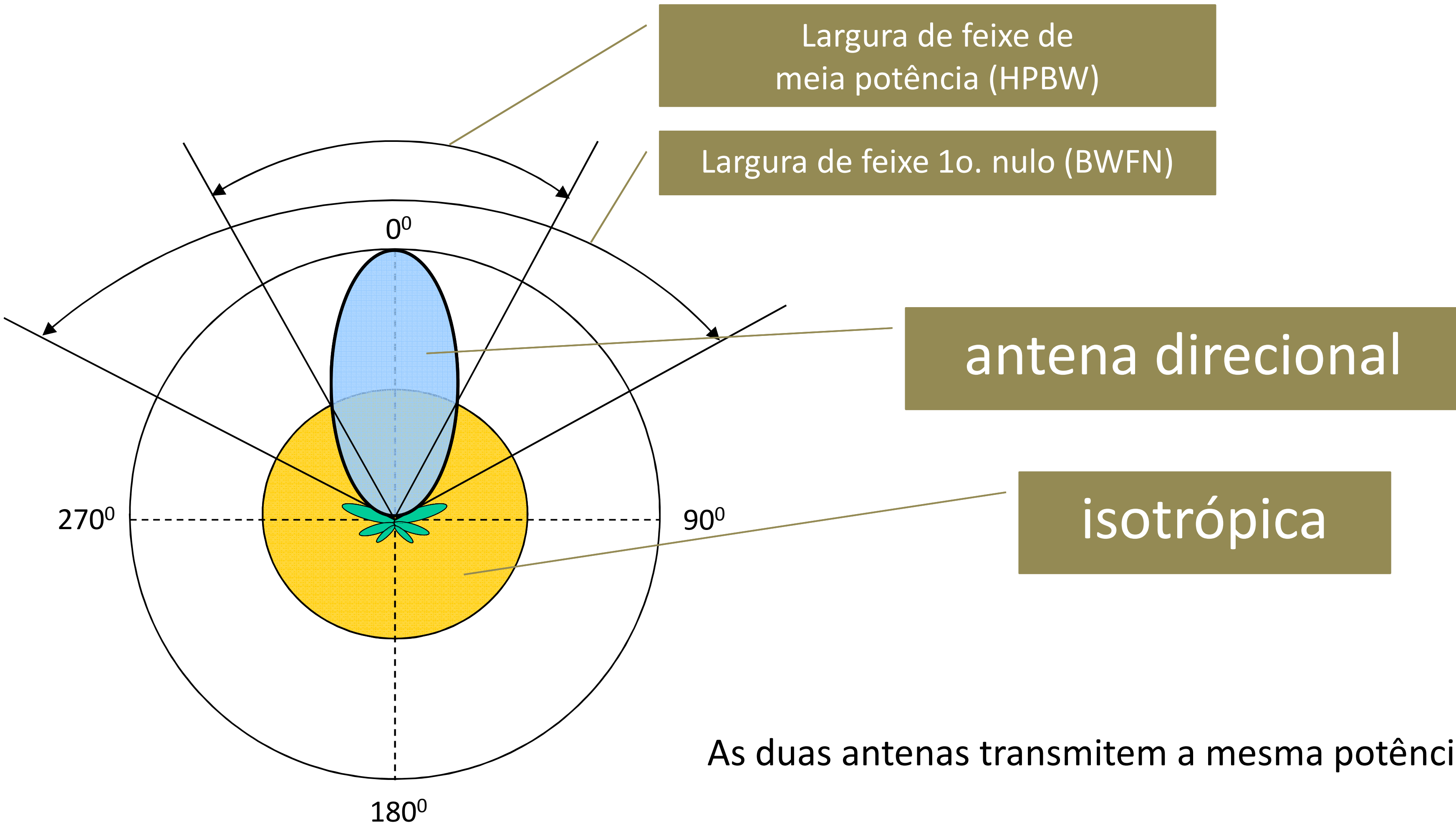


θ : ângulo de elevação

ϕ : ângulo de azimute

$$0 \leq \theta \leq \pi \;\; ; \; 0 \leq \phi \leq 2\pi$$

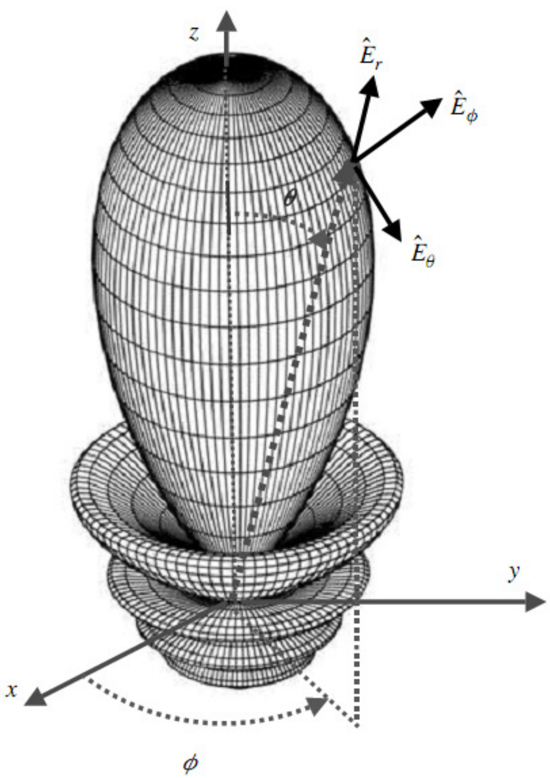
Antenas onidirecional e direcional-1



As duas antenas transmitem a mesma potência

HPBW: half power beam width; **BWFN**: beam width first null

Intensidade de radiação e campo elétrico-1



Padrão de amplitude de campo normalizada (escala linear) de rede de antenas com 10 elementos com espaçamento uniforme *d=0,25λ* e deslocamento progressivo de fase *β=-0,6π*

campo distante da antena

(componente radial do campo é desprezível)

$$\mathbf{E}(r,\theta,\phi) = \mathbf{E}^{\circ}(\theta,\phi)\frac{\exp(-jkr)}{r}$$

$$= \left[\mathbf{E}^{\circ}_{\theta}(\theta,\phi) + \mathbf{E}^{\circ}_{\phi}(\theta,\phi)\right]\frac{\exp(-jkr)}{r}$$

$$W_{rad}(\theta,\phi) = \frac{1}{2\eta}\left|\mathbf{E}(r,\theta,\phi)\right|^2, \ \mathrm{W}\cdot\mathrm{m}^{-2}$$

η : impedância intrínseca do meio

Constantine A. Balanis, Antenna Theory: Analysis Design, 3ª edição, John Wiley & Sons, Inc., 2005, p. 31, Fig. 2.4

