Ondas Estacionárias

Ondas progressivas → Ondas que se propagam

simulador de onda

Ondas Estacionárias → Ondas que não se propagam

Ondas Estacionárias

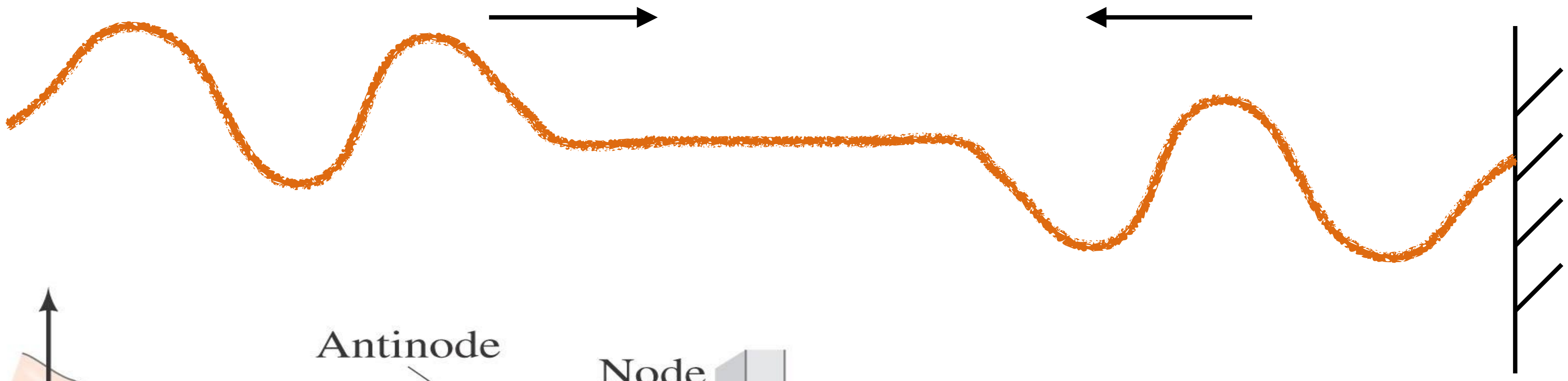
Ondas que não se propagam !

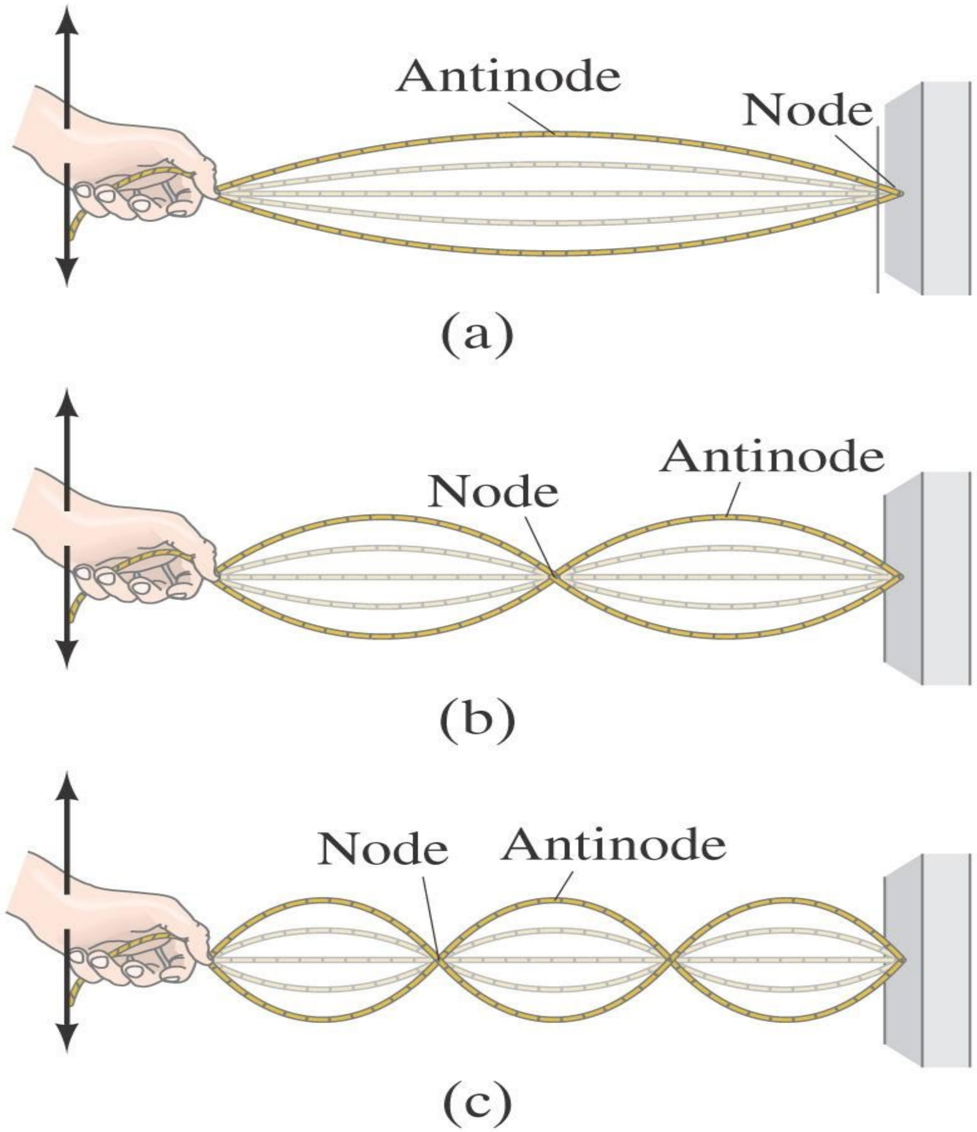
https://www.youtube.com/watch?v=-gr7KmTOrx0

