

PCS 2428 / PCS 2059  
Inteligência Artificial

Prof. Dr. Jaime Simão Sichman  
Prof. Dra. Anna Helena Reali Costa

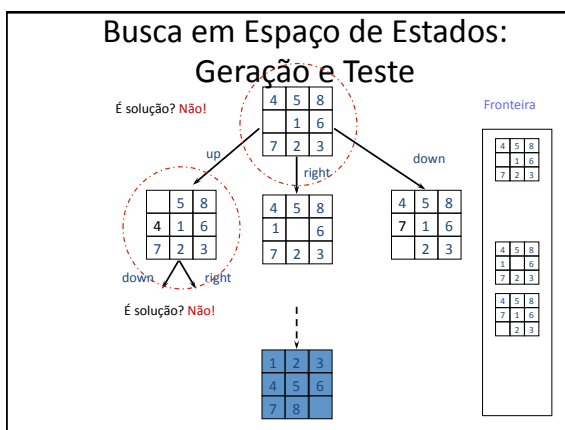
Busca Cega

### Busca em Espaço de Estados: Geração e Teste

- **Fronteira** do espaço de estados
  - nós (estados) a serem expandidos no momento.
  - inicialmente, a fronteira contém o estado inicial do problema.

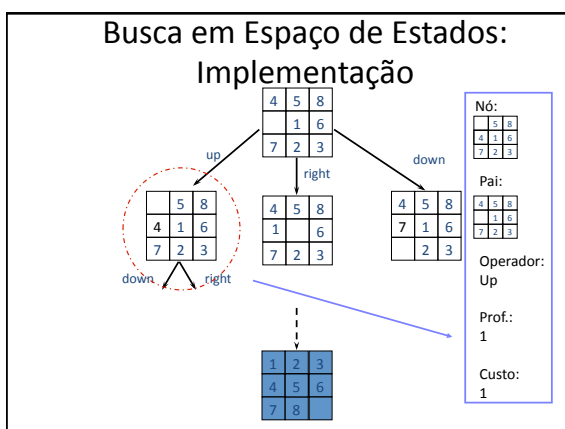
Algoritmo Genérico de Busca em Espaço de Estados:

1. **Selecionar** o primeiro nó (estado) da **fronteira** do espaço de estados;
  - se a fronteira está vazia, o algoritmo termina com **falha**.
2. **Testar** se o nó é um estado final (solução):
  - se "sim", então retornar nó - a busca termina com **sucesso**.
3. **Gerar** um novo conjunto de estados pela aplicação dos operadores ao estado selecionado;
4. **Inserir** os nós gerados na **fronteira**, de acordo com a estratégia de busca usada, e voltar para o passo (1).



### Busca em Espaço de Estados: Implementação

- Espaços de Estados
  - podem ser representados como uma árvore onde os estados são nós e as operações são arcos.
- Os nós da árvore podem guardar mais informação do que apenas o estado:
  - são uma **estrutura** de dados com 5 componentes:
    1. o estado correspondente
    2. o seu nó pai
    3. o operador aplicado para gerar o nó (a partir do pai)
    4. a profundidade do nó
    5. o custo do nó (desde a raiz)



### Busca em Espaço de Estados: Algoritmo

função **Busca-Genérica** (*problema*, **Função-Insere**)  
retorna **uma solução ou falha**

```

fronteira ← Faz-Fila (Faz-Nó (Estado-Inicial [problema] ))
loop do
    se fronteira está vazia então retorna falha
    nó ← Remove-Primeiro (fronteira)
    se Teste-Término [problema] aplicado a Estado [nó] tiver sucesso
        então retorna nó
    fronteira ← Função-Insere (fronteira, Operadores [problema])
end
    
```

**Função-Insere:** **controla a ordem de inserção** de nós na fronteira do espaço de estados.

### Métodos de Busca

- Busca não informada (busca cega / exaustiva)
  - Não tem informação sobre qual sucessor é mais promissor para atingir a meta.
  - Estratégias de Busca (ordem de expansão dos nós):
    - busca em largura
    - busca de custo uniforme
    - busca em profundidade
    - busca em profundidade limitada
    - busca em prof. com aprofundamento iterativo
    - busca bidirecional
- Busca heurística (busca informada)
  - Possui informação (estimativa) de qual sucessor é mais promissor para atingir a meta.