Intensidade de radiação e campo elétrico-2

$$\mathbf{E}\left(r,\theta,\phi\right) = \mathbf{E}^{\circ}\left(\theta,\phi\right)\frac{\exp\left(-jkr\right)}{r}$$

$$= \left[\mathbf{E}_{\theta}^{\circ}\left(\theta,\phi\right) + \mathbf{E}_{\phi}^{\circ}\left(\theta,\phi\right)\right]\frac{\exp\left(-jkr\right)}{r}$$

$$W_{rad}\left(\theta,\phi\right) = \frac{1}{2\eta}\left|\mathbf{E}\left(r,\theta,\phi\right)\right|^{2}$$

$$= \frac{1}{2\eta}\left|\frac{\mathbf{E}^{\circ}\left(\theta,\phi\right)}{r}\right|^{2}, \ \mathrm{W}\cdot\mathrm{m}^{-2}$$

Intensidade de radiação e campo elétrico-3

$$W_{rad}\left(\theta,\phi\right)=\frac{1}{2\eta}\left|\frac{\mathbf{E}^{\circ}\left(\theta,\phi\right)}{r}\right|^{2},\ \mathrm{W}\cdot\mathrm{m}^{-2}$$

$$U\left(\theta,\phi\right)=r^{2}W_{rad}\left(\theta,\phi\right)$$

$$U\left(\theta,\phi\right)=\frac{r^{2}}{2\eta}\left|\frac{\mathbf{E}^{\circ}\left(\theta,\phi\right)}{r}\right|^{2}\ ,\ \mathrm{W}\cdot\mathrm{sr}^{-1}$$

η : impedância intrínseca do meio

Intensidade de radiação e campo elétrico-4

$$U(\theta,\phi) = \frac{r^2}{2\eta}\left|\frac{\mathbf{E}^\circ(\theta,\phi)}{r}\right|^2$$

