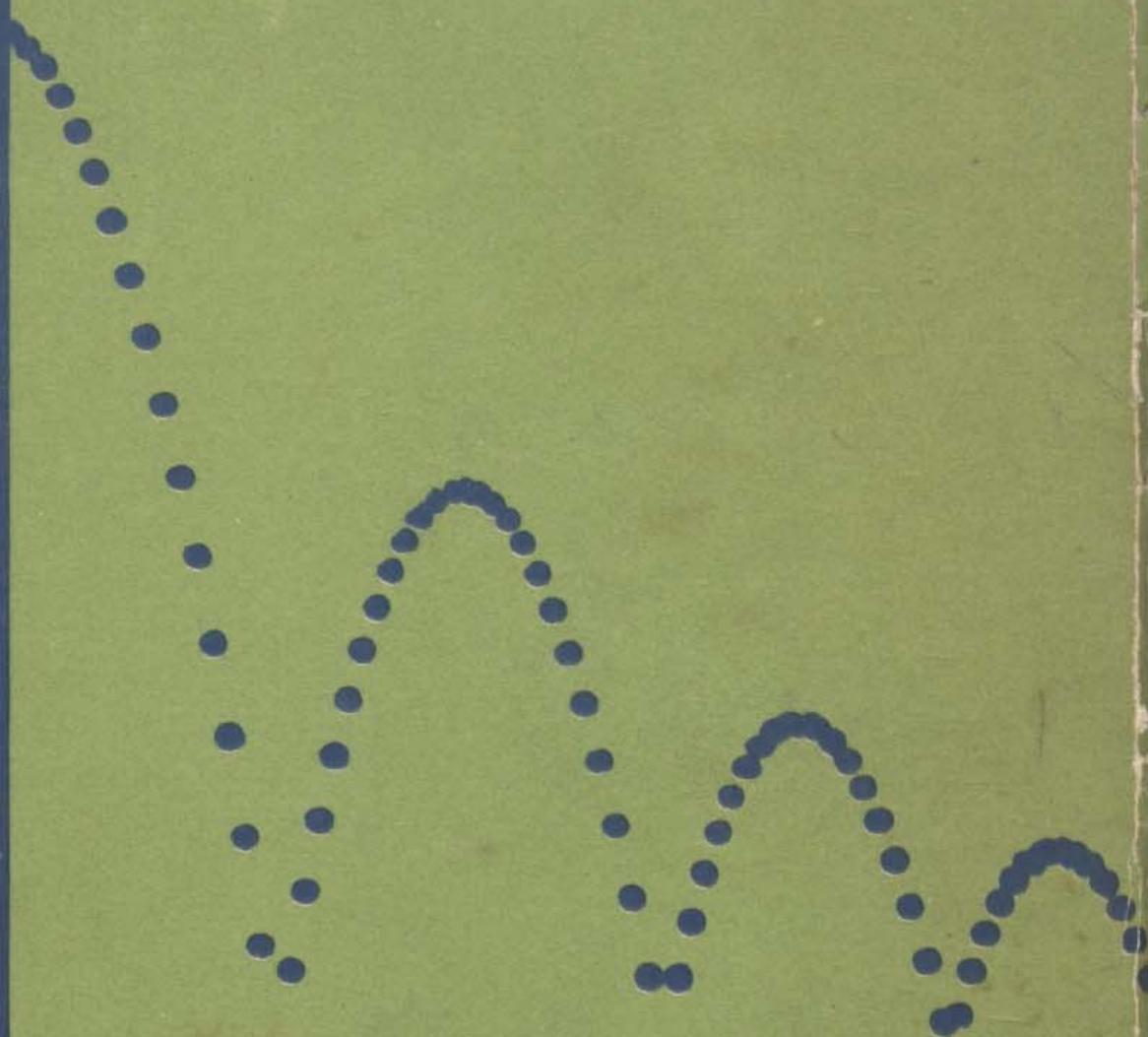


PHYSICAL SCIENCE STUDY COMMITTEE

Física

Parte II



EDART LIVRARIA EDITORA LTDA.
SÃO PAULO

Física

Parte II

Texto organizado pelo

Physical Science Study Committee

2.^a Edição

1966



EDART LIVRARIA EDITORA LTDA.
SÃO PAULO

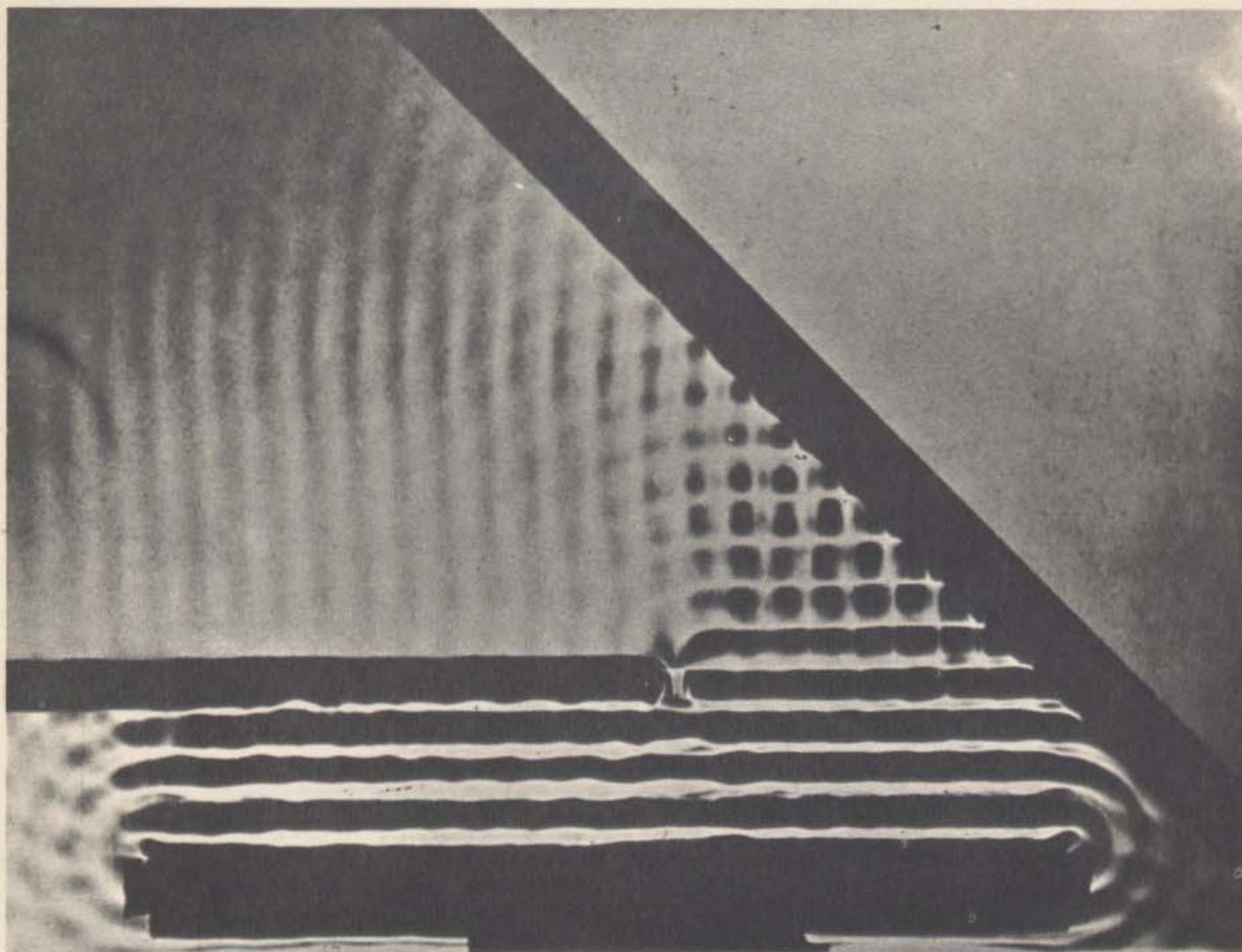
CONTEÚDO

PARTE II ÓPTICA E ONDAS

- CAPÍTULO
- 11 Comportamento da luz
 - 12 Reflexão e imagens
 - 13 Refração
 - 14 Lentes e instrumentos ópticos
 - 15 Modelo corpuscular da luz
 - 16 Introdução às ondas
 - 17 Ondas e luz
 - 18 Interferência
 - 19 Ondas luminosas

GUIA DE LABORATÓRIO

- II- 1 Reflexão em um Espelho Plano
- II- 2 Imagens Formadas por um Espelho Côncavo
- II- 3 Refração
- II- 4 Imagens Produzidas por uma Lente Convergente
- II- 5 A "Refração" de Partículas
- II- 6 A Intensidade de Iluminação em Função da Distância
- II- 7 Ondas numa Mola Espiral
- II- 8 Pulsos em uma Cuba de Ondas
- II- 9 Ondas Periódicas
- II-10 Refração de Ondas
- II-11 Ondas e Obstáculos
- II-12 Ondas de Duas Fontes Pontuais
- II-13 Interferência e Fase
- II-14 Experiência de Young
- II-15 Difração da Luz por uma Fenda Simples
- II-16 Resolução
- II-17 Medida de Pequenas Distâncias por Interferência



Reflexão de ondas na água.

As ondas encontram uma barreira e refletem-se do mesmo modo como a luz é refletida por um espelho. Essa semelhança sugere que um modelo ondulatório pode ser útil para descrever a luz. No estudo sobre o comportamento ondulatório usaremos também ondas em cordas e molas. E chegaremos à conclusão de que o que tivermos aprendido sobre ondas nos dará uma chave importante para a compreensão da estrutura dos átomos.

COMPORTAMENTO DA LUZ

CAPÍTULO 11

A MAIOR PARTE das informações que recebemos nos é transmitida através da visão. Desde o começo da história a natureza da luz vem intrigando os homens. As perguntas que eles faziam eram provavelmente as mesmas que ocorrem a você. Que é a luz? Como se propaga, e com que velocidade? Deve-se sempre acreditar no que se vê? Por que alguns objetos são coloridos, outros brancos ou pretos?

11 — 1. Fontes de luz

Quem quer que tenha passado uma noite sem lua no campo, numa floresta, ou no mar, sabe quão escuro pode ficar quando o Sol está do outro lado da Terra. Pela madrugada, começam a tomar forma objetos que, há poucos minutos, não podíamos distinguir. Em seguida, os detalhes se delineiam, as cores aparecem e se avivam, e começa a luz do dia. É o Sol se elevando no horizonte, a leste, que traz consigo a luz, que dá forma, detalhe, e cor a nosso mundo.

O Sol, as estrelas, as lâmpadas, e mesmo os vagalumes, emitem luz. Eles são chamados corpos luminosos (da palavra latina *lumen*, que significa luz). Todos os demais objetos — as árvores, a grama, as páginas deste livro, por exemplo — não são luminosos. Eles só são visíveis quando recebem luz de alguma fonte luminosa, e a refletem para nossos olhos.

O fato de um corpo ser ou não luminoso depende tanto de seu estado, como do material de que é feito. Mudando as condições, podemos,

à vontade, tornar muitas substâncias familiares, luminosas ou não luminosas. O filamento, isto é, o arame fino de uma lâmpada elétrica não é luminoso a não ser quando aquecido por uma corrente elétrica que o atravessa. Podemos tomar um pedaço de ferro frio, e fazê-lo reluzir com uma luz vermelha, amarela, ou branca, aquecendo-o por meio de carvão em brasa ou de chama de gás. Os sólidos e alguns líquidos como os metais fundidos, quando aquecidos a temperaturas superiores a 800° graus Celsius, se tornam fontes de luz. Estes materiais aquecidos são conhecidos como corpos *incandescentes*.

Observação cuidadosa mostra que a luz da chama das velas provém das pequenas e numerosas partículas de carbono aquecidas que se queimam em seu interior. Quando aquecidas, elas emitem a luz da vela. A chama é, pois, outra fonte incandescente de luz. Muitas das partículas de carbono não se queimam completamente em uma chama comum. Elas se esfriam enquanto são transportadas pelo ar acima da chama, tornam-se não luminosas, e constituem a parte principal da fumaça ascendente.

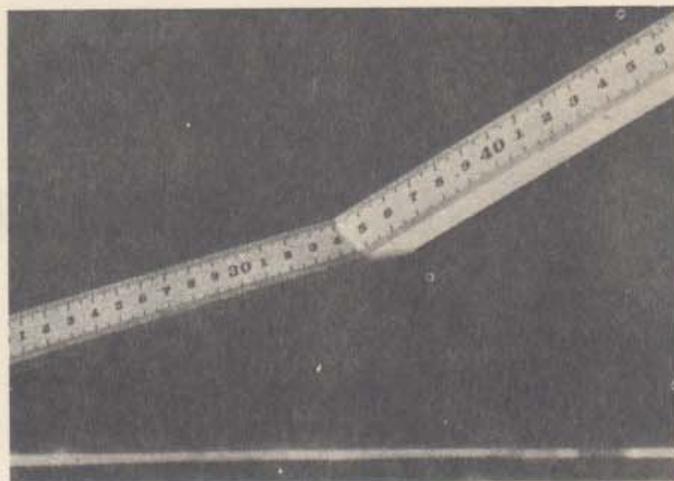
Nem todas as fontes de luz são incandescentes. Os tubos de néon e as lâmpadas fluorescentes, assim como as lâmpadas elétricas, emitem uma luz brilhante quando por eles passa uma corrente elétrica; tocando-os, entretanto, convencemo-nos imediatamente, de que deve haver uma diferença no modo pelo qual a luz é produzida. Os tubos de néon e as lâmpadas fluorescentes permanecem quase frios, enquanto que a lâmpada incandescente logo fica tão quente, que não se pode

tocar. Prosseguindo na diferenciação, verificamos que, aumentando gradualmente a corrente no filamento da lâmpada incandescente, aumentamos o seu brilho, mas que há também, associada, uma mudança de cor. Vemos primeiramente um resplendor vermelho fosco, que muda para um amarelo brilhante, e, com corrente suficiente, pode se tornar o que chamamos "aquecido ao branco", como o ferro incandescente. Por outro lado, se aumentamos a corrente que passa por um tubo de néon para aumentar o brilho, não observamos nenhuma mudança da cor. Constatamos, assim, uma diferença básica entre fontes incandescentes e outras fontes. Nas primeiras, as mudanças de brilho, temperatura, e cor, parecem estar estreitamente relacionadas, enquanto que nas últimas, a cor da fonte depende principalmente da natureza do material, e não varia com o brilho.

Grande parte da luz que atinge nossos olhos provém de superfícies não luminosas. Para nos convenceremos disto, basta imaginarmos que aspecto teria um quarto qualquer, se as paredes e outras superfícies fôsem recobertas com uma tinta tão preta e fôsa que não refletisse luz alguma. As luzes apareceriam como focos brilhantes contra fundos escuros. Se a Terra não tivesse atmosfera para refletir ou difundir a luz do Sol, este e as estrelas poderiam ser vistos simultaneamente contra um céu completamente negro. Os tetos brancos e as paredes claras refletem e difundem grande parte da luz que recebem, aumentando, pois, a claridade no interior da dependência. Na realidade, quando usamos luz indireta, ocultamos as lâmpadas da vista, e toda a luz nos alcança após ter sido difundida pelas paredes e pelo teto. Em escala maior, a Lua, que freqüentemente consideramos como uma fonte noturna de luz, é realmente um dispositivo de luz indireta, que reflete a luz solar. Considerando este fato, pode você explicar as fases da Lua, isto é, as mudanças de aparência da Lua no decorrer de um mês? Pode você perceber por que a Lua Cheia se eleva aproximadamente ao pôr do Sol, e por que a Lua Nova se eleva aproximadamente ao nascer do Sol?

11 — 2. Materiais transparentes, coloridos, e opacos

Quando você vê através de uma vidraça limpa, o panorama de fora, em dia claro, dificilmente se apercebe que há um vidro de permeio. As substâncias que transmitem a luz deste modo



11 — 1. Esta fotografia mostra a flexão aparente de uma régua no ponto em que penetra na água. A formação cinza, abaixo da régua, corresponde à reflexão.

são chamadas transparentes. Mais tarde, ao anoitecer, olhe através da mesma vidraça, do interior de uma sala iluminada. Além do mundo exterior, você vê, agora, refletidas no vidro, sua própria imagem, e a da sala. A luz pela qual você se vê deve ter partido do interior da sala. Ao invés de atravessar o vidro para o exterior, esta luz voltou até você. Ela foi refletida.

Será que a espessura de um corpo transparente afeta a quantidade de luz que ele transmite? Uma única placa de vidro parece transmitir a luz quase perfeitamente, mas, se você empilhar um bloco espesso de dez ou vinte placas de vidro claro, parte da luz é absorvida, e a que o atravessa é embaçada e aparece um pouco colorida. Evidentemente, tomamos conhecimento de materiais claros como os plásticos, o vidro e a água, em parte porque eles tanto refletem como transmitem a luz, e, por outro lado, porque parte da luz é absorvida.

Tais materiais têm um outro efeito importante sobre a luz. Quando a luz entra ou sai deles, a direção de seu movimento se modifica de modo interessante. A Fig. 11 — 1 mostra uma régua introduzida em um recipiente de água límpida. A aparente dobra da régua no ponto no qual ela penetra na água, indica certamente que algo acontece à luz que passa da régua para a câmara. Mostra-se, na Fig. 11 — 2 (a), outra ilustração do mesmo efeito. A moeda à direita está em um recipiente vazio, e outra idêntica, à esquerda, está em um recipiente cheio de água. As moedas foram fotografadas simultaneamente com o aparelho indicado na Fig. 11 — 2 (b). A moeda que está na água parece mais próxima à câmara e maior que a outra. Este efeito da moeda



11 - 2 (a). A moeda "flutuante".

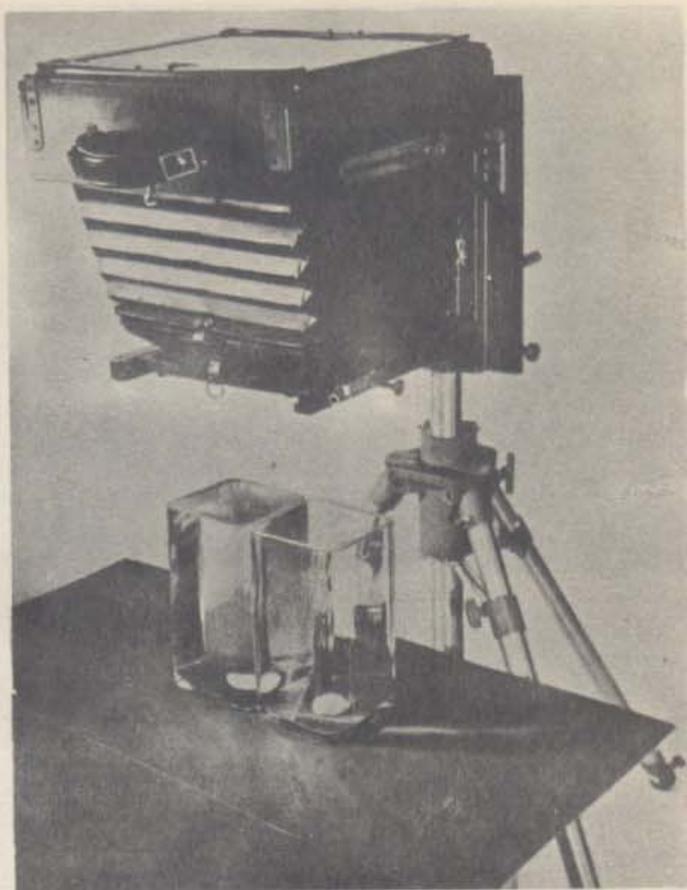
"flutuante" e a ilusão da dobra da régua ocorrem porque a luz muda de direção quando passa de um material, como o vidro ou a água, para outro, como o ar. Este desvio da trajetória da luz, é denominado *refração*. Um estudo detalhado da refração contribuiu grandemente para nossa compreensão do "que é a luz. Voltaremos a êle, diversas vezes.

Até agora, ocupamo-nos somente de corpos sem côr, quase que perfeitamente transparentes. Sabemos todos que existem muitos materiais transparentes que são coloridos. Podemos ver os objetos através deles, mas os objetos aparecem em côres diferentes. Esses materiais, sem dúvida, afetam, de algum modo, a luz que os atravessa. Será que êles adicionam ou, então, retiram algo da luz? À primeira vista, pode parecer uma pergunta difícil; entretanto, algumas experiências simples, nos fornecem uma resposta.

Antes de mais nada, observe, através de uma placa de vidro vermelho, uma fôlha de papel branco, iluminado pela luz do Sol ou por uma lâmpada elétrica. O papel, então, aparece vermelho.

Dêle saiu luz branca, mas o vidro vermelho afetou de algum modo a luz, fazendo-a aparecer vermelha. Suponha que se coloca uma segunda placa de vidro vermelho entre a primeira e a nossa vista, de modo que a luz deva atravessar ambas as placas. Se o vidro adiciona algo à luz, o papel apareceria com um vermelho mais brilhante que antes. Se êle subtrai algo, é de esperar que grande parte dêste "algo" seria removido pela primeira placa de vidro. A segunda placa influiria, então, muito pouco na aparência do papel. Com efeito, se realmente fazemos esta experiência com duas placas de vidro vermelho, verificamos que a segunda tem pequeno efeito.

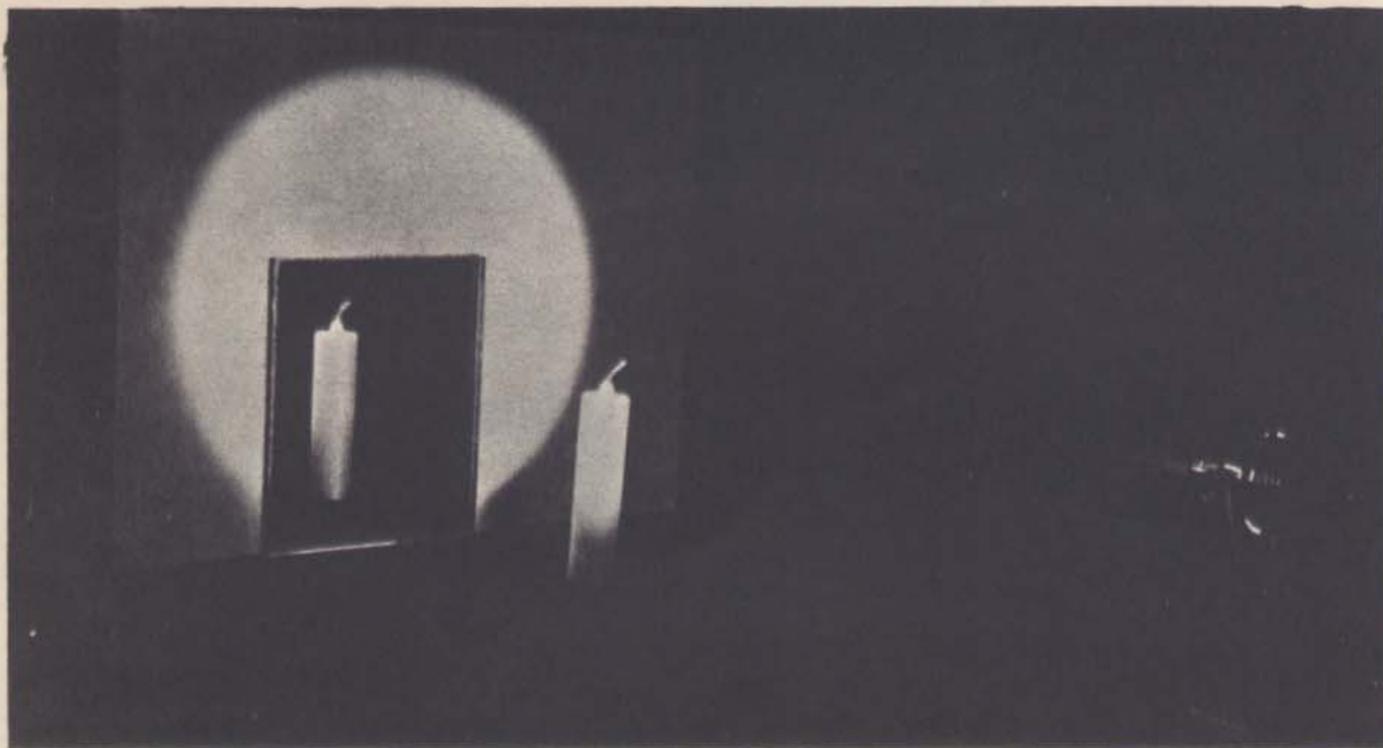
Podemos explicar a pequena mudança de côr, dizendo que só uma placa não retira completamente as partes não vermelhas da luz; resta algo para o segundo vidro vermelho absorver, e a côr que vemos através das duas placas apareceria algo mais vermelha. Podemos fazer a mesma



11 - 2 (b). Posição da câmara e dos recipientes usados para fotografar a moeda "flutuante" da Fig. 11 - 2 (a).

experiência, usando duas placas de vidro verde, ao invés de vermelho. Como seria de esperar, a segunda placa verde tem pequeno efeito; quando muito, o papel aparece um pouco mais verde. Que aconteceria, então, se experimentássemos o verde e o vermelho em conjunto? Após retirar *tudo menos o verde* com o vidro verde, e *tudo menos o vermelho* com o vidro vermelho, é certamente de esperar que o que sobra não será vermelho nem verde. Neste estágio de nossa investigação, ainda não conhecemos suficientemente o processo de subtração para predizer que côr aparecerá, mas certamente podemos dizer que muito menos luz nos alcançará após atravessar as duas placas de vidro, do que após atravessar qualquer uma delas. Fazendo esta experiência, verificamos, e de modo bastante seguro, que o brilho do papel fica enormemente reduzido, e que a leve coloração remanescente não é vermelha nem verde, mas sim um tênue amarelo ou âmbar. Este resultado nos convence da justeza da idéia da subtração.

Que é o "algo" que se subtrai da luz branca para lhe dar côr? Temos que protelar a resposta a esta pergunta, para mais tarde. Talvez nos



11 — 3. Reflexão normal e difusa. O papelão branco (à esquerda) envia à câmara mais luz da lâmpada do que o espelho.

satisfaçamos, no momento em reconhecer que a luz branca é mais complexa que a luz de uma só côr. Na realidade, neste livro não chegaremos nem mesmo perto das respostas completas a muitos dos problemas sôbre côr. Como qualquer artista dir-lhe-ia, a côr que você vê é determinada pela natureza do objeto iluminado, pela natureza da luz que o ilumina, e pela condição de seu ôlho no momento em que a côr é vista. Ela depende, também, dos outros objetos que você vê, ao mesmo tempo.

Os vidros vermelho e verde, em conjunto, subtraem quase tudo à luz branca. A maior parte dos materiais comuns vão além, e refletem ou absorvem totalmente a luz branca, não permitindo a transmissão de luz. Não podemos ver através de lâminas, inclusive finas, de metais, madeira, papelão, ou tecido pesado. Tais materiais são opacos. Refletem parte da luz que sôbre eles incide, e absorvem o resto, de modo que nenhuma luz os atravessa.

11 — 3. Reflexão

Todos os corpos, transparentes ou opacos, refletem parte da luz que sôbre eles incide. Quer dizer, eles devolvem parte da luz para o mesmo lado do corpo de onde ela proveio. A maior

parte das superfícies dão uma *reflexão difusa*. Elas devolvem a luz em muitas direções. É com a ajuda desta luz difusa que vemos os corpos iluminados, observamos sua textura e côr, e os distinguimos no ambiente.

