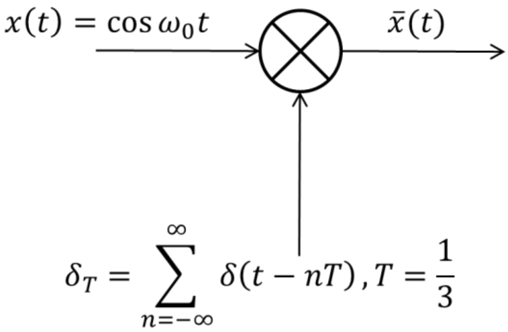
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Departamento de Engenharia Mecatrônica
Sistemas Dinâmicos II para Mecatrônica
Profa. Larissa Driemeier

Lista III de Exercícios

Teorema da amostragem e aliasing

1. Considere o sistema da figura abaixo.



   a. Desenhe o gráfico de $\bar{X}(\omega)$ para $-9\pi \le \omega \le 9\pi$ para os seguintes valores de ω_0: $\pi, 2\pi, 3\pi, 5\pi$.
   b. Quais valores de ω_0 geram espectros idênticos?

2. Determine as taxas de Nyquist para os sinais a seguir

   a. $x(t) = 1 + \cos 2000\pi t + \sin 4000\pi t$
   b. $x(t) = \text{sinc } 50\pi t$
   c. $x(t) = \text{sinc}^2\, 100\pi t$
   d. $x(t) = \text{sinc } 100\pi t + 3\, \text{sinc}^2\, 60\pi t$
   e. $x(t) = \text{sinc } 50\pi t \,\text{sinc } 100\pi t$

3. Considere os sinais analógicos

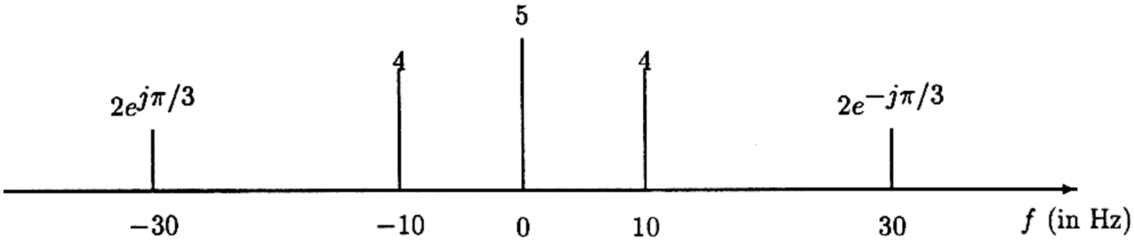
$$x_1(t) = \cos 20\pi t$$

$$x_2(t) = \cos 100\pi t$$

   Ambos os sinais são amostrados a uma frequência $f_s = 40\ Hz$.

   a. Obtenha o sinal discreto de $x_1(t)$ e $x_2(t)$ e compare-os.
   b. Quais as frequências dos outros sinais que, quando amostrados a $40\ Hz$ se confundirão com o sinal amostrado de $x_1(t)$?

4. O sinal analógico $x(t)$ apresenta o espectro mostrado na figura abaixo.



a. Escreva $x(t)$.
b. O sinal $x(t)$ é periódico? Se sim, qual seu período? E sua frequência fundamental? E se o sinal fosse $x(t) = \cos^2(60\pi t)$, qual seria a frequência gundamental?
c. O sinal sinal $x(t)$ é amostrado a uma frequência $f_s = 1/T_s = 50$ amostras por segundo, de modo a se obter $x[n] = x(nT_s)$. Escreva a equação de $x[n]$

5. Considere o sinal analógico

$$x(t) = 3\cos 100\pi t$$

a. Determine a taxa de amostragem mínima para evitar aliasing.
b. Suponha que o sinal seja amostrado a uma taxa de $f_s = 200\ Hz$, qual o sinal discreto obtido depois da amostragem?
c. Suponha que o sinal seja amostrado a uma taxa de $f_s = 75\ Hz$, qual o sinal discreto obtido depois da amostragem?
d. Qual a frequência da senoide que resulta em uma amostragem idêntica àquela obtida no item anterior.