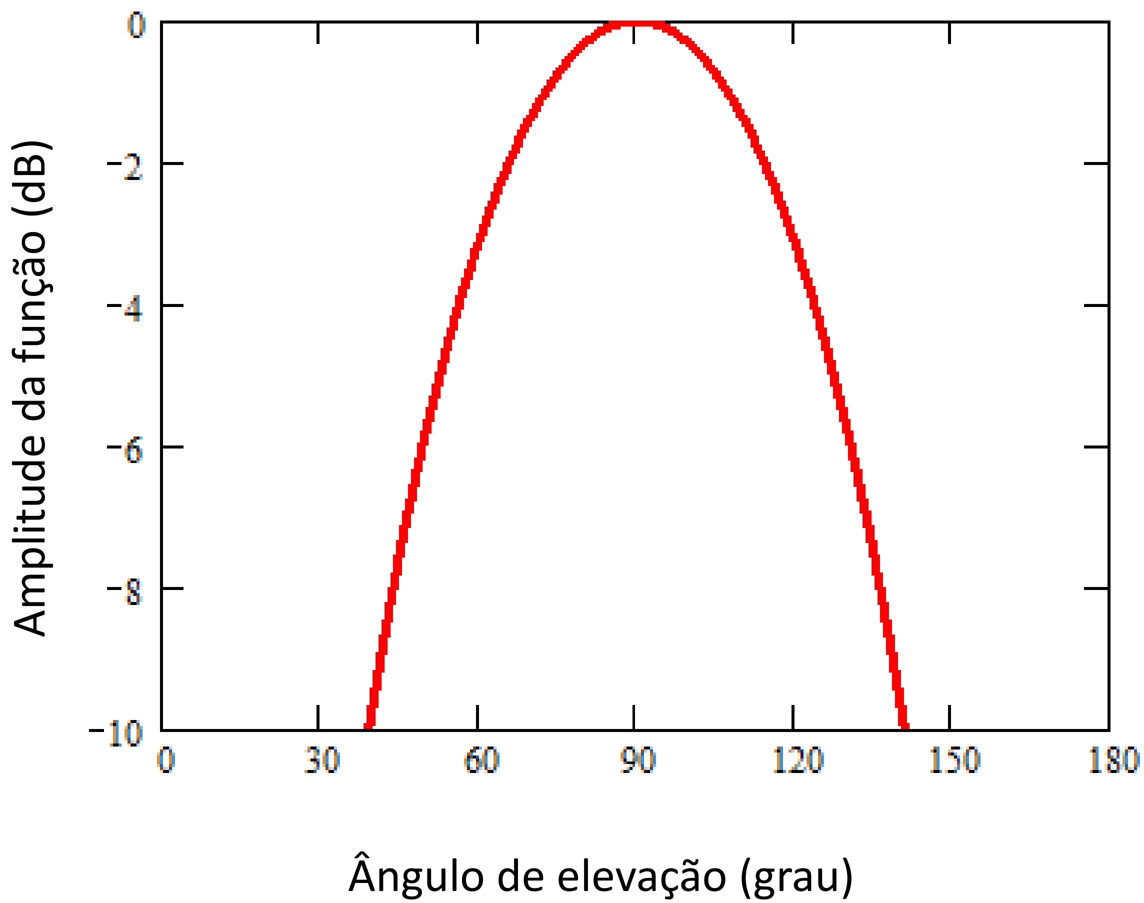
$$U(\theta,\phi) = \frac{1}{2\eta}\left[\left|E^\circ_\theta(\theta,\phi)\right|^2 + \left|E^\circ_\phi(\theta,\phi)\right|^2\right], \ \mathrm{W}\cdot\mathrm{sr}^{-1} \text{ ou } \mathrm{W}$$

η : impedância intrínseca do meio

Notar que $\left|\mathbf{A}+\mathbf{B}\right| = \left|\mathbf{A}\right| + \left|\mathbf{B}\right| + 2\left|\mathbf{A}\right|\left|\mathbf{B}\right|\cos(\varphi)$
e $E^\circ_\theta(\theta,\phi) \perp E^\circ_\phi(\theta,\phi)$

Diagrama de radiação

$$F\left(\theta,\phi\right) = sen^2\left(\theta\right)$$



Área efetiva (seção reta de absorção)

