

# Matriz Espalhamento (S)

## Parte 2

SEL 369 Micro-ondas/SEL5900 Circuitos de Alta  
Frequência

Amílcar Careli César  
Departamento de Engenharia Elétrica da EESC-USP

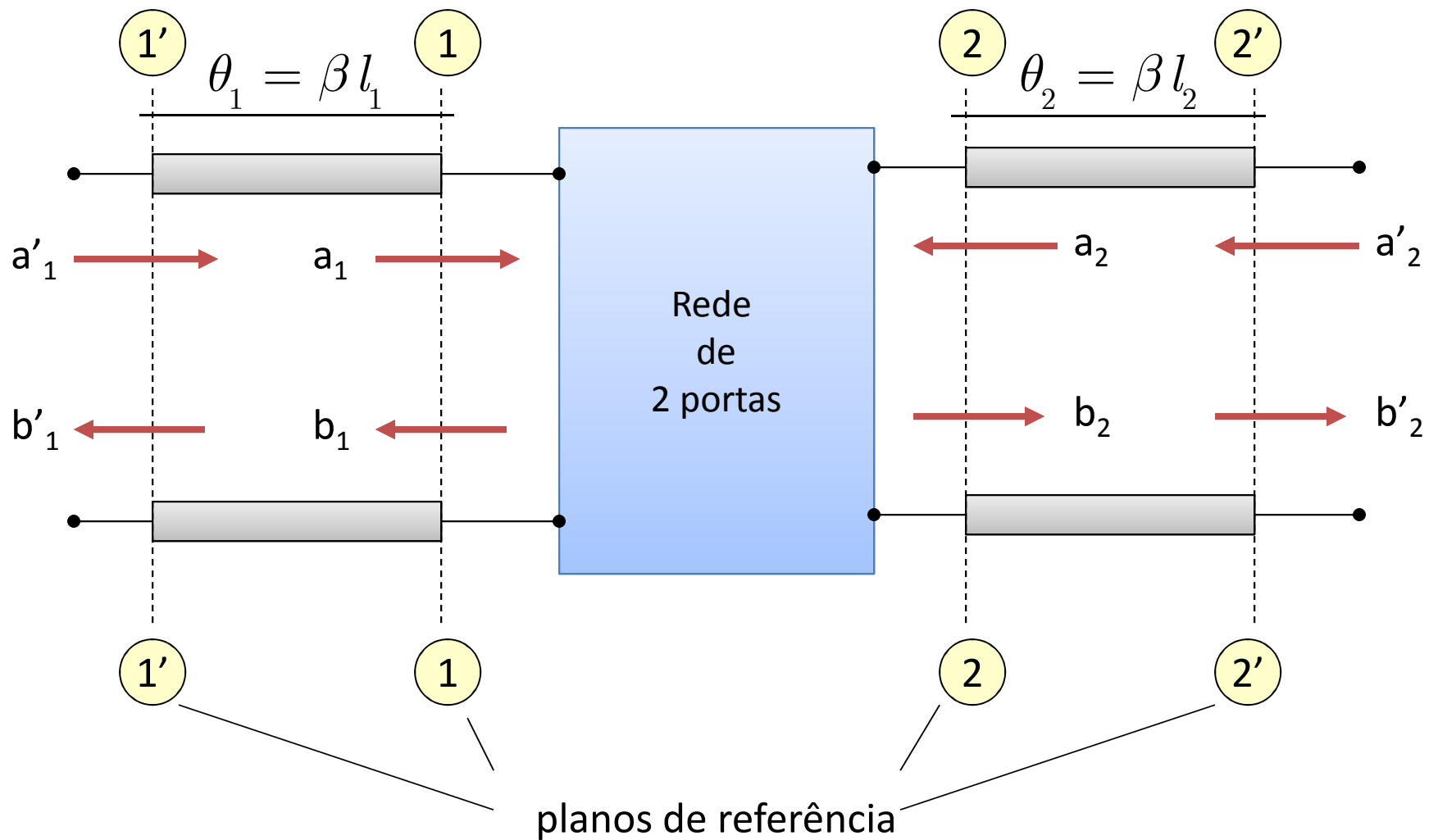
# Atenção!