### Busca não informada

- A busca não informada (ou busca cega) não possui estimativas sobre qual sucessor é mais promissor para atingir a meta.
- **Fronteira** : todos os nós gerados e ainda não expandidos (ou visitados) da árvore de busca.

### Estratégias de Busca Cega

- Busca em Largura
- Busca de Custo Uniforme
- Busca em Profundidade
- Busca em Profundidade Limitada
- Busca em Profundidade com Aprofundamento Iterativo
- Busca Bidirecional
- Evitando Estados Repetidos
- Busca com Conhecimento Incompleto

### Estratégias de Busca Cega: Exemplo

Problema: sair de A e chegar até Z ....

### Busca em Largura

- Ordem de expansão dos nós:
  1. Nó raiz
  2. Todos os nós de profundidade 1
  3. Todos os nós de profundidade 2, etc...

Fronteira = FIFO (first-in-first-out)  
 ➔ insere no fim da fila

### Desempenho da busca em largura

- Completa?
  - Se b finito, é completa: se um nó-meta estiver a uma profundidade d, a busca em largura sempre irá encontrá-lo.
- Ótima?
  - Nem sempre – caminho mais curto (nó-meta mais próximo da raiz) ≠ melhor caminho
  - É ótima se o custo do caminho for uma função não-decrescente da profundidade do nó (ex: todas ações têm mesmo custo)

## Desempenho da busca em largura

- Complexidade de tempo
  - Meta em  $d$ , cada nó tem  $b$  filhos. No pior caso, vem (teste ao expandir cada nó):
 
$$1 + b + b^2 + b^3 + \dots + b^d + (b^{d+1} - b) = \mathcal{O}(b^{d+1})$$
- Complexidade de espaço
  - Mantém todos nós gerados (ou está na fronteira ou é ancestral e está na lista de visitados)
 
$$1 + b + b^2 + b^3 + \dots + b^d + (b^{d+1} - b) = \mathcal{O}(b^{d+1})$$

13

## Desempenho da Busca em Largura

- Esta estratégia só dá bons resultados quando a *profundidade* da árvore de busca é *pequena*

Exemplo:

fator de expansão  $b = 10$ 

1.000 nós gerados por segundo

cada nó ocupa 100 bytes

Profundidade	Nós	Tempo	Memória
0	1	1 milissegundo	100 bytes
2	111	0,1 segundo	11 kilobytes
4	11111	11 segundos	1 megabyte
6	$10^6$	18 minutos	111 megabytes
8	$10^8$	31 horas	11 gigabytes
10	$10^{10}$	128 dias	1 terabyte
12	$10^{12}$	35 anos	111 terabytes
14	$10^{14}$	3500 anos	11111 terabytes

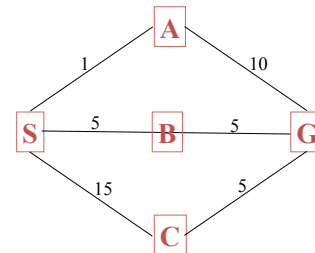
## Busca de Custo Uniforme

- Modifica a busca em largura:
  - Em vez de expandir o nó gerado primeiro, expande o nó da fronteira com menor custo de caminho (da raiz ao nó)
- Fronteira  $\rightarrow$  insere em ordem crescente de custo
- Não se importa com o número de passos, mas com o custo total
- $g(n)$  dá o custo do caminho da raiz ao nó  $n$ 
  - Na busca em largura:  $g(n) = \text{profundidade}(n)$

15

## Busca de Custo Uniforme

- Exercício: gerar a árvore de busca usando busca de custo uniforme. Suponha estado inicial S e estado final G.