Potência recebida pela antena receptora

$$P_R = SA_e$$

Eficiência da antena

$$\eta = \frac{A_e}{A}$$

$$P_R = \frac{P_T}{4\pi R^2} A_e \ W$$

η: indica o quanto uma antena converte a radiação eletromagnética incidente em sinal elétrico

Parabólica: 45 a 75%; Outras antenas direcionais: 50 a 80%

$\boldsymbol{A_e}$: área efetiva; $\boldsymbol{A}$: área física

Ganho

Ganho de antena transmissora

$$G_T\left(\theta,\phi\right)=\frac{\text{densidade de potência na direção}\left(\theta,\phi\right)}{\text{densidade de potência da antena isotrópica}}$$

Ganho de antena receptora

$$G_R\left(\theta,\phi\right)=\frac{\text{área efetiva na direção}\left(\theta,\phi\right)}{\text{área efetiva da antena isotrópica}}$$

Ganho máximo de antena em qualquer direção

$$G_{\max}=\frac{A_e}{A_{iso}}=\frac{4\pi}{\lambda^2}A_e$$

Diretividade e ganho

Se a antena não apresenta perdas, a eficiência é 100%
Se há perdas, a eficiência é menor que 100% e

$$G = kD$$

adimensional

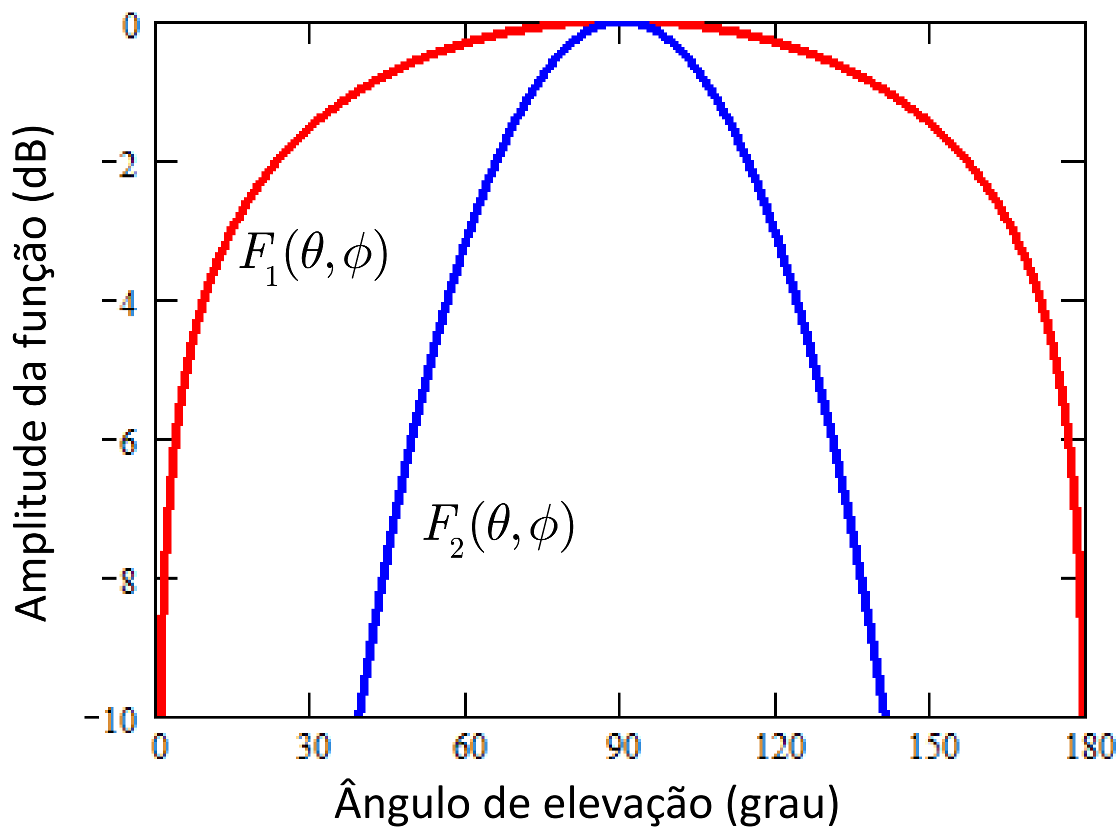
k: fator de eficiência da antena

A diretividade de uma antena em dB é

$$D(dB) = 10\log\left(\frac{D}{D_i}\right) = 10\log\left(D\right)$$

$D_i = 1$: diretividade da antena isotrópica
X dB acima da diretividade da antena isotrópica significa que é mais diretiva
Não há direção preferencial na antena isotrópica,
que radia igualmente em todas as direções