Alguns materiais, tais como lâminas altamente polidas de prata, alumínio, ou aço, absorvem pouco a luz branca e, também, a refletem de um modo muito mais regular que as superfícies rugosas. Um espelho comum é formado por uma película fina de prata depositada atrás de uma placa de vidro. Na Fig. 11 — 3, a luz proveniente de uma mesma fonte, ilumina simultaneamente um espelho e um pedaço de papel branco. O papel aparece bem iluminado, e é branco contra o fundo escuro. Por outro lado, o espelho aparece completamente escuro. Ambos são atingidos pela mesma quantidade de luz, e sabemos que êste espelho reflete muito bem a luz, como indica a reflexão da vela branca. Por que, então, na fotografia o papel aparece mais brilhante que o espelho? É porque êste envia tôda a luz refletida para longe da câmara, enquanto que o papel a envia em tôdas as direções, de modo que parte dela alcança a câmara.

É a regularidade da reflexão nas superfícies lisas que permite a formação de imagens. A Fig. 14 — 4 mostra um lago rodeado por árvores e montanhas. Foi o clichê impresso corretamente?



11 — 4. Reflexão quase perfeita. Está a fotografia na posição correta? Quais são as colinas reais? Quais são suas imagens?

Vire o livro, e examine-o novamente. Há, na fotografia, pelo menos uma indicação que lhe mostra se ela está ou não invertida.

Que pode você aprender sobre imagens, por simples observação? Observe-se em um espelho. A imagem que você vê coincide exatamente com a visão que as pessoas têm de você? Mova sua mão direita. Sua imagem, em resposta, move a mão direita ou a esquerda? Coloque um objeto, por exemplo, um lápis, encostado ao espelho; segure, então, um objeto idêntico, e observe as imagens. A imagem do objeto em sua mão parece estar no espelho, ao lado do outro lápis, ou atrás do espelho? Como estão relacionados seus tamanhos aparentes? Como se relaciona a distância da imagem atrás do espelho com a distância entre sua mão e o espelho?

No Capítulo 12 tentaremos determinar algo sobre as leis da reflexão, que nos permita discutir "por que", bem como "o que" acontece quando se formam imagens nos espelhos ou outras superfícies refletoras lisas.

11 — 4. Instrumentos sensíveis à luz

Ainda não mencionamos como percebemos a presença de luz ou de sua cor. Subentendemos a existência desse instrumento maravilhoso: o olho humano. Um estudo completo do olho incluiria discussões de como a luz é refratada para incidir nas células nervosas da retina na parte posterior do globo ocular, como o olho se acomoda para ver claramente objetos situados a diferentes distâncias ou de brilhos diferentes, como são produzidos os efeitos de cor, e, também, uma discussão dos defeitos que podem afetar nossa visão. Tal estudo poderia manter-nos ocupados por um ano todo ou mais. No momento, teremos que nos contentar com a observação de que, passando por estruturas que existem na frente do olho, a luz é refratada de tal modo que se forma uma imagem na retina. Aí ocorrem alterações químicas, e, como resultado, impulsos elétricos são enviados pelos nervos ao cérebro.

Há muitos outros instrumentos, além do olho, que respondem química ou eletricamente à ação

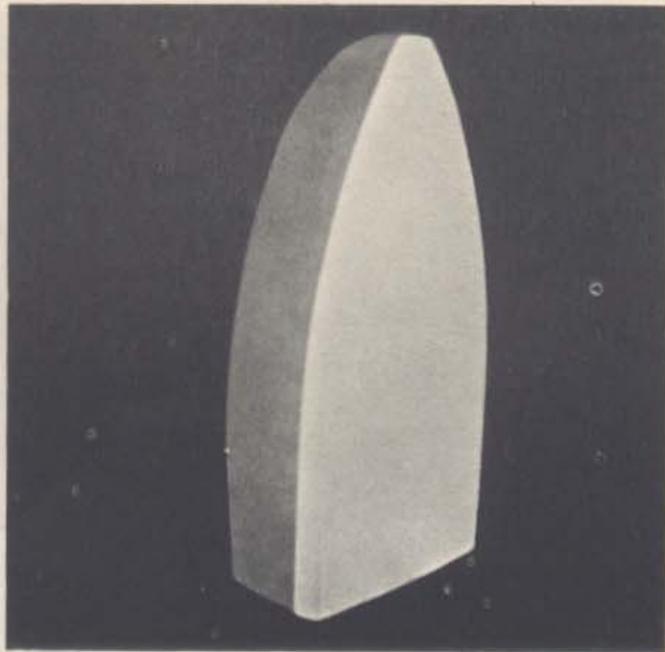
da luz. São eles frequentemente usados no laboratório para estudar a luz por métodos mais convenientes ou mais satisfatórios que o da observação visual. As substâncias fotossensíveis mais conhecidas são alguns dos compostos químicos que contêm prata. Tais compostos são usados nos filmes fotográficos. O processo completo, envolvendo a exposição e revelação do filme, é complexo, mas o fato essencial é que, naquelas porções do filme nas quais a luz incidiu, após o tratamento químico, fica um depósito de prata finamente dividida. Neste estado, a prata não aparece como um metal claro e brilhante, mas sim sob a forma de partículas escuras e opacas, as familiares porções pretas de um filme negativo. As partes não expostas à luz se tornam claras e transparentes. O filme colorido, sensível às diferentes cores de luz, é feito pela adição de vários corantes e por mudanças na composição.

Há, também, um grande número de dispositivos que produzem uma corrente elétrica quando a luz incide sobre eles, sem que ocorra nenhuma mudança química. Destacam-se entre eles as células fotoelétricas ou fotocélulas, que discutiremos posteriormente (Capítulo 33). A corrente elétrica gerada em uma fotocélula é proporcional à intensidade luminosa.

11 — 5. Luz invisível

As fotocélulas, os filmes fotográficos, ou outros detetores de luz, acusam, por vezes, a presença de luz não visível ao olho. A Fig. 11 — 5, por exemplo, mostra uma fotografia de um ferro de engomar, comum, tirada em um quarto completamente escuro, com um tipo especial de filme fotográfico. Aparentemente, o ferro emite "luz" de algum tipo, embora não possamos considerá-lo como um objeto luminoso. Podemos imaginar que a luz emitida seja a mesma coisa que o calor que sentimos quando mantemos a mão a alguns centímetros de um ferro quente. Como veremos posteriormente, esta suposição é correta: a radiação *térmica* é, sem dúvida, uma forma de luz conhecida como radiação *infravermelha*. Cerca de um terço da radiação solar que nos alcança é radiação *térmica*; a maior parte do resto é luz visível.

Analogamente à retina do olho, uma fotocélula comum não pode detetar a radiação *térmica*. Isto pode ser demonstrado colocando uma fotocélula perto de um ferro quente em um quarto escuro. Sabemos pela evidência fotográfica que o ferro emite radiação *térmica*, e, no entanto, a fotocélula não a acusa. Obtém-se um



11 — 5. Fotografia de um ferro de engomar obtida com sua própria "luz" invisível. Como se denomina esta "luz" invisível?

resultado diferente, entretanto, se usarmos uma lâmpada de arco de mercúrio como fonte de luz. Uma boa lâmpada para tal fim é representada pelas pequenas lâmpadas esterilizadoras, por vezes usadas em geladeiras. (São elas construídas com um tipo especial de vidro, conhecido como Corex). Quando se situa uma fotocélula perto de tal lâmpada, a corrente elétrica que passa através da célula aumenta com a intensidade da luz que a atinge. Se um pedaço de vidro comum de vidraça, que é quase perfeitamente transparente à luz visível, for colocado entre a lâmpada e a fotocélula, a corrente na fotocélula decresce apreciavelmente. Aprendemos diversas coisas com este simples procedimento. Nós não observamos nenhuma diferença na luz da lâmpada ao apreciá-la através do vidro de vidraça, mas a fotocélula obviamente, o fez. Deve haver uma parte da radiação da lâmpada invisível ao olho, e que não é transmitida pelo vidro de vidraça. É evidente, também, que o Corex deve ser transparente a esta luz invisível; de outra forma, ela não alcançaria a fotocélula. Como veremos, a lâmpada de mercúrio emite luz *ultravioleta*, além da luz visível. Esta radiação não é somente invisível ao olho humano — ela é, também, prejudicial. Deve-se, pois, evitar olhar para as fontes de luz ultravioleta.

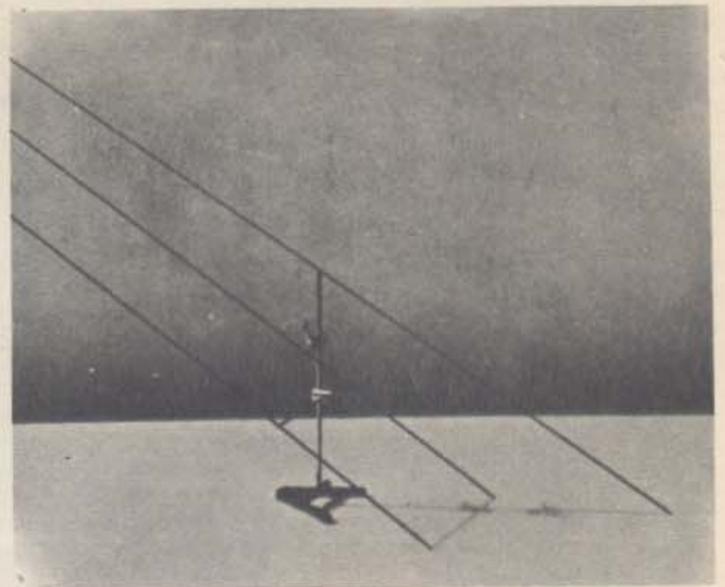
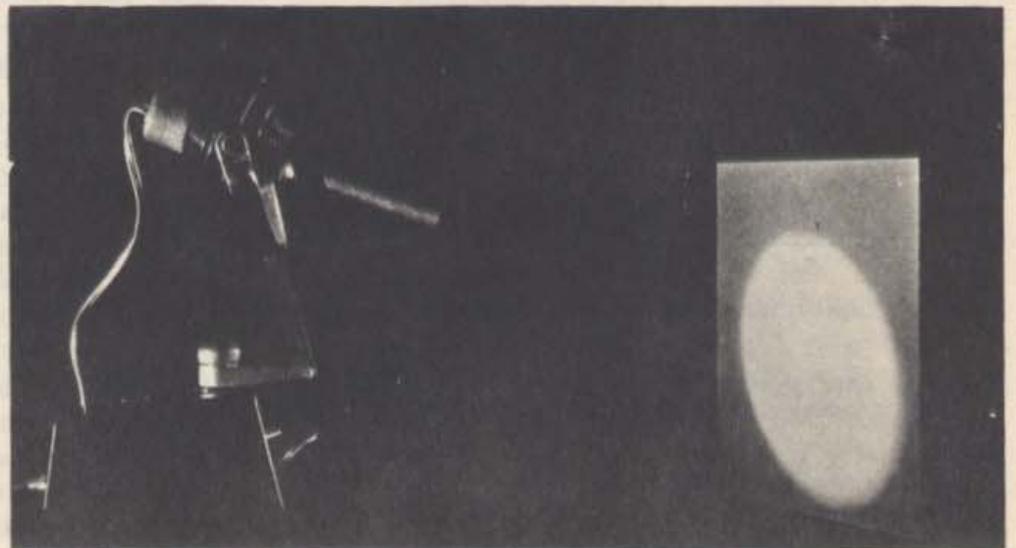
Vimos, na Seção 7-9, que uma superfície raiada, como a de um disco de vitrola, reflete a luz de cores diferentes em diferentes direções.

Formam-se espectros, nos quais o vermelho vai em uma direção, seguido pelo alaranjado, amarelo, verde, azul e violeta, em direções sucessivas. Usando detetores apropriados, podemos mostrar que a luz invisível da lâmpada de mercúrio é sempre desviada para a região além do violeta, e a luz do ferro quente vai para o outro lado do espectro "abaixo" do vermelho. As denominações ultravioleta e infravermelho significam "além do violeta" e "abaixo do vermelho", respectivamente. A zona em que termina a luz visível e começa a invisível, infravermelha e ultravioleta, depende do detetor. Nós vemos uma parte do espectro; outros animais parecem ver partes ligeiramente diferentes; os filmes fotográficos e outros instrumentos vêm muito além, em regiões do espectro que são invisíveis para nós.

11 — 6. Propagação da luz

O Sol e as estrêlas são tão familiares que raramente pensamos nas vastas extensões de espaço praticamente vazio que dêles nos separam. No entanto, sabemos que o Sol está a cerca de $1,5 \times 10^{11}$ metros da Terra, que a estrêla mais próxima está aproximadamente trezentas mil vêzes mais distante, e que inumeráveis estrêlas foram vistas a distâncias tão remotas, praticamente além de nossa compreensão. Tôdas as informações que temos sôbre êste vasto universo nos chegaram "cavalgando velozmente sôbre feixes de luz". Deve ser verdadeiro, portanto, que a luz pode percorrer enormes distâncias, e que ela se propaga livremente no espaço vazio. A luz é muito diferente do som neste aspecto, porque o som sômente pode ser transmitido de uma fonte para nossos ouvidos através de substâncias

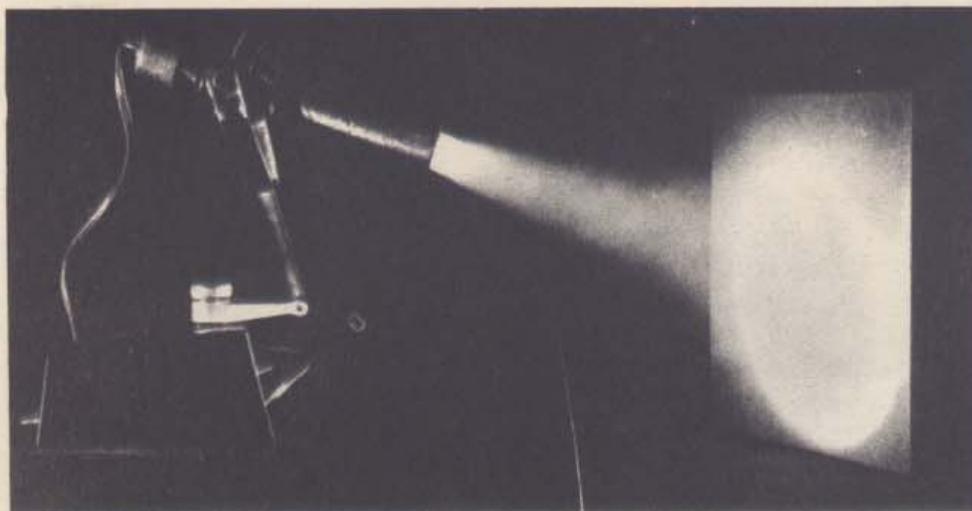
11 — 7. Os feixes luminosos são invisíveis. Vemos aqui a fonte luminosa e a reflexão sôbre o papelão branco, mas nada vemos entre a fonte e o alvo.



11 — 6. Formação de sombras. As linhas que ligam pontos da sombra aos pontos correspondentes do objeto são quase paralelas, tôdas convergem para a fonte de luz.

como o aço, a água, ou o ar. A diferença entre ambos pode ser ilustrada por uma experiência simples de laboratório. Uma campainha elétrica e uma pequena lâmpada são suspensas por fios dentro de um frasco de vidro, do qual podemos extrair o ar por meio de uma bomba. À medida que extraímos o ar do frasco, o som da campainha se torna mais fraco, até finalmente mal se poder ouvi-lo. Se a luz fôsse afetada do mesmo modo, veríamos o frasco escurecer aos poucos, e seu conteúdo desaparecer na escuridão. Ao invés, tudo dentro do frasco continua claramente visível como antes de têmos extraído o ar.

Tão familiares como o próprio Sol são as sombras que êle projeta. Que podem elas nos ensinar sôbre a luz? Quando andamos ou corremos em



11 - 8. Se forem introduzidas partículas finas no ar, como à esquerda, o feixe luminoso mostra claramente o caminho da fonte ao anteparo de papelão. Confronte com a Fig. 11 - 7.

um dia ensolarado, nossas sombras seguem nossos passos. Esta experiência simples mostra que a luz deve se propagar muito mais rapidamente do que podemos correr, pois a sombra de nossa cabeça deve ficar atrás de nós, retardada da distância percorrida, enquanto a luz vai de nossa cabeça ao solo. As formas das sombras fornecem, também, informações sobre a natureza da luz. Na Fig. 11 - 6, várias linhas unem os pontos de uma sombra aos pontos correspondentes do objeto que a projeta. As linhas são quase paralelas e todas convergem para a fonte de luz. Evidentemente, a luz se propaga em linha reta.

Para aprender mais sobre a propagação da luz, examinemos o comportamento de feixes luminosos dentro de uma sala ou caixa escura. A Fig. 11 - 7 mostra uma fonte de luz dirigida para uma folha de papel. Sabemos que a luz provém da fonte e a vemos refletida no papel, mas não a vemos entre os dois objetos. O bom senso sugere, entretanto, que a luz deve ter se propagado entre os dois. Na Fig. 11 - 8, vemos que introduzindo partículas finas de fumaça no ar, o feixe indica claramente todo o caminho. Os bordos retos do feixe ligam a fonte aos bordos da mancha iluminada, confirmando nossa suposição de que a luz se propaga em linha reta. O fato de não vermos o feixe até a introdução da fumaça, nos diz que a luz somente afeta nossos olhos quando olhamos diretamente em direção a uma fonte, ou quando há corpos iluminados que podem refletir a luz diretamente para nossos olhos. Neste caso, a luz foi refletida pelo papel e pelas partículas de fumaça, fazendo-os atuar como novas fontes que enviam a luz em novas trajetórias retilíneas para nossos olhos.

11 - 7. Difração

Vimos evidências de que a luz geralmente se propaga em linha reta, sendo fácil, entretanto, encontrar algumas exceções a esta regra. Provavelmente já lhe aconteceu olhar para uma luz distante, como a de uma lâmpada da rua, através de uma tela, dessas postas em janelas para evitar a entrada de insetos. Você provavelmente observou, além da luz distante, duas linhas coloridas, em ângulos retos uma em relação à outra. Você pode observar um efeito parecido, mantendo dois dedos em frente à sua vista, de modo a olhar para uma luz através da pequena fresta que deixa entre eles [Fig. 11 - 9 (a)]. A experiência é mais efetiva se a luz provém de uma fonte alongada e fina, como um tubo de néon ou uma lâmpada fluorescente, e você mantém seus dedos paralelamente à fonte. As bandas estreitas que aparecem, alternadamente escuras e claras, são, por certo, algo diferente do que você vê comumente na luz que atravessa uma grande abertura [Fig. 11 - 9 (b)].

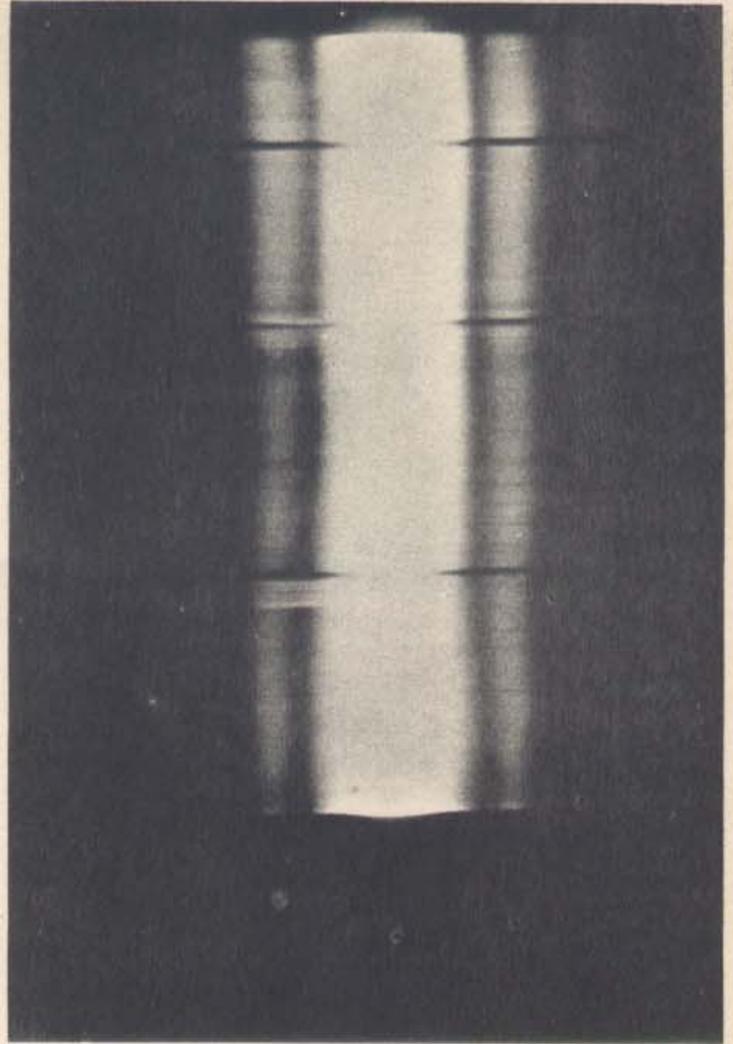
Estes fatos podem ser parcialmente explicados se supuzermos que a luz se curva ligeiramente quando passa pelo bordo de um obstáculo. Seria, então, de esperar que os bordos de todas as sombras fossem ligeiramente imprecisos, ao invés de perfeitamente definidos. Quando as fontes de luz são amplas, e são grandes as aberturas através das quais a luz passa, esta imprecisão é insignificante em comparação com toda a configuração luminosa, e não a observamos. Se a fonte está distante, e as aberturas são pequenas, como as de uma tela de janela, ou o intervalo entre dois dedos, o efeito da curvatura se torna importante. A explicação não está, entretanto, completa.



11 - 9 (a). Um modo simples para observar a difração.

Deveremos acrescentar algo mais antes de estudar em detalhe as bandas escuras e claras.

O raciocínio que você acabou de acompanhar constitui um bom exemplo do modo pelo qual os cientistas se aproximam da verdade, passo a passo. Para a maioria das finalidades, a afirmação de que a luz se propaga em linha reta explica perfeitamente muitas observações. Uma observação mais cuidadosa das coisas, mostra que isto não pode ser sempre aceito como totalmente verdadeiro, e que a luz se curva muito levemente em volta dos obstáculos. A curvatura é, no entanto, tão pequena que podemos desprezá-la para a maioria das finalidades. Dizemos que a hipótese da propagação em linha reta constitui uma primeira aproximação à descrição do comportamento da luz. A segunda aproximação ao comportamento da luz é mais complicada e difícil de usar, de modo que só a empregaremos quando os fenômenos em estudo o exigirem. Encontraremos, por exemplo, certos efei-

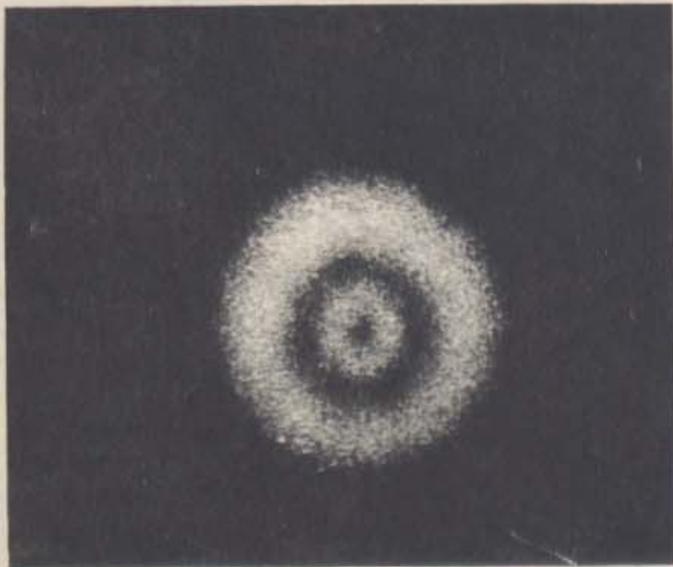


11 - 9 (b). Uma configuração de difração semelhante à observada através de uma fenda formada por dois dedos. Esta fotografia de uma fonte de luz azul, foi tomada com um filme sensível ao azul. As linhas pretas correspondem aos suportes que mantêm o filamento.

tos luminosos, que parecem completamente desligados uns dos outros até que consideremos sua explicação em termos desta curvatura da luz ao redor de obstáculos.

A configuração mostrada na Fig. 11 - 9 (b) é apenas uma das muitas imagens estranhas de sombras, que podem ser obtidas como um resultado do fato da luz se curvar ao redor de corpos opacos que estejam em sua trajetória. Esta curvatura é conhecida como *difração*.

A difração explica, em parte, o fato das imagens das estrelas aparecerem nos telescópios como pequenas manchas de luz, ao invés de pontos definidos. As manchas surgem da curvatura da luz, quando atravessa o menor "orifício" do telescópio. A Fig. 11 - 10 mostra a sombra de um pequeno orifício.



11 — 10. Sombra de um pequeno orifício. A falta de bordos bem definidos e a presença de bandas claras e escuras são produzidas pela difração da luz.

11 — 8. Velocidade da luz

Todos nós já ouvimos alguma vez o ronco de um avião a jato que se desloca no céu a grande altura, e, instintivamente, o procuramos na direção do som emitido. Finalmente nós o vemos, bastante além do ponto de onde parecia vir o som. Então, ao decidir onde realmente estava o avião, acreditamos mais em nossos olhos do que em nossos ouvidos. Por que confiamos em nossos olhos? Sabemos que o som leva algum tempo para percorrer tão grande distância, e que a luz se propaga muito mais rapidamente que o som. Não supomos que o avião estava além do ponto onde o vimos, porque acreditamos, sem dúvida, que a luz se propaga com grande rapidez!

Galileu sugeriu um método para determinar a velocidade da luz, similar ao que usou para medir a velocidade do som. Dois homens munidos de lanternas se situaram em posições separadas por uma distância conhecida. O primeiro descobriu sua lanterna e deu partida a um cronômetro, tendo o segundo descoberto sua lanterna ao ver a luz proveniente do ponto onde se encontrava o primeiro. Quando o primeiro homem viu a luz oriunda da lanterna do segundo, travou o cronômetro, medindo, então, o tempo que levava a luz para se propagar do primeiro ao segundo homem, e voltar ao primeiro — ou assim o esperava Galileu. A experiência falhou devido à rapidez com que a luz se propaga. Ela não constituiu, entretanto, um fracasso completo. Ela mostrou que a velocidade da luz é demasiadamente grande para permitir

que sua passagem por curtas distâncias pudesse ser medida pelos grosseiros mecanismos para medir o tempo, então existentes.

Um método satisfatório para medir a velocidade da luz foi proposto primeiramente por Roemer, em 1676. Este método não exige uma medida altamente precisa de um intervalo de tempo muito curto. Os intervalos de tempo mais longos são mais fáceis de medir. Roemer aumentou o intervalo de tempo, pelo aumento da distância a ser percorrida pela luz. Ele usou medidas astronômicas para verificar o tempo necessário à luz para percorrer o diâmetro da órbita terrestre. O que Roemer fez foi observar os tempos nos quais algumas das luas de Júpiter se eclipsavam na sombra deste planeta. Esses eclipses ocorrem em intervalos regulares. Por exemplo, o mais brilhante dos satélites dá a volta completa em sua órbita ao redor de Júpiter em pouco mais de sete dias, e é eclipsado uma vez em cada revolução. Usando o tempo médio entre os eclipses como o tempo de translação do satélite, ele verificou que os eclipses ocorriam cerca de 11 minutos antes quando a Terra estava mais próxima de Júpiter, e 11 minutos depois quando ela estava mais afastada, porque a luz tinha que viajar através da órbita da Terra. Roemer não poderia encontrar, a partir destas observações, um bom valor para a velocidade da luz. Suas medidas eram imprecisas, e, também, naquele tempo, não era conhecido precisamente o tamanho da órbita terrestre. A grande contribuição do trabalho de Roemer foi demonstrar que a luz levava um tempo mensurável para atravessar a órbita da Terra, e que, portanto, ela se propagava com uma velocidade finita.

