Entendendo o índice de Gini

A investigação sobre a distribuição de renda da população leva a questões ligadas à mensuração de quanta desigualdade há em uma sociedade e quais os problemas que surgem na mensuração. Estabelecer e entender os indicadores de avaliação da desigualdade tem sido objeto de trabalho de estudiosos de diversas áreas.

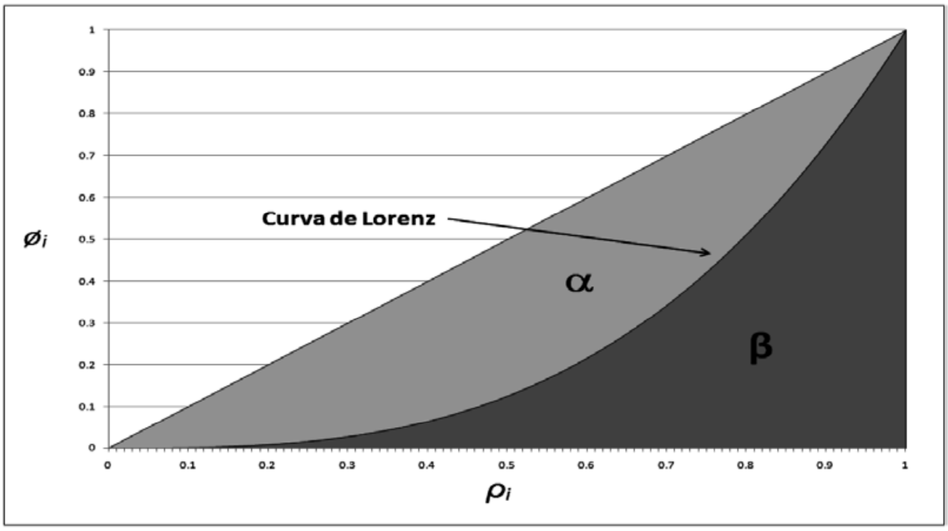
1. O coeficiente de Gini e a curva de Lorenz

Este capítulo tem como principal objetivo mostrar o coeficiente de Gini que é um dos principais índices de desigualdade utilizados. O Gini é uma medida de desigualdade desenvolvida pelo estatístico italiano Corrado Gini e publicada no documento *“Variabilità e Mutabilità” em 1912*.
Esse índice é comumente utilizado para calcular a desigualdade de distribuição de renda, mas pode ser usada também para qualquer distribuição, como concentração de terra, riqueza entre outras.
Ele consiste em um número entre 0 e 1, onde 0 corresponde à completa igualdade de renda (onde todos têm a mesma renda) e 1 corresponde à completa desigualdade (onde uma pessoa tem toda a renda, e as demais nada têm). A construção do coeficiente de Gini é baseado na “Curva de Lorenz”.

1.1 Definição da Curva de Lorenz

É uma curva que mostra como a proporção acumulada da renda (ϕ) varia em função da proporção acumulada da população (ρ), estando os indivíduos ordenados pelos valores crescentes da renda. Na Figura 1 temos uma representação gráfica do que vêm ser essa curva. Como a diagonal principal divide o quadrado em partes iguais, qualquer ponto nessa reta é um ponto em que os valores da abscissa e ordenada são iguais.

Figura 1 – Curva de Lorenz



1.2 Índice de Gini

Por definição, índice (ou coeficiente) de Gini é uma relação entre a área da desigualdade, indicada por α e a área do triângulo. Assim sendo:

$$G = \frac{\alpha}{0{,}5} = 2\,\beta \qquad (1.1)$$

Perceba que a perfeita igualdade implica que a área de 45º é a própria curva de Lorenz e no caso de máxima desigualdade (pelo menos um $X_i > 0$) a Curva de Lorenz está sobreposta ao eixo horizontal até o último elemento que tem renda positiva. Assim os limites do Índice de Gini são $0 \leq G < 1$.