Diretividade: Exemplo de duas antenas

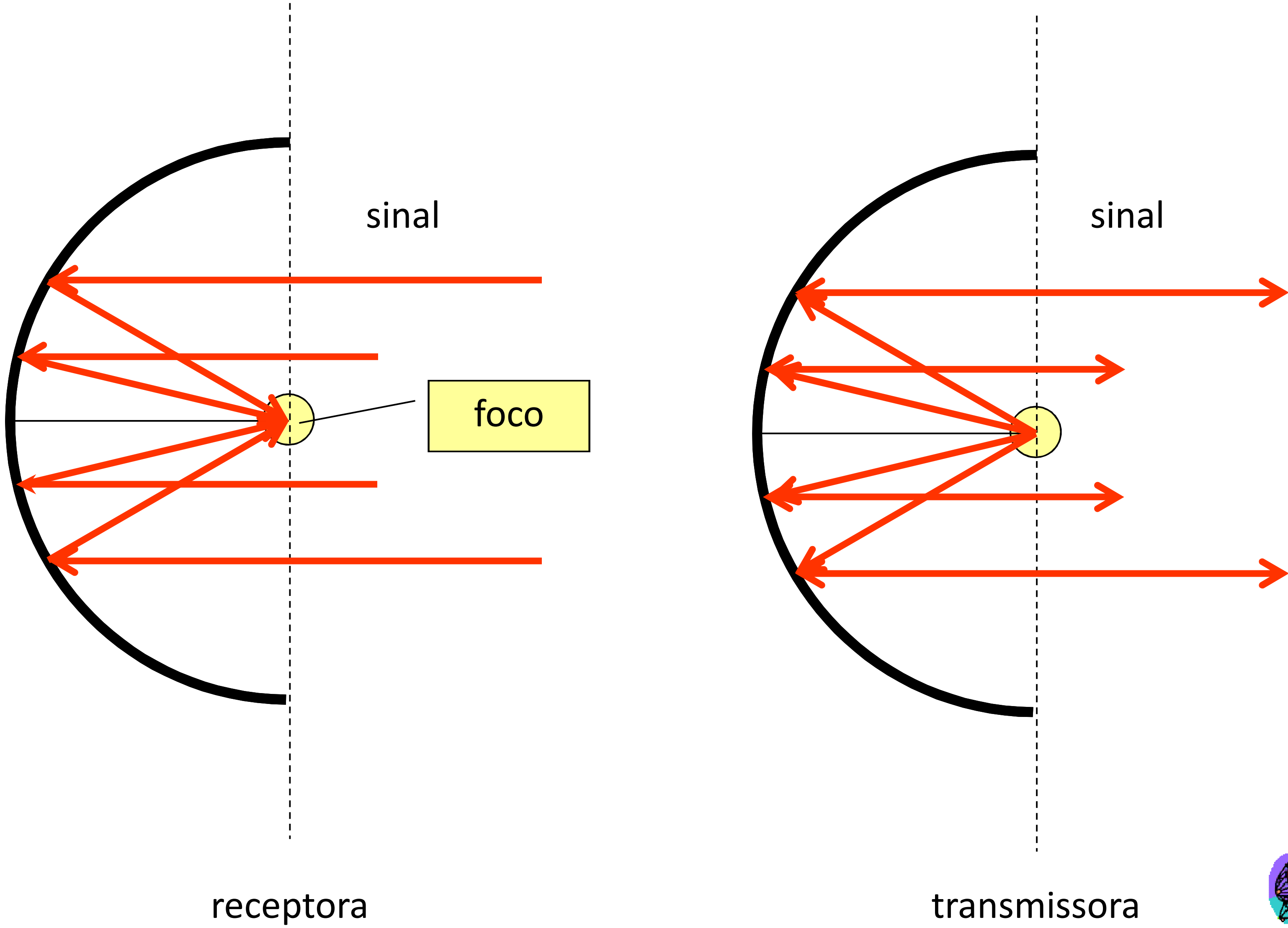


$$F_1(\theta,\phi) = \sqrt{sen(\theta)} \;,\; D_1 = 1{,}273 \;(1{,}05 \text{ dB})$$

