Mecânica para Geociências - 4310192 - 1^a Prova - 02/10/2014 - Nota máxima: 8,0

---

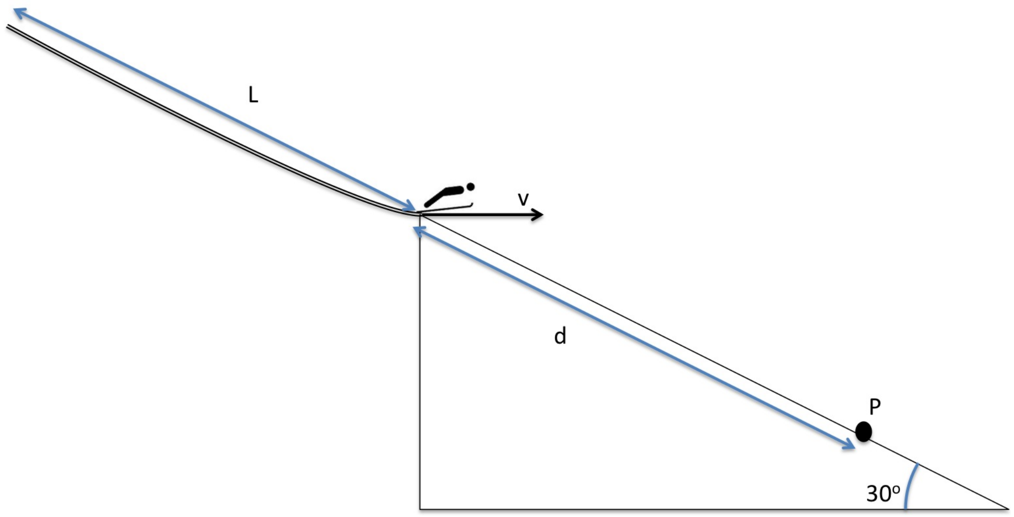
1) Um esquiador desce do alto de uma rampa para um salto em esqui.

a) [1,0] O esquiador decola do final da rampa com velocidade v, horizontal. Dada a inclinação da colina de 30°, o esquiador atinge o alvo P, situado a uma distância d do final da pista. Qual o valor de d em função de v e da aceleração gravitacional g?

b) [1,0] Para atingir a velocidade acima, o esquiador deslizou ao longo da rampa de comprimento L, com uma inclinação de 30° (como o mostrado na figura). Qual a velocidade máxima v_m que um esquiador de massa m pode atingir ao final da rampa, em função da aceleração gravitacional g, se desprezarmos o atrito?

c) [1,0] Se o coeficiente de atrito cinético do esqui com o gelo é $\mu = 0,1$, qual a nova velocidade atingida?

d) [1,0] Qual a razão entre as distâncias d_a e d_m calculadas no caso com atrito e sem atrito?

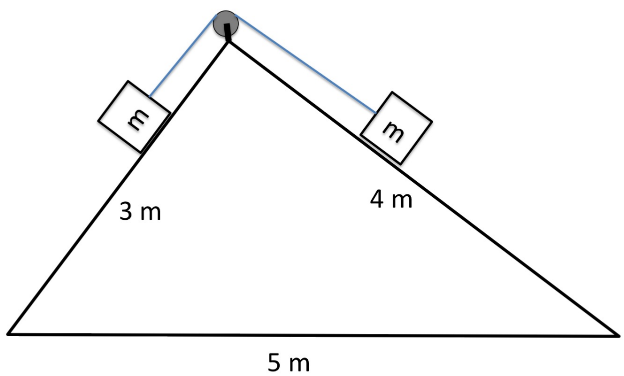


Dado: $sen(30°) = 1/2$; $cos(30°) = \sqrt{3}/2 \simeq 0,87$.

2) Considere os dois blocos na figura abaixo, com massas iguais, com coeficiente de atrito μ entre os blocos e as faces da rampa.

a) [1,0] Faça o diagrama de forças atuando em cada bloco.

b) [1,5] Calcule o valor mínimo de μ para que o sistema permaneça em repouso.



