ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

PME3201 - Laboratório de Simulações Numéricas

Prof. Dr. Walter Ponge-Ferreira

Modelo Hidráulico

6^o Exercício - E6

1 Questão

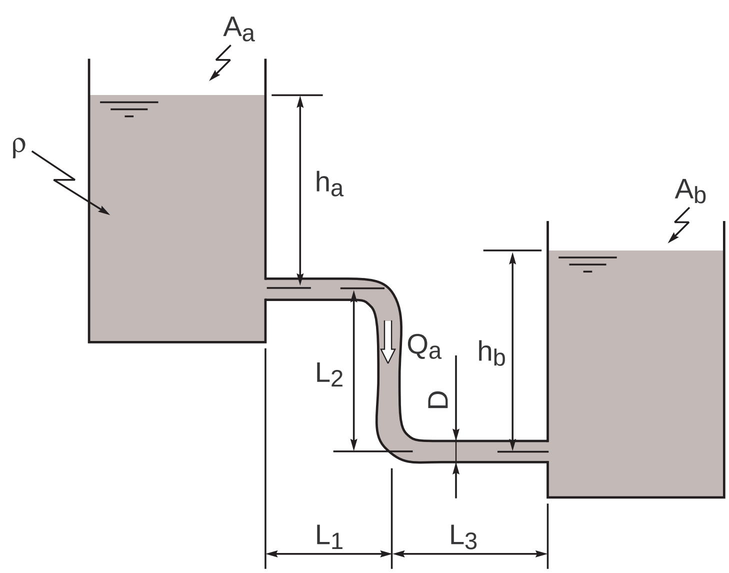

Figura 1: Croqui do sistema com dois reservatórios

Numa planta industrial, existem dois reservatórios cilíndricos de água em níveis diferentes. Os dois reservatórios são ligados por uma tubulação de diâmetro $D = 130$ mm conforme o esquema mostrado na figura 1, onde $h_a = 15$ m, $h_b = 10$ m, $L_1 = 10$ m, $L_2 = 3$ m e $L_3 = 12$ m. A água tem massa específica $\rho = 998$ kg/m^3 e viscosidade cinemática $\nu = 1,004 \cdot 10^{-6}$ m^2/s, e a tubulação é feita de aço, com uma rugosidade média $e = 0,046$ mm. São dados os coeficientes de perda de carga da entrada $K_{ent} = 0,5$, de cada uma das curvas $K_{curva} = 1,3$ e da saída $K_{saida} = 1$. Assuma que a aceleração da gravidade vale $g = 9,8$ m/s^2.

A perda de carga distribuida pode ser calculada pela fórmula de *Darcy-Weisbach-Chézy*, i.e.:

$$h_L = f\,\frac{L}{D}\,\frac{\bar{V}^2}{2g}$$

onde L é o comprimento da tubulação de diâmetro D, $\bar{V} = \frac{Q}{A}$ a velocidade média do escoamento na seção de área transversal A com vazão Q, g a aceleração da gravidade local e f é o coeficiente de atrito, que pode ser obtido pela *fórmula de Colebrook*, dada por:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\,\log\left(\frac{e}{3,7D} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}}\right)$$

que depende do *Número de Reynalds* - *Re* e da rugosidade relativa ε, i.e.:

$$Re = \frac{\bar{V}\,D}{\nu}$$

e

$$\varepsilon = \frac{e}{D}$$

A perda de carga singular devido a variações nas seções, entradas, saídas e cotovelos da tubulação é dada por:

$$h_{Lm} = K\,\frac{\bar{V}^2}{2g}$$

para os quais o coeficiente de perda singular K é determinado empiricamente.

A relação entre perda de carga h_L, variação da pressão p_i, velocidade média do escoamento $\bar{V}_i$ e cota da seção z_i em uma tubulação é dada pela equação da energia:

$$\left(\frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1\,\bar{V}_1^2}{2g} + z_1\right) - \left(\frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2\,\bar{V}_2^2}{2g} + z_2\right) + h_b = h_{Lm}$$

onde o coeficiente de fluxo de energia cinética α_i pode ser considerado igual a um para escoamento turbulento $Re > 4000$.