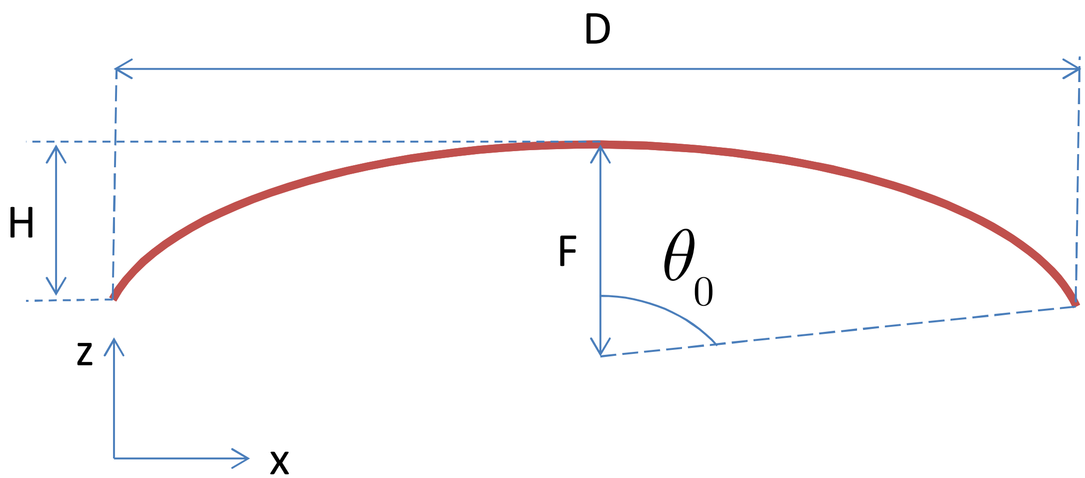
$$F_2(\theta,\phi) = sen^2(\theta) \;,\; D_2 = 2{,}707 \;(4{,}32 \text{ dB})$$

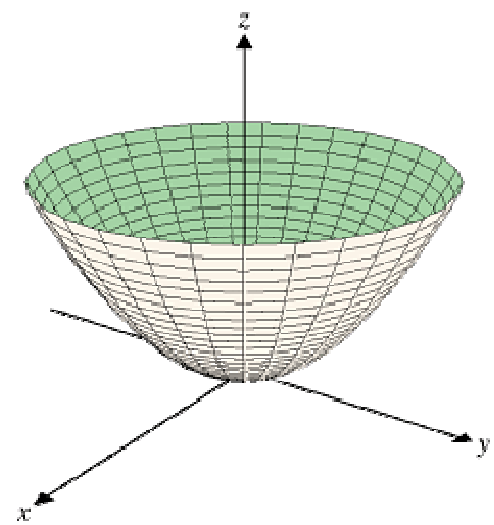
A antena 2 é mais diretiva que a antena 1