---



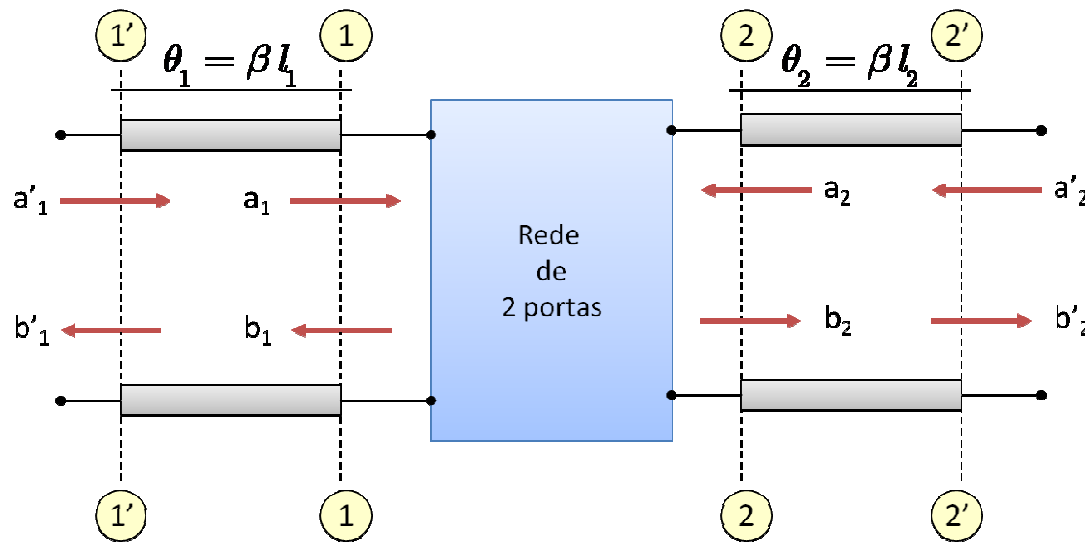
- ✓ Este material didático é planejado para servir de apoio às aulas de **SEL-369 Micro-ondas**, oferecida aos alunos regularmente matriculados no curso de engenharia elétrica/eletrônica e **SEL-5900 Circuitos de Alta Frequência**, oferecida aos alunos regularmente matriculados no curso de pós-graduação em engenharia elétrica.
- ✓ Não são permitidas a reprodução e/ou comercialização do material.
- ✓ solicitar autorização ao docente para qualquer tipo de uso distinto daquele para o qual foi planejado.