1.2.1 Cálculo do índice de Gini para uma distribuição discreta.

Seja uma variável aleatória discreta X_i (i=1,.....,n) cujos valores estão em ordem crescente, isto é, $X_1 \leq X_2 \leq X_3 \leq ...... \leq X_{n-1} \leq X_n$. Vamos supor que os valores de X sejam igualmente prováveis. A proporção acumulada do número de elementos até o i-ésimo é:

$$P_i = \frac{i}{n} \quad (i = 1, \ldots., n) \qquad (1.2)$$

A correspondente acumulada de X , até o i-ésimo elemento é:

$$\phi_i = \frac{\sum_{j=1}^{i} X_j}{\sum_{j=1}^{n} X_j} = \frac{1}{n\mu} \sum_{j=1}^{n} X_j = n\mu \qquad (1.3)$$

Assim, se X representa a renda individual e se $X_i < X_{i+1}$, ϕ_i representa a fração da renda total apropriada pelos indivíduos com renda inferior ou igual a X_i.

As expressões dadas em (1.2) e (1.3) definem as coordenadas (ρ_i, ϕ_i) com i= 1,....,n de n pontos da "curva" de Lorenz.

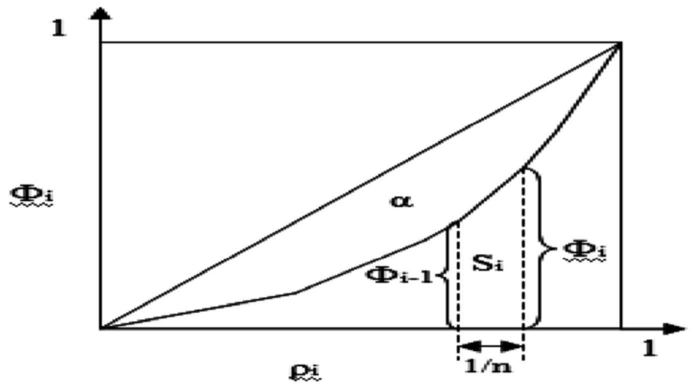
Para calcular o índice de Gini para os valores discretos temos:

$$\alpha + \beta = 0{,}5 \quad \text{ou} \quad \alpha = 0{,}5 - \beta \qquad (1.4)$$

Substituindo (1.4) em (1.1) temos: $G = 1 - 2\,\beta$ (1.5)

Suponha uma determinada representação gráfica de uma "curva" de Lorenz para dados discretos:

Figura 2 – Poligonal de Lorenz (distribuição discreta)



Note que a área β pode ser obtida somando a área de n trapézios. Para o caso do i-ésimo trapézio, temos a área δ_i sendo dado por:

$$\delta_i = \frac{1}{2n}\,(\phi_{i-1} + \phi_i)$$

Descartando o 1º. Triângulo, ou seja, fazendo $\phi_0 = 0$, temos:

$$\beta = \sum_{i=1}^{n} \delta_i = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{n} (\phi_{i-1} + \phi_i)$$

Substituindo esta expressão em (1.5) temos:

$$G = 1 - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\phi_{i-1} + \phi_i) \qquad (1.6)$$

Exemplo numérico: suponha a seguinte distribuição de rendas (1, 1, 1, 2, 4, 8, 13, 20)

Cálculo do índice de Gini:

i	p_i	X_i	$\sum_{j=1}^{n} X_j$	ϕ_i	$(\phi_{i-1} + \phi_i)$
1	0,125	1	1	0,02	0,02
2	0,250	1	2	0,04	0,06
3	0,375	1	3	0,06	0,10
4	0,500	2	5	0,10	0,16
5	0,625	4	9	0,18	0,28
6	0,750	8	17	0,34	0,52
7	0,875	13	30	0,60	0,94
8	1,000	20	50	1,00	1,60

$$\boxed{\sum_{i=1}^{8}(\phi_{i-1} + \phi_i) = 3{,}68}$$

Utilizando (1.6) temos:

$$G = 1 - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{8}(\phi_{i-1} + \phi_i) \qquad G = 1 - \frac{1}{8}(3{,}68) = 0{,}54$$

G=0,54

Quanto mais os valores do coeficiente de Gini, se afastarem de 0, maior será a desigualdade. O coeficiente de Gini pode ser usado para ajudar a quantificar as diferenças no bem-estar e de concepções políticas e filosóficas de alguns países.