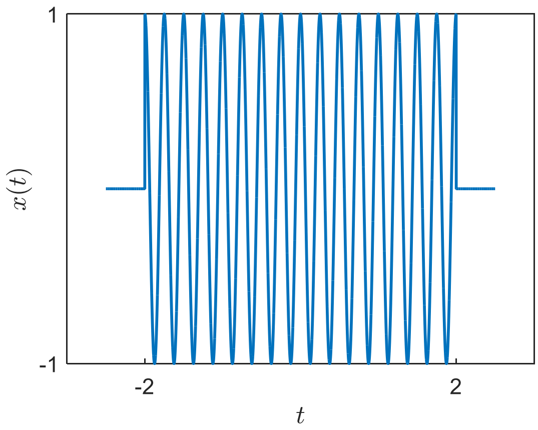
6. Considere o sinal analógico

$$x(t) = 3\cos 50\pi t + 10\sin 300\pi t - \cos 100\pi$$

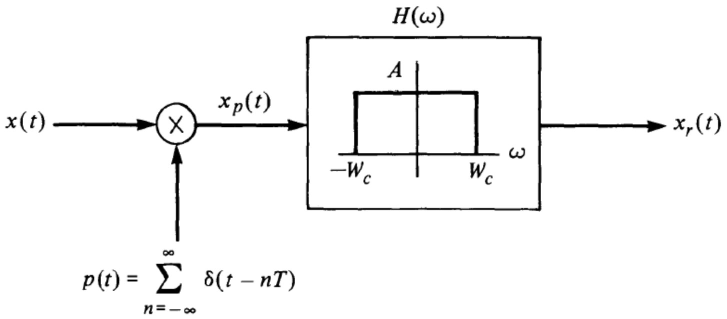
a. Determine a taxa de amostragem mínima para evitar aliasing.
b. Suponha que o sinal seja amostrado à taxa de Nyquist, o que acontece com o termo $10\sin 300\pi t$?
c. O que foi percebido no item anterior ocorre para qualquer senoide $A\cos(2\pi f_0 t + \theta)$, amostrada a uma taxa f_0?

7. Encontrar e esboce a transformada de Fourier do seguinte sinal no domínio de tempo

$$x(t) = \cos 8\pi t \;\; \text{rect}\left(\frac{t}{2}\right)$$



8. Dado o sistema abaixo (Figura extraída de [4]),



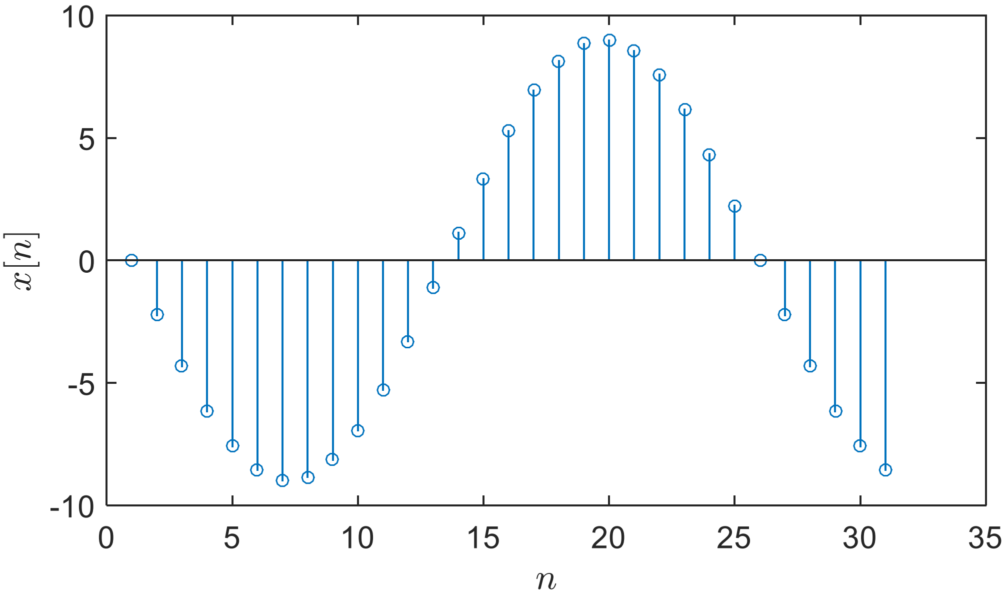
   a. Se $X(\omega) = 0$ para $|\omega| > W$, encontre o máximo valor de T, ω_c e A de modo que seja possível recuperar diretamente $x(t)$ a partir de $x_r(t)$.
   b. Considere $X_1(\omega) = 0$ para $|\omega| > 2W$ e $X_2(\omega) = 0$ para $|\omega| > W$, repita o item a para os seguintes casos:
      (I) $x(t) = x_1(t) * x_2(t)$
      (II) $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$
      (III) $x(t) = x_1(t)\, x_2(t)$
      (IV) $x(t) = x_1(10t)$

