

Capítulo 7

Escoamento Externo

PME2360 - TRANSFERÊNCIA DE CALOR
PROF. DR. GUENTHER CARLOS KRIEGER FILHO
guenther@usp.br

Site LETE

<http://www.lete.poli.usp.br/PME2360.html>

7.1 Placa Plana - Camada Limite e Método de Blasius

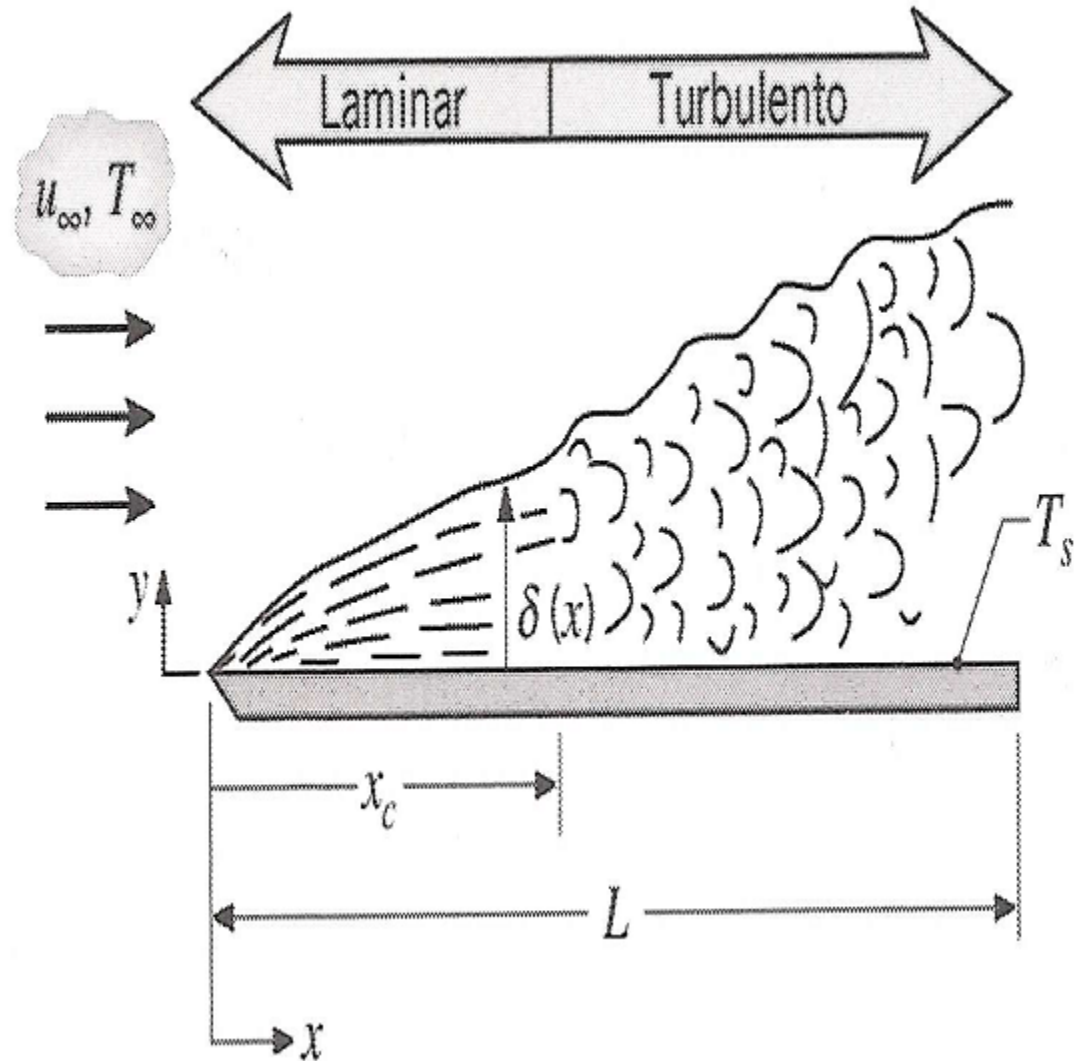


Figura 7.1: Placa plana no escoamento paralelo

7.1 Placa Plana - Camada Limite e Método de Blasius (*continuação*)

- Escoamento laminar, regime estacionário, incompressível, propr. constantes, dissipação viscosa desprezível.