3) Um carro tem um motor com potência de 50 kW, e uma massa de 1,2 toneladas ($1,2 \cdot 10^3$ kg) com os passageiros.

a) [1,5] Considerando que o motorista mantém a aceleração máxima no carro, quanto tempo ele leva para acelerar de 0 a 120 km/h, desprezando a dissipação?

Formulário:

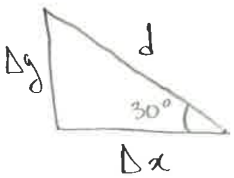
$\vec{F} = m\vec{a}$

Trabalho X Energia cinética: $W = \int_{\vec{r_i}}^{\vec{r_f}} \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = \frac{m}{2} v_f^2 - \frac{m}{2} v_i^2$

Potência: $P = \frac{dW}{dt}$

1ª Prova de Mecânica p/ Geociências

1) (a)



$\Delta x = d\cos 30° = \dfrac{d\sqrt{3}}{2}$

$\Delta y = d\sin 30° = \dfrac{d}{2}$

. velocidade inicial: $\vec{v} = v\,\hat{e}_x$

$\Delta x = vt \rightarrow \dfrac{d\sqrt{3}}{2} = vt \rightarrow \boxed{t = \dfrac{d\sqrt{3}}{2v}}$

$\Delta y = \dfrac{g t^2}{2} \rightarrow \dfrac{d}{2} = \dfrac{g t^2}{2} \rightarrow d = g t^2 \Rightarrow d = g\left(\dfrac{d\sqrt{3}}{2v}\right)^2$

$d = g\,\dfrac{d^2\, 3}{4v^2} \Rightarrow \boxed{d = \dfrac{4v^2}{3g}}$

(b)

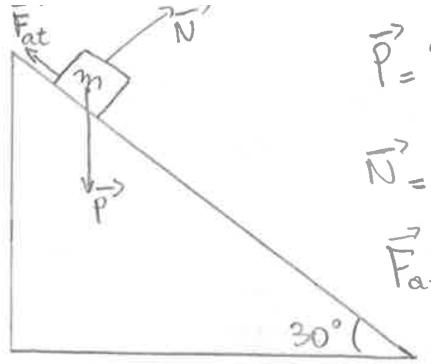
$h = L\sin 30°$
$\rightarrow h = \dfrac{L}{2}$

Supondo que o esquiador parte do repouso:

$E_i = mgh \; ; \; E_f = \dfrac{m v_m^2}{2} \rightarrow E_i = E_f \Rightarrow \cancel{m}gh = \dfrac{\cancel{m}v_m^2}{2}$

$\rightarrow gh = \dfrac{v_m^2}{2} \rightarrow g\dfrac{L}{\cancel{2}} = \dfrac{v_m^2}{\cancel{2}} \Rightarrow \boxed{v_m = \sqrt{gL}}$

(c)



$$\vec{P} = P_T\,\hat{e}_T - P_N\,\hat{e}_N = mg\left(\operatorname{sen}30^\circ\,\hat{e}_T - \cos(30^\circ)\,\hat{e}_N\right)$$

$$\vec{N} = P_N\,\hat{e}_N = mg\cos 30^\circ\,\hat{e}_N$$

$$\vec{F}_{at} = -\mu N\,\hat{e}_T = -\mu mg\cos 30^\circ\,\hat{e}_T$$

$$\vec{F}_R = \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{at} \Rightarrow \vec{F}_R = \left(mg\operatorname{sen}30^\circ - \mu mg\cos 30^\circ\right)\hat{e}_T$$

$$\vec{F}_R = \frac{mg}{2}\left(1 - \mu\sqrt{3}\right)\hat{e}_T \rightarrow \vec{F}_R \simeq 0{,}415\,mg\,\hat{e}_T$$

$$\vec{F}_R = \cancel{m}a\,\hat{e}_T = 0{,}415\,\cancel{m}g\,\hat{e}_T \rightarrow a = 0{,}415\,g$$

