Propriedades de distribuições normais

1. Suponha que 
	1. Qual a distribuição de 3x1?
	2. Qual a distribuição de x2 + 9?
	3. Qual a distribuição de w = -4 + 8x1 – 4x2?
	4. Como eu poderia obter uma distribuição qui-quadrada a partir de **x** = (x1 x2)’?
	5. Qual a distribuição de x1 | x2?
2. Considere o modelo y = a + bx +ε; ε | X ~ N(0, σ). Suponha que e que . Qual o valor de  em uma amostra de tamanho 16? Se eu soubesse que σ = 2, como eu poderia testar se b = 19? A 5% de significância eu aceito ou rejeito esta hipótese?
3. No exercício acima, qual seria o valor de se soubéssemos que ?
4. Considere o modelo: y = a + bx + ε
5. Como você estimaria a e b através da minimização de uma função perda quadrática? Se o modelo fosse y = a + bx + cx2 + ε, quais os estimadores de a, b e c que seriam obtidos através da minimização de uma função-perda quadrática?
6. Como você estimaria a e b pelo Método dos Momentos, se soubesse que E(ε) = 0 e E(εx) = 0? Se ao invés disso fosse dito que E(ε) = 5 (mas mantido que E(εx) = 0), como esta informação alteraria sua estimação de b?
7. Como você estimaria a e b pelo Método dos Momentos, se soubesse que E(ε) = 1 e E(εex) = 4?
8. Suponha que a probabilidade de que uma empresa feche suas portas no próximo período seja δ (constante), independentemente do tamanho ou idade da empresa. Se isso for verdade, a distribuição de idades de empresa em um determinado ponto do tempo seria dada por uma exponencial com taxa de decaimento constante, δ. Em outras palavras, se y = idade da empresa, então:

y˷exp(δ) = δe-δy

Suponha que você tenha uma amostra de 5 firmas com idades [1, 2, 2, 3, 4] anos. Construa um estimador de δ por máxima verossimilhança.

1. Considere o modelo y = x3 + b + ε, e suponha que ε|X ~N(0,σ2). Supondo que você tenha uma amostra aleatória de (Y,X), e que valha a hipótese de exogeneidade fraca, qual o estimador de máxima verossimilhança de b em uma amostra de tamanho N? Como sua resposta mudaria se o modelo fosse y = cos(xb) + ε? (nesse caso obter uma expressão do estimador como função é difícil. Mostre apenas a equação ou sistema de equações que, se resolvido, fornece o estimador).
2. Considere o modelo y = a + bx + ε. Suponha agora que você possui uma amostra aleatória de tamanho N onde, para cada indivíduo, ε|X ~ N (0,σ2)
	1. Mostre que **ε** = [ε1 ... εN]’ ~MN [**0**Nx1**,** σ2**I**NxN**]** satisfaz as hipóteses do modelo
	2. Seja $\tilde{x}\_{i}=\frac{x\_{i}-\overbar{x}}{\sum\_{i=1}^{N}\left(x\_{i}-\overbar{x}\right)^{2}}$ e $\tilde{x}=[\tilde{x}\_{1}…\tilde{x}\_{N}]$’. Mostre que $\hat{b}=b+\tilde{x}'ε$
	3. Usando a propriedade de linearidade das distribuições normais, mostre que $\hat{b}\~N\left(b,\tilde{x}'Var(ε)\tilde{x}\right)=N\left(b,\frac{σ^{2}}{N\sum\_{i=1}^{N}\left(x\_{i}-\overbar{x}\right)^{2}}\right)$