Medidas posteriores dos atrasos dos eclipses mostraram que o intervalo requerido para atravessar a órbita é de 16 min e 20 s, ao invés de 22 min, conforme encontrou Roemer. A distância média da Terra ao Sol é agora conhecida como valendo $1,47 \times 10^{11}$ metros; a velocidade da luz é, então,

$$c = \frac{2 \times 1,47 \times 10^{11} \text{ m}}{980 \text{ s}} = 3,00 \times 10^8 \text{ m/s.}$$

A primeira determinação da velocidade da luz, em uma distância suficientemente curta para ser medida na superfície da Terra, foi feita por Armand Fizeau, em 1848. Ela requereu a idealização de um dispositivo medidor de tempo que pudesse medir intervalos muito curtos com precisão. Discutiremos o método de Fizeau no Capítulo 15.

PARA CASA, CLASSE, E LABORATÓRIO

1. * Tome uma lanterna com uma pilha velha, ligue-a, e observe o que acontece ao brilho e à cor da luz que ela emite, à medida que a pilha vai enfraquecendo. Muda somente o brilho, ou mudam simultaneamente o brilho e a cor? A lâmpada de uma lanterna é ou não uma fonte incandescente?
2. Lembrando que vemos a Lua graças à luz refletida, pode você mostrar que:
 - (a) A Lua que se eleva no leste, à meia-noite, não pode ser Lua Cheia.
 - (b) A Lua Nova não pode ser vista durante muito tempo, após o escurecer.
 Sugestão: Faça diagramas mostrando as posições do Sol, Terra, e Lua, nas diferentes fases da Lua.
3. A Lua, contrariamente à Terra, não tem atmosfera.
 - (a) Se você estivesse na Lua, num lugar no qual a Terra aparecesse diretamente sobre sua cabeça, que veria você no céu, supondo que, neste momento, a Lua é vista da Terra, como Lua Cheia?
 - (b) Responda à mesma pergunta, para o caso em que a Lua é vista, da Terra, como Lua Nova.
4. Vimos que o vidro, embora transparente, não transmite toda a luz que o atinge, pois parte dela é absorvida. É isto também verdadeiro para a água clara? Esteja preparado para discutir que evidência você procuraria para apoiar sua resposta.
5. Se ocasionalmente se vê um avião no céu, pouco depois do pôr do Sol, ou pouco antes do nascer do Sol, constitui uma surpresa sua aparência muito brilhante, mais parecendo uma estrela ou um planeta do que um avião à luz do dia. Pode você explicar por que isto acontece?

Sugestão: Faça um diagrama indicando as posições da Terra, do Sol e do avião.
6. A Fig. 11 — 8 mostra claramente que a fumaça difunde a luz na direção de nossos olhos, mesmo quando ela originalmente se propagava numa direção tal que não nos alcançaria. Em vista disso, por que uma densa nuvem de fumaça, acima de nós, aparece escura, e não clara? Escreva resumidamente. Prepare-se para discutir a resposta.
7. Vimos que quando a luz proveniente de um objeto branco incide sobre um filme fotográfico, produz, após a revelação, um depósito preto de prata. Isto fornece a conhecida imagem *negativa* no filme. Se você ilumina, através do negativo, outro filme fotográfico, que tipo de imagem terá você após a revelação?
8. Uma das mais notáveis propriedades do olho consiste em sua habilidade de acomodação, de forma que são vistos claramente objetos situados a diferentes distâncias. Para demonstrá-lo, situe-se a cerca de 1 ou 1,5 m de uma janela, e concentre sua atenção na mesma. Você perceberá que vê a janela muito claramente, que são definidas as linhas onde o vidro encontra a armação, e que são visíveis mesmo detalhes, como manchas no vidro. Concentrando ainda sua atenção na janela, observe a aparência de objetos que estão distantes, do lado de fora. Você os vê definidos ou indistintos? Pode você observar seus detalhes? Concentre sua atenção, em seguida, nos objetos a grandes distâncias até vê-los nitidamente. Pode você, agora, ver claramente os detalhes da janela?
9. Aproxime este livro de seu rosto, mantendo um dos olhos fechado ou coberto. Quando o livro alcançar o ponto para o qual as letras aparecem borradas, peça a alguém para medir a distância do livro a seu olho. Repita a experiência com o outro olho. São as duas distâncias aproximadamente iguais? Faça esta experiência com pessoas de diferentes idades, e anote os resultados de acordo com suas idades.
 - (a) Há um limite na habilidade do olho se acomodar, de modo que a visão seja nítida?
 - (b) É esse limite o mesmo para todas as pessoas, ou para os dois olhos de uma mesma pessoa?
 - (c) Varia ele, em geral, com a idade da pessoa? Compare suas respostas com as obtidas por colegas de sua classe.
10. * Afirmou-se na Seção 11-2 que a cor é um fenômeno complicado, dependente de muitos fatores, não apenas da espécie de luz que

incide sobre a superfície e da natureza da superfície. Você pode facilmente convencer-se disto. Corte um pequeno quadrado de papel ou papelão cinza-claro, de aproximadamente 2 cm de lado, e coloque-o no centro de uma fôlha grande de papel branco. Observe-o

de uma distância de aproximadamente $\frac{1}{2}$ m,

e sob iluminação intensa.

- (a) Descreva sua cor e seu brilho.
- (b) Coloque o quadrado cinza no centro de uma fôlha grande de papel vermelho brilhante, e examine-o sob as mesmas condições anteriores. Descreva, novamente, sua cor e seu brilho. São eles iguais aos observados no caso anterior?
- (c) Finalmente, coloque o quadrado cinza sobre uma fôlha de papel preto. Que acontece agora?

11. (a) Quanto tempo leva a luz proveniente do Sol para alcançar a Terra?
- (b) Se a luz da estrela mais próxima leva 4,3 anos para nos alcançar, a que distância se encontra a estrela?

- (c) Por que é conveniente expressar as distâncias às estrelas em termos de anos-luz, ao invés de metros, quilômetros, ou milhas?

12. As ondas de rádio se propagam com a mesma velocidade da luz, no vácuo ou no ar.

- (a) Quanto tempo leva um sinal de rádio para ir de Nova York a São Francisco, cuja distância é de aproximadamente $4,8 \times 10^3$ km?
- (b) Um transmissor de radar que emite certo sinal de rádio para a Lua, recebe a reflexão 2,7 s depois. Que resultado fornece esta experiência para a distância da Lua à Terra?

LEITURA COMPLEMENTAR

BRAGG, SIR WILLIAM, *The Universe of Light*. Macmillan, 1933.

MINNAERT, M., *Light and Color in the Open Air*. Dover, 1954. Um livro clássico, que descreve muitos efeitos luminosos, tais como o arco-íris, as miragens, as cores do crepúsculo, o azul do céu, etc.

REFLEXÃO E IMAGENS

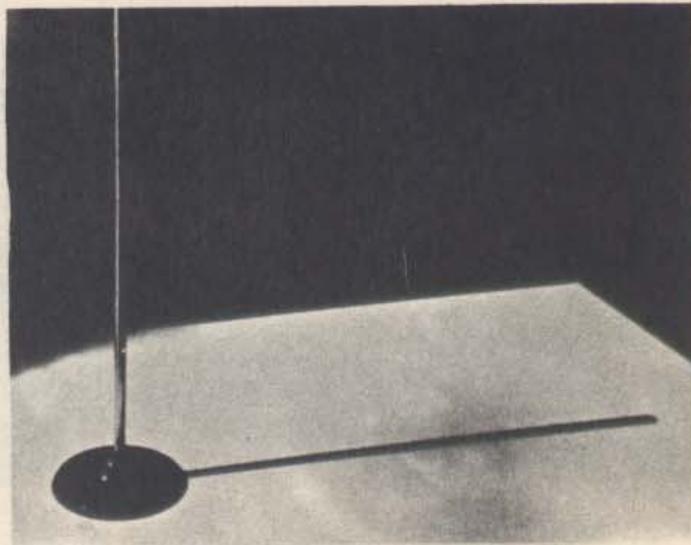
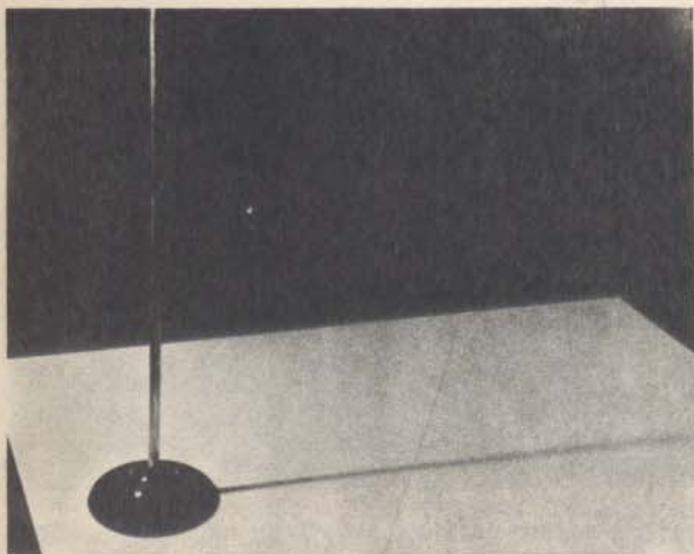
CAPÍTULO 12

12 — 1. Sombras

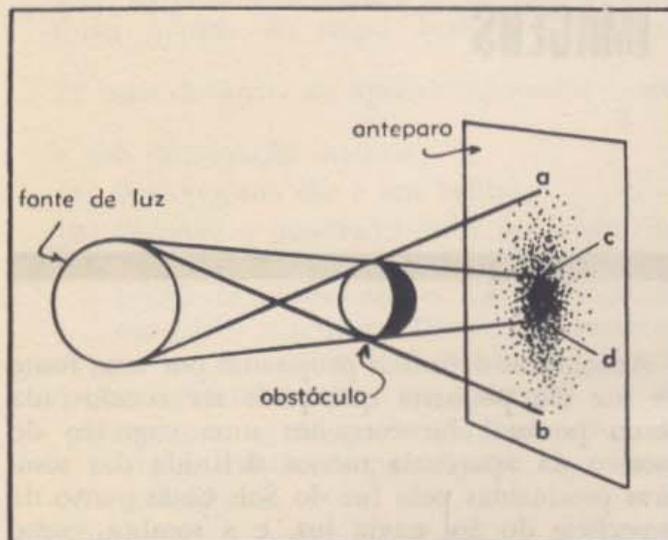
Examine sua própria sombra projetada pelo Sol sobre o assoalho ou um pavimento liso. Observe a diferença de nitidez entre o contorno da sombra de seus pés e de sua cabeça. Esta diferença é ainda mais visível quando se observa a sombra de um bastão fino situado verticalmente, ou de uma haste, como aparece na parte esquerda da Fig. 12 — 1. Aparentemente a sombra se torna mais ampla e menos definida, à medida que aumenta a distância do objeto ao bordo de sua sombra. A nitidez das sombras depende, também, da fonte de luz. A parte direita da Fig. 12 — 1, mostra a sombra projetada quando a fonte é uma lâmpada situada atrás de um anteparo no qual foi praticado um pequeno orifício. Esta sombra é perfeitamente definida em todo seu comprimento. As sombras projetadas por minúsculas fontes de luz são, em geral, perfeitamente definidas, indicando que a luz se propaga em linha reta.

As sombras definidas projetadas por uma fonte de luz tão pequena que pode ser considerada como pontual fornecem-nos uma sugestão do motivo da aparência menos definida das sombras produzidas pela luz do Sol. Cada ponto da superfície do Sol envia luz, e a sombra, como um todo, não é, realmente, uma única sombra, mas sim a combinação de um grande número de sombras individuais projetadas pela luz de cada ponto da superfície solar. A Fig. 12 — 2 mostra como se forma a sombra quando a fonte de luz tem uma extensão considerável, como no caso do Sol. Propagando-se a luz em linha reta, não pode nenhuma luz da fonte alcançar a região circular entre c e d ; por isso, esta região da sombra é preta. Na região pontilhada, entre o círculo ab e o círculo cd , a luz procedente de algumas partes da fonte, passa além do objeto e alcança o anteparo. A sombra é, então, menos escura, e

12 — 1. Sombras projetadas por uma fonte extensa de luz (esquerda) e por uma fonte pontual (direita). Observe a diferença em sua nitidez.



termina desaparecendo de modo indistinto no círculo ab . Fora da região sombreada entre a e b , a luz chega procedente de tôdas as partes da fonte.



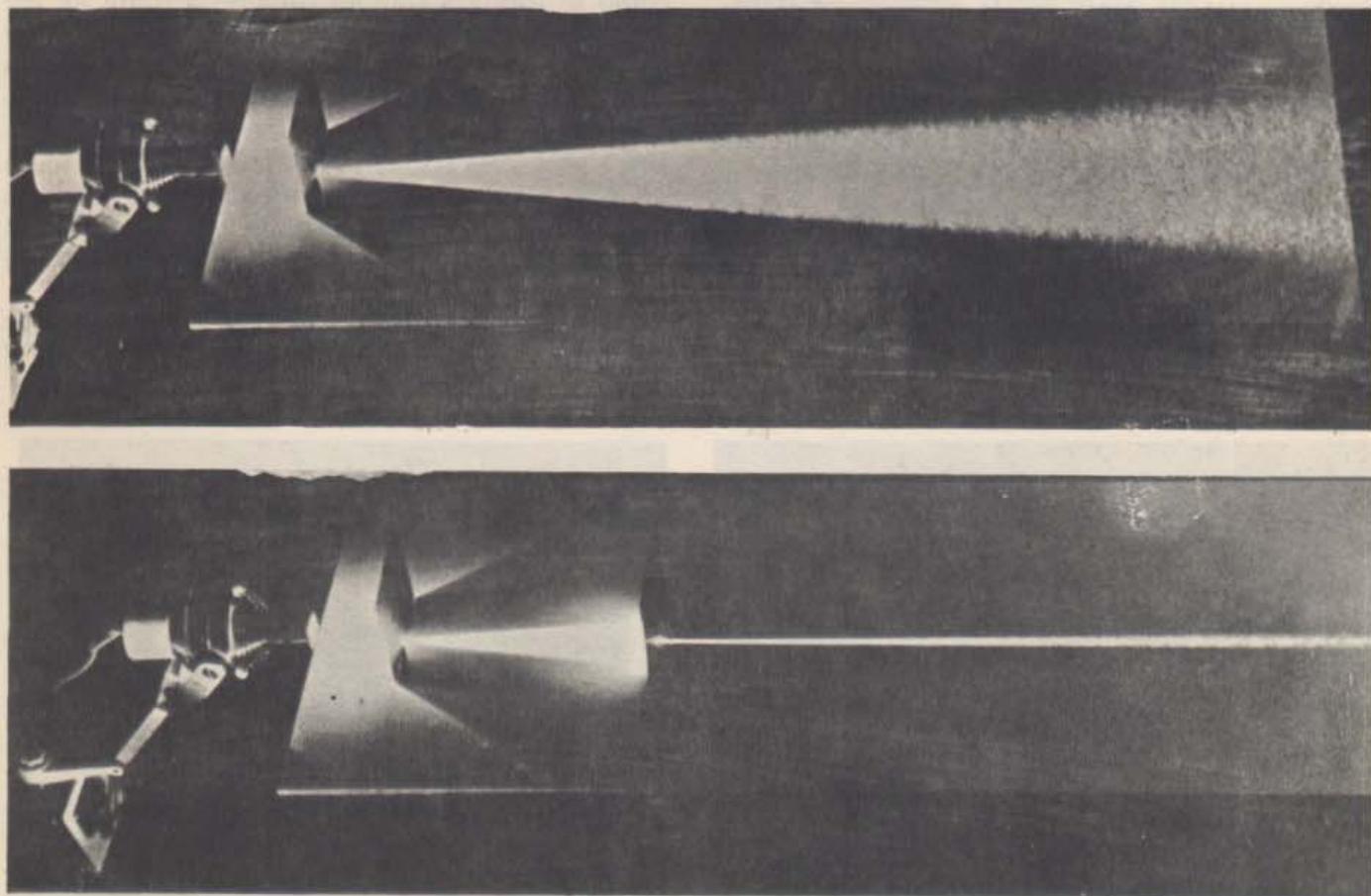
12 - 2. Formação da sombra com uma fonte extensa de luz. O desenho corresponde a uma seção transversal da fonte luminosa e do obstáculo num plano perpendicular ao anteparo.

A parte escura de uma sombra, não atingida por nenhuma luz da fonte, é chamada umbra. As partes menos pretas constituem a penumbra. Quando estamos na umbra da sombra da Lua, o Sol está em eclipse total. Quando estamos na penumbra, podemos ver parte do Sol, e dizemos que o eclipse é parcial.

12 - 2. Feixes de luz, pincéis, e raios

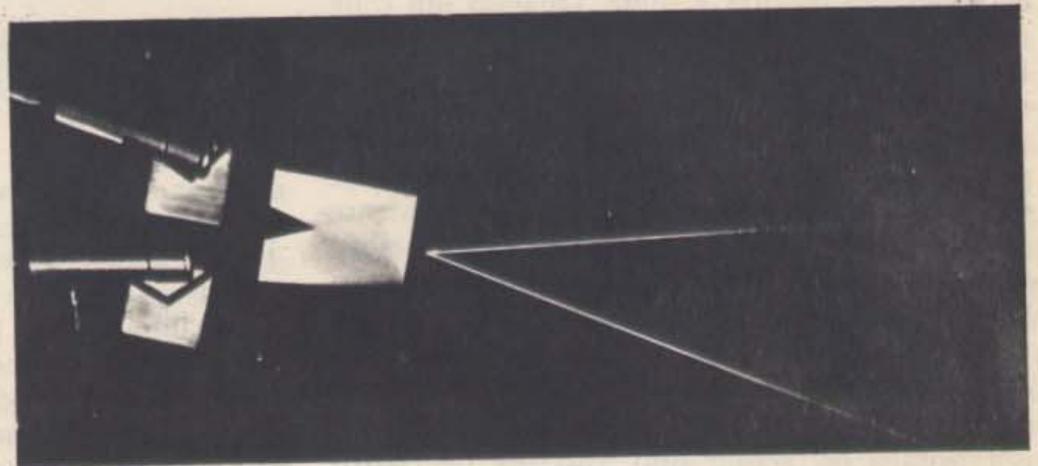
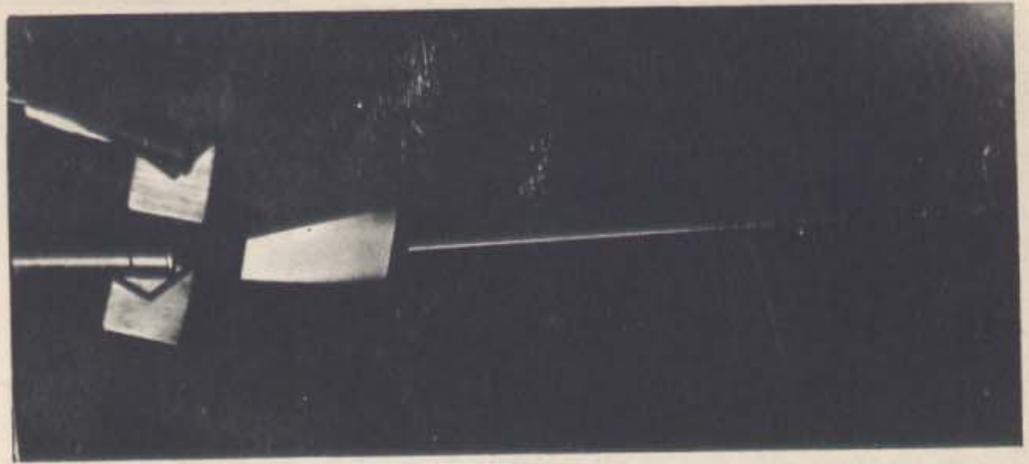
As fontes pontuais de luz dão, sem dúvida, sombras menos complicadas do que as fontes extensas. A Fig. 12 - 3 (ao alto) mostra feixes luminosos provenientes de uma fonte pontual através de um pequeno orifício. Na figura superior, vemos um cone formado pelo feixe. Pode você explicar por que é um cone e não um cilindro? O eixo do cone (a linha que une o centro do orifício ao centro da base do cone) passa pelo centro da fonte e do orifício.

Alinhando dois orifícios, como indica a Fig. 12 - 3 (inferior), obtemos um *pincel* muito es-



12 - 3. Feixes e pincéis de luz. Na fotografia superior, a luz procedente da fonte através de um orifício, forma um feixe cônico. Embaixo, um segundo orifício, alinhado com o primeiro, produz um pincel estreito de luz.

12 — 4. Experiência que mostra que dois feixes de luz podem passar um através do outro.



treito de luz. Freqüentemente convém imaginar um pincel de luz menor e mais fino que qualquer um que se possa obter na prática. O pincel mais fino que se pode imaginar é justamente uma linha reta. Denominamos êste pincel limite um *raio* de luz. Naturalmente, não nos é possível produzir raios individuais, mas a idéia de raio é muito útil. Ela nos permite desenhar no papel linhas que representam as direções nas quais a luz está se propagando. Um pincel de luz pode ser encontrado na natureza; um raio de luz é algo que inventamos para representar um pincel muito fino.

Muitas vêzes desenhamos alguns raios, por exemplo, para indicar os limites da região iluminada, a umbra e a penumbra na Fig. 12 — 2. Na luz, os raios que desenhamos não são distinguíveis: êles se propagam aparentemente em tôdas as direções a partir de todos os pontos da fonte. Os raios que traçamos têm utilidade análoga à das linhas em um projeto arquitetônico, mas não são luz, do mesmo modo que as linhas traçadas pelo arquiteto não são paredes ou janelas. A luz não forma raios; nós os traçamos.

Êles nos ajudam a descrever o comportamento da luz.

Sabemos que os feixes ou pincéis luminosos, atingindo objetos refletores, os iluminam, de modo que êstes passam a atuar como novas fontes. Portanto, a luz interage com o material sôbre o qual incide, isto é, o feixe luminoso influencia o material, e o material influencia o comportamento do feixe luminoso. Podem os feixes luminosos também interagir uns com os outros? Podemos responder a esta pergunta fazendo com que feixes de luz de duas fontes diferentes passem por um único orifício, como indica a Fig. 12 — 4. Verificamos que cada feixe passa através o orifício, como se o outro não existisse.

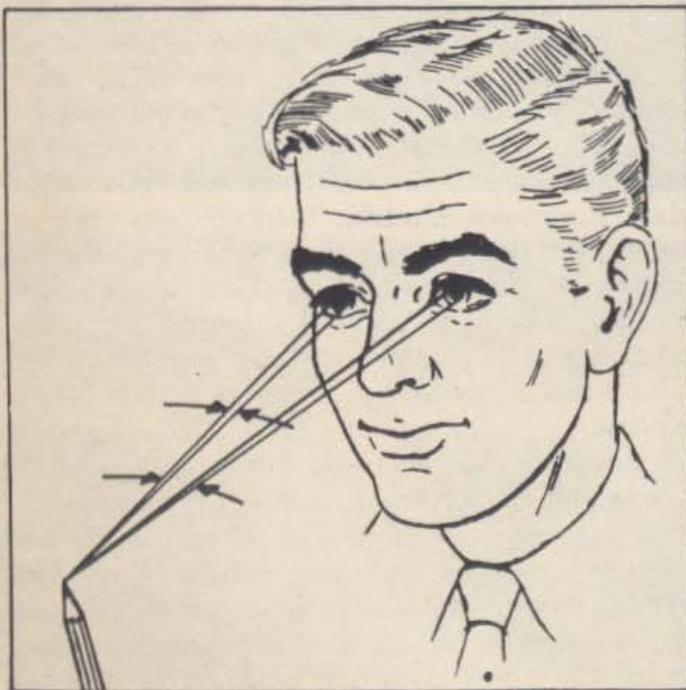
Em geral, cada feixe de luz proveniente de duas ou mais fontes se comporta como se os demais feixes não existissem, sendo muito importante esta independência de ação. Caso contrário, não adiantaria estudar os pincéis ou raios de diferentes fontes ou diferentes partes de uma fonte. Traçar os raios que mostram as direções de dois jatos de água, por exemplo, não nos informa muito sôbre o seu destino após se en-

contrarem. É devido ao fato da luz de cada uma das duas fontes atuar como se estivesse só, que podemos traçar raios para delimitar as regiões de luz e sombra, quando ambas as fontes estão presentes.

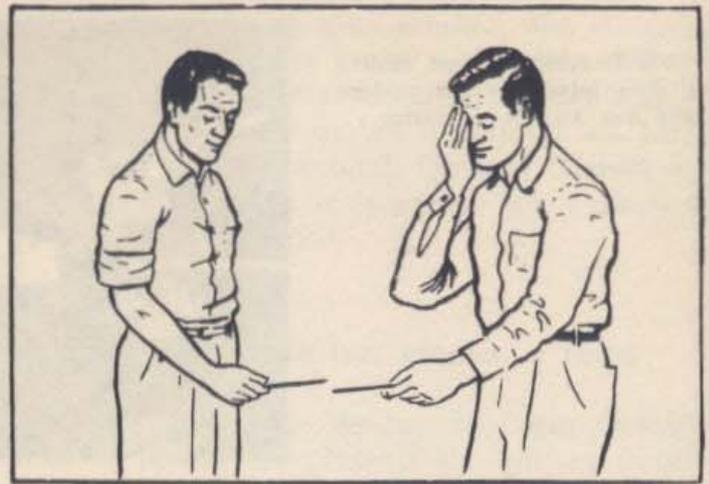
12 — 3. Localização dos objetos

Podemos sempre localizar a posição de uma fonte pontual de luz se conhecemos as direções de vários raios provenientes desta fonte. Basta simplesmente traçar dois ou mais destes raios, em direção da fonte, até que se encontrem. O ponto de interseção localiza a fonte. Quando um cone de raios chega a nosso olho, procedente de tal fonte, mudamos automaticamente a forma de nosso olho, de modo a focalizar os raios que divergem da fonte: podemos ver assim uma imagem da fonte. Este processo de focalização de nossos olhos nos dá uma informação equivalente à obtida retrazando os raios, e, em certas circunstâncias, sem o saber, utilizamos esta informação para avaliar a distância à fonte.

Podemos avaliar mais facilmente as distâncias com dois olhos do que com um só. Para se convencer disto, peça a um amigo para segurar um pedaço de arame fino, distante de outros objetos (Fig. 12 — 5). Com um arame semelhante em sua mão, tente tocar o extremo do outro arame, estando ele aproximadamente à distância



12 — 5. Experiência para verificar sua habilidade em avaliar distâncias com um só olho.



12 — 6. Visão binocular. Avaliamos distâncias pelo ângulo de convergência dos olhos sobre o objeto, bem como pela focalização dos pincéis cónicos.

máxima que você pode alcançar. Você verificará que pode fazê-lo com precisão considerável. Tente, então, a mesma experiência, com um olho fechado. Você verificará que é muito mais difícil unir os dois pedaços de arame.

Uma das razões pelas quais você avalia melhor as distâncias, valendo-se de ambos os olhos abertos, vem indicada na seguinte experiência. A luz proveniente do extremo de um objeto deve se propagar em direções diferentes para alcançar os dois olhos (Fig. 12 — 5). Trata-se de um simples caso de triangulação (ver Capítulo 3). Aqui a linha de base é a distância entre os olhos; e, se os dois olhos fossem pessoas independentes, eles poderiam calcular a distância ao objeto representando a linha de base e os ângulos que forma com as linhas de visada, ou efetuando cálculos trigonométricos. Naturalmente, nosso cérebro não nos diz a distância por meio de tais cálculos. O processo de fazer convergir nossos olhos segundo as linhas de visada corretas, e focalizá-los nos cones de raios certos, foi calibrado por nossa experiência passada. Nosso conhecimento adquirido das distâncias, associado ao ato particular de convergir e focalizar, nos diz diretamente onde está o objeto — e nos diz com precisão maior do que quando focalizamos com apenas um olho.