No entanto, convém informar que a análise do coeficiente de Gini pode ser enganosa quando utilizado para fazer comparações políticas entre países grandes e pequenos por apresentar vantagens e desvantagens que serão analisadas a seguir.

1.3 Vantagens e desvantagens do coeficiente de Gini

Uma das principais vantagens do coeficiente de GINI é que ele é uma medida de desigualdade calculada por meio de uma análise de razão, ao invés de uma variável representativa da maioria da população, tais como renda per capita ou do produto interno bruto. Ele pode ser usado também para comparar as distribuições de renda entre diferentes setores da população, tais como as zonas urbanas e rurais.

É um índice suficientemente simples e facilmente interpretado, especialmente quando comparações são feitas entre países. Por ser simples, ele permite também uma comparação da desigualdade entre economias através do tempo. Uma primeira desvantagem do coeficiente de Gini é que ele mede a desigualdade de renda, mas não a desigualdade de oportunidades. Por exemplo, alguns países podem ter uma estrutura de classes sociais que apresentam barreiras à mobilidade ascendente, o que não se reflete em seus coeficientes de Gini.

Outro problema com esse índice é que ele pode estar medindo coisas diferentes. Por exemplo, se dois países têm o mesmo coeficiente de Gini, mas um é pobre e o outro é rico, então no caso do primeiro ele estaria medindo a desigualdade na qualidade de vida material, enquanto que no segundo a distribuição do luxo além das necessidades básicas. Outra questão é que a curva de Lorenz, utilizada para o cálculo do Índice de GINI, pode subestimar o valor real da desigualdade se as famílias mais ricas são capazes de usar a renda de forma mais eficiente do que as famílias de baixa renda, ou vice-versa.

Ademais, devemos ter em mente que economias com rendimentos e coeficientes de Gini similares ainda podem ter uma distribuição de renda muito diferente. Isto porque as Curvas de Lorenz podem ter distintas formas e ainda produzir o mesmo coeficiente. Por exemplo, considere uma sociedade onde metade das pessoas não tenha renda e a outra metade partilha toda ela de forma igual. Como pode ser facilmente verificado, esta sociedade tem coeficiente de Gini de 0,5 - o mesmo que de uma sociedade na qual 75% das pessoas têm partes iguais de 25% da renda enquanto os 25% restantes possuem partes iguais de 75% da renda.

Por fim, O coeficiente de Gini é um ponto de estimativa da igualdade em um determinado momento, o que ignora as mudanças que podem ocorrer no ciclo de vida dos indivíduos. Por exemplo, o aumento na proporção de membros jovens ou velhos de uma sociedade poderá conduzir mudanças importantes na distribuição. Fatores como a mudança na faixa etária dentro de uma população ou mesmo da mobilidade de classes de renda pode criar a aparência de igualdade quando na verdade não existe.

Assim, uma determinada economia pode ter um coeficiente de Gini maior do que outro em um determinado ponto no tempo, mas quando calculado levando-se em conta a renda dos indivíduos no ciclo de vida, ele é realmente menor. Essencialmente, o que importa não é apenas a desigualdade em um determinado ano, mas a composição da distribuição ao longo do tempo.

Referências

HOFFMANN, R. *Distribuição de renda: medida de desigualdade e pobreza*. Editora da Universidade de São Paulo. 1998.

SHORROCKS, A. F. *Ranking Income Distributions*. Economica, 50, 3-17. 1983