# Deslocamento do plano de referência-1

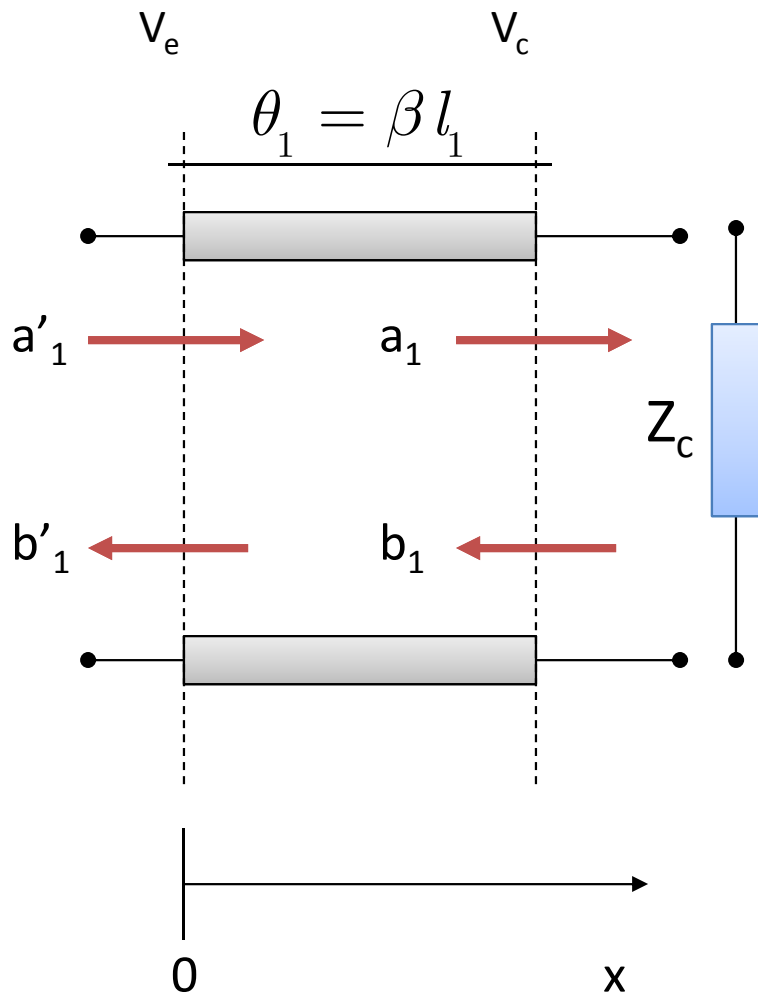


# Deslocamento do plano de referência-2

- ✓ Nas medidas dos parâmetros S os planos onde foram realizadas devem ser especificadas
- ✓ No caso, deseja-se determinar os parâmetros S nos planos de referência 1e 2
- ✓ Eles podem ser obtidos a partir das medidas realizadas em 1' e 2'
- ✓ Assim , mede-se S' e determina-se S



# Deslocamento do plano de referência-3



$$V_i(x) = V_i e^{-jkx}, \text{ incidente}$$

$$V_r(x) = V_r e^{jkx}, \text{ refletida}$$

$$V_e = V_e(x=0) = V_i + V_r$$

$$V_c = V_c(x=l) = V_i e^{-jkl_1} + V_r e^{jkl_1}$$

$$V_e = V_e(x=0) = V_i + V_r$$

$$V_c = V_c(x=l) = V_i e^{-jkl_1} + V_r e^{jkl_1}$$

definindo

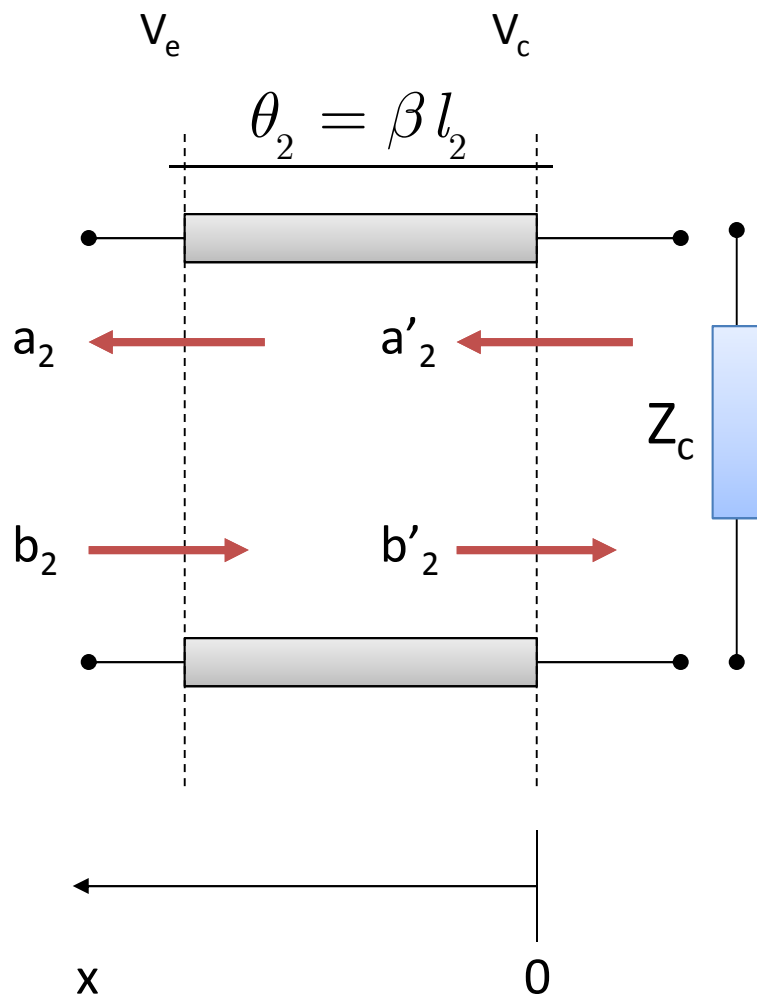
$$a_1 = \frac{V_i}{\sqrt{Z_0}} e^{-jkl_1}; \quad b_1 = \frac{V_r}{\sqrt{Z_0}} e^{jkl_1}$$

$$a'_1 = \frac{V_i}{\sqrt{Z_0}}; \quad b'_1 = \frac{V_r}{\sqrt{Z_0}}$$

resulta em

$$a_1 = a'_1 e^{-jkl_1}; \quad b_1 = b'_1 e^{jkl_1}$$

# Deslocamento do plano de referência-4



$$V_i(x) = V_i e^{jkx}, \text{ incidente}$$

$$V_r(x) = V_r e^{-jkx}, \text{ refletida}$$

$$V_e(x = l_2) = V_i e^{jk l_2} + V_r e^{-jk l_2}$$

$$V_c(x = 0) = V_i + V_r$$

definindo

$$b_2 = \frac{V_i}{\sqrt{Z_0}} e^{jk l_2}; \quad a_2 = \frac{V_r}{\sqrt{Z_0}} e^{-jk l_2}$$