A pressão hidrostática é dada por:

$$p_1 = \gamma\, h + p_2$$

onde p_i são as pressões em duas cotas separadas de uma coluna de fluido de altura h com peso específico $\gamma = \rho\, g$.

A potência despendida pela bomba $\dot{W}_b$ para uma data carga h_b é dada por:

$$\dot{W}_b = \gamma\, Q\, h_b$$

Pede-se:

a) elaborar um modelo plano para representar o sistema, considerando inicialmente $f = 0.02$.

b) crie uma função para calcular o fator de atrito f para um dado *Número de Reynolds* - Re e uma rugosidade relativa ε.

c) repetir o modelo plano, calculando o fator de atrito através da função criada.

d) construir uma biblioteca de modelos para os seguintes componentes: reservatório, tubulação com perda de carga, singularidade de entrada, singularidade de saída, e singularidade de curva. Aproveite a semelhança entre componentes para criar sub-classes de modelos, quando possível.

e) crie os elementos de conexão hidráulica para acoplar os diferentes componentes do sistema.

f) construir uma modelo dinâmico do sistema hidráulico com os componentes da biblioteca.

g) determinar a vazão Q_a que passa pela tubulação nessa condições, considerando que as áreas das superfícies dos reservatórios sejam infinitas.

h) determinar a vazão $Q_a(t)$ que passa pela tubulação, considerando as áreas das superfícies dos reservatórios **A** e **B** iguais a $A_a = 75$ m^2 e $A_b = 150$ m^2.

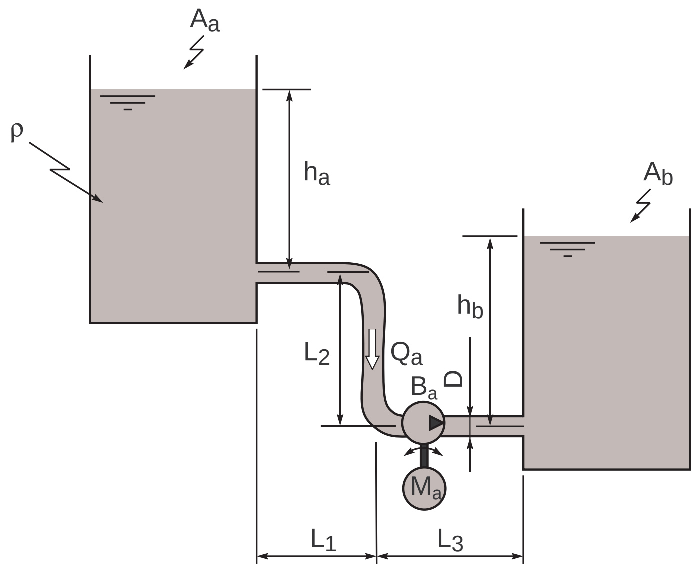

Figura 2: Croqui do sistema com dois reservatórios e bomba

2 Questão

A fim de se controlar a vazão e o nível dos reservatórios foi adicionada uma bomba volumétrica B_a na tubulação de interconexão dos reservatórios, cujo rendimento total seja $\eta = 0,7$.

a) Criar um modelo para a bomba volumétrica e acrescenta-la ao modelo do sistema hidráulico.

b) Inicialmente considerando as áreas das superfícies infinitas, calcule a potência consumida pela bomba para manter a vazão fixa de $Q_a = 0,1$ m^3/s.

c) Repita a simulação considerando agora as áreas dos reservatórios dadas na questão anterior.

3 Questão

Considere agora três reservatórios conectados conforme mostrado na figura 3. São dados: $h_a = h_b = h_c = 10$ m, $L_1 = L_5 = L_8 = 10$ m, $L_2 = L_6 = 3$ m, $L_3 = L_7 = 12$ m, $A_a = A_b = A_c = 100$ m^2 e demais parâmetros iguais à questão 1. Considere que a bomba externa B_o forneça inicialmente uma vazão constante de $Q_o = 0,1$ m^3/s e que após $t_o = 1200$ s a vazão dobre.