$$v_a^2 = \cancel{v_{0a}^2}^{\,0} + 2aL \Rightarrow v_a^2 = 2(0{,}415g)L$$

$$\rightarrow v_a^2 = 0{,}83\,gL \rightarrow v_a = \sqrt{0{,}83\,gL}$$

(d) Pelo item (a) $\rightarrow d = \dfrac{4v^2}{3g}$

$$v = v_m = \sqrt{gL} \rightarrow d_m = \frac{4gL}{3g} \rightarrow d_m = \frac{4L}{3}$$

$$v = v_a = \sqrt{0{,}83\,gL} \rightarrow d_a = \frac{4\cdot 0{,}83\,gL}{3g} \rightarrow d_a = \frac{4L}{3}\cdot 0{,}83$$

$$\rightarrow d_a = d_m\cdot 0{,}83 \rightarrow \frac{d_a}{d_m} = 0{,}83$$

INSTITUTO DE FÍSICA - USP

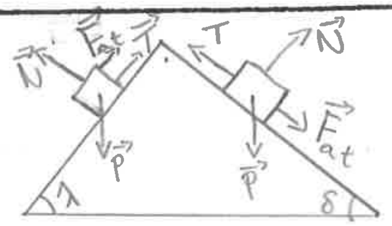
NOTA

2

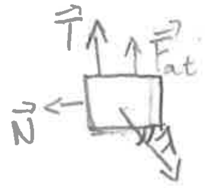
NOME:
PROFESSOR:
DATA:

2)

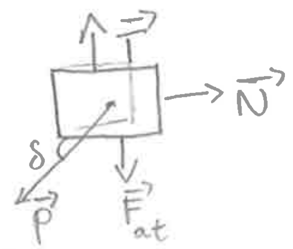
(a)



Bloco 1:



Bloco 2:



(b) Bloco 1: $P_T^{(1)} = T + F_{at}^{(1)} = T + \mu P_N^{(1)}$

$$mg\,\text{sen}\,\lambda = T + \mu\, mg \cos\lambda \rightarrow T = mg(\text{sen}\,\lambda - \mu \cos\lambda)$$

Bloco 2: $P_T^{(2)} + F_{at}^{(2)} = T$

$$mg\,\text{sen}\,\delta + \mu\, mg\cos\delta = T \rightarrow T = mg(\text{sen}\,\delta + \mu\cos\delta)$$

$\cos\delta = \text{sen}\,\lambda = \frac{4}{5}$; $\text{sen}\,\delta = \cos\lambda = \frac{3}{5}$

$$T = T \rightarrow \cancel{mg}(\text{sen}\,\delta + \mu\cos\delta) = \cancel{mg}(\text{sen}\,\lambda - \mu\cos\lambda)$$

$$\rightarrow \frac{3}{5} + \mu\frac{4}{5} = \frac{4}{5} - \mu\frac{3}{5} \rightarrow \mu = \frac{1}{7}$$

INSTITUTO DE FÍSICA - USP

NOTA

3

NOME:
PROFESSOR:
DATA:

(3) $v_i = 0$; $v_f = 120\ Km/h = 33{,}33\ m/s \rightarrow v_f^2 = 1110{,}9\ m^2/s^2$

$$W = \Delta T \rightarrow \boxed{W = \frac{m v_f^2}{2}}$$

$$P = \frac{dW}{dt} \rightarrow \int_0^t P\,dt' = \int_0^W dW'$$

P é constante $\rightarrow P.t = W \rightarrow t = \frac{W}{P}$

$$\rightarrow t = \frac{m v_f^2}{2P} \quad ; \quad P = 50 \times 10^3 W$$

$$\Rightarrow t = \frac{1{,}2 \times 10^3\ Kg \times 1110{,}9\ m^2 s^2}{2 \times 50 \times 10^3\ W} \rightarrow \boxed{t = 13{,}3\ s}$$

Relação entre as unidades

$$\boxed{W = \frac{J}{s} = \frac{Kg\ m^2/s^2}{s} \rightarrow s = \frac{Kg\ m^2/s^2}{W}}$$