- Fora da C.L. $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$ (Bernoulli)

- Continuidade:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (7.1)$$

7.1 Placa Plana - Camada Limite e Método de Blasius (*continuação*)

- Quantidade de movimento em x :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (7.2)$$

- Energia:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (7.3)$$

7.1.1 Método de Blasius (1908)

- Função de corrente $\Psi(x, y)$ tal que:

$$u \equiv \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad (7.4)$$

$$v \equiv -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (7.5)$$

Substituindo na eq. da continuidade (7.1) tem-se:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial y} + \left(-\frac{\partial^2 \Psi}{\partial y \partial x} \right) = 0. \quad (7.6)$$

Assim a Continuidade é automaticamente satisfeita.

7.1.1 Método de Blasius (1908)

- Nova variável independente

$$\eta \equiv y\sqrt{u_\infty/\nu x} \quad (7.7)$$

- Nova variável dependente

$$f(\eta) \equiv \frac{\Psi}{u_\infty\sqrt{\nu x/u_\infty}} \quad (7.8)$$

usando as definições de Ψ , $f(\eta)$, η (eqs. 7.4, 7.5, 7.8 7.7):

$$u \equiv \frac{\partial \Psi}{\partial y} = \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} = u_\infty \frac{\partial f}{\partial \eta} \quad (7.9)$$

7.1.1 Método de Blasius (1908)

e

$$v \equiv -\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\nu u_\infty}{x}} \left(\eta \frac{\partial f}{\partial \eta} - f \right) \quad (7.10)$$

Diferenciando-se as componentes da velocidade, chega-se a:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{u_\infty}{2x} \eta \frac{d^2 f}{d\eta^2} \quad (7.11)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = u_\infty \sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}} \frac{d^2 f}{d\eta^2} \quad (7.12)$$

$$\frac{d^2 u}{dy^2} = \frac{u_\infty^2}{\nu x} \frac{d^3 f}{d\eta^3} \quad (7.13)$$

7.1.1 Método de Blasius (1908)

Substituindo estas expressões na eq. de momento em x (7.2) chega-se a:

$$2\frac{d^3 f}{d\eta^3} + f\frac{d^2 f}{d\eta^2} = 0 \quad (7.14)$$

Equação de Blasius: EDO, não linear, 3^a ordem

- Condições de Contorno:

$$u(x, 0) = v(x, 0) = 0 \quad (7.15)$$

$$u(x, \infty) = u_\infty \quad (7.16)$$

7.1.1 Método de Blasius (1908)

ou ainda (por 7.9 e 7.10):

$$\left. \frac{\partial f}{\partial \eta} \right|_{\eta=0} = f'(0) = 0 \quad (7.17)$$

e

$$\left. \frac{\partial f}{\partial \eta} \right|_{\eta=\infty} = 1 \quad (7.18)$$

- A eq. de Blasius é então resolvida por séries ou numericamente.
- Resultados - Tabela 7.1

7.1.1 Método de Blasius (1908)

Tabela 7.1: Funções da camada limite laminar sobre uma placa plana

$\eta = y \sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}}$	f	$\frac{df}{d\eta} = \frac{u}{u_\infty}$	$\frac{d^2f}{d\eta^2}$
0	0	0	0.332
0.4	0.027	0.133	0.331
0.8	0.106	0.265	0.327
1.2	0.238	0.394	0.317
1.6	0.420	0.517	0.297
2.0	0.650	0.630	0.267
2.4	0.922	0.729	0.228
2.8	1.231	0.812	0.184
3.2	1.569	0.876	0.139
3.6	1.930	0.923	0.098
4.0	2.306	0.956	0.064
4.4	2.692	0.976	0.039
4.8	3.085	0.988	0.022
5.2	3.482	0.994	0.011
5.6	3.880	0.997	0.005
6.0	4.280	0.999	0.002
6.4	4.679	1.000	0.001
6.8	5.079	1.000	0.000