16

## Busca de Custo Uniforme

Fronteira do exemplo anterior

- $F = \{S\}$ 
  - testa se S é o estado objetivo, expande-o e guarda seus filhos A, B e C ordenadamente (segundo custo) na fronteira
- $F = \{A, B, C\}$ 
  - testa A, expande-o e guarda seu filho  $G_A$  ordenadamente
  - obs.:** o algoritmo de geração guarda na fronteira todos os nós gerados, testando se um nó é o objetivo apenas quando ele é retirado da lista (i.e., visitado ou expandido)!

17

## Busca de Custo Uniforme

Fronteira do exemplo anterior

- $F = \{B, G_A, C\}$ 
  - testa B, expande-o e guarda seu filho  $G_B$  ordenadamente
- $F = \{G_B, G_A, C\}$ 
  - testa  $G_B$  e pára!

18

### Busca de Custo Uniforme

19

### Desempenho da Busca de Custo Uniforme

- **Completa?** Só se custo de cada ação  $\geq \epsilon$ ,  $\forall n$ 
  - $\epsilon$  é uma constante pequena positiva
  - Loop infinito: quando expande nó que tem ação de custo=0 levando de volta ao mesmo nó.
- **Ótima?** Só se  $g(\text{sucessor}(n)) > g(n)$ 
  - custo **no mesmo caminho** sempre cresce (i.e., não tem ação com **custo negativo ou 0**)
- **Complexidade de tempo e de espaço**
  - $C^*$ =custo da solução ótima (custo de cada ação  $\geq \epsilon$ )
  - Pior caso:  $\mathcal{O}(b^{1+\lceil C^*/\epsilon \rceil})$ , o que pode ser bem maior que  $b^d$

Quando todos os custos são iguais,  $b^{1+\lceil C^*/\epsilon \rceil} = b^d$

20

### Busca em Profundidade

- Ordem de expansão dos nós:
  1. Nó raiz
  2. Primeiro nó de profundidade 1
  3. Primeiro nó de profundidade 2, etc...
- Fronteira = LIFO (last-in-first-out)
  - insere no início da fila

21

### Busca em Profundidade

Neste exemplo, nós com profundidade 3 não têm sucessores. Nós sem sucessores e já expandidos são "apagados".

22

### Desempenho da Busca em Profundidade

- Esta estratégia **não é completa** (caminho pode ser infinito) **nem é ótima**. Se usar uma estratégia que não permite estados repetidos nem caminhos redundantes, ela é completa.
- Complexidade espacial:
  - mantém na memória o caminho que está sendo expandido no momento, e os nós irmãos dos nós no caminho para possibilitar o retrocesso (*backtracking*)
  - Apaga subárvores já visitadas
  - Para espaço de estados com fator de ramificação  $b$  e **profundidade máxima  $m$**  ( $m$  pode ser  $\gg d$ ), requer  **$bm+1$**  de memória →  $\mathcal{O}(bm)$

23

### Desempenho da Busca em Profundidade

- Complexidade temporal:  $\mathcal{O}(b^m)$ , no pior caso.
  - Para problemas com várias soluções, esta estratégia pode ser bem mais rápida do que a busca em largura.
  - Esta estratégia deve ser evitada quando as árvores geradas são muito *profundas* ou geram *caminhos infinitos*.