Se você deixar outros objetos ao redor quando tenta medir distâncias, ou se usar blocos ao invés de arames finos, será capaz de tocar um objeto em outro com facilidade ainda maior. Em tais circunstâncias, nosso cérebro aproveita outros meios, por exemplo, o efeito estereoscópico que resulta da visão ligeiramente diferente das faces dos blocos vistas por meio de cada olho. A diferença entre as duas visões se torna maior, à

12 - 7 (a). Reflexão especular. Um feixe de luz que incide numa superfície metálica polida produz um feixe refletido perfeitamente definido.



medida que o objeto é aproximado do observador. O tamanho e a posição dos objetos próximos ajudam também o cérebro a avaliar a distância dos arames.

Existem muitas indicações, tais como o tamanho, as sombras, e o movimento de objetos familiares, que nos ajudam a avaliar a que distância de nós se encontra um objeto. Quando estas indicações estão presentes, a interpretação direta dos raios nos cones de luz que penetram nos olhos e do ângulo entre os cones se torna menos importante, mas, para curtas distâncias, estas indicações físicas óbvias são usadas.

12 - 4. As Leis da Reflexão

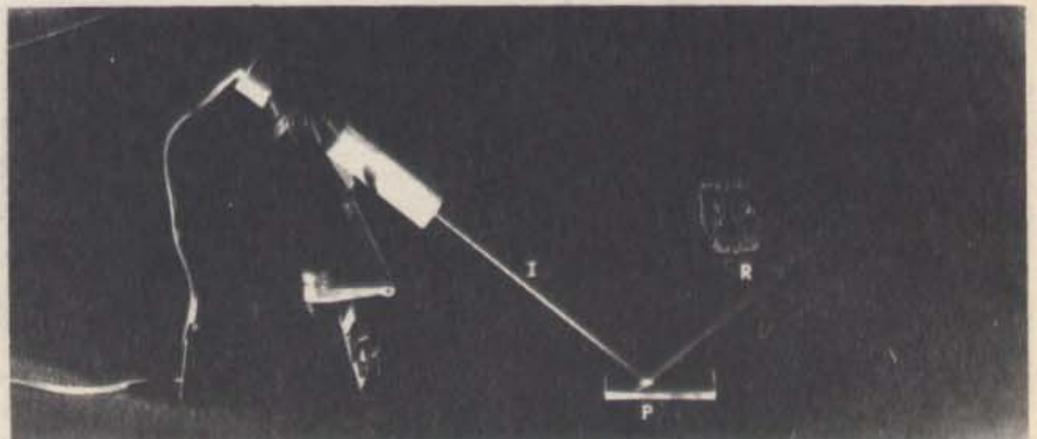
Tudo que dissemos na seção anterior, é aplicado para determinar a posição *aparente* de uma fonte de luz. Esta posição não precisa ser, entretanto, a posição real da fonte. Se os raios de luz provenientes da fonte mudaram sua direção pela reflexão ou refração (veja Capítulo 11), quando traçamos os raios, em sentido contrário,

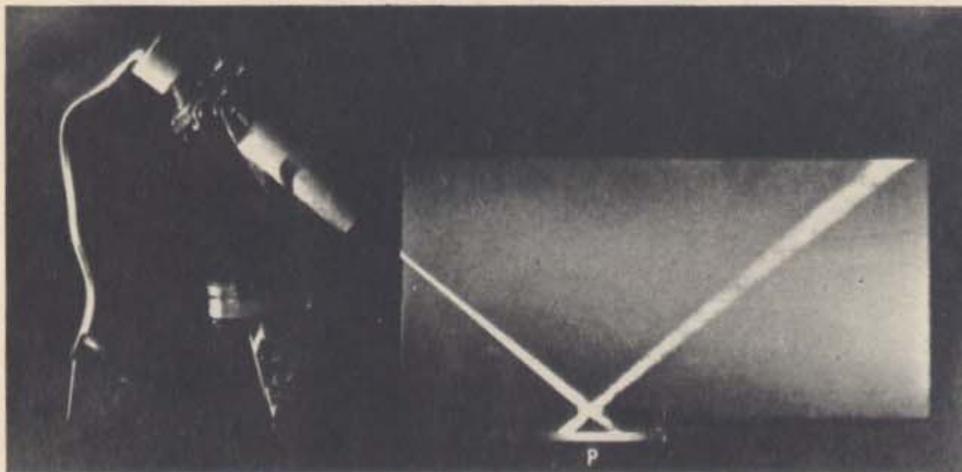
seu ponto de interseção não será o ponto real de onde eles partiram. Não obstante, veremos a fonte aparentemente localizada no ponto de interseção. Vemos uma imagem da fonte, e não a própria fonte.

No Capítulo 11, discutimos resumidamente as imagens formadas em espelhos. Observamos, por exemplo, o fato de que sua imagem em um espelho plano parece estar a uma distância atrás do espelho, igual àquela em que você se encontra à frente d'ele. Pode você determinar as leis da reflexão que explicam a posição de tais imagens? A Fig. 12 - 7 (a) mostra um pincel de luz que incide sobre uma placa metálica polida; a fumaça torna o pincel visível. Observamos, imediatamente, que o pincel *refletido PR* está tão nitidamente definido como o *incidente IP*. Os metais polidos, as superfícies líquidas, e os espelhos, que refletem a luz de tal modo que os pincéis refletidos são perfeitamente definidos, são denominados *refletores especulares*. Materiais como o papel branco, oferecem uma reflexão difusa [Veja a Fig. 12 - 7 (b)].

Para estudar a reflexão especular, situamos uma fôlha de cartolina branca sobre a placa

12 - 7 (b). Reflexão difusa. Quando um feixe de luz incide sobre um papel branco, a luz se reflete em todas as direções.



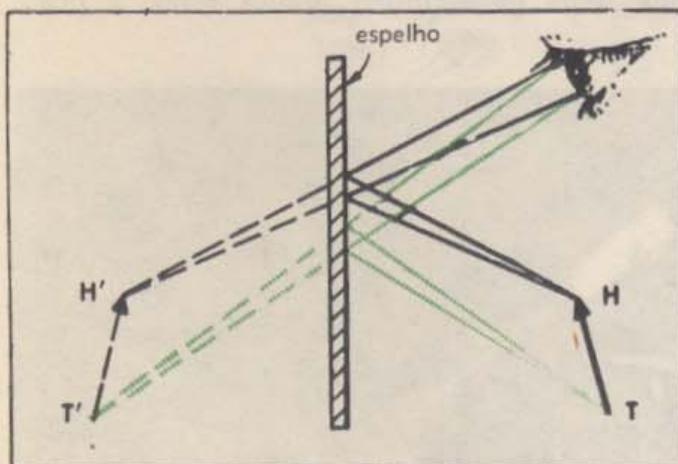


12 — 8. Experiência que demonstra a primeira e segunda leis da reflexão especular. Os feixes parecem cruzar-se porque você vê no espelho as reflexões das regiões iluminadas da cartolina.

refletora, de tal modo que os dois pincéis sejam tangentes à sua superfície, como na Fig. 12 — 8. Verificamos que a cartolina deve ser mantida perpendicularmente à superfície refletora. Repetindo a experiência muitas vezes, para diferentes direções do pincel incidente, obtemos sempre o mesmo resultado — o cartão (e, portanto, o plano dos dois pincéis), é sempre perpendicular à superfície refletora.

Demos um passo adiante; trace uma reta no meio do cartão, formando ângulos retos com uma de suas arestas. Situe, então, o cartão em posição perpendicular à superfície refletora, como antes, com o extremo da linha coincidindo com o ponto onde incide o pincel luminoso. Como a linha está no cartão, ela pertence ao mesmo plano em que estão os dois pincéis de luz, e é, também, perpendicular à superfície refletora. Esta observação nos dá a primeira lei da reflexão especular:

Quando a luz é refletida em uma superfície plana especular, o raio incidente, o raio



12 — 9. Formação de uma imagem num espelho plano.

refletido e a normal à superfície, no ponto de incidência, estão no mesmo plano.

Suponha, então, que medimos os ângulos formados entre a normal e os dois raios, como se indica na Fig. 12 — 8. Verificamos que o ângulo formado pelo raio refletido e a normal, chamado *ângulo de reflexão*, é igual ao ângulo entre o raio incidente e a normal, chamado *ângulo de incidência*. Este resultado é confirmado toda vez que comparamos estes dois ângulos; podemos, então, estabelecer a segunda lei da reflexão especular:

O ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência.

12 — 5. Imagens em espelhos planos

Podem estas duas leis da reflexão nos ajudar a localizar e explicar a natureza das imagens nos espelhos comuns? Na Fig. 12 — 9 colocou-se uma flecha, HT , perto de um espelho. Perguntamos, então, se os raios de luz que partem de qualquer ponto, tal como da ponta H , da flecha, e são refletidos do espelho para o olho, parecem provir de um ponto comum. Os raios refletidos foram desenhados precisamente, de acordo com as leis da reflexão. Como a figura indica, os dois raios procedentes de H alcançam o olho como se viessem do ponto comum H' . Isto sugere que a ponta da flecha parece estar em H' . De modo similar, os outros raios da figura indicam que o ponto T da flecha nos aparece como se estivesse em T' .

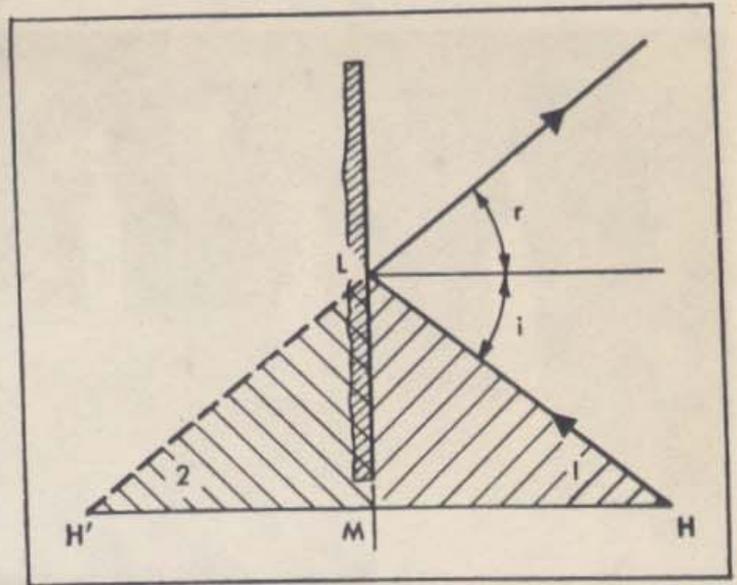
Se desenhassemos um terceiro raio, originado em H , também ele parecia provir de H' ? E um quarto raio? Usaremos as leis da reflexão para

demonstrar que todos os raios originados em H e refletidos pelo espelho parecem proceder de H' .

Considere um raio vindo de H . De acordo com as leis da reflexão, este raio, a perpendicular à superfície do espelho e o raio refletido, estão num plano. A Fig. 12 - 10 foi desenhada neste plano, e nela os ângulos de incidência i e de reflexão r são iguais. O próprio plano é perpendicular à superfície do espelho. Conseqüentemente, a perpendicular ao espelho baixada de H também está no mesmo plano. Esta perpendicular é a reta HM da figura. O prolongamento pontilhado do raio refletido corta esta perpendicular no ponto H' (também no mesmo plano).

Então, os ângulos marcados 1 e 2 na figura são iguais, porque os ângulos 1 e i são iguais, e o mesmo acontece com os ângulos r e 2. Portanto, os dois triângulos retângulos têm todos os seus ângulos correspondentes iguais e um lado comum LM oposto a ângulos correspondentes. Se dobramos a figura em torno de LM (a superfície do espelho), os triângulos se superpõem, e, em particular, os pontos H e H' coincidem. Portanto, a distância de H' ao espelho, por trás do mesmo (sobre a perpendicular que passa por H), é igual à distância de H ao espelho, na frente do mesmo.

Podemos repetir este raciocínio usando outro raio que parte de H em uma direção diferente. O ponto L no espelho será diferente, mas os pontos H e M são os mesmos. Conseqüentemente, o triângulo HML ainda coincidirá com o triângulo $H'ML$ quando dobrado ao longo da linha ML . Então, o ponto H' será o mesmo que antes. Podemos aplicar o mesmo argumento para um



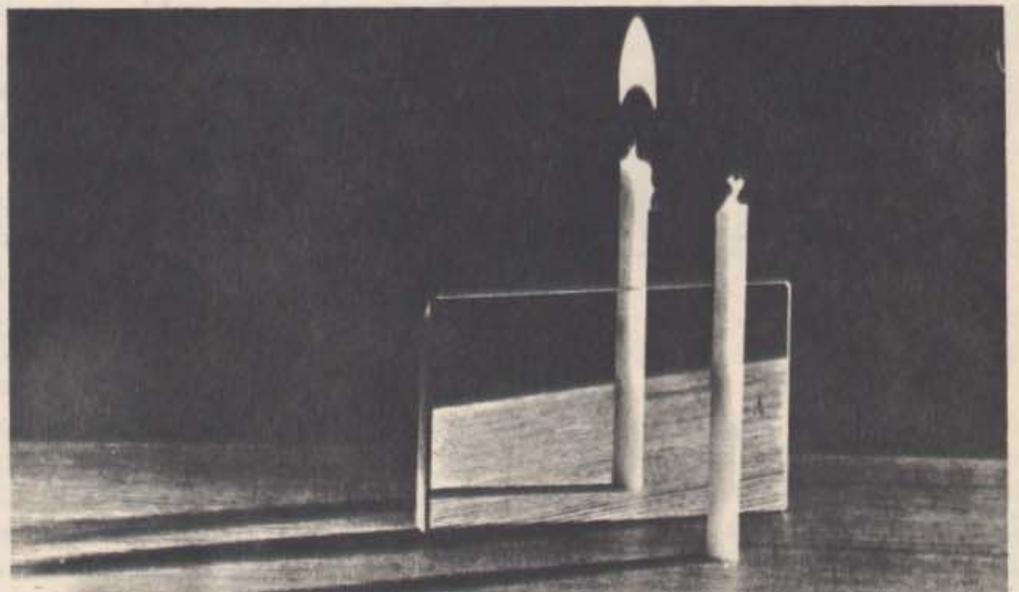
12 - 10. Geometria de um único raio refletido em um espelho plano.

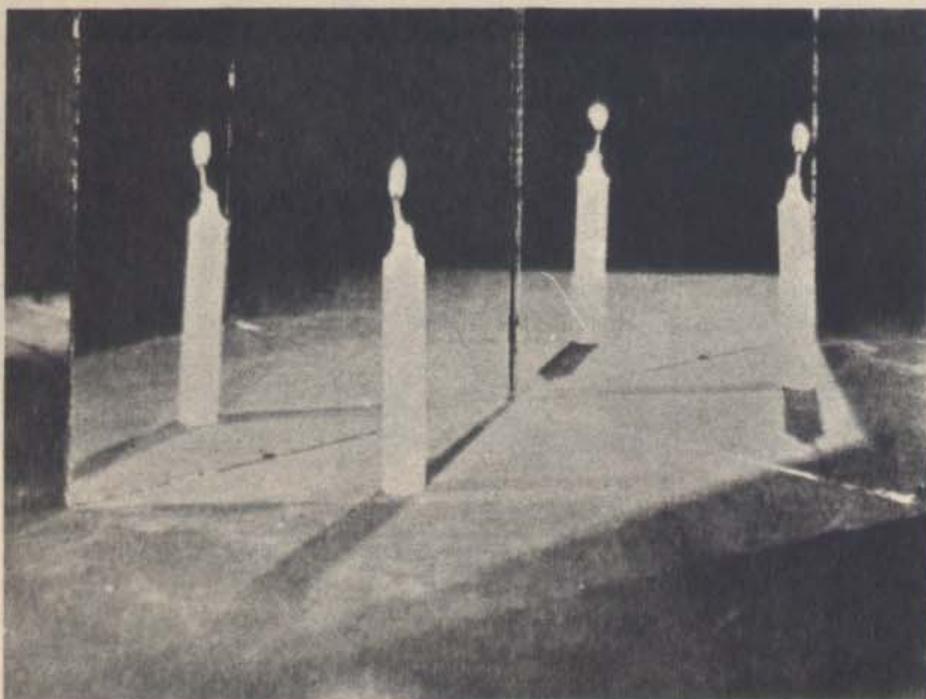
terceiro raio, e assim por diante. Por conseguinte, todos os raios originados em H , e refletidos pelo espelho, parecem divergir de H' . O ponto H' é a imagem de H . H' está na perpendicular ao espelho que passa por H , e a igual distância, para trás do espelho, que H na frente do mesmo.

Em resumo, mostramos que aqueles raios que têm origem no ponto H , e se refletem no espelho, parecem divergir do ponto H' localizado no prolongamento da perpendicular baixada de H ao espelho. H' está para trás do espelho, a uma distância igual à de H , à frente do mesmo. Para o olho, então, parece haver uma fonte pontual de luz em H' . Referimo-nos a este ponto como a imagem de H .

Pelo mesmo raciocínio, podemos localizar a imagem de qualquer ponto da flecha, e, assim,

12 - 11. Localização da imagem virtual. Esta experiência comprova nossos cálculos baseados nas leis da reflexão.

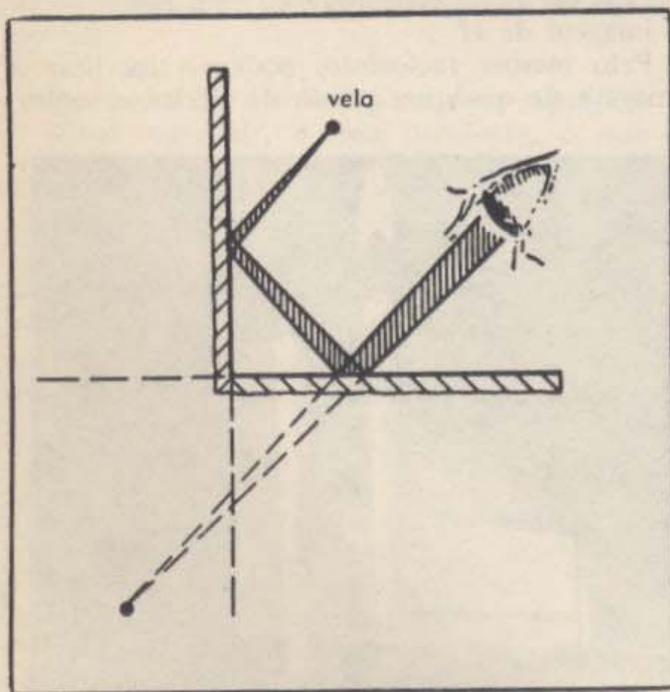




12 — 12. Reflexões múltiplas em dois espelhos. Uma vela produz três imagens refletidas. Pode você explicar por quê?

determinar sua imagem completa. Cada ponto da imagem é exatamente oposto ao seu correspondente no objeto, e igualmente distante do espelho. A imagem e o objeto são exatamente iguais e do mesmo tamanho.

Em nossa construção, prolongamos os raios refletidos para trás do espelho, mas é óbvio que não encontraríamos aí a luz da flecha. Como o espelho faz com que os raios pareçam proceder dos pontos da imagem, embora não seja esta a



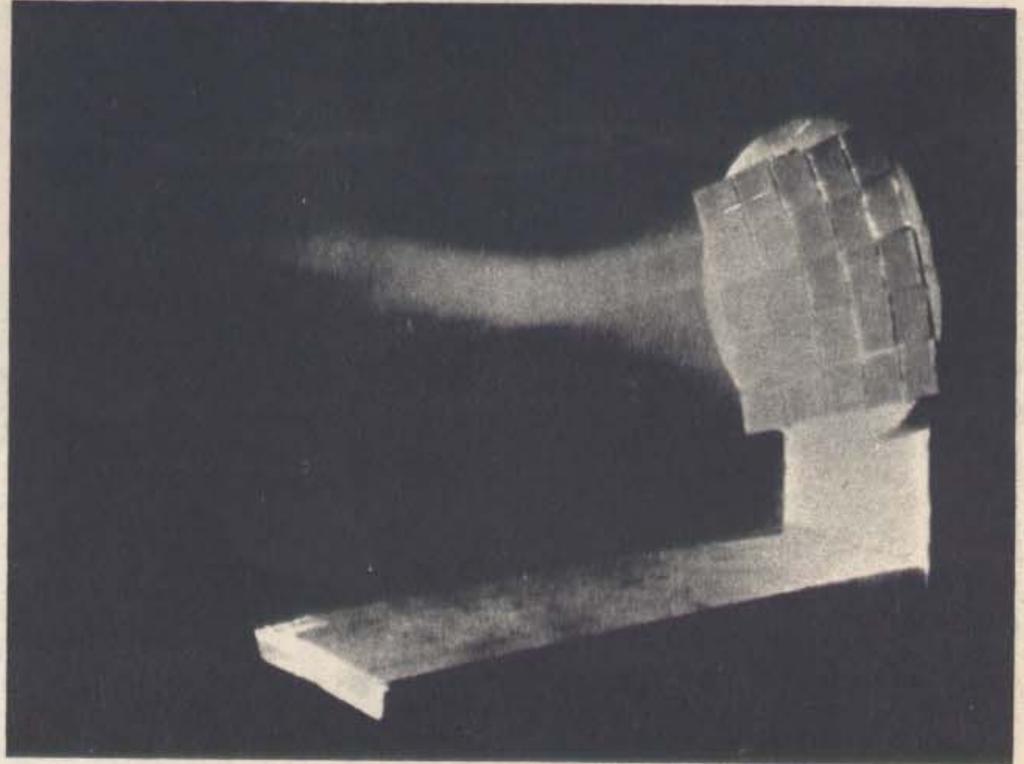
12 — 13. Formação de uma imagem por dupla reflexão.

realidade, dizemos que se formou uma *imagem virtual*. Usamos este termo para distingui-la da *imagem real*, que veremos mais adiante.

Obtivemos a localização da imagem virtual por meio de um cálculo baseado nas duas leis de reflexão. É fácil verificar os resultados deste cálculo mediante uma experiência simples. Monta-se um pequeno espelho perpendicularmente a uma mesa, e coloca-se em sua frente um objeto de altura um pouco maior que a do espelho, como indica a Fig. 12 — 11. Coloca-se então, um objeto idêntico atrás do espelho, e movimentasse-o até que sua porção superior (vista por cima do espelho) apareça como uma continuação da imagem, quando êle e a imagem forem vistos de qualquer posição possível. O objeto real atrás do espelho está, então, na mesma posição que a imagem virtual. Medições indicam que esta é a posição determinada pelo nosso cálculo.

Agora que encontramos um modo de localizar imagens em um espelho, poderemos facilmente localizar todas as imagens que se formam em vários espelhos, como na Fig. 12 — 12. Por exemplo, vemos nesta figura uma vela e suas três imagens formadas nos espelhos que estão dispostos em ângulo reto um com o outro. A localização da única imagem difícil de entender está ilustrada na Fig. 12 — 13. Traçando em sentido contrário os "raios" que entram no olho, e usando apenas as leis da reflexão especular, verificamos que êles divergem da vela.

12 — 14. Construção de um espelho aproximadamente parabólico, a partir de espelhos planos.



12 — 6. Espelhos Parabólicos

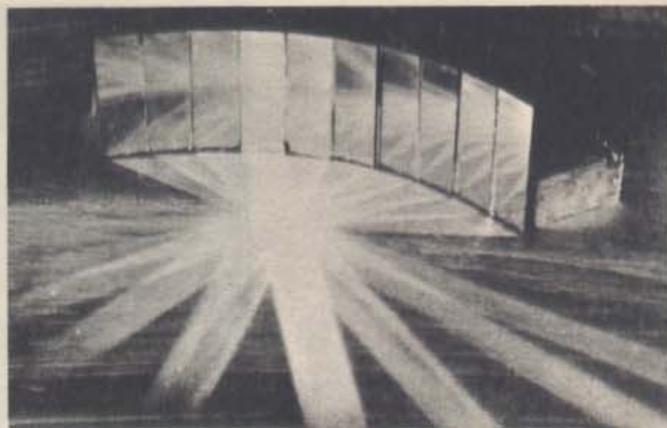
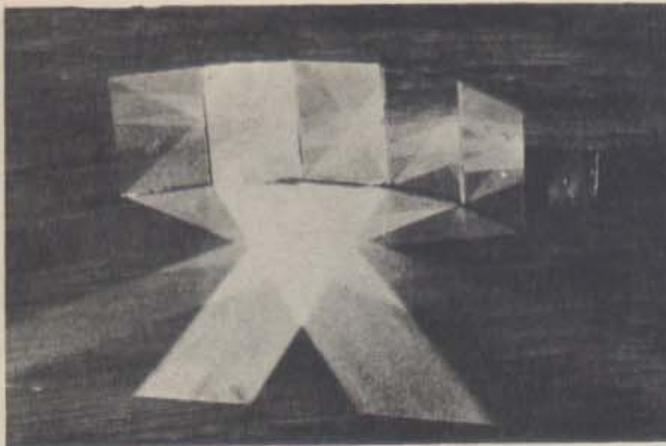
No alto do Pic du Midi, nos Pireneus Franceses, pesquisadores, interessados nos efeitos das temperaturas ultra-altas, cozinham aço usando a luz do Sol concentrada por um espelho. Na Índia, com espelhos menos caros, donas de casa prepararam as refeições. Para obter a imagem fotográfica de uma estrela, precisamos juntar a luz que incide sobre a grande superfície do espelho de um telescópio astronômico, e concentrá-la em uma pequena porção de uma chapa fotográfica sensível. Dêste modo, podemos reunir luz suficiente para ver estrelas nos espaços aparentemente vazios do céu à noite.

Não podemos concentrar a luz com um espelho plano, pois ela sempre diverge, parecendo proceder da imagem virtual, por trás do espelho. Mas, usando vários espelhos planos, podemos levar diversos pincéis de luz de uma mesma fonte a se cruzarem em uma pequena região do espaço. Para especificar, imaginemos uma fonte que está muito distante — uma estrela, talvez — e, portanto, os pincéis de luz que chegam aos nossos espelhos são quase paralelos. Quanto mais afastada está a fonte, menores são os ângulos entre os pincéis de luz, até que, para uma estrela, todos os pincéis que alcançam a Terra são, praticamente, paralelos. Na Fig. 12 — 14, vinte e cinco espelhos dispostos em ângulos ligeiramente diferentes foram arrumados para refletir luz paralela, de modo a fazê-la passar através de uma única pequena região. Vemos essa região, porque

a fumaça difunde um pouco da luz dos múltiplos pincéis que se cruzam. Outras regiões estão igualmente cheias de fumaça, mas parecem escuras porque são poucos os pincéis de luz que nelas se cruzam. Os feixes luminosos passam através da pequena região de superposição e, então, divergem um do outro, cada um prosseguindo independentemente, como se não se tivessem cruzado.

Podemos concentrar mais ainda a luz, se usarmos um número maior de espelhos menores. Corte cada um de nossos vinte e cinco espelhos em quatro pedaços, por exemplo. Cada pincel de luz tem, então, somente um quarto de sua seção transversal anterior, e podemos fazê-los convergir para uma região menor. Corte, então, de novo, os espelhos, fazendo-os ainda menores. A região de superposição diminui, ainda mais. Continue o processo. No limite, os espelhos serão infinitamente pequenos, ou, pelo menos, tão pequenos quanto possível; mas, eles interceptarão a mesma quantidade de luz que os vinte e cinco espelhos originais. Eles refletem a mesma quantidade de luz, e a enviam através de um único ponto minúsculo.

