**Lista 3 – Estimação por MQO**

**Exercício 01**

O modelo abaixo é uma simplificação do modelo multivariado utilizado por Biddle e Hamermesh (1990) a fim de estudar o *tradeoff* entre o tempo gasto dormindo e o tempo gasto trabalhando, além de analisar outros fatores que influenciam o tempo separado para dormir:

$$sleep= β\_{0}+ β\_{1}totwrk+ β\_{2 } educ+ β\_{3} age+u$$

Sendo que *sleep* e *totwrk* são os tempos, em minutos por semana, gasto dormindo e trabalhando, respectivamente e *educ* são os anos de estudo do indivíduo. Dado o modelo, responda:

1. Qual é o sinal esperado de $β\_{1}$? Por quê?
2. Quais os sinais esperados para os parâmetros $β\_{2} e β\_{3}$? Por quê?
3. Estimando o modelo acima temos os seguintes parâmetros

*sleep =* 3638,25 –0,148 *totwrk* – 11,13 *educ* + 2,20 *age* + *u*

$$R^{2}=0,113 n=706$$

Supondo que um agente passe a trabalhar mais 5 horas por semana, qual seria a variação em suas horas de sono?

**Exercício 02**

Em um estudo feito a fim de quantificar a influência da alocação de horas entre as diferentes atividades e a nota final dos alunos de uma faculdade, temos a formulação do seguinte modelo:

$$GPA= β\_{0}+ β\_{1}study+ β\_{2} sleep+ β\_{3}work+β\_{4}leisure+u$$

Sendo *study, sleep, work e leisure* o tempo gasto, em minutos por semana, para estudo, dormir, trabalhar e ócio, respectivamente. Supomos, ainda, que essas são todas as atividades possíveis que um estudante é capaz de realizar por semana.

1. Faz sentido fazer uma análise *ceteris paribus[[1]](#footnote-1)* dos parâmetros desse modelo? Por quê?
2. Explique o porquê desse modelo violar a hipótese de que a matriz X de regressores deve possuir posto cheio. Isto é, de que não há perfeita multicolinearidade entre os elementos de X, ou de que as colunas de X não podem ser linearmente dependentes.
3. Como reformular o modelo acima para corrigir o problema do posto da matriz X?

**Exercício 03**

Dado o modelo multivariado abaixo:

$$y= β\_{0}+β\_{1}x\_{1}+β\_{2}x\_{2}+β\_{3}x\_{3}+u $$

Assumindo que todos os regressores são independentes e que todas as hipóteses de Gauss-Markov são satisfeitas, estamos interessados em estimar o parâmetro da soma dos regressores $x\_{1 } e x\_{2} $, ou seja, estamos interessados em estimar o parâmetro $θ= β\_{1}+β\_{2}$. Mostre que o estimador $\hat{θ}=\hat{β\_{1}}+\hat{β\_{2}}$ é não-viesado.

**Exercício 04**

Quais as consequências para o estimador de MQO de cada uma das quebras das hipóteses de Gauss-Markov abaixo. Além disso, mostre matematicamente como essas consequências ocorrem.

1. Heterocedasticidade.
2. Omissão de uma variável relevante.
3. Perfeita correlação entre os dois regressores incluídos no modelo.

**Exercício 05**

Considere o seguinte modelo de regressão simples $y=β\_{0}+β\_{1}x+u$, em que todas as hipóteses de Gauss-Markov são obedecidas. Assuma alguma função $g(x)$, sendo que essa pode ser $g\left(x\right)=x^{2}$ ou $g\left(x\right)=log⁡(1+x^{2})$. Definindo $z=g(x)$, e utilizando como momentos válidos $E\left(u\right)=0 e E\left(uz\right)=0$, mostre que $\hat{β}$ abaixo é um estimador de $β$ através do método dos momentos.

$$\hat{β}= \frac{\sum\_{i=1}^{n}(z\_{i}-\overbar{z})y\_{i}}{\sum\_{i=1}^{n}(z\_{i}-\overbar{z})x\_{i}}$$

Mostre que esse estimador é não-viesado.

*Dica:* Temos que, como $E\left(x\right)=0$, podemos tratar tanto $x$ quanto $z$ (pela lei das expectativas iteradas) como não aleatórios, ou seja, podemos assumir $E\left(z\right)=0$.

**Parte empírica**

**Prática 01**

Utilizando a base de dados SLEEP75.txt disponível no link <http://migre.me/bTF6y> responda:

1. Estime o modelo analisado no Exercício 01. Compare os resultados obtidos pela estimação com os resultados mostrados no exercício.

*Dica:* Utilize o *“summary”* no modelo criado para encontrar a estatística $R^{2}$.

1. Realize as seguintes estimações:
2. Estime a seguinte equação:

$$sleep=α\_{0}+α\_{2}educ+α\_{3}age+v$$

1. Recupere os resíduos dessa estimação, $\hat{v}$, e os guarde em um novo objeto.

*Dica:* Utilize a função $ls$ para visualizar os objetos dentro do objeto de classe $lm$ criado pelo comando de regressão linear.

1. Estime a seguinte equação:

$$totwrk=δ\_{0}+δ\_{2}educ+δ\_{3}age+w$$

1. Recupere os resíduos dessa estimação, $\hat{w}$, e os guarde em um novo objeto.
2. Estime a seguinte equação:

$$\hat{v}=β\_{0}+β\_{1}\hat{w}+ε$$

Comparando os dois $β\_{1}$ estimados, tanto por esse último método quanto pela regressão completa, vemos que esses são iguais.

1. Entender cada parâmetro como resultado sobre Y de se variar X mantendo-se tudo o mais constante. [↑](#footnote-ref-1)