$$b'_2 = \frac{V_i}{\sqrt{Z_0}}; \quad a'_2 = \frac{V_r}{\sqrt{Z_0}}$$

resulta em

$$b_2 = b'_2 e^{jk l_2}; \quad a_2 = a'_2 e^{-jk l_2}$$

# Deslocamento do plano de referência-5

Mas,

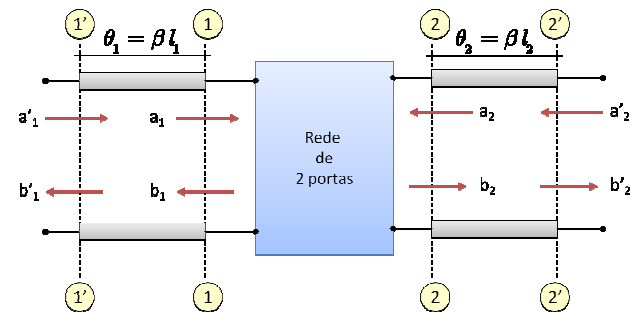
$$\begin{pmatrix} b'_1 \\ b'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S'_{11} & S'_{12} \\ S'_{21} & S'_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a'_1 \\ a'_2 \end{pmatrix}$$

Manipulando as equações

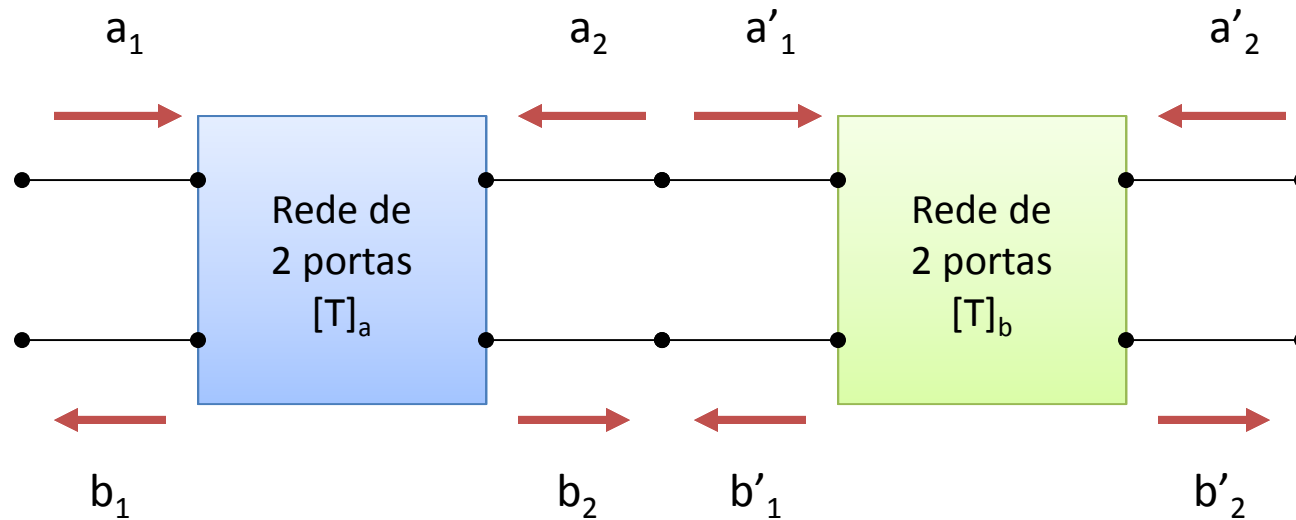
$$\begin{pmatrix} b_1 e^{-j\theta_1} \\ b_2 e^{-j\theta_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S'_{11} & S'_{12} \\ S'_{21} & S'_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 e^{j\theta_1} \\ a_2 e^{j\theta_2} \end{pmatrix}$$

Resulta em

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S'_{11} e^{j2\theta_1} & S'_{12} e^{j(\theta_1+\theta_2)} \\ S'_{21} e^{j(\theta_1+\theta_2)} & S'_{22} e^{j2\theta_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$



# Conexão em cascata-1



temos

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

procuramos

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_2 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