É fácil conceber a construção de um espelho que focaliza uma grande quantidade de luz em um único ponto, pelo método de divisão e ajuste sucessivo da orientação de espelhos planos no espaço, mas é difícil realizá-lo. Podemos, entretanto, ilustrar o procedimento com o trabalho algo mais fácil de concentrar luz paralela sobre uma linha, ao invés de um ponto. Na



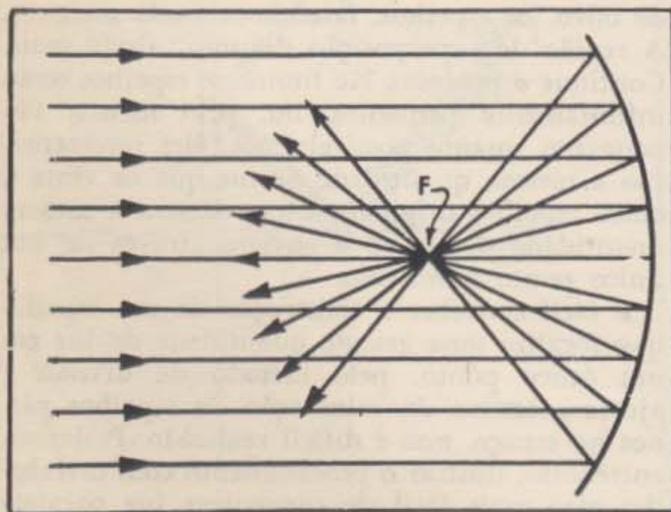
12 — 15. Convergência da luz por cinco espelhos planos à esquerda. Quando se aumenta o número de espelhos para dez, como indicado à direita, a luz converge em uma região menor.

Fig. 12 — 15 são indicados dois estágios deste processo que você pode executar sem demasiada dificuldade. É fácil imaginar processos similares realizados no espaço para produzir um simples ponto intensamente iluminado.

A medida que subdividimos e reorientamos espelhos planos no espaço, vamos nos aproximando cada vez mais de um espelho formado por uma superfície continuamente curva, e podemos imaginar o prosseguimento indefinido do processo, o qual resulta em um espelho de curvatura contínua que focaliza a luz paralela. A forma da superfície contínua (chamada um paraboloide de revolução ou espelho parabólico) é determinada exatamente pelo nosso procedimento imaginário. O ponto F , para o qual converge toda a luz refletida é chamado *foco principal* do espelho parabólico. Na Fig. 12 — 16 mostra-se uma seção transversal que passa pelo foco principal, paralelamente à direção da luz incidente. Cada um

dos raios traçados mostra como a luz é refletida. Ela permanece no plano da figura, de acordo com as leis da reflexão, e o ângulo de reflexão em cada caso é igual ao ângulo de incidência. Se escolhermos um ponto sobre o espelho e o ponto focal para o qual desejamos levar a luz, existe somente uma superfície contínua, que construída, daria conta da tarefa. A interseção desta superfície com o plano da Fig. 12 — 16 é uma parábola, tendo a superfície toda o nome de paraboloide de revolução, porque, poderia ser gerada ao girar a parábola ao redor do raio incidente que passa por F .

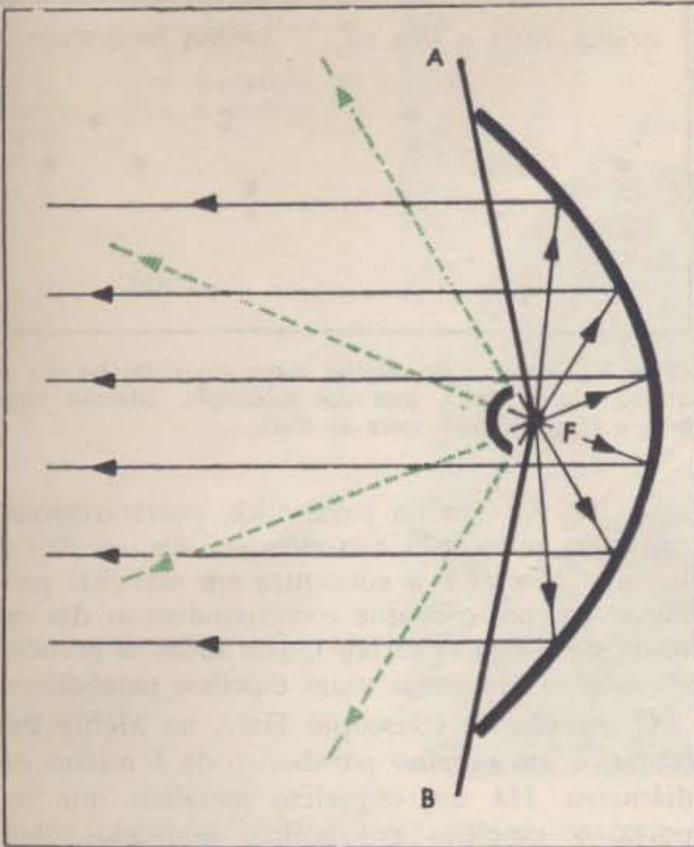
Quando fazemos espelhos parabólicos, começamos geralmente por preparar uma superfície lisa aproximadamente parabólica; então, se necessário, a aperfeiçoamos por distorção, trabalho com esmeril, e polimento até que a luz que incide paralelamente ao eixo de revolução seja trazida exatamente para o foco.



12 — 16. Convergência da luz por um espelho curvo.

12 — 7. Holofotes

Vimos que toda a luz que incide sobre um espelho parabólico em uma direção paralela ao eixo, é refletida de tal modo que passa pelo foco principal. Como a luz pode se propagar em qualquer sentido numa trajetória determinada, situando uma pequena, mas intensa, fonte de luz no foco principal de um espelho parabólico, podemos permutar os raios incidente e refletido. Segue-se, então, que qualquer luz que parte do foco principal, após reflexão, propagar-se-á paralelamente ao eixo do espelho. Muitos holofotes são construídos segundo este princípio, conforme indica a Fig. 12 — 17. Toda a luz da fonte que incide na parábola se propaga para fora em



12 — 17. Um holofote. Os raios em preto provenientes da fonte são refletidos paralelamente; os raios em verde espalham-se, a menos que o pequeno espelho os reflita para o espelho parabólico.

trajetórias paralelas, formando um feixe estreito e intenso, que alcança grandes distâncias no espaço. A luz emitida pela fonte dentro do cone AFB , no entanto, nunca atinge o espelho, e portanto, se perde. Mas, mesmo esta luz, pode ser aproveitada, situando um pequeno espelho esférico em frente à fonte, de tal modo que o centro da esfera esteja na fonte. Tal espelho esférico refletirá todos os raios de volta, através do foco principal, porque todos os raios incidirão perpendicularmente ao espelho, e serão refletidos de volta, ao longo da mesma trajetória, para o espelho parabólico (veja também o final da Seção 12-9). Naturalmente, o pequeno espelho bloqueará a luz refletida pela seção central do espelho grande, mas esta perda não é muito importante se o espelhinho for muito pequeno, e estiver situado perto da fonte, em F .

Quão estreito é o feixe paralelo de luz enviado por um holofote? Isto depende da abertura do espelho parabólico. Além disto, a construção do espelho depende, também, da distância entre o foco principal e o ponto central, sobre a superfície do espelho parabólico. Uma vez escolhida

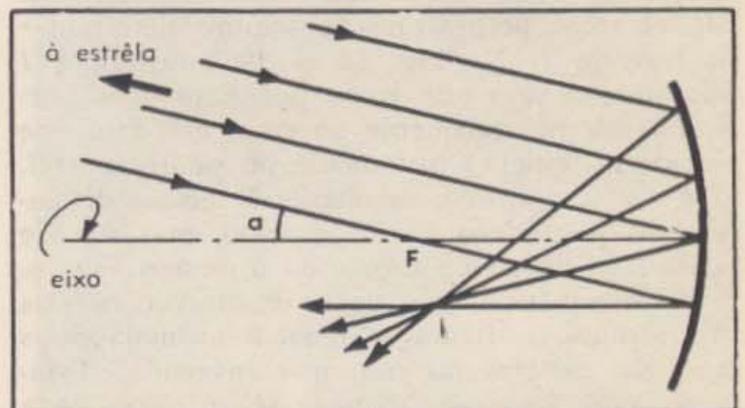
esta distância, fica determinada a forma da parábola. A distância do foco ao ponto central do espelho é, portanto, muito importante. É-lhe atribuído um nome especial: chama-se *distância focal* ou *comprimento focal* da parábola. Usaremos a letra f para a distância focal de qualquer espelho parabólico.

12 — 8. Telescópios Astronômicos

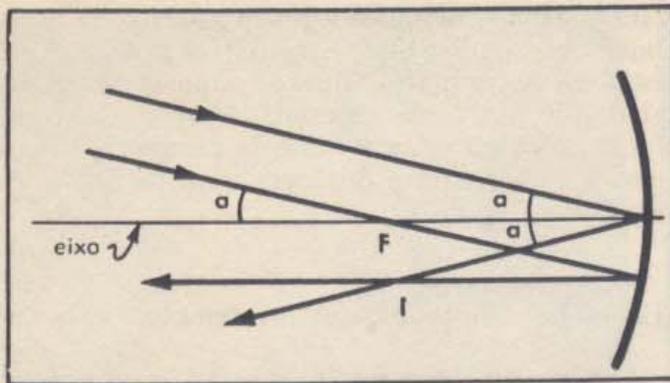
Sabemos que um espelho parabólico trás para um foco toda a luz que chega paralela ao eixo de revolução; também, quando situamos uma fonte minúscula no foco de tal espelho, ele reflete um feixe paralelo. Que acontece à luz que não incide paralelamente ao eixo, ou à luz que diverge de uma fonte que não está no foco principal? As respostas a estas perguntas conduzir-nos-ão à compreensão de uma grande variedade de dispositivos, desde os telescópios astronômicos aos espelhos de barbear.

Há dois modos pelos quais nossas perguntas podem ser respondidas. Podemos fazer experiências com os espelhos parabólicos, ou decidir logicamente o que aconteceria, de acordo com as duas leis da reflexão. Na verdade, ninguém nos impede de usar ambos os métodos ou misturá-los; e, certamente, devemos verificar com medidas apropriadas nossas conclusões lógicas.

Começemos novamente com a luz de uma estrela que incide sobre um espelho parabólico. Suponhamos, desta vez, que os raios paralelos de luz não incidem paralelamente ao eixo do espelho; ao contrário, a direção dos raios forma com o eixo um ângulo a . Na Fig. 12 — 18, mostra-se um plano que inclui o eixo do espelho e alguns dos raios que representam a propagação da luz de uma estrela. Construindo cuidadosamente os raios refletidos, de modo que o ângulo



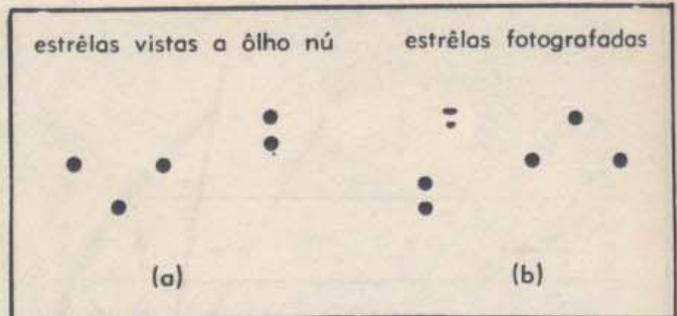
12 — 18. Formação da imagem de uma estrela que não está sobre o eixo do telescópio.



12 - 19. Versão simplificada da Fig. 12 - 18, indicando a determinação da posição da imagem.

de reflexão, em cada caso, seja igual ao de incidência, podemos verificar, de forma grosseira, como esperamos que o espelho funcione. Como vemos na figura, os vários raios refletidos passam através de uma pequena região localizada perto do foco principal, no lado do eixo oposto à estrela. Eles não passam por um único ponto porque para que isso ocorresse, deveríamos ter o eixo paralelo aos raios incidentes; uma construção muito cuidadosa, entretanto, (ou cálculos baseados na geometria), mostram que eles chegam perto de um ponto, mesmo quando incluímos aqueles raios que não estão no plano da figura. O espelho, portanto, formaria uma mancha borrada de luz na posição *I*, onde a luz está quase focalizada.

Podemos determinar a posição aproximada de *I*, traçando apenas dois raios. Nós os escolhemos de modo a tornar o trabalho de traçado de raios, o mais simples possível. Sabemos, em particular, que um raio que passa pelo foco principal, será refletido paralelamente ao eixo. Um raio que chega paralelo ao eixo, passará pelo foco. E, finalmente, um raio que incide sobre o ponto central do espelho será refletido, seguindo uma trajetória simétrica, no outro lado do eixo. Dois destes raios permitir-nos-ão sempre determinar a imagem *I*. Na Fig. 12 - 19 localizamos *I* traçando o raio que passa por *F* (e deve portanto sair paralelamente ao eixo) e o raio que incide no espelho justamente no ponto central. *I* e *F* ficam aproximadamente à mesma distância do ponto central do espelho, mas um de cada lado do eixo e formando o mesmo ângulo. Em conseqüência, as imagens de diversas estrelas apresentam configuração igual à formada pelas próprias estrelas no céu, mas invertida. Também, uma fotografia tomada sobre uma chapa situada perpendicularmente ao eixo em *F*, mostra corretamente o espaçamento das estrelas (Fig.



12 - 20. Esquema de estrelas como são vistas no céu, e quando fotografadas com um telescópio. Observe também a figura, dando volta ao livro.

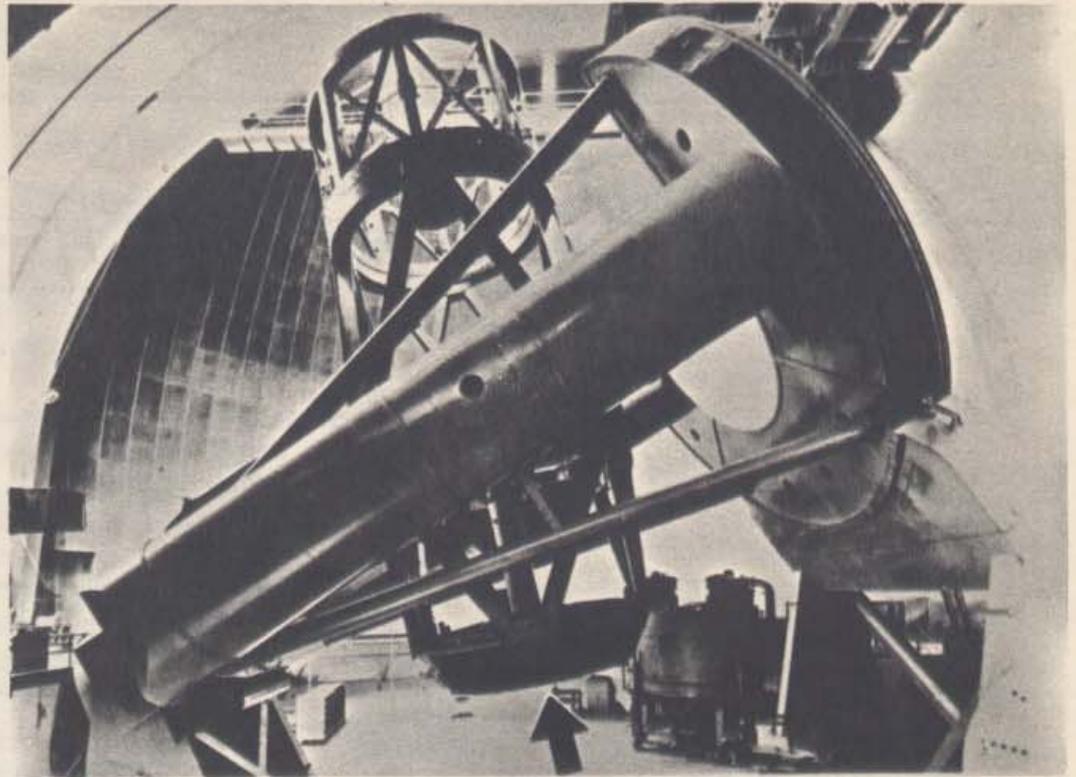
12 - 20). O espelho parabólico, portanto, constitui um telescópio astronômico. Ele recolhe a luz das estrelas e a concentra em manchas próximas em posições que correspondem às das estrelas na esfera celestia. Quase todos os grandes telescópios modernos usam espelhos parabólicos.

O coração do telescópio Hale, no Monte Palomar, é um espelho parabólico de 5 metros de diâmetro. Há um esqueleto metálico, que suporta o espelho parabólico, montado sobre eixos e mancais, de tal modo que pode ser dirigido para vários pontos do céu. A Fig. 12 - 21 mostra o telescópio, e dá uma idéia da montagem requerida. Esta montagem pode ser controlada, de modo que o telescópio siga o movimento aparente de uma estrela de leste para oeste, enquanto está sendo tomada uma fotografia. Com tais telescópios, tiram-se fotografias do céu, e é confirmado cada detalhe de nossas previsões e dos mais cuidadosos cálculos que prevêm a extensão das manchas.

Um filme fotográfico, exposto durante longo tempo, recolherá mais luz e registrará uma imagem bem mais fraca que a que nossos olhos podem perceber. Ele fornece, também, um registro permanente da intensidade relativa, e das posições das imagens estelares. Os grandes telescópios astronômicos, raramente são usados para produzir imagens diretamente visíveis ao olho, porque este é pouco sensível e de pouca confiança como instrumento de registro.

Mesmo com longos tempos de exposição, precisamos obter o máximo possível de luz, para registrar imagens de estrelas fracas e galáxias, em uma chapa fotográfica; por isso são utilizados telescópios com espelhos de grande diâmetro para aumentar a quantidade de luz coletada. Os maiores telescópios recolhem luz suficiente de modo

12 - 21. O telescópio Hale no Observatório do Monte Palomar. A flexa (embaixo, no centro) indica a posição do espelho.



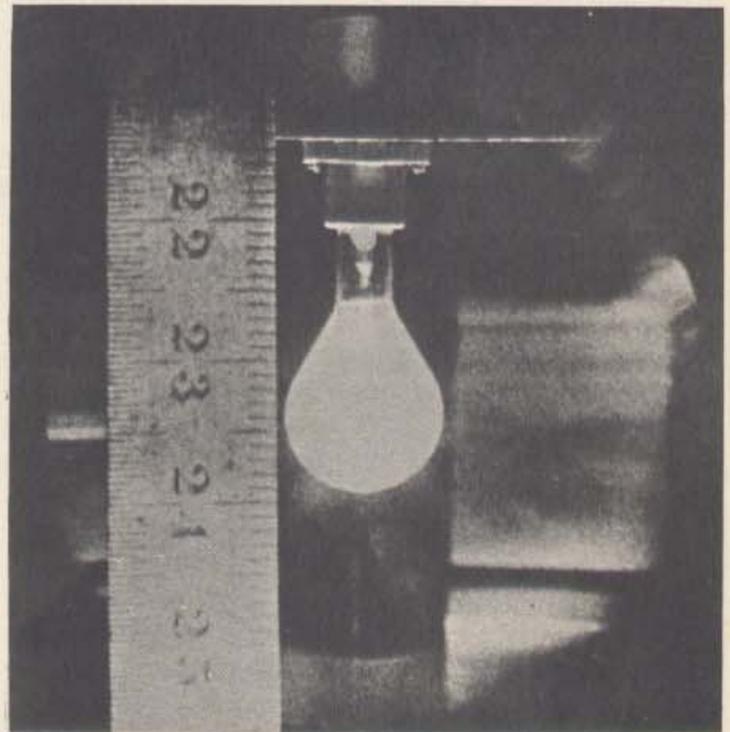
que, com chapas fotográficas muito sensíveis e longos tempos de exposição, foram registradas galáxias fracas a distâncias de 10^{22} km. O poder que têm os grandes telescópios de coletar a luz, é mesmo suficientemente grande, para que possa ser fotografada a luz das estrêlas, através de um espectroscópio conjugado ao telescópio. Desta forma, observamos os espectros característicos dos elementos nas estrêlas, e aprendemos que elas são formadas pelos mesmos elementos que encontramos em nosso próprio Sol e na Terra (Seção 7-9).

12 - 9. Imagens e ilusões de óptica

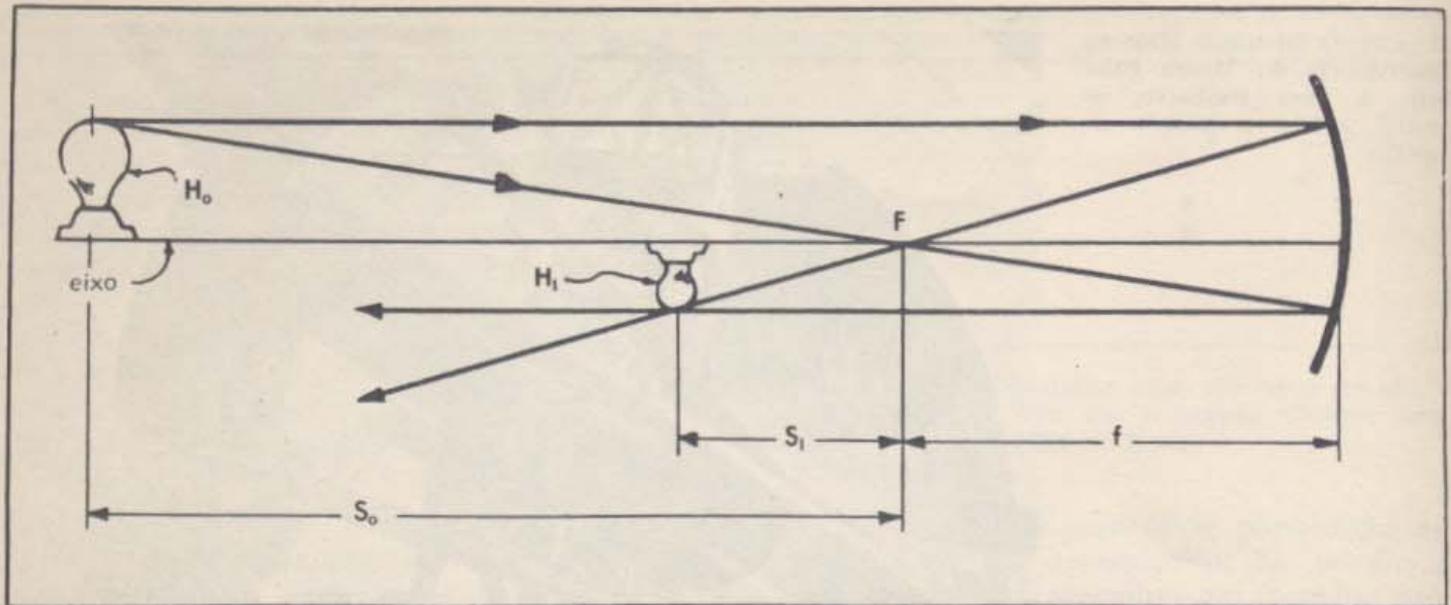
Você pode disparar uma bala sôbre a lâmpada vista na Fig. 12 - 22 sem destrôçá-la, ou mesmo sem que a luz pisque. Você pode atravessá-la com sua mão, sem nada sentir. É que a pequena lâmpada não está ali. A luz lá está, é certo, e era perfeitamente visível para quem estivesse perto da câmara quando foi tomada a fotografia. A régua da fotografia estava lá, também, e feita de madeira autêntica. Se suas balas a atingissem, ela ficaria estilhaçada; sua mão não poderia atravessá-la.

A pequena lâmpada é uma imagem, a imagem de uma lâmpada real, colocada fora da vista, a cerca de 17 metros adiante da imagem. Esta foi formada por um espelho parabólico, situado a quase 2 metros atrás da lâmpada ilusória.

Vemos, pois, que os espelhos parabólicos formam imagens de objetos grandes e próximos. Na realidade, esta experiência nos diz mais. Sabemos que a lâmpada real estava em posição invertida em relação à da imagem, pois o soquete originalmente em baixo, aparece para cima. Se modificamos a distância à lâmpada, a imagem se desloca, e varia de tamanho. Quando aproxi-



12 - 22. Imagem real formada por um espelho parabólico. Observe o tamanho medido com a régua.



12 - 23. Determinação do tamanho e posição da imagem de um objeto situado a distância finita. Localiza-se a imagem, traçando dois raios.

mamos a lâmpada real do espelho, a imagem se afasta do mesmo, em direção à fonte. Ela também se torna maior.

Com uma série de experiências deste tipo, usando espelhos parabólicos de diferentes distâncias focais, e deslocando a fonte segundo uma série de distâncias, em frente de cada espelho, podemos verificar relações sistemáticas simples entre as distâncias e os tamanhos da imagem e do objeto (a fonte é, em geral, denominada objeto neste tipo de estudo). É possível deduzir estas relações a partir dos resultados experimentais sem usar as leis da reflexão, mas isto requer um grande número de experiências, e muita imaginação sobre como representar os resultados de modo simples e preciso.

Por outro lado, desde que sabemos pela experiência que as imagens se formam realmente, traçando alguns raios de acordo com as leis da reflexão, chegaremos facilmente às relações entre objeto e imagem. Algumas verificações de resultados experimentais mostrarão, pois, que as leis da reflexão não estão nos desviando do caminho, e podemos predizer com confiança o que acontecerá com qualquer espelho parabólico e um objeto a qualquer distância dele.

Suponha um objeto localizado em frente de um espelho parabólico, a uma distância S_0 além do foco principal (Fig. 12 - 23). A altura do objeto acima do eixo é H_0 . Consideremos a luz procedente do bordo superior do objeto e que incide sobre o espelho. Em particular, sigamos os dois raios desenhados na figura. Um deles representa a luz que passa através do foco, F , incide

sobre o espelho, e volta paralelamente ao eixo. O outro incide paralelamente ao eixo e deve, portanto, ser refletido passando pelo foco. Estes raios representam tudo que precisamos. O ponto onde eles se interceptam, após a reflexão, deve ser aquele em que a luz se concentra novamente, para formar a imagem do bordo superior do objeto.

Vemos uma imagem da parte superior do objeto, porque a luz, percorrendo diversas trajetórias, forma um ponto imagem, e diverge do mesmo para nossos olhos ou para a câmara, como se ali estivesse localizada uma pequena réplica do objeto. A interseção dos dois raios não apenas nos informa a distância entre F e o extremo da imagem, como, também, determina o comprimento H_1 de toda a imagem, que se estende para baixo, a partir do eixo. Sempre que quisermos desenhar, em escala, o caminho de dois raios, como este, podemos verificar o que as leis da reflexão predizem sobre a imagem. Considere, por exemplo, a primeira experiência que discutimos nesta seção. Usamos a seguinte montagem para obter a fotografia da Fig. 12 - 22. A lâmpada real foi situada a 17,50 m do foco principal do espelho, e à sua frente. A distância focal do espelho, determinada pelo uso da luz paralela do Sol, foi de 1,75 m. Portanto, a distância entre a fonte e o espelho era de 19,25 m. Vê-se a imagem a 0,175 m em frente do ponto focal, ou a 1,925 m do espelho. Além disto, a fonte foi uma lâmpada elétrica comum, grande, de 19 cm de altura; e a imagem, medida com a régua centimetrada, situada lateralmente, tem somente

1,9 cm de altura, e é invertida. Traçando nossos dois raios em escala, de acordo com a montagem, resulta que a imagem estaria a 17,5 cm

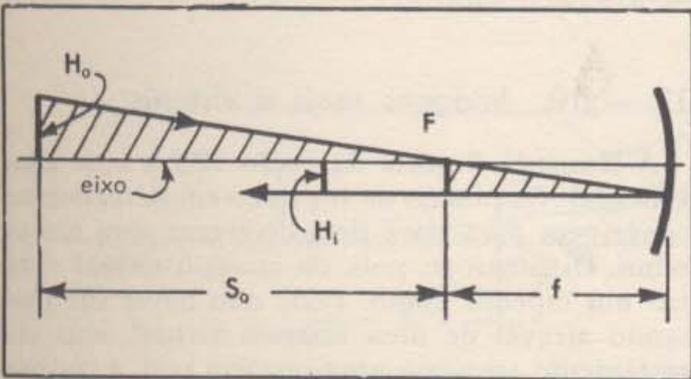
à frente de F , e que deveria ter somente $\frac{1}{10}$ do tamanho do objeto, em concordância com os fatos experimentais. Com desenhos semelhantes você pode prever o tamanho e a posição da imagem para outras disposições do objeto e do espelho, ou para espelhos de diferente distância focal.