Só oscilam!

https://www.youtube.com/watch?v=-n1d1rycvj4

Corda esticada com uma extremidade fixa





$$y(x,t) = A(x)cos\underbrace{[\omega t + \varphi]}_{\text{Parte temporal}}$$

Amplitude que depende de x

Onda estacionária → Deve satisfazer a equação diferencial da onda → $$\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

$$y(x,t) = A(x)cos(\omega t + \varphi)$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \dfrac{d^2 A}{dx}cos(\omega t + \varphi) \\[2ex] \dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 Acos(\omega t + \varphi) \end{cases}$$

$$\frac{d^2 A}{dx^2}\cancel{cos(\omega t + \varphi)} = -\frac{\omega^2}{v^2}A\cancel{cos(\omega t + \varphi)}$$

$$\frac{d^2 A}{dx^2} = -\frac{\omega^2}{v^2}A$$ lembrando que: $kv = \omega$

$$\boxed{\frac{d^2 A}{dx^2} = -k^2 A}$$ → equação do oscilador harmônico

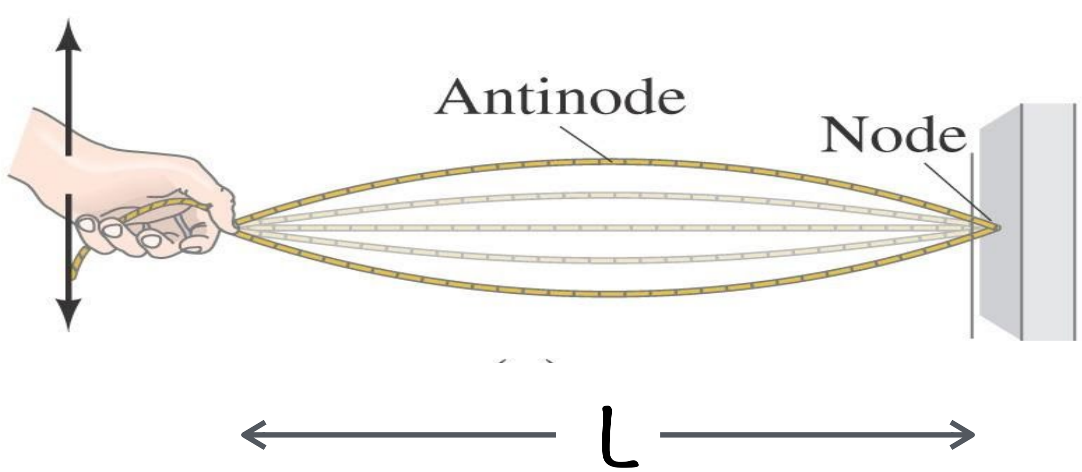
$$\frac{d^2A}{dx^2} = -k^2A \quad \longrightarrow \quad A(x) = a\cos(kx) + b\,\mathrm{sen}(kx)$$

Solução geral da equação diferencial

Constantes a e b → ajustáveis pelas condições de contorno

$y(x=0)=0$

$y(x=L)=0$



$y(x=0)=0 \rightarrow a=0$

$y(x=L)=0 \rightarrow b\,\mathrm{sen}(kL)=0$

$b\,\mathrm{sen}(kL)=0 \rightarrow kL=0, \pi, 3\pi, 5\pi\cdots$

Nós nas extremidades

bsenkL=0 $\rightarrow$ kL=0, π, 3π, 5π···

$k_nL=n\pi$, n=0,1,3,5···

$$k_n = \frac{n\pi}{L} \longrightarrow \omega_n = \frac{n\pi v}{L} \qquad n=0,1,3,5\ldots$$