[T]: matriz transmissão



# Conexão em cascata-2

---

A transformação é realizada por meio de

$$\begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{S_{22}}{S_{21}} \\ \frac{S_{21}}{S_{21}} & \frac{S_{11} S_{22}}{S_{21}} \\ \frac{S_{11}}{S_{21}} & S_{12} \\ \frac{S_{21}}{S_{21}} & -\frac{S_{11} S_{22}}{S_{21}} \end{pmatrix}$$

A transformação inversa é realizada por meio de

$$\begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{T_{21}}{T_{11}} & T_{22} - \frac{T_{21} T_{12}}{T_{11}} \\ \frac{1}{T_{11}} & -\frac{T_{12}}{T_{11}} \\ \frac{1}{T_{11}} & -\frac{T_{12}}{T_{11}} \end{pmatrix}$$

A matriz transmissão da associação é  $\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = [T]_a [T]_b \begin{pmatrix} b_2' \\ a_2' \end{pmatrix}$

# Conversão de parâmetros

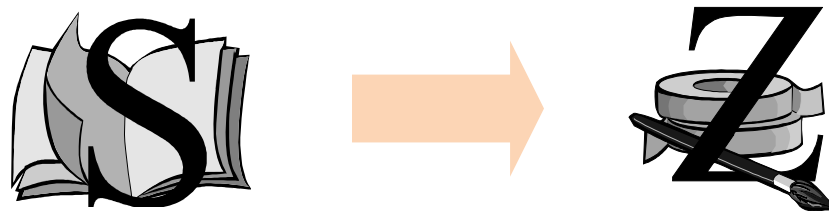
---

Os parâmetros  $S$  poderão ser convertidos para qualquer outro tipo, tais como  $z$ ,  $y$ ,  $h$  ou ABCD .

Como exemplo, os parâmetros  $Z$  de uma rede poderão ser obtidos a partir de  $S$  pela transformação matricial:

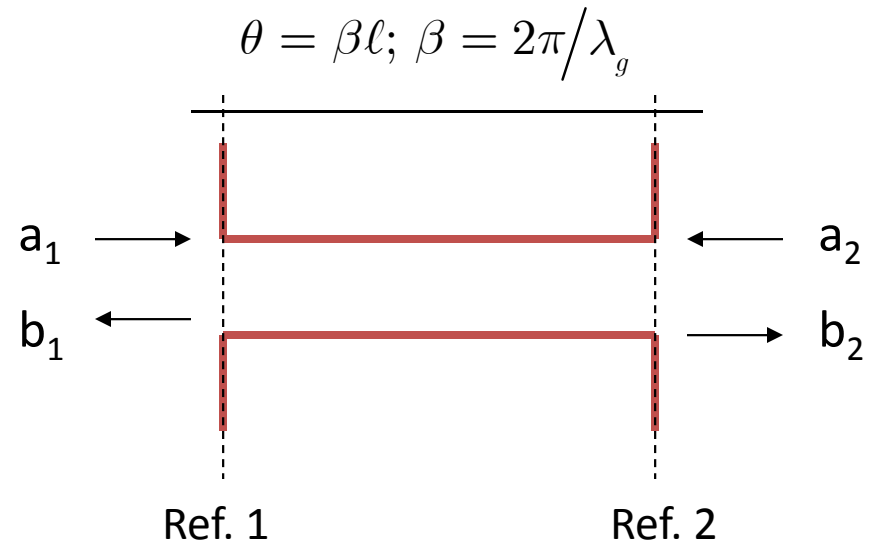
$$[Z] = [Z_0] \left( [1] + [S] \right) \left( [1] - [S] \right)^{-1}$$

onde  $[1]$  é a matriz identidade



# Obtenção da matriz S: exemplo-1

Trecho de guia  
de onda  
sem perdas



Excitação em cada porta, cargas casadas

Na porta 2  $a_2 = 0, b_1 = 0 \rightarrow S_{11} = \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2=0} = 0$

Na porta 1  $a_1 = 0, b_2 = 0 \rightarrow S_{22} = \left. \frac{b_2}{a_2} \right|_{a_1=0} = 0$

## Obtenção da matriz S: exemplo-2

---

como o guia é recíproco,  $S_{12} = S_{21}$

excitação na porta 1 e carga casadas nas portas 1 e 2:

$$a_1 \neq 0, a_2 = 0 \rightarrow b_1 = 0, b_2 = a_1 e^{-j\theta} \rightarrow S_{21} = \left. \frac{b_2}{a_1} \right|_{a_2=0} = e^{-j\theta}$$

e

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & e^{-j\theta} \\ e^{-j\theta} & 0 \end{bmatrix}$$

Um trecho de guia é um defasador recíproco.