A geometria desses desenhos de dois raios é tão simples, que parece desnecessário prosseguir especificando as relações. É incômodo, porém, desenhar diagramas em cada caso, e a simplicidade da geometria sugere que podemos expressar nossos resultados em formas extremamente simples de cálculo numérico. Começemos com a relação entre o tamanho da imagem e do objeto.

Na Fig. 12 - 24, consideramos apenas o raio que parte do extremo superior do objeto e atravessa o foco principal. Como este raio se reflete paralelamente ao eixo, e passa pela imagem, o "tôpo" da imagem deve ficar à mesma distância do eixo que o raio refletido. H_1 tem, portanto, a mesma altura que a perpendicular de F a este raio. Podemos, então, obter a relação entre H_1 e H_0 imediatamente, considerando os triângulos semelhantes sombreados. Sendo f e S_0 as bases, e H_1 e H_0 as correspondentes alturas, temos

$$\frac{H_1}{H_0} = \frac{f}{S_0}.$$

Na realidade, a base do triângulo pequeno é um pouco mais curta que f por causa da curvatura do espelho; mas, desde que o objeto não seja demasiadamente grande, o raio cortará o



12 - 24. Determinação da relação entre o tamanho da imagem e o do objeto por triângulos semelhantes. Usa-se o raio que parte do extremo superior do objeto e passa pelo foco principal, para relacionar o cociente dos tamanhos com o cociente entre a distância focal e a distância objeto.

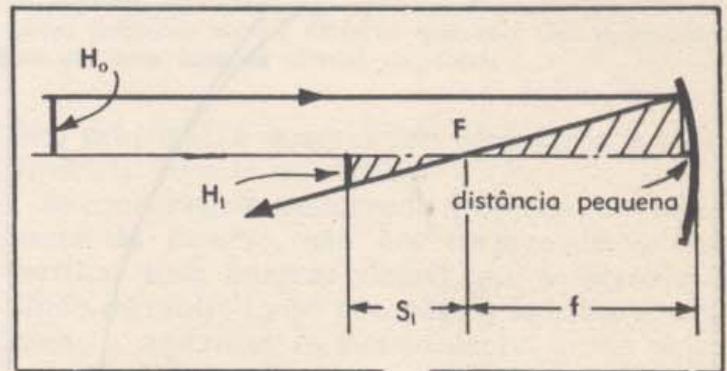
eixo sob um pequeno ângulo, e o ponto onde ele incide sobre o espelho será quase exatamente a distância f , considerada a partir do foco principal. Portanto, com esta excelente aproximação, para determinar a relação entre o tamanho da imagem e o do objeto, precisamos conhecer apenas a relação entre a distância focal e a distância do objeto ao foco principal. Usando o exemplo da Fig. 12 - 22, para $f = 1,75$ m e $S_0 = 17,5$ m, temos

$$\frac{H_1}{H_0} = \frac{1,75}{17,5} = \frac{1}{10}.$$

O resultado da experiência foi, também, $\frac{1}{10}$.

Vejamos, agora, que informação adicional podemos obter do raio que incide paralelamente ao eixo, e se reflete passando pelo foco principal. Podemos usá-lo para construir os triângulos semelhantes sombreados da Fig. 12 - 25. Dêles, deduzimos

$$\frac{H_1}{H_0} = \frac{S_1}{f}$$



12 - 25. Determinação de outra relação entre o tamanho da imagem e o do objeto. Usa-se o raio que parte do extremo superior do objeto paralelamente ao eixo, para estabelecer a relação entre o cociente dos tamanhos e o cociente entre a distância focal e a distância imagem.

novamente com um pequeno erro, porque ao invés de f deveríamos usar f menos a pequena distância marcada na figura. Quando se combina esta relação com

$$\frac{H_1}{H_0} = \frac{f}{S_0}, \text{ obtemos } \frac{S_0}{f} = \frac{f}{S_0}$$

$$\text{ou } S_1 S_0 = f^2.$$

As distâncias da imagem e do objeto consideradas a partir do foco, estão em proporção inversa. Quando o objeto se aproxima do espelho, a imagem se desloca, afastando-se do espelho, de

modo que o produto $S_o S_i$ se mantem igual a f^2 . Isto, naturalmente, coincide com o que encontramos quando movemos a lâmpada no começo desta seção. Originalmente, S_o valia 17,5 m e $S_i = 0,175$ m, fornecendo o produto $S_o S_i = (17,5)(0,175) = (1,75)^2$, que é o quadrado da distância focal. Calcule os valores de S_o e S_i , quando deslocamos a luz de 8,75 m. Use o novo S_o e a equação $S_i = f^2/S_o$ para determinar S_i . Experimentalmente, a imagem da lâmpada se desloca 17,5 cm, e duplica em tamanho. Seus cálculos concordam?

Usando as equações $S_i = \frac{f^2}{S_o}$ e $H_i = \frac{f}{S_o} H_o$,

podemos prever rapidamente as posições e os tamanhos das imagens em qualquer espelho parabólico.

Há outro exemplo de aplicação da equação $S_o S_i = f^2$, por demais interessante para que a êle resistamos. Perguntamos: a que distância do foco principal deve estar situado o objeto para que a imagem se encontre na mesma posição? Isto é, quando são iguais S_o e S_i ? A resposta é, clara-

mente, quando S_o e S_i são iguais a f , isto é, quando o objeto e a imagem estiverem ambos localizados a uma distância $2f$ do ponto central da superfície do espelho. Ainda mais, a imagem e o objeto têm o mesmo tamanho,

pois $H_i = \frac{f}{S_o} H_o$, que dá $H_i = H_o$. Quando o

objeto é uma minúscula fonte de luz localizada sobre o eixo neste ponto, o espelho deve refletir a luz de volta na direção do objeto.

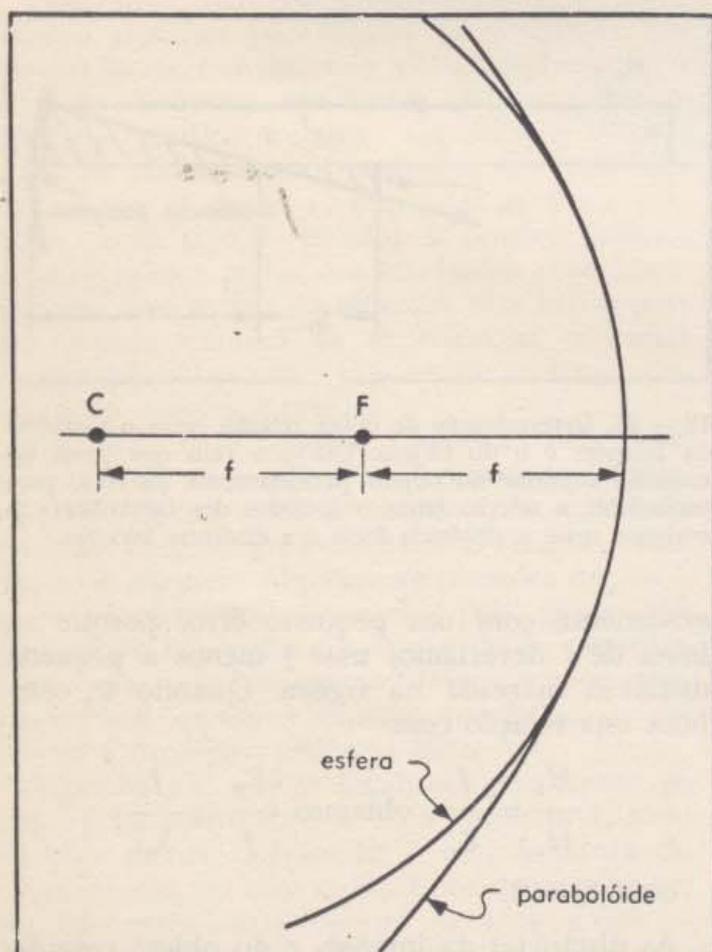
A idéia de que um espelho parabólico pode devolver toda a luz que sobre êle incide, na mesma direção de onde ela procede, talvez pareça surpreendente. Como vimos ao discutir o funcionamento de um holofote, o modo de devolver a luz de um pequeno objeto na mesma direção, consiste em colocar um espelho esférico à sua volta, com o centro da esfera no objeto. O espelho parabólico, entretanto, funciona do mesmo modo.

Aparentemente, a área efetiva de um espelho parabólico se assemelha muito à calota de uma esfera. Em particular, um espelho parabólico de distância focal f praticamente equivale a uma seção de uma esfera de raio $2f$.

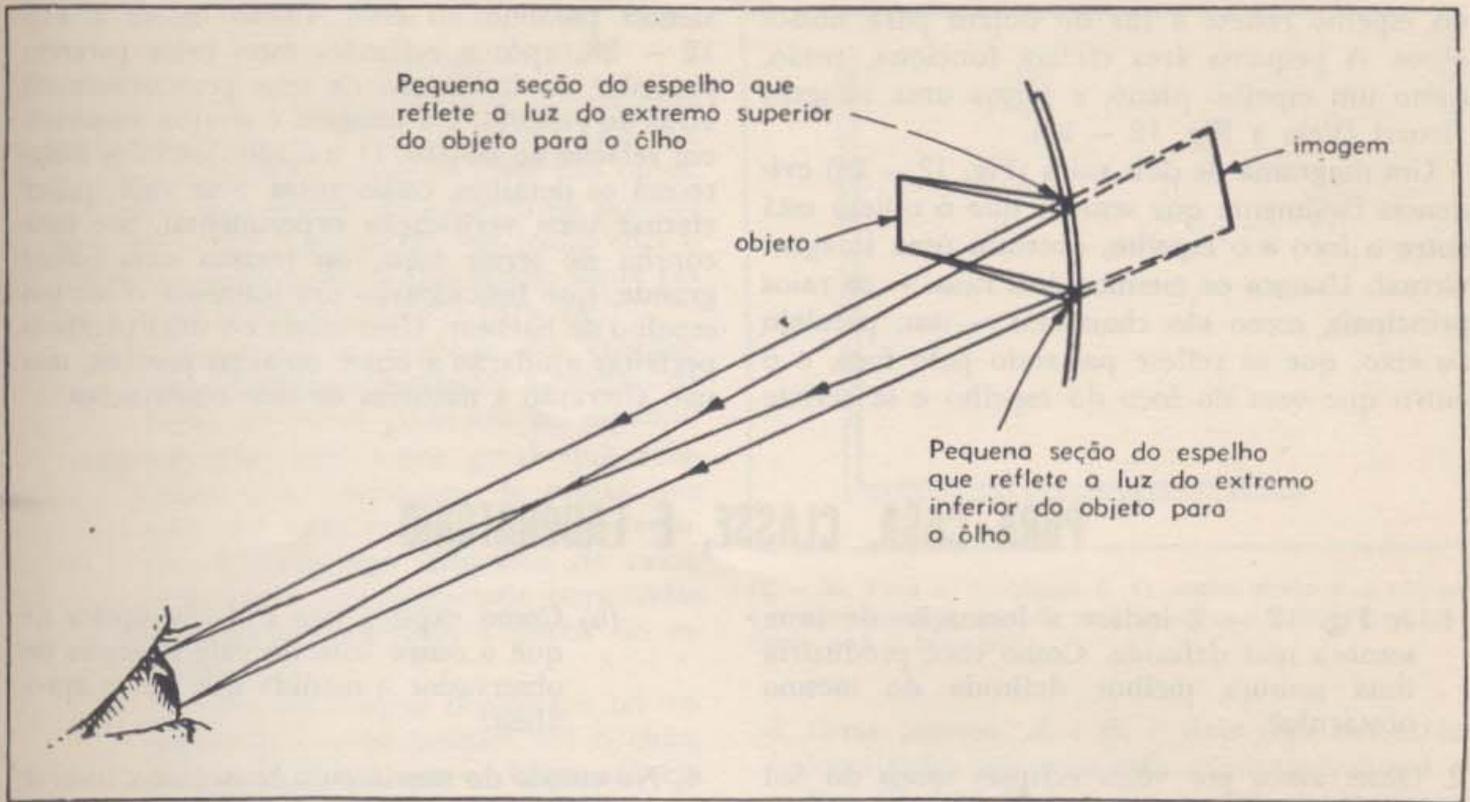
Mostra-se a relação na Fig. 12 — 26, onde foram desenhados um círculo com centro em C e uma parábola com foco em F , ambos passando pelo ponto central da superfície do espelho. É somente a grandes distâncias do eixo, que percebemos diferenças apreciáveis entre a esfera e o parabolóide. Enquanto utilizamos somente a porção central, podemos usar igualmente bem um espelho esférico ao invés de um parabólico. Na realidade, por ser em geral mais econômico construir uma superfície esférica que uma parabólica, usamos freqüentemente espelhos esféricos de raio $2f$ quando desejamos obter um espelho de distância focal f .

12 — 10. Imagens reais e virtuais

A lâmpada ilusória da Seção 12-9 é uma imagem real. Os pincéis de luz que vemos, realmente convergem para ela e dela divergem para nossos olhos. Distingue-se, pois, da imagem virtual vista em um espelho plano. Pode não haver luz passando através de uma imagem virtual, mas ela certamente atravessa uma imagem real, e pode-se fazer uma fotografia, colocando o filme na posição onde se forma a imagem, como vimos no caso do telescópio astronômico. Nada adiantaria situar um filme atrás de um espelho plano na posição da imagem.



12 — 26. Relação entre os espelhos esférico e parabólico. O foco principal comum está em F , e o centro da esfera em C .

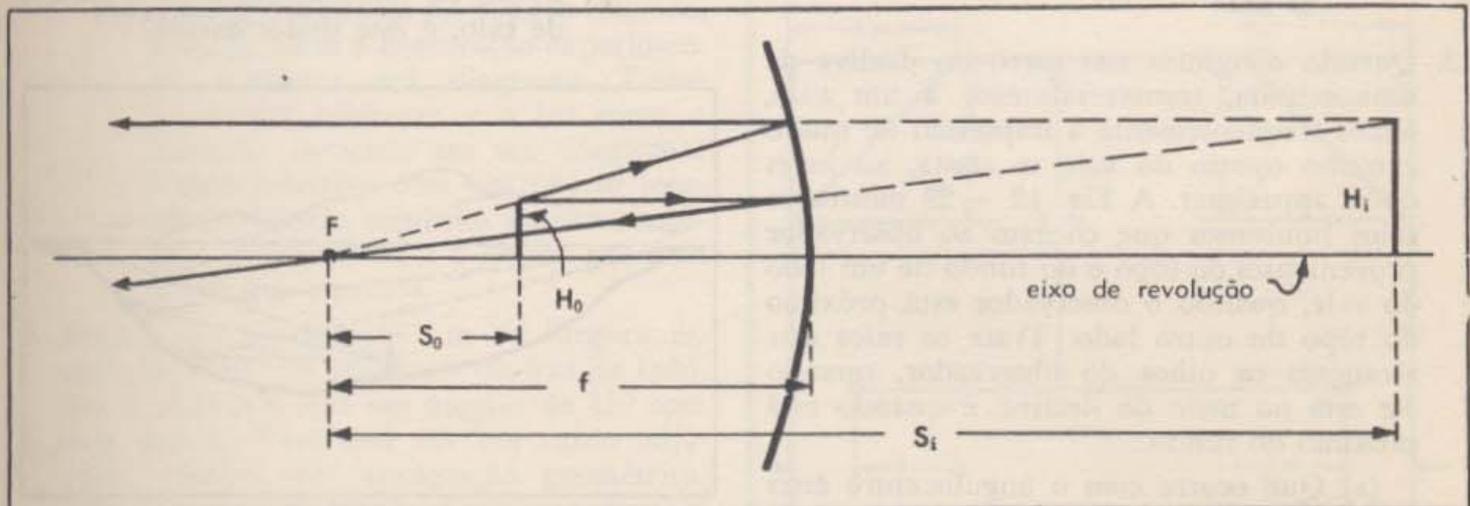


12 - 27. Formação de uma imagem virtual em um espelho côncavo. Os raios que entram no olho procedentes de um ponto do objeto são refletidos em uma pequena seção do espelho, que pode ser aproximadamente considerada como uma porção de espelho plano. Estão indicadas duas destas pequenas seções. Observe que elas têm orientação ligeiramente diferente. Estas diferenças na orientação resultam em uma imagem virtual ampliada.

Estudando os espelhos parabólicos (ou seus equivalentes aproximados: os espelhos esféricos), podemos aprender um pouco das circunstâncias nas quais os espelhos formam imagens reais ou virtuais. A indicação é fornecida pelas nossas conclusões anteriores. Da relação $S_i = f^2/S_o$, verificamos que à medida que o objeto se aproxima do ponto focal, a imagem se afasta. Quando S_o fica muito pequeno, S_i , a distância da imagem, se torna enorme; quando o objeto se situa no

foco principal, a imagem real desaparece, a uma distância infinita do espelho.

Se continuamos deslocando o objeto para mais perto do espelho, não nos surpreendemos ao verificar uma imagem virtual que se aproxima vindo de muito longe por trás do espelho, alcançando a superfície ao mesmo tempo que o objeto. Afinal de contas, uma pequena seção do espelho pouco difere de um plano; e, quando o objeto está próximo, somente uma pequena seção



12 - 28. Formação de uma imagem virtual em um espelho côncavo. O objeto está entre o foco principal F e o espelho. Os raios principais são usados para localizar a imagem.

do espelho reflete a luz do objeto para nossos olhos. A pequena área efetiva funciona, então, como um espelho plano, e forma uma imagem virtual (Veja a Fig. 12 - 27).

Um diagrama de dois raios (Fig. 12 - 28) evidencia facilmente que sempre que o objeto está entre o foco e o espelho, obtemos uma imagem virtual. Usamos os mesmos dois raios - os raios principais, como são chamados - um, paralelo ao eixo, que se reflete passando pelo foco, e o outro que vem do foco do espelho e se reflete

saindo paralelo ao eixo. Como indica a Fig. 12 - 28, após a reflexão, estes raios parecem proceder da interseção de seus prolongamentos atrás do espelho, e a imagem é sempre ampliada em relação ao objeto. O traçado dos raios esclarecerá os detalhes, como antes, e se você quiser efetuar uma verificação experimental, use uma concha de servir sopa, ou mesmo uma colher grande, que funcionarão praticamente como um espelho de barbear. Uma esfera ou uma parábola perfeitas ajudarão a obter medidas precisas, mas não alterarão a natureza de suas observações.

PARA CASA, CLASSE, E LABORATÓRIO

1. A Fig. 12 - 2 indica a formação de uma sombra mal definida. Como você produziria uma sombra melhor definida do mesmo obstáculo?

2. Observamos por véses eclipses totais do Sol produzidos pela Lua, e, em outras ocasiões, eclipses anulares. Nestes últimos, observa-se no contórno da Lua, um anel de luz procedente do Sol.

(a) Desenhando um diagrama da Terra, da Lua, e do Sol, explique porque ocorrem dois tipos diferentes de eclipses solares. Permanecem constantes as distâncias da Lua à Terra e da Terra ao Sol?

(b) A Lua está a aproximadamente 4×10^5 quilômetros da Terra, e o Sol a cerca de 150 milhões de quilômetros. Se a Lua tem um diâmetro de 3 200 quilômetros, qual é o diâmetro aproximado do Sol?

3. Quando dirigimos um carro no declive de uma estrada, transversalmente a um vale, temos freqüentemente a impressão de que o extremo oposto do vale se afasta, ao invés de se aproximar. A Fig. 12 - 29 mostra os raios luminosos que chegam ao observador provenientes do tópo e do fundo de um lado do vale, quando o observador está próximo do tópo do outro lado. Trace os raios que alcançam os olhos do observador, quando ele está no meio do declive, e quando está próximo do fundo.

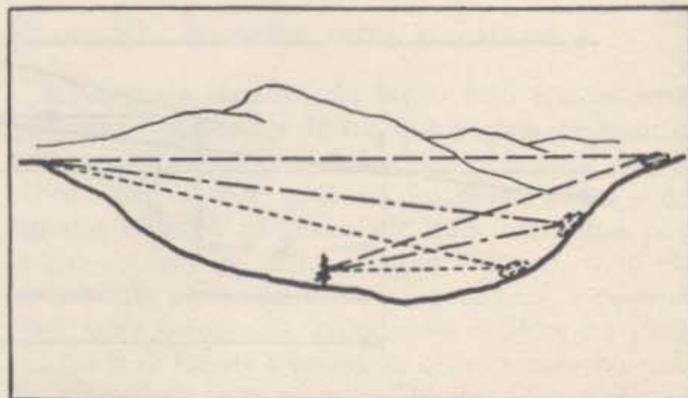
(a) Que ocorre com o ângulo entre êsses raios à medida que êle se aproxima do fundo do vale?

(b) Como explica isto a ilusão óptica de que o outro lado do vale se afasta do observador à medida que êle se aproxima?

4. No estudo do movimento browniano, usou-se um pincel de luz para amplificar o movimento de rotação de um pequeno espelho bombardeado por moléculas de ar (Fig. 9 - 14). Quando usada desta maneira, para amplificar pequenos movimentos, a combinação de uma fonte luminosa e um espelho constitui uma alavanca óptica ou um amplificador.

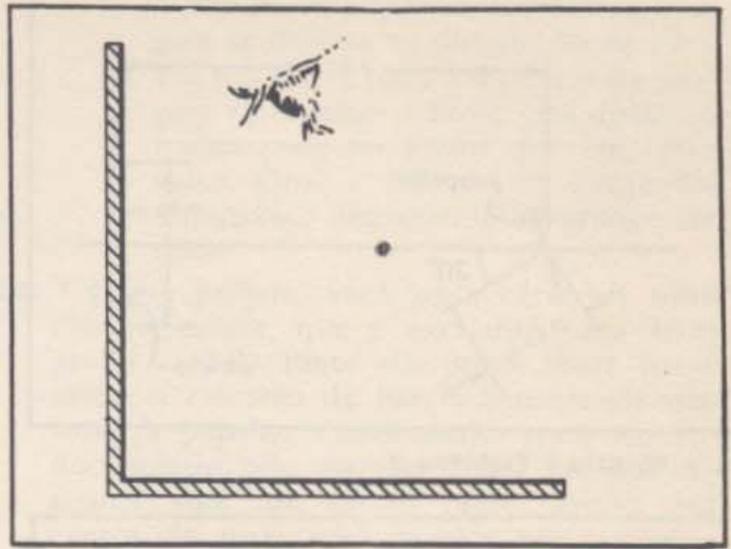
(a) Se o espelho gira de um ângulo de $0,06^\circ$, de que ângulo gira o pincel refletido?

(b) Se a distância do espelho à câmara é 2 m, qual é o deslocamento do pincel refletido sôbre a lente da câmara? Que fração da circunferência de 2 metros de raio, é êste deslocamento?



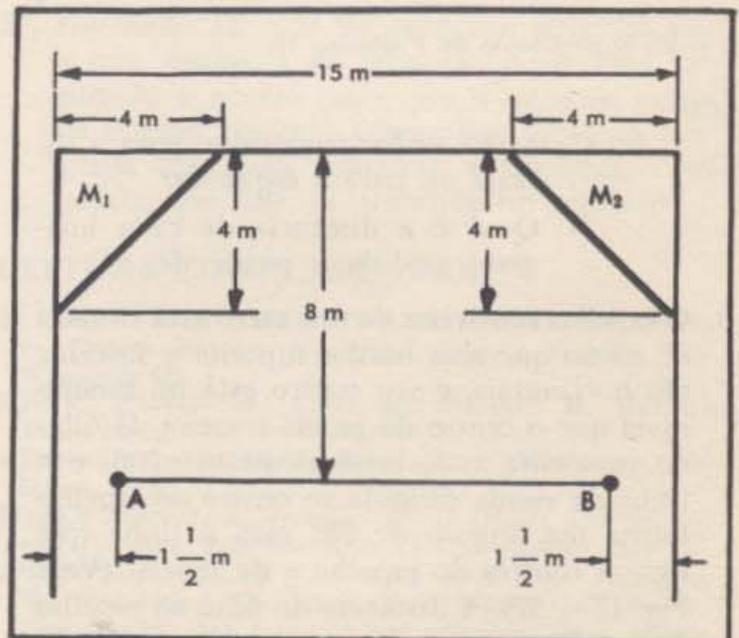
12 - 29. Para o Problema 3. Raios luminosos que atravessam um vale.

- (c) Que efeito tem a posição da fonte luminosa sobre a amplificação?
5. * Coloque um espelho plano (é conveniente que tenha uma altura de 30-40 cm), com seu centro aproximadamente ao nível dos olhos. Mantenha uma régua de 1 metro na posição vertical, bem em frente ao seu rosto, com o centro também ao nível dos olhos; fique em frente ao espelho, e olhando para ele.
- Aproxime-se e afaste-se do espelho. Seu movimento modifica a porção da régua que você pode ver no espelho?
 - Formule uma regra geral que relaciona o comprimento da régua que pode ser visto com a altura do espelho. Fazendo um diagrama de raios, mostre que esta regra vale para todas as distâncias medidas a partir do espelho.
 - As lojas de roupas costumam ter espelhos que se prolongam até o chão, para possibilitar que o cliente se veja de corpo inteiro. É necessário, para esta finalidade, que o espelho seja tão comprido?
 - Se o cliente mais baixo tem os olhos à altura de 1,5 m, qual é a altura máxima, a partir do solo, em que pode estar a parte inferior do espelho, se se objetiva tornar visíveis os pés do cliente?
6. * Construa um diagrama semelhante ao da Fig. 12 - 13 com dois espelhos que formam um ângulo de 90° .
- Como chega a luz ao olho do observador quando este se situa como na Fig. 12 - 30?
 - Situe dois espelhos na posição referida, e verifique se a observação experimental confirma seu diagrama. Como pode você informar se a luz segue o caminho indicado em seu diagrama? Tente primeiro com um objeto localizado a meio caminho entre os espelhos, e, depois, com o objeto próximo a um dos espelhos.
7. Situa-se um espelho de 1 m de largura no canto de uma sala quadrada de 6 m de lado. Sua superfície forma um ângulo de 45° com cada parede. Você está em um canto adjacente. Mostre, por construção geométrica, que seções das paredes são visíveis no espelho, e onde estão localizadas as imagens destas seções.

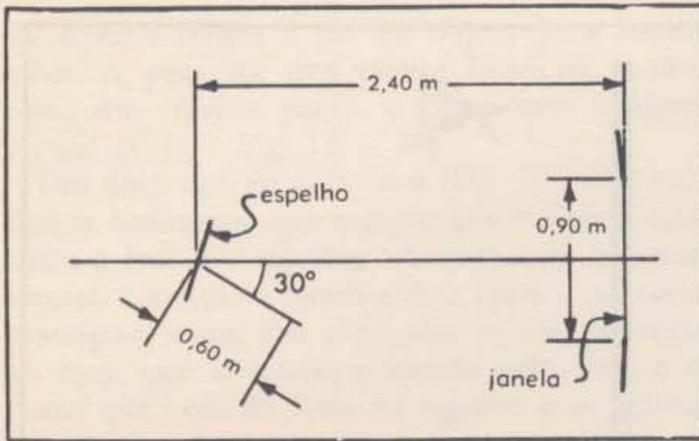


12 - 30. Para o Problema 6. O ponto preto é o objeto e o olho observa uma de suas imagens nos dois espelhos. Onde está a imagem?