Antena Parabólica-1



Antena parabólica-2





$$x^2 = 4F\left(F - z\right), \ \ \left|x\right| \le \frac{D}{2}$$

$$\frac{F}{D} = \frac{1}{4\mathrm{tg}\left(\theta_0 / 2\right)}$$

$$F = \frac{D^2}{16H}$$

F : distância focal; D : diâmetro; H : altura

F / D: 0,3 a 1,0

Antena Parabólica-3

Características: ganho alto e feixe estreito

Ganho
$$G = 6\left(\frac{D}{\lambda}\right)^2$$
adimensional

Ângulo de ½ potência
$$HPBW = 58\left(\frac{\lambda}{D}\right)$$
grau

Ângulo 1o. nulo
$$FNBW = 70\left(\frac{\lambda}{D}\right)$$
grau

D: diâmetro. Quanto maior for λ/D, mais direcional será a antena

HPBW: half power beam width; **BWFN**: beam width first null

Antena Parabólica-4

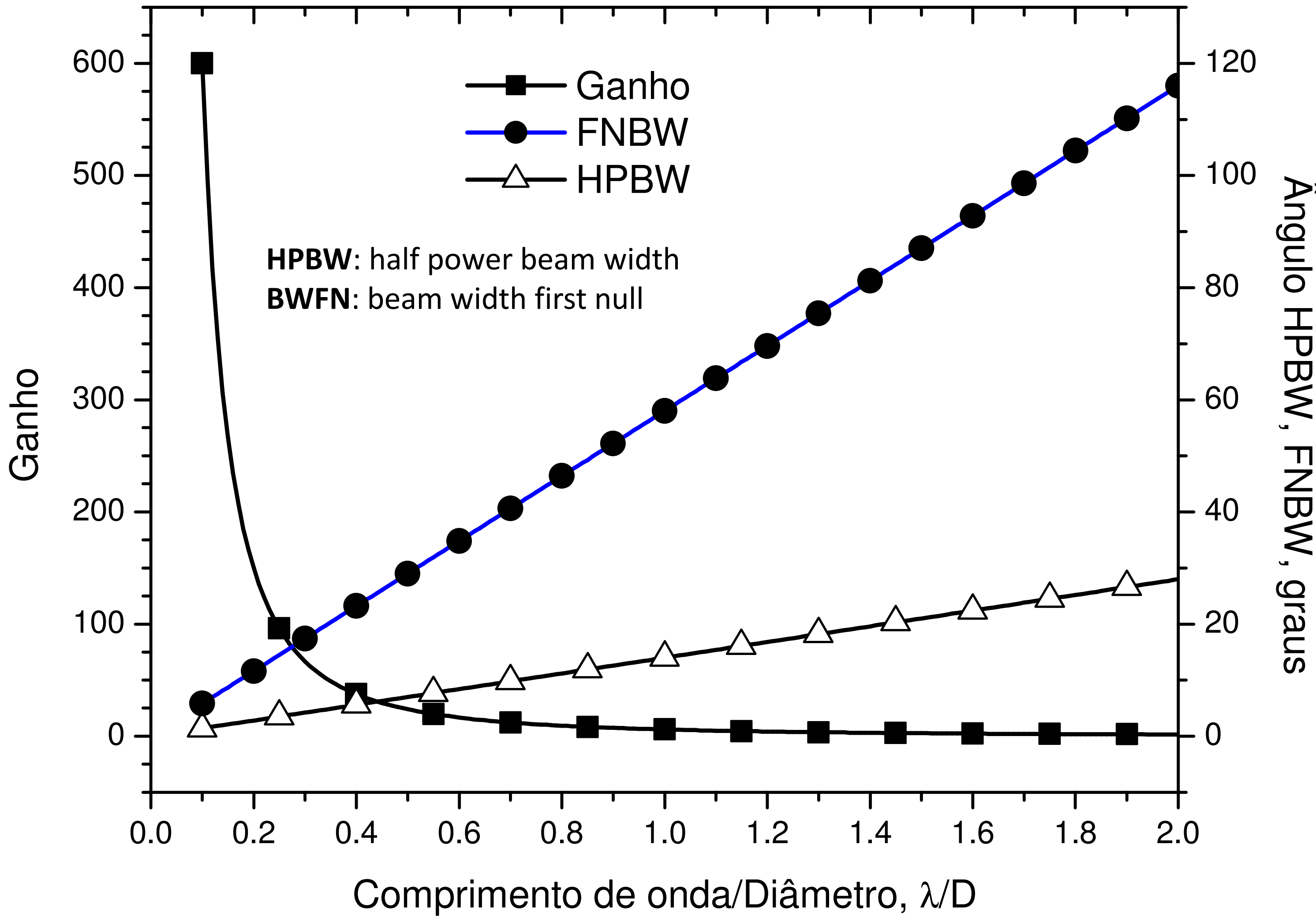
Exemplo: Calcular G, HPBW e FNBW para uma antena parabólica de *D=3* m operando em λ*=2* cm (15 GHz).

$$G = 6\left(\frac{D}{\lambda}\right)^2 = 6\left(\frac{3}{0,02}\right)^2 = 1,35\times 10^5 \text{ ou } G = 10\log\left(G\right) = 51,3\ dB$$

$$HPBW = 58\left(\frac{\lambda}{D}\right) = 58\left(\frac{0,02}{3}\right) = 0,38^0$$

$$FNBW = 70\left(\frac{\lambda}{D}\right) = 70\left(\frac{0,02}{3}\right) = 0,47^0$$