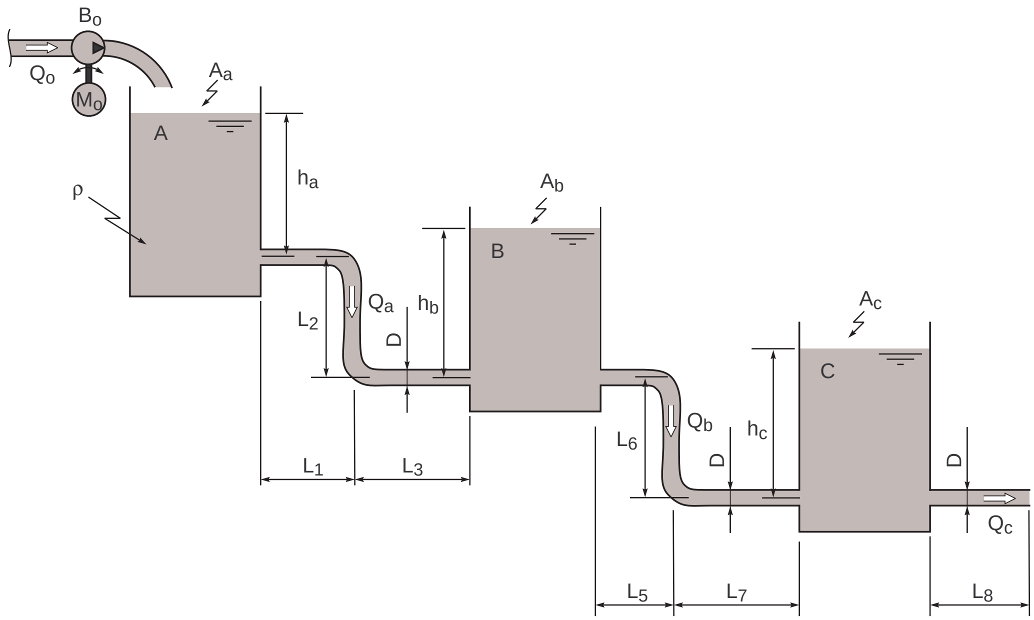

Figura 3: Croqui do sistema com três reservatórios

Pede-se:

a) Construa um modelo do sistema hidráulico com os componentes da biblioteca criados anteriormente.

b) Simule o comportamento dinâmico do sistema até entrer em regime.

c) Discuta os resultados obtidos e compare o comportamento dinâmico com de circuitos RC em série.

4 Questão

Considere agora que os reservatórios seja conectados conforme mostrado na figura 4. Todos os parâmetros são idênticos à questão anterior.

Pede-se:

a) Construa um modelo do sistema hidráulico com os componentes da biblioteca criados anteriormente.

b) Simule o comportamento dinâmico do sistema até entrer em regime.

c) Discuta os resultados obtidos e compare o comportamento dinâmico com de circuitos elétricos RC em série.

5 Questão

Acrescente bombas hidráulicas ao modelo da questão 3 conforme mostrado na figura 5.

Pede-se:

a) Construa o modelo dinâmico do sistema hidráulico.

b) Estude o comportamento do sistema e escolha a melhor opção de vazão das bombas para que a altura dos reservatórios não varie significativamente.

c) Acrescente um controle automático P, PI ou PID para regular as vazões das bombas para controlar a altura dos três reservatórios. Utilize os componentes de controle da biblioteca padrão do Modelica, MSL.

6 Questão

Considere o sistema de tanques apresentado na figura 6, onde os dois reservatórios são ligados por uma tubulação longa de diâmetro $D = 130$ mm, onde $h_a = 15$ m, $h_b = 10$ m, $L_1 = 2000$ m. A água tem massa específica $\rho = 998$ kg/m^3 e viscosidade cinemática $\nu = 1,004 \cdot 10^{-6}$ m^2/s, e a tubulação é feita de aço, com uma rugosidade média $e = 0,046$ mm. São dados os coeficientes de perda de carga da entrada $K_{ent} = 0,5$ e da saída $K_{saida} = 1$. Assuma que a aceleração da gravidade vale $g = 9,8$ m/s^2. Como a tubulação é longa, deveremos considerar o efeito da inércia do fluido na tubulação quando o escoamento é acelerado.