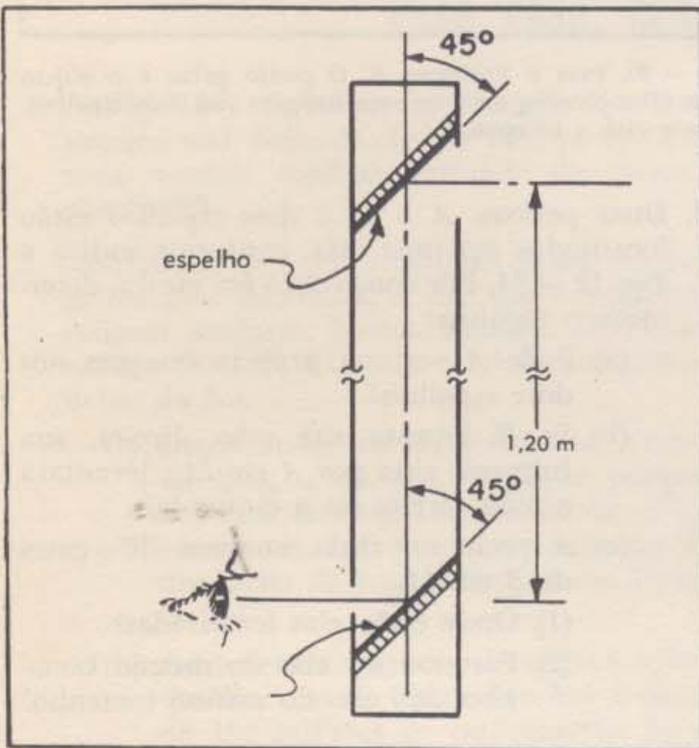
8. Duas pessoas, *A* e *B*, e dois espelhos estão localizados em uma sala, conforme indica a Fig. 12 - 31. Por construção em escala, determine o seguinte:
- Pode *A* ver sua própria imagem nos dois espelhos?
 - Se *B* levanta sua mão direita, sua imagem, vista por *A* em M_2 , levantará a mão direita ou a esquerda?
 - A* pode ver duas imagens diferentes de *B* em M_1 .
 - Onde estão elas localizadas?
 - Parecem ser elas do mesmo tamanho. São elas do mesmo tamanho?



12 - 31. Disposição dos espelhos para o Problema 8.



12 - 32. Para o Problema 9.



12 - 33. O periscópio do Problema 10.

- (3) Estão ambas invertidas, para a direita ou para a esquerda?
- (4) Qual é a distância de cada imagem, medida a partir de A ?
9. O espelho retrovisor de um carro está situado de modo que seus bordos superior e inferior são horizontais, e seu centro está no mesmo nível que o centro da janela trazeira. O olho do motorista está, também neste nível, e a linha de visada dirigida ao centro do espelho forma um ângulo de 30° com a linha que liga os centros do espelho e da janela. (Veja Fig. 12 - 32). A distância do olho ao espelho é de 0,60 m, e a do espelho à janela é de

2,40 m. Que largura mínima do espelho é necessária para que a janela trazeira seja vista inteiramente (0,90 m de largura)?

10. Pode-se fazer um *periscópio* montando dois espelhos planos nos extremos de um tubo (Fig. 12 - 33). Os espelhos são situados um em frente ao outro, paralelamente, e cada um forma um ângulo de 45° com o eixo do tubo. Praticamente um orifício em um ponto do tubo oposto ao centro de um espelho, e faz-se um orifício maior no extremo oposto do tubo, em frente ao outro espelho. Suponha que a distância entre os dois espelhos é de 1,20 m, e que você está usando o periscópio para observar, acima de um muro, um homem de 1,80 m de altura, à distância de 15 m.

(a) Qual é a menor altura possível do orifício situado na parte superior do periscópio?

(b) Qual é o menor tamanho possível do espelho situado superiormente?

Sugestão: Trace os raios que vão do homem ao olho do observador, e lembre as propriedades dos triângulos semelhantes.

11. Qual é a distância focal de um espelho plano?
12. Que acontecerá se, na Fig. 12 - 23, a lâmpada real é situada na posição em que se formava anteriormente a imagem real?
- (a) Pode você estabelecer uma regra geral sobre a localização de um objeto na posição de sua imagem real?
- (b) Que ocorre se se coloca um objeto na posição de sua imagem virtual?
13. Qual será o tamanho da imagem do Sol formada no telescópio de Palomar, cujo espelho tem a distância focal de 18 m? O diâmetro do Sol é de aproximadamente $1,4 \times 10^9$ m, e está a uma distância de $1,5 \times 10^{11}$ m da Terra.
14. Demonstre que o tamanho da imagem do Sol formada por um espelho côncavo é proporcional à distância focal do espelho.
15. Um prego de 4,0 cm de altura está em frente de um espelho côncavo, a uma distância de 15 cm do foco principal. A distância focal do espelho é 20 cm. Qual é o tamanho da imagem?
16. A imagem de uma vela está a 30 cm do centro de um espelho côncavo. A altura da vela é 10 cm e a de sua imagem, 5 cm. Qual é a distância focal do espelho?

17. A que distância de um espelho parabólico de 1 m de comprimento focal deve ser situado um objeto para dar uma imagem: (a) 4 vezes maior que o objeto? (b) reduzida a $\frac{1}{3}$ de seu tamanho? As imagens serão reais ou virtuais?
18. * Na Seção 12-5 usamos paralaxe para localizar a imagem virtual de uma vela. Ajustamos a posição de um objeto próximo à imagem até não mais observamos o efeito de paralaxe (ausência de movimento relativo).
- (a) Pode você localizar, deste modo, uma imagem real?
- (b) Use um espelho parabólico para formar uma imagem real. Localize, então, esta imagem captando-a sobre uma folha de papel e por paralaxe.
19. As distâncias de um objeto e sua imagem em um espelho côncavo são freqüentemente medidas a partir do ponto central do espelho, e não do foco principal. Designamos essas distâncias por D_o e D_i , respectivamente. Temos $S_o = D_o - f$, e $S_i = D_i - f$, onde f é a distância focal. Usando essas relações, demonstre que de $S_o S_i = f^2$, segue-se
- $$\frac{1}{D_o} + \frac{1}{D_i} = \frac{1}{f}.$$
20. Nossa discussão sobre espelhos curvos limitou-se à superfície interna ou *côncava*. As superfícies externas, ou convexas destas curvas também produzem imagens. Constituem elas os chamados *espelhos convexos*, e são freqüentemente usadas como espelhos laterais num carro ou como espelhos ornamentais numa sala. Usando as leis da reflexão, e supondo que a superfície é parabólica, demonstre os seguintes fatos, fazendo as construções apropriadas:
- (a) A área refletida para o olho por um espelho circular convexo é maior que a refletida por um espelho plano de igual diâmetro na mesma posição.
- (b) Os raios luminosos paralelos ao eixo se refletem como se proviessem de um ponto situado *atrás* do espelho. Este é o foco principal do espelho. Ele é denominado foco *virtual*. Por quê?
- (c) Os raios que partem de um ponto fixo do eixo são refletidos de tal modo que parecem proceder de um ponto do eixo situado atrás do espelho. A imagem é, portanto, virtual.
- (d) A imagem formada é menor que o objeto e não é invertida.
- (e) À medida que o objeto se aproxima, vindo de uma grande distância, a imagem se desloca na direção do espelho.
- (f) Há um limite para a distância da imagem ao espelho — isto é, esta distância nunca pode ser maior que um certo valor. Qual é este valor? Tente determiná-lo, desenhando diagramas de raios.
21. * Como projeto, você pode construir uma câmara escura, que é excelente para fotografar o Sol. Pinte de preto fôco (para evitar a reflexão da luz) o interior de um tubo de papelão, dêsses usados para remeter documentos pelo correio. Cubra um dos extremos com um cartão preto, grosso, no centro do qual você pratica um pequeno orifício com uma agulha fina. No outro extremo do tubo, ajuste uma peça de madeira ou metal, que permita montar o tubo na frente de uma câmara fotográfica, em substituição à lente. A conexão, naturalmente, deve ser hermética à luz. Coloque o filme na câmara e dirija o tubo para o Sol com o orifício coberto. Quando o tubo estiver corretamente situado, faça uma exposição de alguns segundos.
- (a) Se o filme de uma câmara tem uma altura vertical de 15 cm, e dista 22,5 cm do orifício, a que distância deste deve ficar um homem de 1,65 m de altura, para que sua imagem ocupe toda a altura do filme?
- (b) Se, na mesma câmara, a imagem do Sol tem um diâmetro de 0,25 cm, qual é o diâmetro do Sol? O Sol está a 150 milhões de quilômetros.
22. Na Seção 12 — 9 foi proposto o problema: a que distância do foco principal deve ser situado o objeto para que a imagem esteja na mesma posição? Demonstre que esta pergunta tem duas respostas, e explique a segunda, que não foi discutida no capítulo.

LEITURA COMPLEMENTAR

- BLACK, N. H., e LITTIE, E. P., *An Introductory Course in College Physics*. Macmillan, Quarta Edição, 1956. (Capítulo 42).
- EDSER, EDWIN M., *Light for Students*. St. Martin's Press, 1952.
- MINNAERT, M., *Light and Color in the Open Air*. Dover, 1954.
- ROBERTSON, J. K., *Introduction to Optics, Geometrical and Physical*. Van Nostrand, Quarta Edição, 1954.
- THOMPSON, ALLYN J., *Making Your Own Telescope*. Sky Publishing Co., Cambridge, Mass., 1947. Instruções simples para construir um telescópio de 6 polegadas.

REFRAÇÃO

CAPÍTULO 13

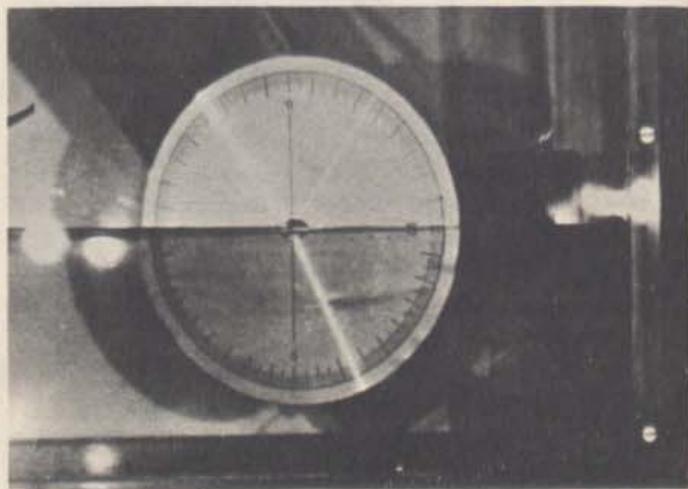
13 — 1. Refração

Para fazer um estudo experimental da reflexão montamos aparelhos a fim de observar pincéis e feixes de luz refletidos em várias superfícies. Mediante observações sistemáticas, obtivemos duas leis simples da reflexão especular. Estas leis, por sua vez, tornaram possível explicar a formação de imagens tanto em espelhos planos como curvos. Vemos, pois, que a redução de um amplo domínio de fenômenos a um par de leis, representa um enorme ganho em simplicidade, e nos proporciona um poderoso instrumento de predição. Seria difícil lembrar as características de todas as imagens que podemos produzir com diferentes espelhos, e com uma grande variedade de posições do objeto. Se, entretanto, sabemos como usar estas duas leis, podemos chegar a uma descrição detalhada da imagem formada por qualquer combinação de espelhos. Ainda mais, podemos prever que espécies de imagens serão formadas por espelhos de tipos que não estudamos experimentalmente.

Vejam se um estudo semelhante dar-nos-á explicações simples sobre o segundo grupo de fenômenos ópticos que discutimos no Capítulo 11. Observamos lá que a luz atravessa a superfície de certos materiais, e que, ao fazê-lo, frequentemente muda sua direção. Esta mudança de direção de um feixe de luz ao passar de um material a outro é denominada *refração*. Vimos alguns exemplos de refração nas ilusões ópticas da moeda flutuante (Fig. 11 — 2) e da régua quebrada (Fig. 11 — 1). Não obstante tais observações demonstrarem claramente a mudança de

direção da luz, elas nos informam pouco sobre o que acontece com os pincéis individuais de luz. Podemos simplificar nosso estudo, isolando um único pincel de luz refratada, como indica a Fig. 13 — 1. Esta fotografia mostra um pincel de luz, um tanto largo, que passa do ar para a água de um aquário. Observe que a direção do pincel muda bruscamente na superfície da água, e que parte da luz é refletida na superfície, de volta para o ar.

Denominaremos o pincel de luz que chega, de pincel *incidente*, como fizemos em nosso estudo da reflexão. Na Fig. 13 — 1, o ângulo formado por este pincel e a normal à superfície é o *ângulo de incidência*. O pincel de luz, após mudar de direção na superfície da água, é chamado pincel *refratado*, e o ângulo que ele forma com a normal é o *ângulo de refração*.



13 — 1. Luz ao passar do ar para a água.

Introduzindo uma lâmina de plástico branco no aquário, como indica a figura, podemos conhecer melhor a direção tomada por estes raios. Colocando o plástico perpendicularmente à superfície da água, de modo que os raios incidentes sejam rasantes à lâmina, os raios refratados também o são. Podemos repetir esta experiência para diferentes ângulos de incidência e diferentes pares de materiais. Encontramos o mesmo resultado para a maioria dos materiais. Ele vem resumido na primeira lei da refração:

O raio incidente, o raio refratado, e a normal à superfície estão todos no mesmo plano.*

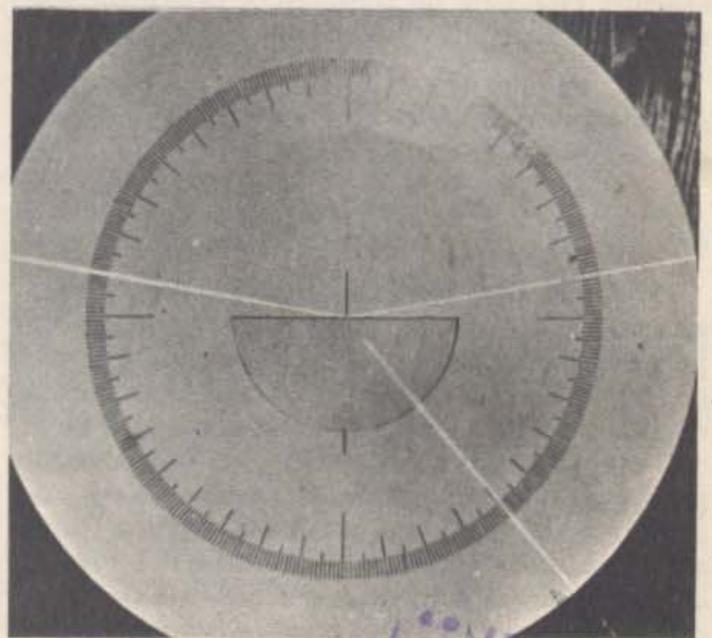
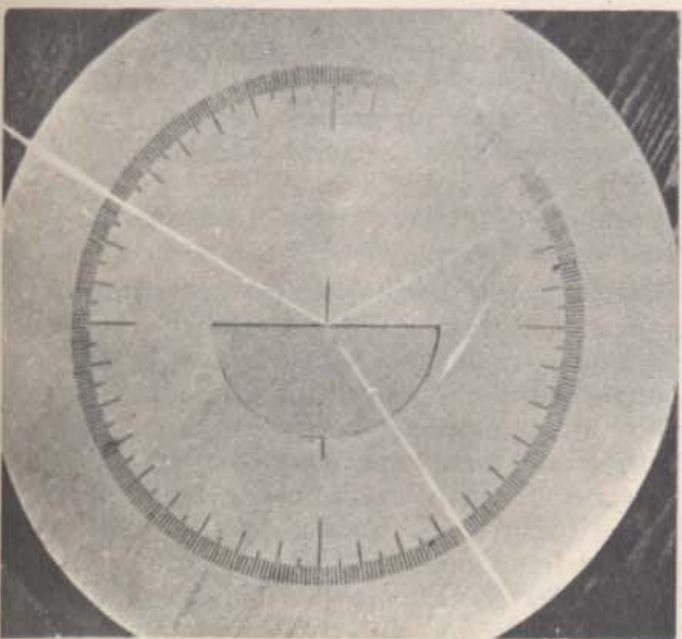
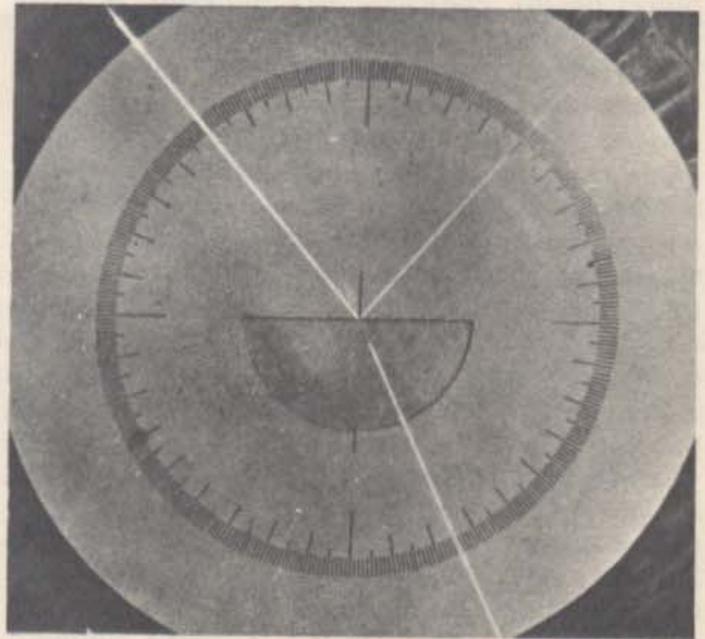
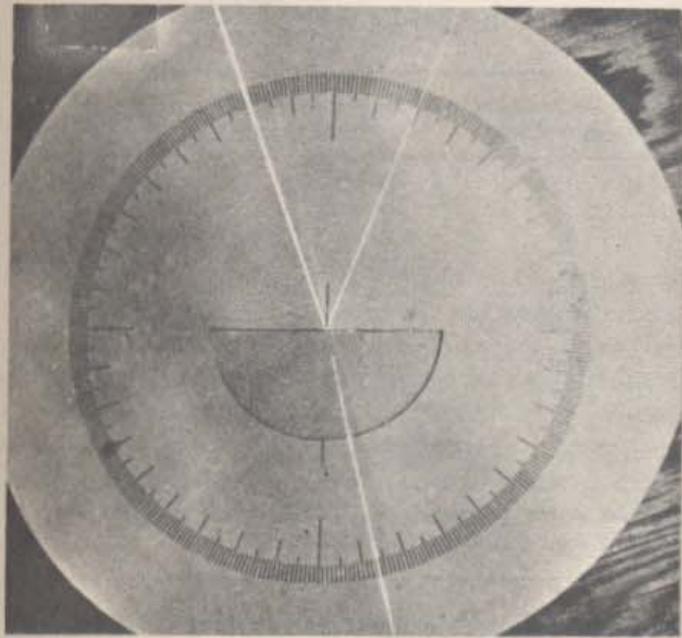
* Em algumas substâncias cristalinas, o raio incidente, a normal à superfície, e o raio refratado não estão no mesmo plano.

Observe a semelhança entre a primeira lei da refração e a primeira lei da reflexão (Seção 12 - 4).

13 - 2. Experiências sobre os ângulos na refração

A segunda lei da reflexão nos diz que os ângulos de incidência e de reflexão são iguais. A observação experimental permitir-nos-á chegar a uma relação semelhante entre os ângulos de incidência e de refração?

Se desejamos realizar medidas razoavelmente precisas dos ângulos de incidência e de refração,



13 - 2. Refração da luz que penetra no vidro, sob diferentes ângulos de incidência.



necessitamos pincéis de luz mais estreitos que os indicados na Fig. 13 — 1, de modo que possamos considerá-los aproximadamente como simples raios. Devemos variar o ângulo de incidência em um amplo intervalo, e medir os vários ângulos de refração. Finalmente, para determinar uma lei geral, devemos desenvolver este trabalho para vários pares de materiais.

A Fig. 13 — 2 indica a experiência que realizamos, usando ar e vidro. Construímos uma fonte de luz que se desloca facilmente de um ângulo de quase 90° , e é ajustável, de modo que o estreito pincel de luz emitida pode deslizar ao longo da superfície de um papel branco, tornando-se visível. Serve como segundo material um semi-círculo de vidro, situado na trajetória do pincel de luz, conforme está indicado. A parte posterior desta placa foi desgastada até ficar levemente rugosa, sendo, então, pintada de branco, de modo que o pincel é visível quando atravessa o vidro. O semi-círculo de vidro e uma escala circular são montados concêntricamente; a normal ao diâmetro do semi-círculo passa pelo zero da escala graduada. O raio incidente passa exatamente pelo centro comum. Podemos, portanto, medir o ângulo de incidência e o ângulo de refração que lhe é associado. O raio refletido é também visível nas fotografias, e podemos usar o ângulo de reflexão medido para verificar a precisão de alinhamento.

As fotografias foram realizadas com este arranjo experimental, com o pincel de luz ajustado para ângulos de incidência de 0° , 10° , 20° , 30° , 40° , 50° , 60° , 70° , e 80° . Pode-se ver algumas das fotografias na Fig. 13 — 2, e todos os dados aparecem na Tabela 1. Observe cuidadosamente esta série de fotografias. Concorda você que podem ser tiradas as conclusões seguintes?

(1) O ângulo de refração para a luz que passa do ar para o vidro é sempre menor que o ângulo de incidência, exceto quando este último vale 0° .

(2) O comportamento do pincel refletido é descrito pelas leis comuns da reflexão especular.

(3) A luz que passa através do vidro propaga-se ao longo de um raio e, portanto, incide perpendicularmente à superfície curva. Ela não se refrata nesta superfície, prosseguindo na mesma direção ao passar novamente para o ar.

Cada uma dessas observações será importante para nós, oportunamente. Concentremo-nos, no momento, na primeira, estudando mais a fundo a relação entre os ângulos. A Tabela 1 fornece os valores do ângulo de incidência i e de refração r , que nós medimos.

Certamente, o ângulo r é sempre menor que o correspondente ângulo i . Podemos tentar investigar a relação i/r para ver se é constante, mas verificamos, como indica a última coluna da Tabela 1, que calculando as razões, variam elas desde cerca de 1,5 para pequenos ângulos i , até valores superiores a 1,9, para $i = 80^\circ$. A relação não é uma constante, mas os ângulos de refração variam de modo regular com os ângulos de incidência. Esta relação regular se torna clara quando traçamos o gráfico apresentado na Fig. 13 — 3. Trata-se do gráfico do ângulo r em função do ângulo i . Ele foi construído, representando-se os pontos experimentais, e traçando uma curva contínua que passa pelos pontos.

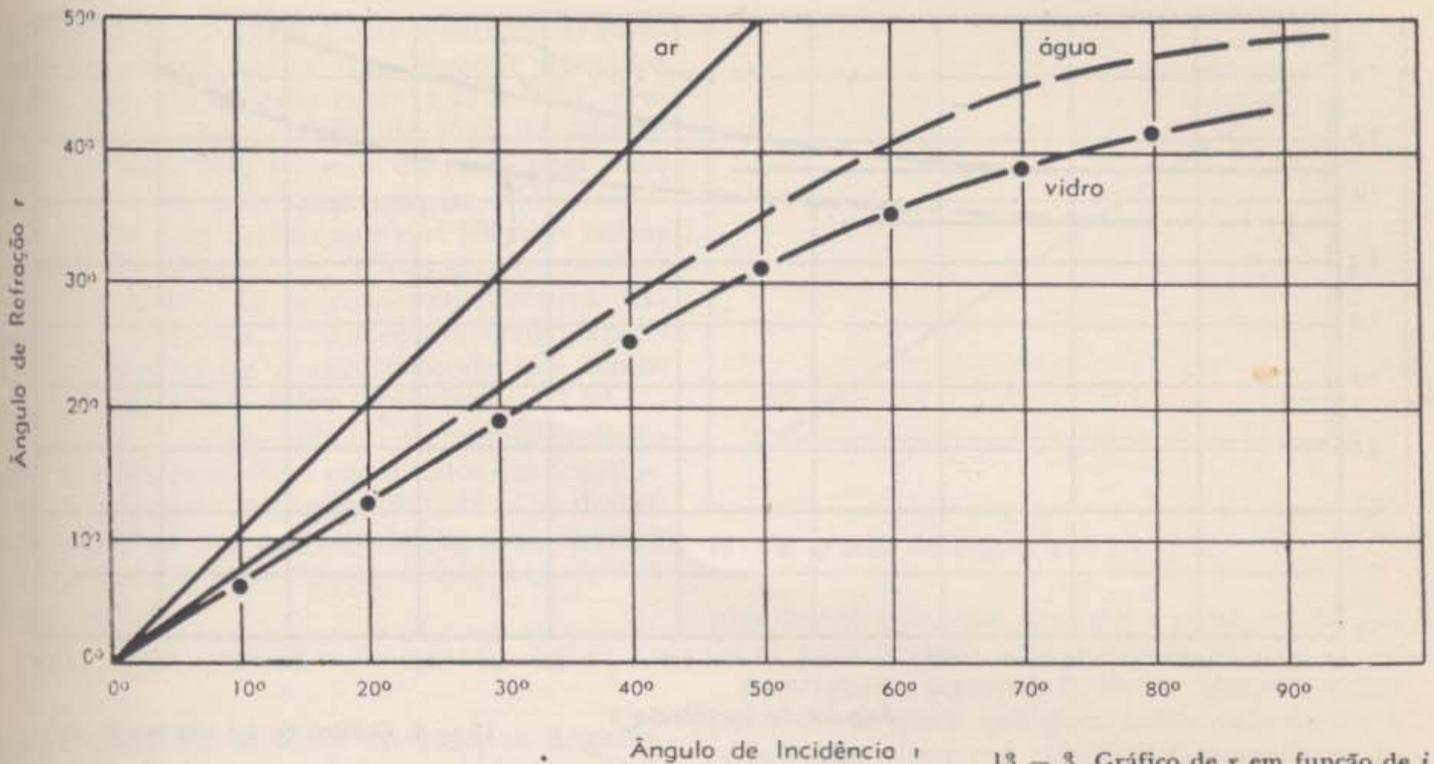
TABELA 1

Ângulo de incidência i em graus	Ângulo de refração r em graus	Relação i/r
0	0	Indeterminada
10	6,7	1,5
20	13,3	1,50
30	19,6	1,53
40	25,2	1,59
50	30,7	1,63
60	35,1	1,71
70	38,6	1,81
80	40,6	1,97

Relação entre o ângulo de incidência i e o ângulo de refração r ao passar a luz do ar para o vidro.

Podemos usar o gráfico para prever qual seria o ângulo de refração para qualquer ângulo de incidência. Por exemplo, podemos estar perfeitamente seguros sobre o ângulo de refração que encontraremos para o ângulo de incidência de 45° . A partir do gráfico, obtemos $r = 27,8^\circ$. Fazendo uma medida com o mesmo dispositivo com o qual obtivemos nossos dados anteriores, resulta $r = 27,6^\circ$, em estreita concordância com nossa expectativa.

Surge, agora, naturalmente uma questão. O gráfico que traçamos é correto para todos os pares de materiais que podemos usar, ou é válido somente para a passagem de luz do ar para o vidro? Para responder a esta pergunta, devemos realizar uma nova experiência com um par diferente de materiais. A linha pontilhada da Fig. 13 — 3 indica o gráfico obtido de uma série de medidas feitas quando a luz passa do ar para a água. Observe que para um dado ângulo de incidência, o ângulo de refração é sempre maior

13 - 3. Gráfico de r em função de i .

na água do que no vidro. Ainda mais, quando a luz simplesmente passa do ar para mais ar da mesma densidade, o pincel de luz não muda de direção e, portanto, $r = i$. Isto dá um gráfico que é uma linha reta, de inclinação 45° , ao invés de uma curva que se vai inclinando. Evidentemente, pares diversos de materiais levam a diferentes gráficos de r em função de i .