Solução para A(x) $\Rightarrow$ $$A_n(x) = b_n sen(\frac{n\pi x}{L})$$

Solução Geral da equação diferencial da Onda

$$y_n(x,t) = b_n cos(\frac{n\pi}{L}x)cos(\frac{n\pi}{L}vt + \varphi)$$

$$y_n(x,t) = b_n cos(\frac{n\pi}{L}x)cos(\frac{n\pi}{L}vt + \varphi)$$

Quando: A(x)=0 → nós

A(x) é máximo → ventres

Cada valor de n → **Harmônico** ou modo normal de vibração da corda, com frequência f_n, comprimento de onda λ_n

$$\omega_n = 2\pi f_n$$

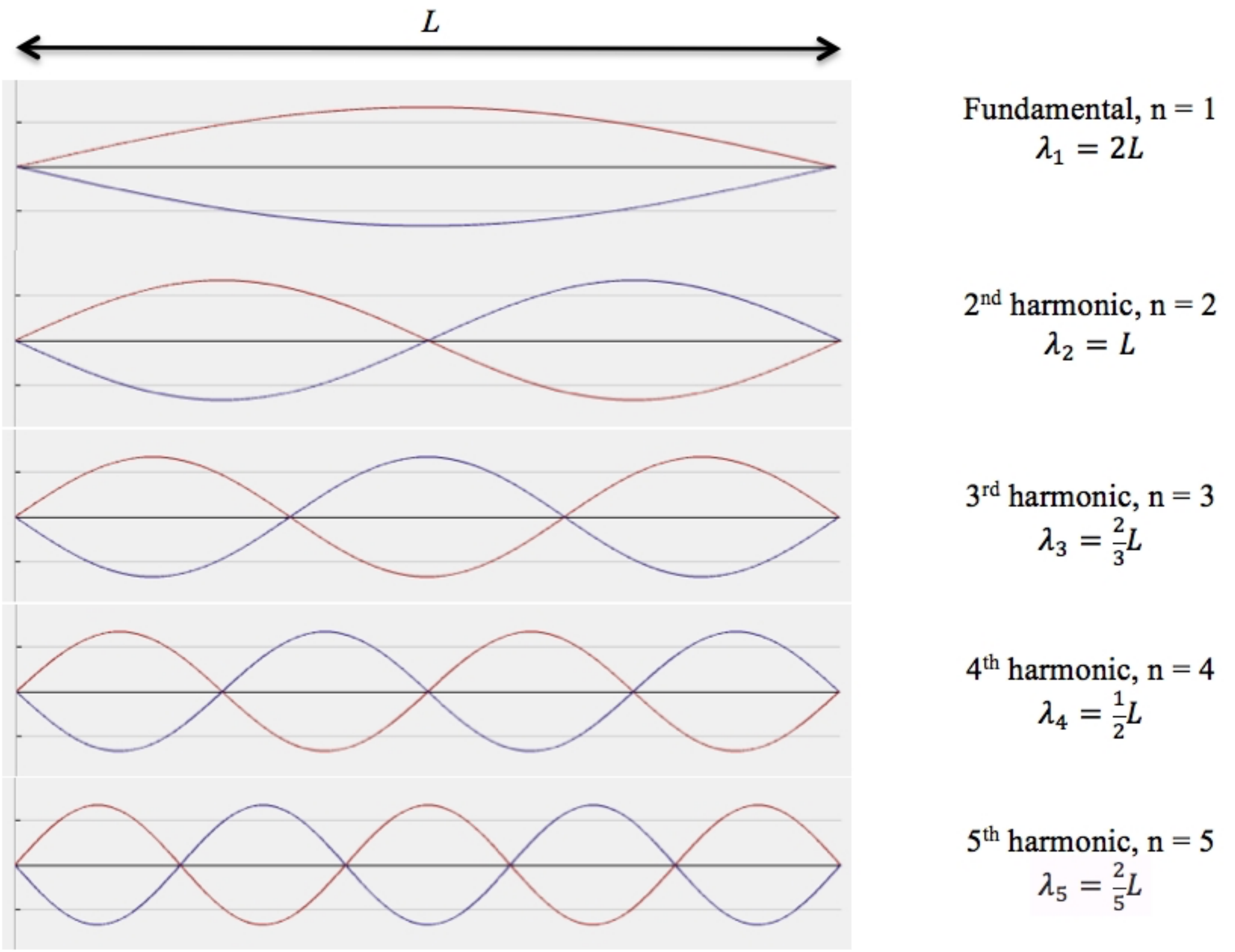
$$f_n = \frac{\omega_n}{2pi} = \frac{n\pi v}{L}\frac{1}{2\pi} = \frac{nv}{2L}$$