7.1.1 Método de Blasius (1908)

- Espessura da camada limite δ :

para $\frac{u}{u_\infty} = 0.99$, $\eta = 5.0$ e por 7.7:

$$5.0 = \delta \sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}} \quad (7.19)$$

e então

$$\delta = \frac{5x}{\sqrt{Re_x}} \quad (7.20)$$

- $x \uparrow$, $\delta \uparrow$

- (u_∞) , $Re_x \uparrow$, $\delta \downarrow$

7.1.1 Método de Blasius (1908)

- Tensão de cisalhamento:

$$\tau_{sup} = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = \mu u_{\infty} \sqrt{u_{\infty}/\nu x} \left. \frac{d^2 f}{d\eta^2} \right|_{\eta=0} \quad (7.21)$$

pela solução de Blasius: $\eta = 0 \rightarrow \frac{d^2 f}{d\eta^2} = 0.332$.

Assim:

$$\tau_{sup} = 0.332 u_{\infty} \sqrt{\rho \mu u_{\infty} / x} \quad (7.22)$$

e o coeficiente de atrito:

$$C_{f,x} \equiv \frac{\tau_{sup,x}}{\rho u_{\infty}^2 / 2} = 0.664 Re_x^{-1/2} \quad (7.23)$$

7.1.1 Método de Blasius (1908)

- Analogamente para a eq. da energia:

$$T^* \equiv \frac{(T - T_{sup})}{(T_{\infty} - T_{sup})} \quad (7.24)$$

Solução por similaridade $T^* = T^*(\eta)$:

$$\frac{d^2 T^*}{d\eta^2} + \frac{Pr}{2} f \frac{dT^*}{d\eta} = 0 \quad (7.25)$$

Condições de contorno:

$$T^*(0) = 0 \quad (7.26)$$

$$T^*(\infty) = 1 \quad (7.27)$$

- Solução por integração numérica para diferentes Pr

7.1.1 Método de Blasius (1908)

- Para $Pr \geq 0.6$, pode-se correlacionar

$$\left. \frac{dT^*}{d\eta} \right|_{\eta=0} = 0.332 Pr^{1/3} \quad (7.28)$$

o coeficiente de convecção é dado por:

$$h_x \equiv \frac{q_{sup}''}{(T_{sup} - T_{\infty})} = k \left(\frac{u_{\infty}}{\nu x} \right)^{1/2} \left. \frac{dT^*}{d\eta} \right|_{\eta=0} \quad (7.29)$$

7.1.1 Método de Blasius (1908)

então, para $Pr \geq 0.6$:

$$Nu_x \equiv \frac{h_x x}{k} = \left(\frac{u_\infty x}{\nu} \right)^{1/2} 0.332 Pr^{1/3}$$
$$Nu_x \equiv \frac{h_x x}{k} = 0.332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3} \quad (7.30)$$

ainda da solução de Blasius e da eq. da energia, observa-se

$$\frac{\delta}{\delta_t} \approx Pr^{1/3} \quad (7.31)$$

7.1.1 Método de Blasius (1908)

- Parâmetros médios

- Tensão de cisalhamento média

$$\bar{\tau}_{sup,x} \equiv \frac{1}{L} \int_0^L \tau_{sup,x} dx \quad (7.32)$$

- Coeficiente de atrito médio

$$\bar{C}_{f,x} = 1.328 Re_x^{-1/2} \quad (7.33)$$

- Coeficiente de convecção médio:

$$\bar{h} \equiv \frac{1}{L} \int_0^L h_x dx \quad (7.34)$$

7.1.1 Método de Blasius (1908)

- Nusselt médio, para $Pr \geq 0.6$:

$$\overline{Nu}_x \equiv \frac{\overline{h}_x L}{k} = 0.664 Re_L^{1/2} Pr^{1/3} \quad (7.35)$$