9. O sinal $\cos 2\pi t$ é amostrado por um trem de impulsos de período T_s. Desenhe o espectro de $\bar{X}(\omega)$ do sinal amostrado e encontre o sinal recuperado $\hat{x}(t)$ para os seguintes valores de T_s e de largura de banda W de um filtro passa baixa ideal:
   a. $T_s = 1/2$ e $W = 4\pi$
   b. $T_s = 1$ e $W = 5\pi$

10. Suponha que o MatLab tenha sido usado para plotar o sinal amostrado a seguir. A senoide definida na figura, infelizmente, foi plotada usando o comando `stem` sem definir o eixo x corretamente.

```
dt=0.01;            % s
duration=0.3;       % s
t=0:dt:duration;    % s
Fs=396;             % Hz
x=9*cos(2*pi*Fs*t-pi/2);
stem(x)   % sem eixo de tempo!!!!
```

```
set(gca,'FontSize',16)
xlabel('$n$','Interpreter','LaTex','FontSize',18)
ylabel('$x[n]$','Interpreter','LaTex','FontSize',18)
```



a. Para o gráfico acima, determine a fórmula correta do sinal discreto na forma:

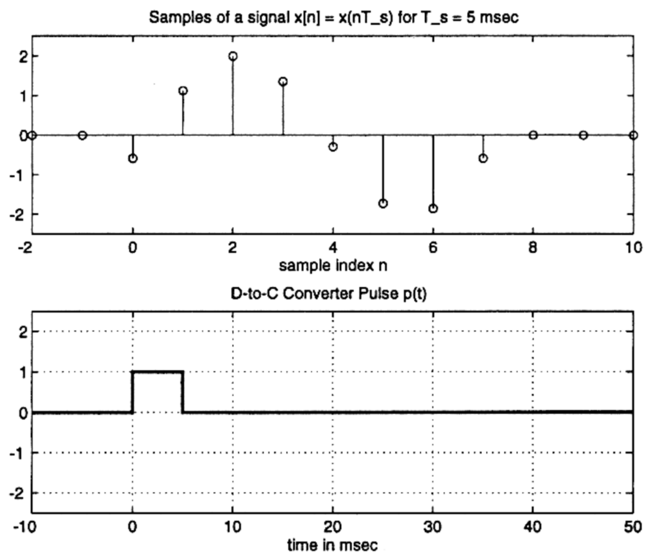
   1. $x[n] = A\cos(\omega_s n + \varphi)$

b. Explique como aliasing afeta a plotagem que você está vendo.

11. A figura abaixo mostra sinal analógico $x(t)$ amostrado $x[n] = x(nT_s)$, para $T_s = 5ms$. As amostras estão plotadas em função do índice n. Um sinal $y(t)$ é reconstruído, tal que,

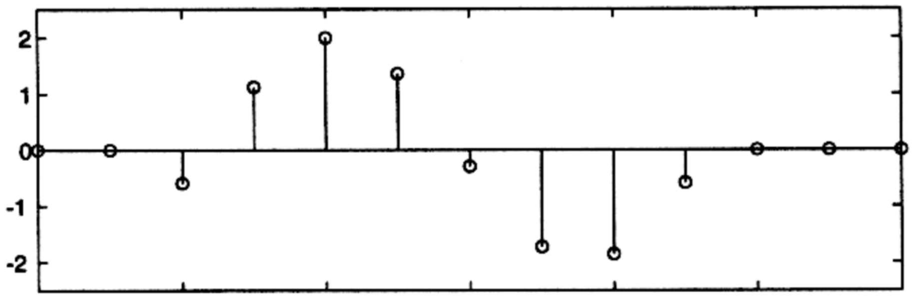
$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]\,p(t - nT_s)$$

onde $p(t)$ é mostrado na figura abaixo.



Na figura abaixo, pede-se para:

a. Plotar $y(t)$;
b. Colocar o eixo das abscissas em função do tempo, em mili segundos.



Referências

Os exercícios aqui apresentados foram extraídos e adaptados das seguintes fontes:

[1] Bombois, X. *Signal analyses* http://www.dcsc.tudelft.nl/~xbombois/SR3exercises.pdf

[2] Cuff, P. *Signal analyses* https://www.princeton.edu/~cuff/ele301/files/lecture8_2.pdf

[3] Lathi, B.P. *Sinais e Sistemas Lineares*, 2ª edição, Bookman, 2007.

[4] Oppenheim, A.V. *Signals and Systems*, http://ocw.mit.edu

[5] http://paloalto.unileon.es/ts/first/archives/html/p4_43_0.htm