

EXERCÍCIO: DISPERSÃO HIDRODINÂMICA – “Breakthrough Curve”

O transporte unidimensional de solutos em solos, para as hipóteses de solo homogêneo, isotrópico e saturado, fluxo de água uniforme, e adsorção linear, pode ser expresso por:

$$\left(1 + \frac{\rho K_d}{n}\right) \frac{\partial c}{\partial t} = D_{dh} \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} - u \frac{\partial c}{\partial z} \quad \text{ou} \quad R_d \frac{\partial c}{\partial t} = D_{dh} \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} - u \frac{\partial c}{\partial z} \quad (1)$$

Onde:

- ρ massa específica seca do solo
- K_d coeficiente de distribuição ou de adsorção
- n porosidade
- c concentração
- t tempo
- z posição (profundidade)
- D_{dh} coeficiente de dispersão hidrodinâmica (difusão + dispersão mecânica)
- u velocidade específica (= v/n)
- v velocidade de percolação ou de Darcy (= ki)
- k coeficiente de permeabilidade ou de condutividade hidráulica
- i gradiente hidráulico
- R_d fator de retardamento

Com a imposição de determinadas condições iniciais e de contorno, a equação (1) pode ser resolvida analiticamente. Por exemplo, em um ensaio de dispersão ou coluna, adotando-se as condições a seguir, obtém-se como solução a equação (2).

$$c(z,0) = 0 \text{ para } z \geq 0$$

$$c(0,t) = c_0 \text{ para } t \geq 0$$

$$c(\infty,t) = 0 \text{ para } t \geq 0$$

$$c = \frac{c_0}{2} \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{R_d z - ut}{2\sqrt{R_d D_{dh} t}} \right) + \exp \left(\frac{uz}{D_{dh}} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{R_d z + ut}{2\sqrt{R_d D_{dh} t}} \right) \right] \quad (2)$$

Onde

c_0 concentração da solução aplicada ao corpo-de-prova

erfc função erro complementar

Quando o comprimento da coluna, ou corpo-de-prova de solo, é suficientemente grande, o segundo termo da equação (2) é praticamente desprezível comparado ao primeiro, de modo que:

$$\frac{c}{c_0} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{R_d z - ut}{2\sqrt{R_d D_{dh} t}} \right) \quad (3)$$

A equação (3) pode ainda ser expressa na forma adimensionalizada, utilizando o número de Peclet P_L e o número de volume de poros T . Para a base de um corpo-de-prova de comprimento L , a expressão (3) se transforma em

$$\frac{c}{c_0} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[(R_d - T) \sqrt{\frac{P_L}{4TR_d}} \right] \quad (4)$$

Onde:

$$P_L = \frac{uL}{D_{dh}} \quad \text{e} \quad T = \frac{ut}{L}$$

Considere um ensaio de dispersão realizado com um corpo-de-prova de 10 cm de altura.

Pede-se determinar a curva $c/c_0 \times t$ para as seguintes situações:

1. $D_{dh} = 1 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$, $u = 1 \times 10^{-4} \text{ m/s}$, $R_d = 1$, para as posições $z = 0,01\text{m}$, $z = 0,05\text{m}$ e $z = 0,10\text{m}$.
2. $D_{dh} = 1 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$, $u = 1 \times 10^{-4} \text{ m/s}$, $z = 0,10\text{m}$, para $R_d = 1, 2, 5, 10$ e 50 .
3. $D_{dh} = 1 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$, $u = 1 \times 10^{-8} \text{ m/s}$, $R_d = 5$, para as posições $z = 0,10\text{m}$, $0,50\text{m}$ e $1,00\text{m}$.

Analisando as curvas, faça comentários sobre a influência de cada parâmetro na dispersão de um poluente no solo.

Observação:

A função $\operatorname{erfc}(x)$ – erro complementar – pode ser implementada no Excel na opção Ferramentas, Suplementos, Ferramentas de Análise, ou pela equação a seguir.

$$\operatorname{erfc}(x) = 2 * \operatorname{DIST.NORME}(-X * \operatorname{RAIZ}(2))$$