- Coeficientes médios são duas vezes maiores que os locais.
- Se o escoamento for laminar em toda a placa, o índice x pode ser substituído por L
- Avaliar as propriedades à *temperatura de filme* (T_f):

$$T_f = \frac{T_{sup} + T_{\infty}}{2} \quad (7.36)$$

7.1.1 Método de Blasius (1908)

- Para fluidos onde $Pr < 0.6$ (metais líquidos por ex.), $\delta_t \gg \delta$. Então pode-se assumir velocidade constante na C.L. térmica. Pode-se mostrar a correlação, para $Pr \leq 0.05$:

$$Nu_x = 0.565 Pe_x^{1/2} \quad (7.37)$$

onde Pe é o número de Peclet definido por

$$Pe \equiv Re_x Pr \quad (7.38)$$

7.1.1 Método de Blasius (1908)

- Correlação única para todos Pr , para placa plana isotérmica, laminar, $Pe \geq 100$:

$$Nu_x = \frac{0.3387 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}}{[1 + (0.0468/Pr)^{2/3}]^{1/4}} \quad (7.39)$$

e

$$\overline{Nu_x} = 2Nu_x \quad (7.40)$$

7.1.2 Escoamento Turbulento

- Transporte turbulento é maior que o molecular;
- Correlações experimentais:
 - Coeficiente de atrito para $Re \leq 10^7$ ou com erro de 15% até $Re \leq 10^8$:

$$C_{f,x} = 0.0592 Re_x^{-1/5} \quad (7.41)$$

- Espessura da camada limite:

$$\delta = 0.37x Re_x^{-1/5} \quad (7.42)$$

7.1.2 Escoamento Turbulento

- δ cresce com $x^{4/5}$, no laminar é $x^{1/2}$
- decréscimo do $C_{f,x}$ é mais gradual $x^{-1/5}$ e $x^{-1/2}$
- O mecanismo de transporte predominante é a turbulência, que não depende do Pr , assim $\delta \approx \delta_t \approx \delta_c$
- Número de Nusselt - Analogia de Reynolds com $C_{f,x}$ (7.41):

$$Nu_x = St Re_x Pr = 0.0296 Re_x^{4/5} Pr^{1/3} \quad (7.43)$$

esta expressão é válida para $0.6 < Pr < 60$

7.1.3 Camada Limite Mista

- Coeficientes laminares podem ser utilizados se $0.95 \leq (x_c/L) \leq 1$, onde x_c é a posição onde ocorre Re_c ;
- Para escoamentos onde a transição ocorre em $(x_c/L) \leq 0.95$ utilizar a ponderação:

$$\bar{h}_L = \frac{1}{L} \left(\int_0^{x_c} h_{lam} dx + \int_{x_c}^L h_{turb} dx \right) \quad (7.44)$$

calculando x_c para $Re_c = 5 \times 10^5$ chega-se a

$$\overline{Nu}_L = (0.037 Re_L^{4/5} - 871) Pr^{1/3} \quad (7.45)$$

$$0.6 < Pr < 60; 5 \times 10^5 < Re_L \leq 10^8; Re_{x,c} = 5 \times 10^5$$

7.2 Escoamento transversal sobre um cilindro

- Gradientes de Pressão $\frac{\partial p}{\partial x} \neq 0$ e *separação* da C.L.;
- Número de Reynolds

$$Re_D = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{V D}{\nu} \quad (7.46)$$

- $Re_D \leq 2 \times 10^5$ - Laminar - separação ocorre para $\theta \approx 80^\circ$;
- $Re_D > 2 \times 10^5$ - transição para turbulento ocorre mais cedo e atrasa a separação ($\theta \approx 140^\circ$);
- Coeficiente de arrasto (viscoso e de forma):