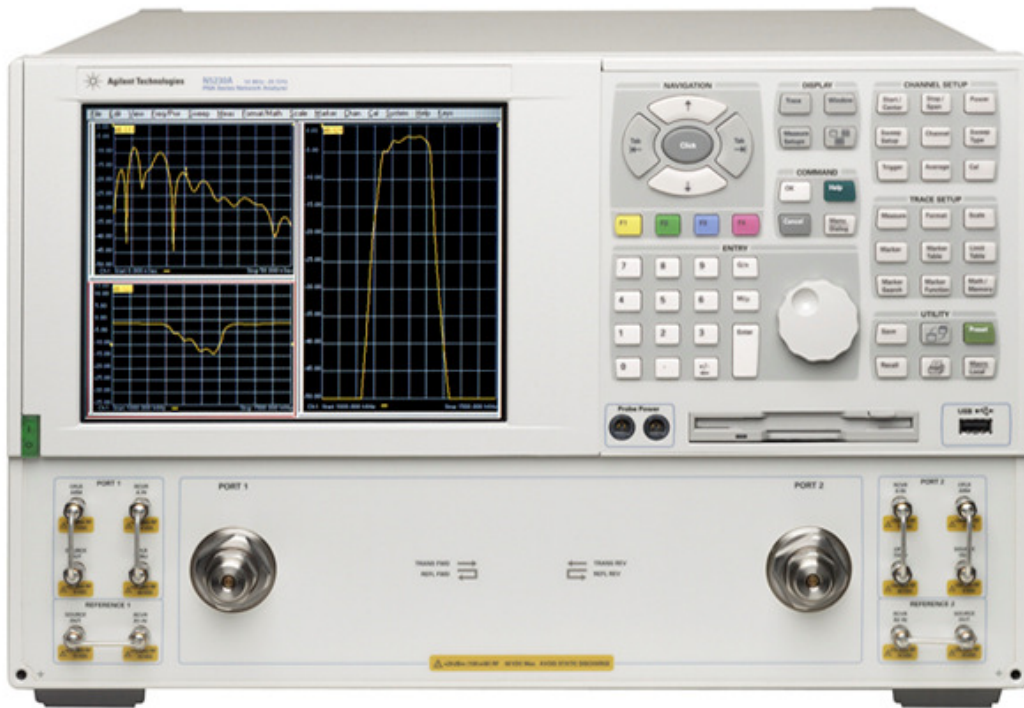
Se  $Ref_1$  e  $Ref_2$  forem escolhidos tal que  $\theta = n 2\pi$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

# EQUIPAMENTOS

# Analizador de redes (Agilent)-1

---

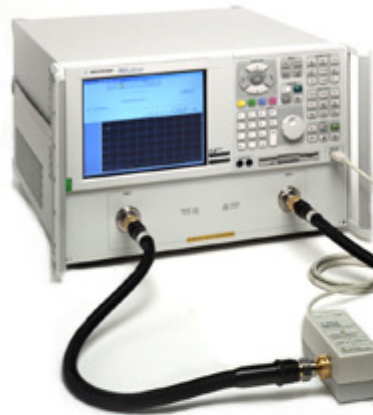


## **PNA Series Microwave Network Analysers**

300 kHz to 110 GHz. Antenna test, frequency offset (for mixers), balanced, time domain, TRL calibration, IMD, harmonic and pulsed-RF measurements

[www.agilent.com](http://www.agilent.com)

# Analizador de redes (Agilent)-2



Calibrate from 10 MHz to 67 GHz with 1601 points in less than 9 seconds and achieve the same performance as a mechanical calibration!

One easy connection versus several complicated connections



## PNA Series Microwave Network Analysers

300 kHz to 110 GHz. Antenna test, frequency offset (for mixers), balanced, time domain, TRL calibration, IMD, harmonic and pulsed-RF measurements

[www.agilent.com](http://www.agilent.com)

# Analizador de redes (Agilent)-3

---



**Optional jumpers make  
the PNA even more flexible**

## **PNA Series Microwave Network Analysers**

300 kHz to 110 GHz. Antenna test, frequency offset (for mixers), balanced, time domain, TRL calibration, IMD, harmonic and pulsed-RF measurements

[www.agilent.com](http://www.agilent.com)