24

### Variante: **Busca com Retrocesso (backtracking search)**

- Parecida com BP, mas **somente UM sucessor é gerado em cada iteração**
  - na BP, todos os sucessores são gerados na expansão do nó pai
- Portanto, requer só  $\mathcal{O}(m)$  de memória
  - BP requer  $\mathcal{O}(bm)$  de memória
- Restrição: deve ser capaz de retornar ao pai e criar o novo sucessor

25

### Busca com Aprofundamento Limitado

- Evita o problema de árvores não limitadas ao impor um limite máximo ( $l$ ) de profundidade para os caminhos gerados por uma BP.
  - O domínio do problema estabelece a profundidade limite.
  - **Problema: definir limite  $l$  adequado!**
- Completa? Somente se  $l \geq d$ .
- Ótima? Não, exceto se  $l = d$ .
- Complexidade espacial:  $\mathcal{O}(b \cdot l)$
- Complexidade temporal:  $\mathcal{O}(b^l)$  no pior caso.  
**BP é caso particular, com  $l = \infty$**

26

### Busca com Aprofundamento Iterativo (BAI)

- Tenta limites de BP com valores crescentes, partindo de zero, até encontrar a primeira solução (em  $d$ ).
  - Combina vantagens da busca em largura (BL) com as da busca em profundidade (BP).
  - Em geral, é a estratégia preferida de busca cega para quando o espaço de estados é muito grande e a profundidade da solução  $d$  é desconhecida.
- Possui uma variante, a **Busca com Comprimento Iterativo (BCI)** – analogia entre BAI e BL, e BCI e Custo Uniforme: usa incremento iterativo do **custo** do caminho em vez de incremento na profundidade (mas BCI não é eficiente!)

27

### Desempenho da BAI

- Completa? Sim se  $b$  for finito (idem BL).
- Ótima? Sim se o custo do caminho for uma função crescente com a profundidade do nó (idem BL).
- Complexidade espacial:  $\mathcal{O}(bd)$  (idem BP)

28

### Desempenho da BAI

- Complexidade temporal: nós na profundidade da menor solução ( $d$ ) são gerados 1 vez, em  $d-1$  são gerados 2 vezes, .... na profundidade 1 são gerados  $d$  vezes:

$$(d)b + (d-1)b^2 + (d-2)b^3 + \dots + (1)b^d = \mathcal{O}(b^d)$$

OBS: BL gera alguns nós em  $d+1$  e BAI não gera.

BL:  $\mathcal{O}(b^{d+1})$

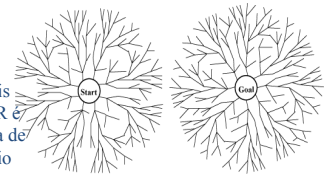
Na realidade, BAI é mais rápida que BL.

29

### Busca Bidirecional (1)

- Busca em duas direções (duas buscas simultâneas):
  - para frente, a partir do nó inicial, e
  - para trás, a partir do nó final (objetivo)
- A busca pára quando o nó a ser expandido por uma busca se encontra na fronteira da outra busca.
- **Motivação:**  
 $b^{d/2} + b^{d/2} < b^d$ .

Ou: a área de dois círculos de raio  $R$  é menor que a área de um círculo de raio  $2R$



## Busca Bidirecional (2)

- Para BL nas duas direções:  $\mathcal{O}(b^{d/2})$  no tempo e no espaço. Completude e otimalidade: idem BL.
  - É possível utilizar *estratégias* diferentes em cada direção da busca (podendo sacrificar desempenho)
- Porém, **encadeamento reverso (da meta para o início) só é possível se todas as ações no espaço de estado forem reversíveis.**
- Outro problema: quando há vários estados-meta ou quando é muito difícil computar os estados-meta pelo teste de término (ex. estados para cheque-mate).

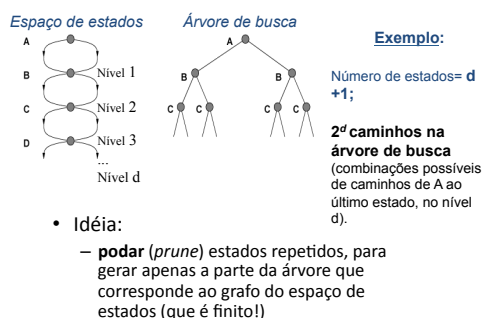
31

## Evitando Estados Repetidos (1)

- Problema geral em Busca
  - expandir estados já previamente encontrados e expandidos
- É inevitável quando há operadores reversíveis
  - ex. encontrar rotas, canibais e missionários, 8-números, etc.
  - a árvore de busca é potencialmente infinita