$$C_D \equiv \frac{F_D}{A_f(\rho V^2/2)} \quad (7.47)$$

7.2 Escoamento transversal sobre um cilindro

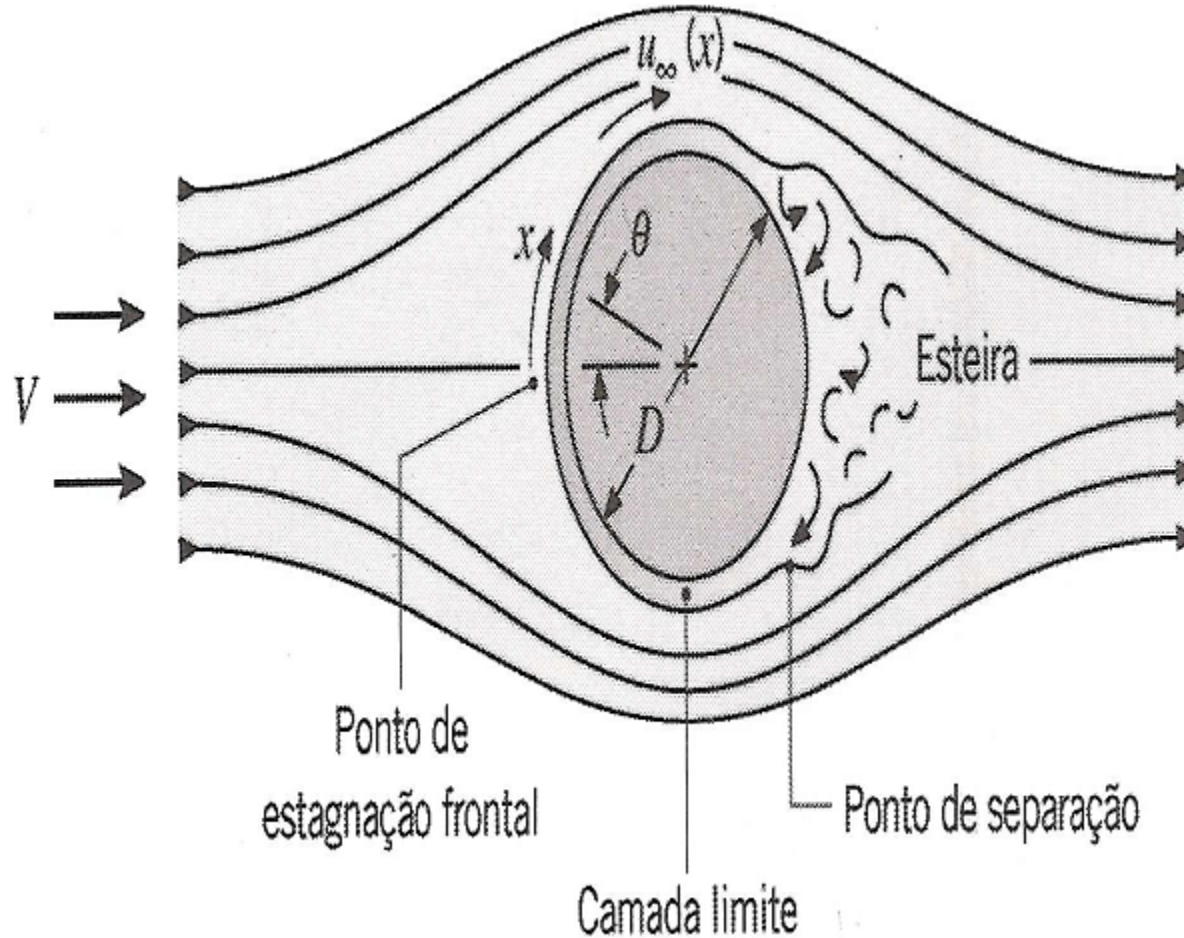


Figura 7.2: Escoamento transversal sobre um cilindro

7.2.1 Transferência de Calor

- Nu diminui com θ - crescimento da C.L.;
- Para $Re \leq 10^5$, separação em $\theta \approx 80^\circ$ - vórtices da esteira aumentam o transporte;
- Para $Re > 10^5$, transição em $\theta \approx 80^\circ - 100^\circ$ - $Nu \uparrow$ - (1o. mínimo);
 - Desenvolvimento da C. L. turbulenta - $Nu \downarrow$
 - Separação em $\theta \approx 140^\circ$ - $Nu \uparrow$ - (2o. mínimo);

7.2.1 Transferência de Calor

- Correlação geral - $Re_D Pr > 0.2$ (Chrchill e Ebers-tein):

$$\overline{Nu}_D = 0.3 + \frac{0.62 Re_d^{1/2} Pr^{1/3}}{[1 + (0.4/Pr)^{2/3}]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282000} \right)^{5/8} \right]^{4/5} \quad (7.48)$$

propriedades avaliadas à temperatura de filme.

- Correlações têm erro de até 20%.