Antena Parabólica-5

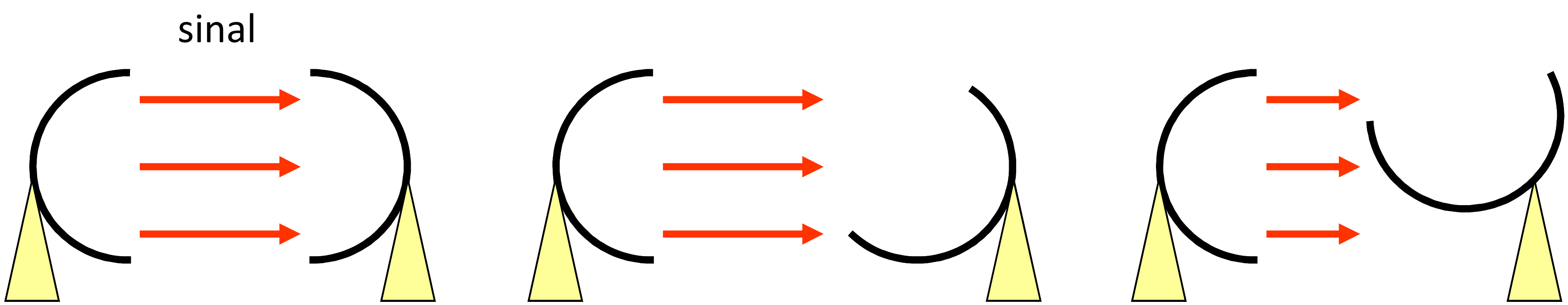


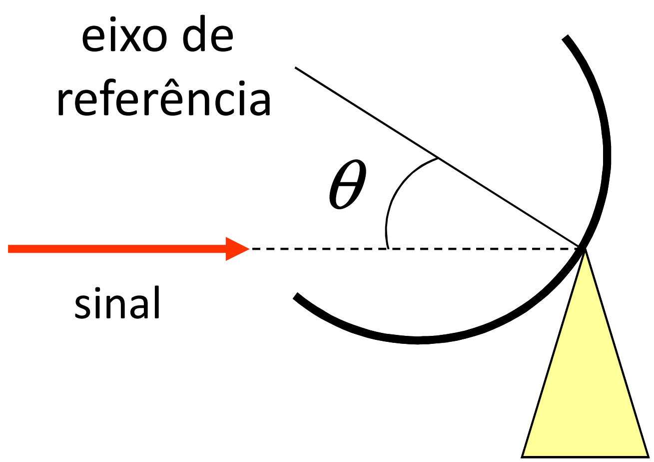
$$G = 6\left(\frac{D}{\lambda}\right)^2$$

$$HPBW = 58\left(\frac{\lambda}{D}\right)$$

$$FNBW = 70\left(\frac{\lambda}{D}\right)$$

Área de Captura-1





$$A_c = A_p \cos(\theta)$$

A_c: área de captura
A_p: área física

Área de Captura-2

Exemplo: Uma antena, cuja área física pode ser representada por uma circunferência de raio 5 m, forma ângulo de 10^0 com o sinal. Calcular a área de cobertura.

A área física é

$$A_p = \pi r^2 = \pi \times 5^2 = 78,54\ m^2$$

A área de cobertura é

$$A_c = A_p \cos\left(\theta\right) = 78,54 \times \cos\left(10^0\right) = 77,35\ m^2$$

$$A_p = 78,54\ m^2 \qquad A_c = 77,35\ m^2$$

Potência Recebida

$$P_r = S \times A_c$$

S: densidade de potência do sinal recebido
Ac: área de captura

Exemplo: Uma antena isotrópica transmite sinal de 10 W.
À distância de 1 km uma antena de área física 10 m^2 recebe o sinal, mas formando ângulo de 45^0 com o sinal.
Calcular a potência recebida.

$$S = \frac{10}{4\pi \times 1000^2} = 7,96 \times 10^{-7}\ W / m^2$$

$$A_c = A_p \cos\left(\theta\right) = 10 \times \cos\left(45^0\right) = 7,07\ m^2$$

$$P_r = 7,96 \times 10^{-7} \times 7,07 = 5,63\ mW$$