Aplicando-se a equação do momento linear para tubulação horizontal temos:

$$(p_a - p_b)\ A = \rho\, A\, L\, \frac{d\bar{V}}{dt}$$

Pede-se:

a) Construir um modelo da tubulação considerando a inércia do fluido.

b) Construa um modelo do sistema hidráulico com os componentes da biblioteca criados anteriormente.

c) Simule o comportamento dinâmico do sistema até entrer em regime.

d) Discuta os resultados obtidos e compare o comportamento dinâmico com o de um circuito elétrico RLC.

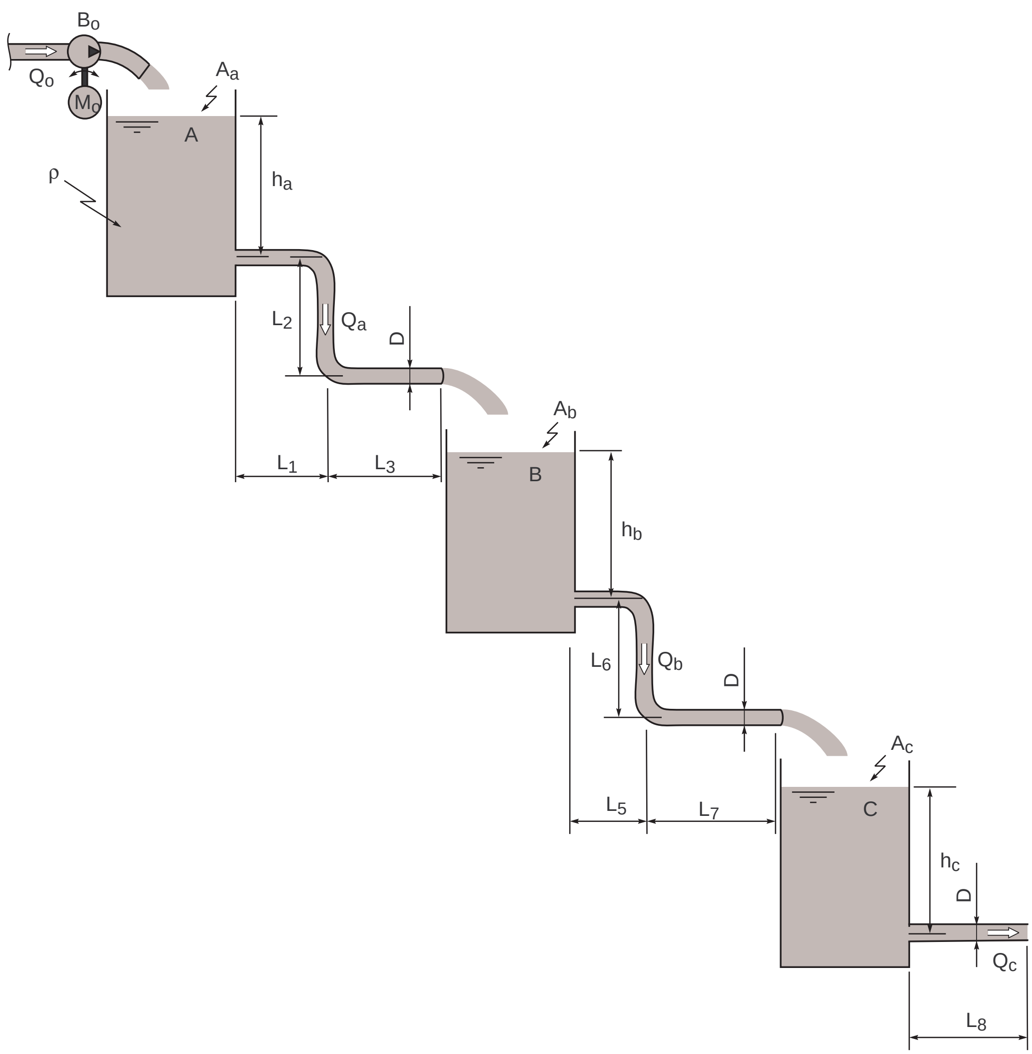

Figura 4: Croqui do sistema com três reservatórios desacoplados

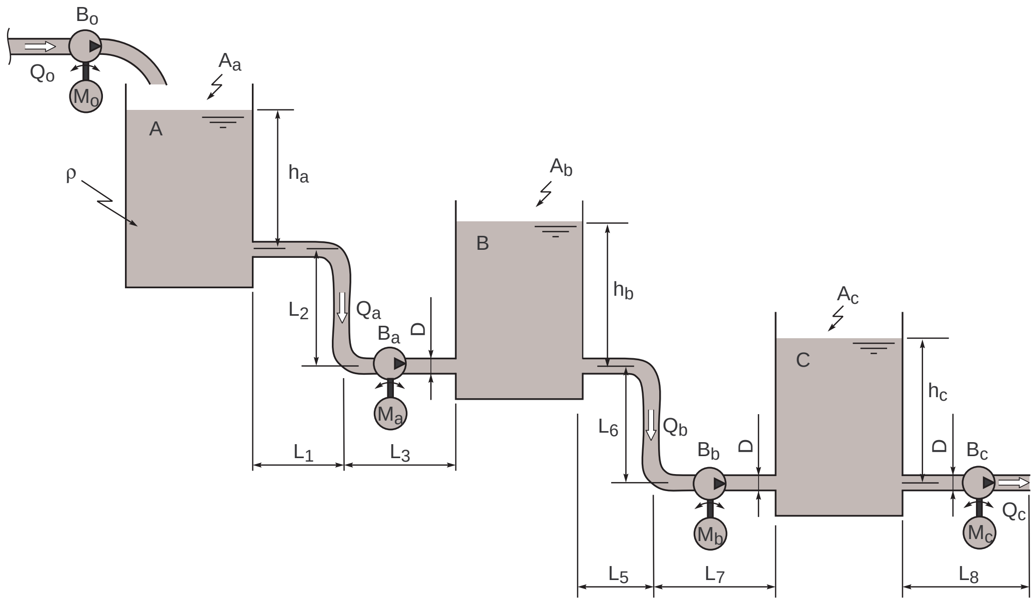

Figura 5: Croqui do sistema com três reservatórios e bombas

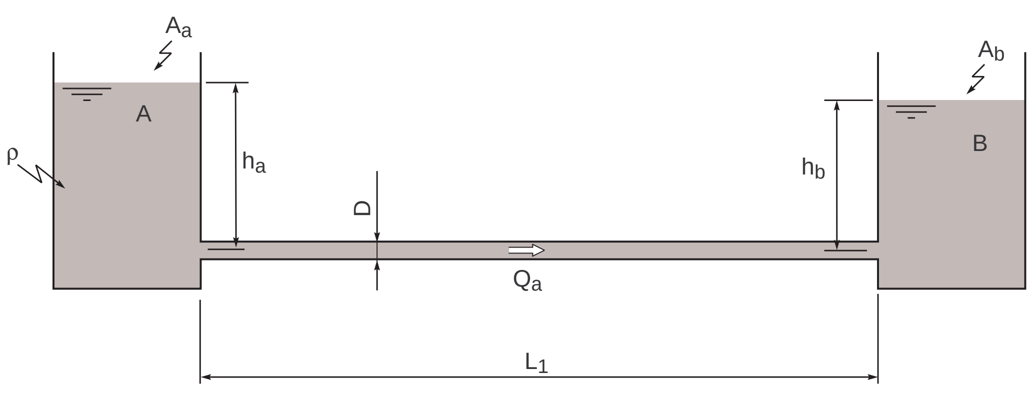

Figura 6: Croqui do sistema com dois reservatórios conectados por tubulação longa