7.2.1 Transferência de Calor

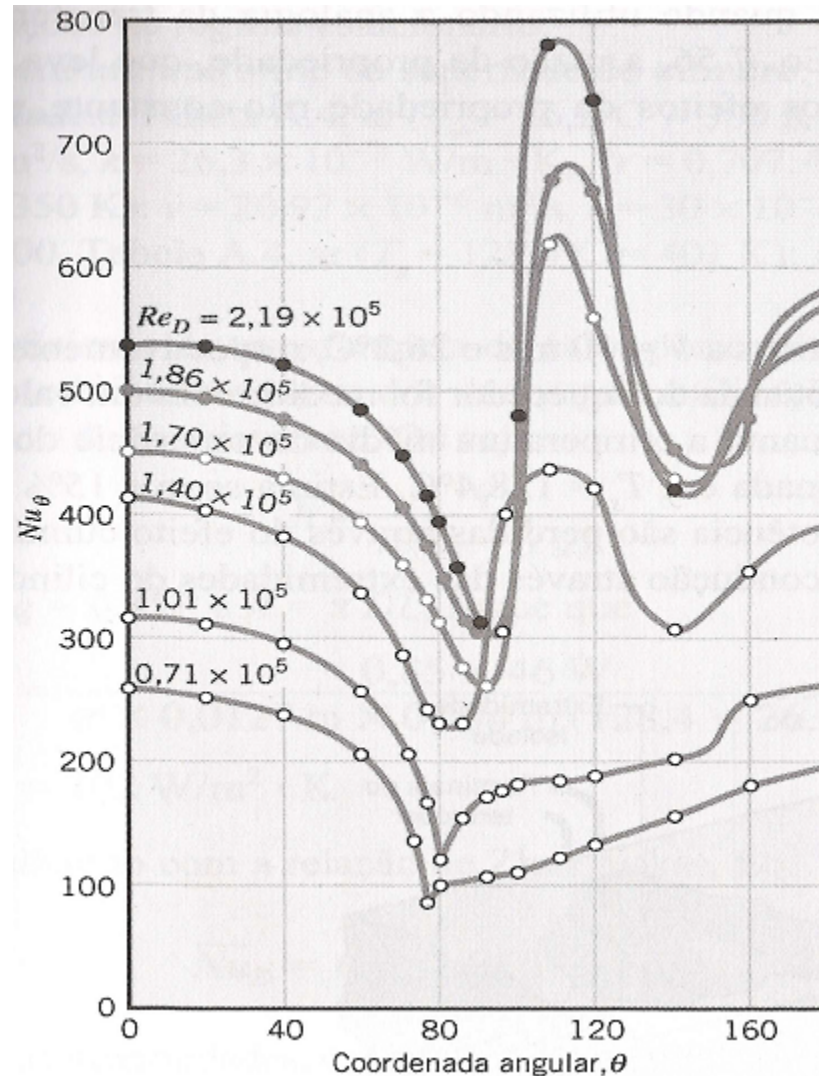


Figura 7.3: Número de Nusselt local no escoamento de ar normal a um cilindro

7.3 Escoamento externo numa esfera

- Efeitos de camada limite semelhantes ao do cilindro;
- Correlação de Whitaker, válida quando $0.71 < Pr < 380$; $3.5 < Re_D < 7.6 \times 10^4$; $1.0 < \left(\frac{\mu}{\mu_{sup}}\right) < 3.2$:

$$\overline{Nu}_D = 2 + (0.4Re_D^{1/2} + 0.06Re_D^{2/3})Pr^{0.4} \left(\frac{\mu}{\mu_{sup}}\right)^{1/4} \quad (7.49)$$

onde as propriedades são avaliadas à T_∞ exceto μ_{sup} , que é à T_{sup}

7.3 Escoamento externo numa esfera

- Gotícula em queda livre - Correlação de Ranz e Maschall:

$$\overline{Nu}_D = 2 + 0.6Re_D^{1/2} Pr^{1/3} \quad (7.50)$$

para $Re_D \rightarrow 0$ torna-se

$$\overline{Nu}_D = 2, \quad (7.51)$$

que é a solução de Condução entre superfície esférica e meio infinito estacionário.