

COMPLEMENTOS DE MECÂNICA CLÁSSICA

3º Trabalho-2014

1) Considere uma partícula de massa m que se movimenta sob a ação de uma força $\vec{F} = F(r)\hat{r}$.

(a) Considere os versores \hat{r} e $\hat{\theta}$ dados por:
$$\begin{cases} \hat{r} = \cos \theta \hat{i} + \sin \theta \hat{j} \\ \hat{\theta} = -\sin \theta \hat{i} + \cos \theta \hat{j} \end{cases}$$

Mostre que as equações de movimento dessa partícula são:

$$\begin{cases} m\ddot{r} - m r \dot{\theta}^2 = F(r) \\ m r \ddot{\theta} + 2 m \dot{r} \dot{\theta} = 0 \end{cases}$$

(b) A partir de uma das equações acima, mostre que a quantidade $m r^2 \dot{\theta}$ é uma constante do movimento e que essa quantidade é o momento angular L em torno do eixo z que é perpendicular ao plano de movimento.

(c) Dada uma força $\vec{F} = -kr\hat{r}$, utilize o valor de $\dot{\theta}$ obtido no item anterior para mostrar que a equação radial do movimento fornece a conservação da energia com um potencial efetivo. Determine o potencial efetivo “ V_{ef} ” ao qual essa partícula está submetida.

(d) Esboce o gráfico do potencial efetivo em função de r . Para que valores de r a órbita será circular de raio r_0 ? Qual o valor da energia mínima que essa partícula pode ter?

(e) Se a partícula for ligeiramente afastada da sua órbita circular, ela passa a executar pequenas oscilações em torno de r_0 . Qual será então, o período de pequenas oscilações em torno de r_0 ?

2) Um cometa de massa m descreve uma órbita hiperbólica em torno do Sol (massa M) e quando está a uma distância r_0 se aproximando do Sol, a sua velocidade é v_0 e faz um ângulo de 30° com o raio vetor ao Sol.

(a) Calcule o momento angular e a energia desse cometa.

(b) Determine a distância r_p de máxima aproximação do cometa ao Sol.

(c) Quando o cometa atinge a distância r_p de máxima aproximação, sofre um choque com um pequeno asteroide de tal maneira que sua massa não sofre variação porém ele passa a descrever órbita circular de raio r_p no mesmo plano da órbita anterior. Calcule a nova energia e o novo momento angular após a colisão.