$$\lambda_n = \frac{2Lv}{nv} = \frac{2L}{n}$$

n=1 → 1°. Harmônico $f_1 = \frac{v}{2L}$ $\lambda_1 = 2L$

n=2 → 2°. Harmônico $f_2 = \frac{2v}{2L}$ $\lambda_2 = L$

n=3 → 3°. Harmônico $f_3 = \frac{3v}{2L}$ $\lambda_3 = \frac{2L}{3}$



n=1 → 1°. Harmônico $f_1 = \dfrac{v}{2L}$ $\lambda_1 = 2L$

n=2 → 2°. Harmônico $f_2 = \dfrac{2v}{2L}$ $\lambda_2 = L$

n=3 → 3°. Harmônico $f_3 = \dfrac{3v}{2L}$ $\lambda_3 = \dfrac{2L}{3}$

f_1=fundamental

$f_2=2f_1$

$f_3=3f_1$

Instrumentos musicais de corda

$$f_n = \frac{nv}{2L}$$

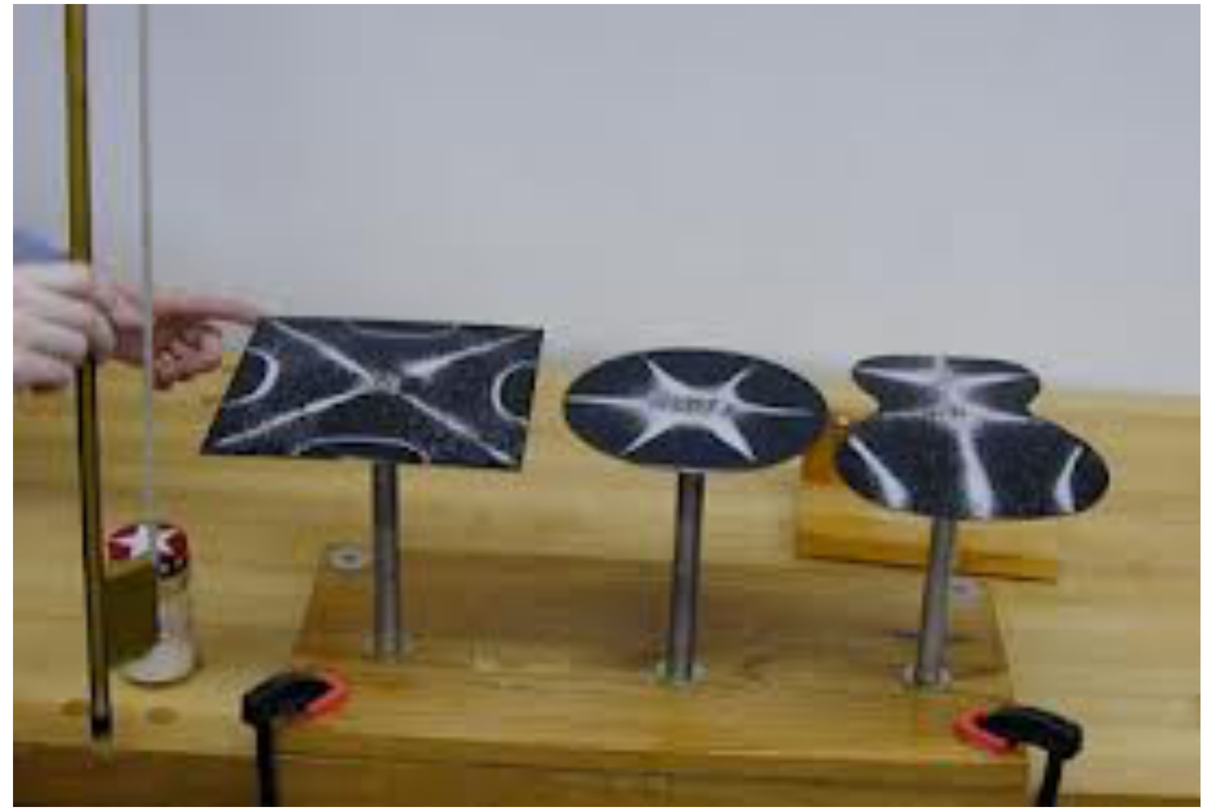
$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

f_n - depende de T e de μ

L aumenta $\rightarrow$ f diminui

Ondas Estacionárias em 2 Dimensões



linhas claras - correspondem a nós, onde a amplitude de vibração é igual a zero; $A(x,y)=0$