32

## Evitando Estados Repetidos (2)



33

## Evitando Estados Repetidos (3)

- **Problema: deve armazenar todos nós gerados!**
  - Além da lista de fronteira (também chamada de **open list**), os algoritmos precisam da lista de nós visitados / expandidos (**closed list**)
  - Cada nó gerado é comparado com aqueles da **closed list**: se for repetido, descarta aquele de caminho com custo pior.
  - Pode ser implementado mais eficientemente com **hash tables**
  - BP e BAI: perdem propriedade de complexidade linear no espaço.

34

## Busca com Conhecimento Incompleto

- E se o ambiente **não** for totalmente observável, determinístico e o agente não souber as conseqüências de suas ações?
1. Problemas **conformantes** (sem sensores): não sabe seu estado inicial e, assim, cada ação poderia levar a muitos estados sucessores.
  2. Problemas **contingenciais**: quando o ambiente é parcialmente observável ou suas ações possuem incertezas. Se a incerteza é causada por ações de outro agente, é um problema com adversário.
  3. Problemas de **exploração**: quando os estados e a dinâmica do ambiente são desconhecidos, o agente precisa atuar para descobri-los (caso extremo dos problemas contingenciais).

35

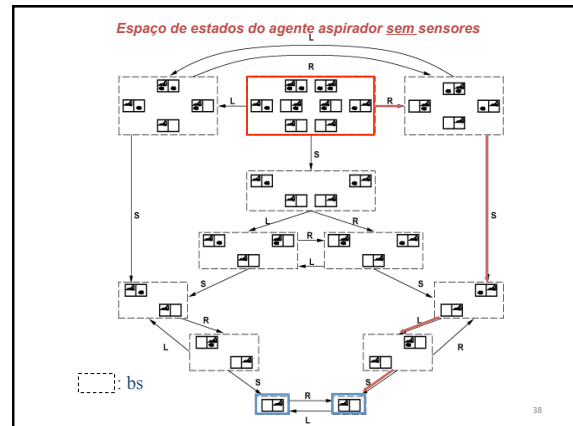
## Problemas Conformantes (sem sensores)

- Estado de crença (*belief state – bs*): **conjunto de estados em que o agente acredita estar.**
- **Busca ocorre no espaço de bs:**
  - ações são aplicadas nos bs, gerando bs sucessores ( $\cup$  sucessores da ação aplicada a cada estado  $\in$  bs)
  - **Solução**: caminho que leva a um bs que só contenha estados-meta
  - Mesmo procedimento para ações não determinísticas

36

### Exemplo com o agente aspirador

- Bs inicial = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}
- Se aplicar a=Right em bs, vem: bs'={2, 4, 6, 8} ...
- Assim, seq=[Right, Suck, Left, Suck] é uma solução!



### Problemas Contingenciais (1)

incertezas e observabilidade parcial

- Nenhuma seqüência fixa de ações garante a solução.
- Muitos problemas reais são contingenciais pois a predição exata é impossível.
- Planejamento condicional:
  - no meio da solução são inseridas ações de sensoriamento que direcionam a execução.
  - A solução normalmente é uma árvore, onde ações são selecionadas em função das contingências sensoriais.
- Uso de abordagem probabilística

### Problemas Contingenciais (2)

- Planejamento contínuo:
  - monitora e atualiza seu modelo do mundo continuamente, mesmo quando em deliberação;
  - assim que tiver um plano parcial, executa; revê metas, inclui novas metas, descarta metas, etc.
  - Projetado para interagir indefinidamente com o ambiente. Também usado em problemas de exploração.

### Problemas Contingenciais (3)

- Monitoramento da execução e replanejamento:
  - agente planeja uma solução e a executa, monitorando a execução;
  - se ocorrer contingências e o plano precisar ser revisado, o agente replaneja a partir do estado que estiver.