13 - 3. O índice de refração: lei de Snell

É possível realizar uma série de experiências semelhantes, usando muitos materiais diferentes, e traçar toda uma série de gráficos do tipo apresentado na Fig. 13 - 3. Poderia ser muito útil um livro completo destes gráficos para descrever exatamente como a luz é refratada em qualquer par de substâncias que tenha sido estudado. É muito mais conveniente, entretanto, ter uma lei simples e única.

Já testamos a relação $i/r = \text{constante}$, e verificamos que ela não é válida para todos os ângulos. Mas, como indica a Fig. 13 - 4, para pequenos ângulos de incidência, a lei diz que i/r é constante, valendo cerca de 1,5 para o vidro, e 1,33 para a água. Para ângulos maiores, falha a constância, e i/r vai aumentando.

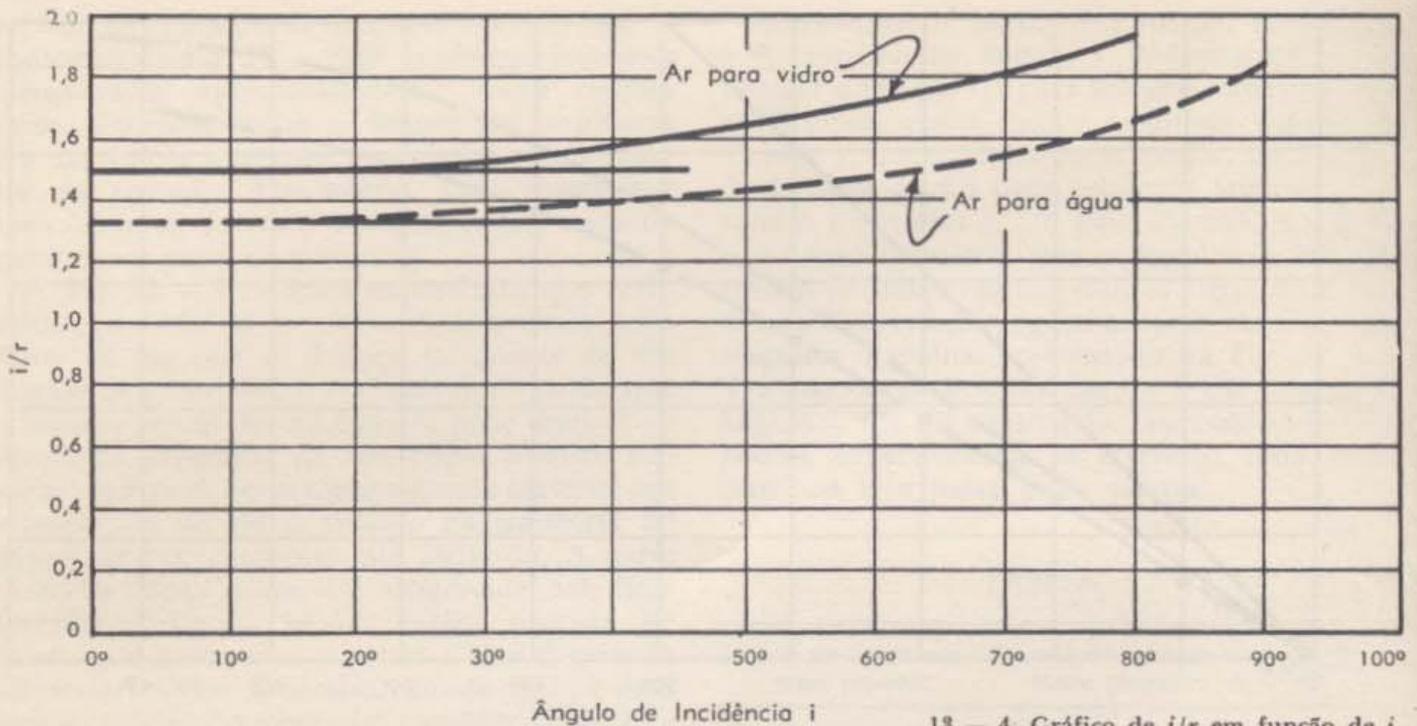
Um modo de obter uma representação conveniente da relação entre r e i , consiste em tentar estender a constância da relação i/r , procurando

funções simples de i e r que mantenham uma razão constante para todos os ângulos. Seguindo este plano, procuraremos funções que são proporcionais aos ângulos quando eles são pequenos, e que compensem o aumento de i/r , quando os ângulos se tornam maiores. Não temos certeza, a priori, de que encontraremos tais funções; com efeito, Ptolomeu já tinha dados sobre a refração, dados estes usados cerca de mil anos antes de ser estabelecida uma lei simples e adequada da refração. Finalmente, em 1621, Willebrord Snell encontrou um bonito modo de descrever a relação entre i e r . A mesma relação foi publicada por Descartes em 1638, na forma que usamos atualmente.

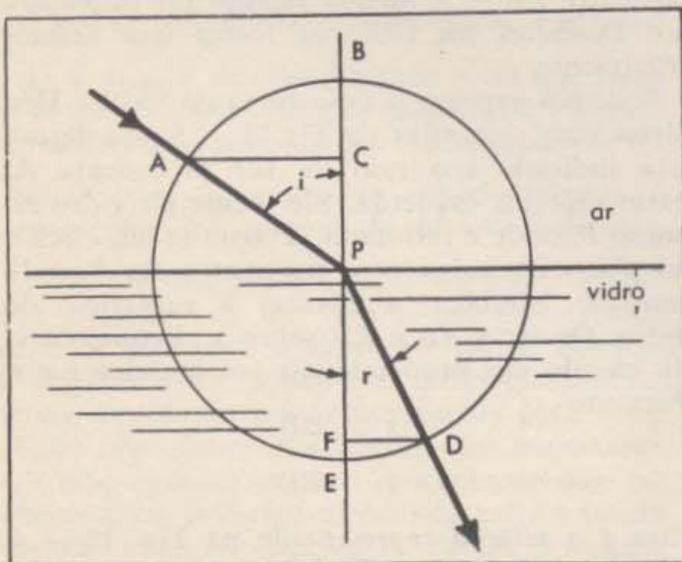
Podemos explicar a descoberta de Snell e Descartes com o auxílio da Fig. 13 - 5. Na figura está indicado um raio de luz procedente da parte superior esquerda. Ele incide no vidro no ponto P , onde é refratado. Traçou-se um círculo no plano dos raios, com seu centro em P , indicando-se, também, a normal à superfície do vidro. Os arcos AB e ED sobre a circunferência do círculo são proporcionais aos ângulos i e r . Portanto

$$\frac{i}{r} = \frac{AB}{ED}$$

Esta é a relação representada na Fig. 13 - 4, relação esta que verificamos ser aproximadamente constante para pequenos ângulos, mas não para ângulos maiores.

13 - 4. Gráfico de i/r em função de i .

Com efeito, o que Descartes e Snell fizeram foi tentar relacionar i e r , examinando a relação das semi-cordas AC e FD . Isto é, ao invés de AB/ED , eles calcularam AC/FD para um amplo intervalo de ângulos. Para pequenos ângulos, sua relação coincide com i/r , porque as cordas e os arcos são praticamente iguais, mas para ângulos maiores, as cordas e os arcos são substancialmente diferentes, de modo que a relação entre as cordas funciona diferentemente. Observemos esta relação entre as cordas, em função de nossos dados experimentais obtidos com o vidro (Tabela 1).



13 - 5. Geometria da refração, da qual se deduz a lei de Snell.

Podemos determinar AC/FD , medindo as semi-cordas em uma série de figuras como a Fig. 13 - 5. Construímos as figuras com os ângulos i e r medidos a partir de nossa tabela de resultados experimentais. Medindo as semi-cordas e calculando sua razão, obtemos os resultados apresentados na Tabela 2.

TABELA 2

i em graus	AC em cm	r em graus	FD em cm	$\frac{AC}{FD}$
10	3,47	6,7	2,3	1,5
20	6,84	13,3	4,60	1,49
30	10,00	19,6	6,71	1,49
40	12,83	25,2	8,52	1,51
50	15,32	30,7	10,2	1,50
60	17,32	35,1	11,5	1,51
70	18,79	38,6	12,5	1,50
80	19,69	40,6	13,02	1,51

Relação das semi-cordas para a refração da luz no vidro (veja Fig. 13 - 5). A constância da relação das semi-cordas (última coluna) ilustra a lei de Snell.

Nossas medidas de i , r , AC , e FD , não são absolutamente precisas, o que indicamos nas segunda, terceira, e quarta colunas, escrevendo somente aqueles algarismos que julgamos serem significativos. Os últimos algarismos escritos são realmente duvidosos, em cada caso. Não obstante, os valores de AC/FD são aproximadamente iguais para todos os ângulos de incidência; e, pa-

rece mesmo que AC/FD é uma constante. O valor desta constante para o tipo especial de vidro usado, está nitidamente entre 1,49 e 1,51, provavelmente muito próximo de 1,50. Se admitimos que realmente estamos tratando com uma constante, e, de acordo com nossos dados, testamos o valor 1,50, verificamos que todas as nossas medidas são compatíveis. Todas elas concordam com 1,50, dentro da precisão experimental. Experiências melhores, com menores erros experimentais, confirmam a conclusão de que temos uma constante cujo valor é próximo de 1,50.

Podemos também obter a mesma relação usando o que se conhece como senos dos ângulos. Em um triângulo retângulo (Fig. 13 - 6) definimos o seno de um dos ângulos agudos, como a relação entre o lado oposto a este ângulo e a hipotenusa:

$$\text{sen } A = \frac{a}{c}.$$

Foram tabulados os senos de todos os ângulos, estando incluída uma tabela no Apêndice. Voltando à Fig. 13-5, vemos que

$$\text{sen } i = \frac{AC}{AP} \text{ e } \text{sen } r = \frac{FD}{PD}.$$

Como AP e PD são ambos raios do mesmo círculo, podemos expressar $\text{sen } r$ como FD/AP e, conseqüentemente

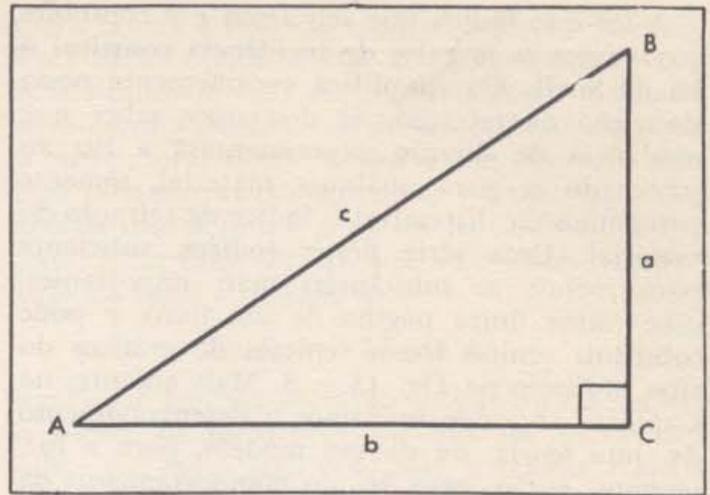
$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{AC/AP}{FD/AP} = \frac{AC}{FD}.$$

A relação entre os senos dos ângulos de incidência e de refração é a mesma que a relação entre as semi-cordas, e, portanto, igual à mesma constante que determinamos experimentalmente. Provindo do ar para o vidro, portanto,

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = 1,50$$

de acordo com nossas experiências. Como foram tabulados os senos de todos os ângulos, esta forma de apresentar nosso resultado é, com frequência, mais conveniente que a expressão em termos da razão AC/FD . Não precisamos construir e medir as semi-cordas em uma série de desenhos; procuramos simplesmente os valores dos senos nas tabelas. (Veja o Apêndice).

O uso dos senos de i e r , ao invés dos ângulos, permitiu-nos levar a efeito nossa idéia de procurar uma função que dê uma relação constante para todos os ângulos, tanto grandes como pequenos. Determinamos, deste modo, uma lei sim-



13 - 6. O seno do ângulo A é a/c .

ples da refração, que descreve a passagem da luz do ar para o vidro, sob qualquer ângulo.

A pergunta seguinte é óbvia: quando a luz passa do ar para qualquer outra substância, a relação $\text{sen } i/\text{sen } r$ é também independente do ângulo de incidência? Para muitas substâncias, a resposta experimental é "sim". Para a água, por exemplo, $\text{sen } i/\text{sen } r$ é constante, sendo igual a 1,33. Podíamos mesmo prever este valor, pois já sabemos que i/r para a água vale aproximadamente 1,33, para pequenos ângulos, quando a razão dos senos e a razão dos ângulos são aproximadamente iguais (Veja Fig. 13 - 4). Para outras substâncias, a razão constante $\text{sen } i/\text{sen } r$ tem valores diferentes. Seu valor para uma determinada substância é uma propriedade da mesma, como o é sua temperatura de ebulição ou de fusão. Ele pode mesmo ajudar a identificar a substância. A constante é denominada *índice de refração* da substância, ou, se você deseja ser mais preciso, índice de refração para a luz caminhando da substância para o ar. A Tabela 3 relaciona alguns destes índices.

TABELA 3

SUBSTÂNCIA	ÍNDICE DE REFRAÇÃO
Vidro (*)	1,5-1,9
Diamante	2,42
Quartzo fundido	1,46
Quartzo cristalino	1,54
Glicerina	1,47
Álcool etílico	1,36
Ácido oléico	1,46
Água	1,33

* O índice do vidro depende de sua composição. A maior parte dos vidros comuns têm índices ligeiramente acima de 1,5.

A lei que indica que $\text{sen } i / \text{sen } r$ é constante para todos os ângulos de incidência constitui a lei de Snell. Ela simplifica enormemente nossa descrição da refração. Se desejamos saber que mudanças de direção experimentará a luz ao passar do ar para qualquer material, somente precisamos ter disponível o índice de refração do material. Uma série destes índices, suficiente para incluir as substâncias mais importantes, cabe numa única página de um livro, e pode substituir muitos livros repletos de gráficos do tipo indicado na Fig. 13 — 3. Mais adiante, no Capítulo 15, onde iniciamos o desenvolvimento de uma teoria, ou de um modelo, para a luz, teremos, então, uma lei do comportamento da luz, simples e geral, que nossa teoria deverá explicar. Podemos testar qualquer modelo que idealizamos, verificando se ele funciona para a lei de Snell, a segunda lei da refração que estávamos procurando.

13 — 4. Índice absoluto de refração

Devemos observar que todas as nossas fotografias da refração da luz se referem aos casos de passagem da luz do ar para o vidro, ou para a água, etc. Que valor encontraríamos para o índice de refração quando a luz passa do vácuo para o vidro? Na verdade, com a limitada precisão de nosso equipamento experimental, não observaríamos diferença alguma; resultaria o mesmo valor para o índice de refração. Poderíamos prevê-lo, dada a densidade muito baixa do ar. Entretanto, medidas realizadas com grande precisão oferecem realmente um índice de refração ligeiramente maior quando a luz passa do vácuo para o vidro do que quando passa do ar para o vidro. Para uma amostra de vidro com índice 1,50000 no ar, o índice no vácuo é de 1,50044.

O índice de refração de uma substância no vácuo é denominado índice de refração absoluto. O valor do índice da substância em relação ao ar é tão próximo do valor do índice absoluto que raramente precisamos distingui-los.

13 — 5. Passagem da luz do vidro (ou água) para o ar: reversibilidade

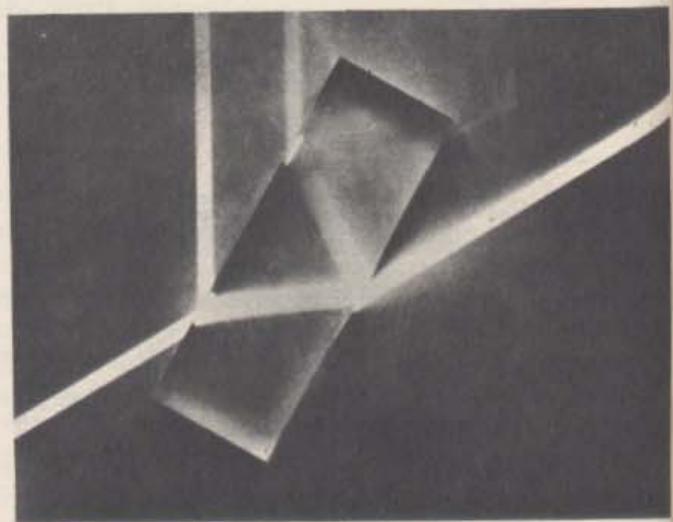
Até agora concentramos nossa atenção no que acontece à luz quando ela passa do ar para o vidro ou para outra substância. Investiguemos, então, o que ocorre quando a luz segue em sentido oposto, do vidro para o ar. Já verificamos

que quando a luz incide normalmente à superfície, a parte que emerge penetra no ar sem mudar de direção. Para verificar o que acontece quando a luz alcança a superfície vidro-ar sob outros ângulos, podemos usar um bloco de vidro de faces paralelas. Como vemos na Fig. 13 — 7, um pincel de luz que incide numa das faces do vidro, sai do vidro do outro lado, numa direção paralela à direção incidente. A refração da luz ao passar do vidro para o ar é, portanto, exatamente igual, em sentido oposto, à refração que ocorre ao passar do ar para o vidro.

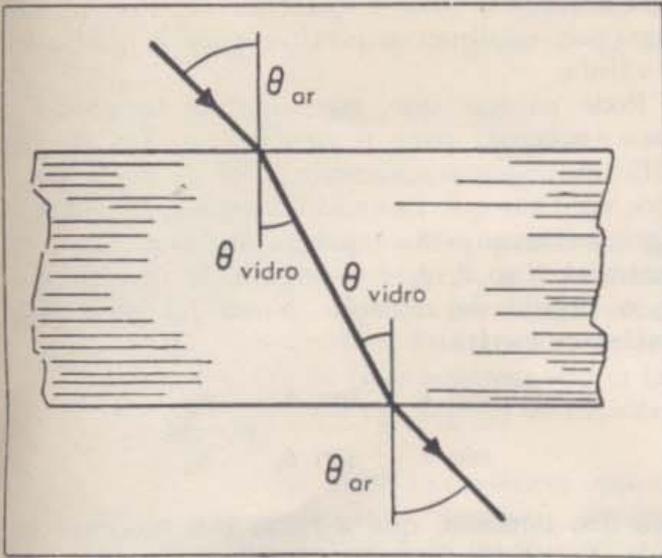
Esta situação está ilustrada no diagrama da Fig. 13 — 8. Aí a luz se propaga no sentido indicado pelas flechas. Quando ela passa do ar para o vidro, o ângulo de incidência é θ_{ar} , e o ângulo de refração é θ_{vidro} . Os dois ângulos estão relacionados, de acordo com a lei de Snell, pela equação:

$$\frac{\text{sen } \theta_{\text{ar}}}{\text{sen } \theta_{\text{vidro}}} = n_{\text{vidro}},$$

onde n_{vidro} é o índice de refração da luz que passa do ar para o vidro (aproximadamente o índice absoluto do vidro). Quando a luz se aproxima da segunda superfície, em seu caminho do vidro para o ar, nela incide sob o ângulo θ_{vidro} , desde que as duas superfícies são paralelas. Além disso, verificamos experimentalmente que os raios que entram e saem do vidro são paralelos; e, como as duas normais são paralelas, os dois ângulos no ar são iguais. Os raios saem do vidro, portanto, sob o ângulo θ_{ar} . Podemos, então, concluir que, ao emergir do vidro, os ângulos de incidência e de refração se relacionam por



13 — 7. Luz que atravessa um bloco de vidro de faces paralelas.



13 - 8. Os ângulos e suas relações para a luz que atravessa um bloco de vidro de faces paralelas.

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{\text{sen } \theta_{\text{vidro}}}{\text{sen } \theta_{\text{ar}}} = \frac{1}{n_{\text{vidro}}}$$

Esta é, novamente, a lei de Snell: a razão entre $\text{sen } i$ e $\text{sen } r$ é constante; e o índice de refração da luz do vidro para o ar é justamente o inverso do índice para a luz caminhando em sentido oposto. Como um índice é o inverso do outro, não necessitamos dois índices de refração: um do ar para o vidro, e outro do vidro para o ar. Podemos usar um único índice ar-para-vidro, e escrever a relação dos ângulos ao passar a luz do ar para o vidro ou do vidro para o ar na forma

$$\text{sen } \theta_{\text{ar}} = n_{\text{vidro}} \text{sen } \theta_{\text{vidro}}$$

De experiências nas quais a luz passa de outras substâncias para o ar concluímos que a lei de Snell se aplica igualmente bem para a luz que entra numa substância ou dela sai. É, portanto, conveniente escrever a lei na forma geral

$$\text{sen } \theta_{\text{ar}} = n_m \text{sen } \theta_m,$$

onde n_m é o índice de refração da luz que passa do ar para o material m , e θ_m é o ângulo formado pela normal à superfície com o raio, naquele material. A letra m simboliza o nome do material. Por exemplo, para a luz se propagando do ar para o diamante ou do diamante para o ar, teremos

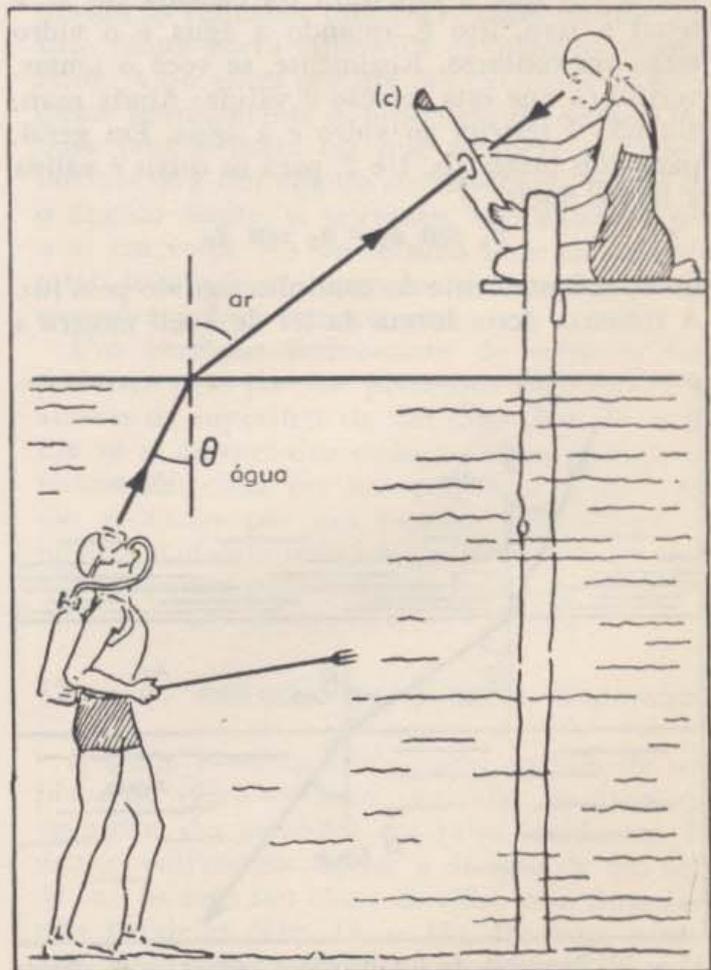
$$\begin{aligned} \text{sen } \theta_{\text{ar}} &= n_{\text{diamante}} \text{sen } \theta_{\text{diamante}} \\ &= 2,42 \text{sen } \theta_{\text{diamante}}. \end{aligned}$$

A relação geral, $\text{sen } \theta_{\text{ar}} = n_m \text{sen } \theta_m$ subentende que as trajetórias luminosas descritas pela lei de Snell são reversíveis. Neste sentido, elas são exatamente iguais às trajetórias de luz nas

quais ocorre a reflexão especular (Seção 12 - 7). Você mesmo pode se convencer facilmente desta reversibilidade com experiências como a seguinte: Suponhamos que um de nós está sob a água e o outro, fora. Como indica a Fig. 13 - 9, estamos olhando diretamente um para o outro. De acordo com a forma geral da lei de Snell, a trajetória dos raios de luz que atravessam a superfície da água é descrita por

$$\text{sen } \theta_{\text{ar}} = 1,33 \text{sen } \theta_{\text{agua}}$$

sem levar em consideração se θ_{ar} ou θ_{agua} são o ângulo de incidência; os raios de luz de seus olhos aos meus seguirão, pois, a mesma trajetória que os de meus olhos aos seus. Agora vem a verificação. Dispuzemos um anteparo (c na Fig. 13 - 9) com um pequeno orifício de modo que você pode ver justamente meu olho através dele. Percebo, então, que esta é justamente a posição do anteparo que me possibilita também ver o seu olho. Muitas experiências, com diferentes substâncias, confirmam a predição da lei de Snell e das leis da reflexão de que tais trajetórias da luz são reversíveis.



13 - 9. Reversibilidade das trajetórias luminosas.

13 — 6. Passagem da luz da água para o vidro: índice relativo

Podemos agora prever o que acontece quando a luz passa do vidro para a água. Suponha, por um instante, que existe uma camada de ar entre duas superfícies paralelas de vidro e água, como indica a Fig. 13 — 10. Então, quando a luz sai do vidro, ela entra no ar sob um ângulo θ_{ar} , tal que

$$\text{sen } \theta_{ar} = n_{\text{vidro}} \text{ sen } \theta_{\text{vidro}}.$$

Ela, em seguida, entra na água, e prossegue através da água sob um ângulo $\theta_{\text{água}}$ tal que

$$\text{sen } \theta_{ar} = n_{\text{água}} \text{ sen } \theta_{\text{água}}.$$

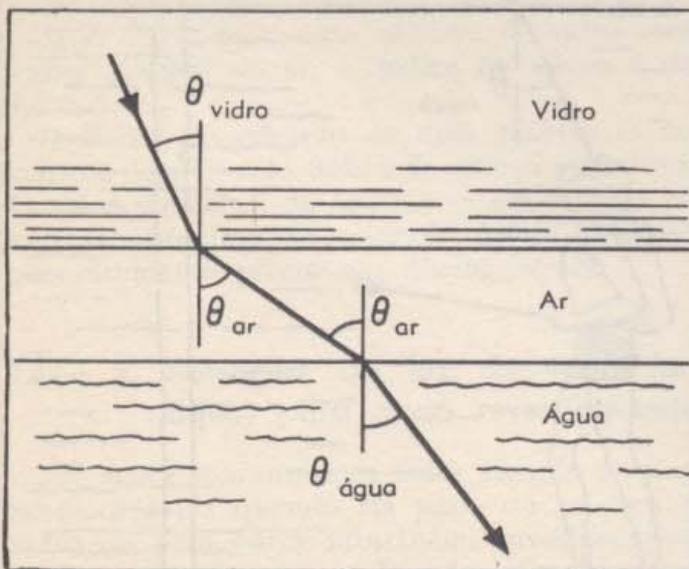
Portanto,

$$n_{\text{vidro}} \text{ sen } \theta_{\text{vidro}} = n_{\text{água}} \text{ sen } \theta_{\text{água}}.$$

Esta expressão relaciona $\theta_{\text{água}}$ com θ_{vidro} , e é independente da espessura do ar entre o vidro e a água. Conseqüentemente, podemos esperar que ela relacione θ_{vidro} com $\theta_{\text{água}}$ no caso especial em que a espessura da camada de ar é igual a zero, isto é, quando a água e o vidro estão em contacto. Realmente, se você o tentar, verificará que esta relação é válida. Ainda mais, ela não é restrita ao vidro e à água. Em geral, para dois materiais, 1 e 2, para os quais é válida a lei de Snell

$$n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2$$

independentemente do caminho seguido pela luz. A simetria desta forma da lei de Snell mostra a



13 — 10. Passagem de luz do vidro para a água através de uma camada de ar.

reversibilidade das trajetórias da luz quando atravessa qualquer superfície para a qual a lei é válida.

Podemos parecer que, passando da forma $\text{sen } i / \text{sen } r = \text{const.}$, para $n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2$, modificamos substancialmente a lei de Snell. Podemos verificar que isto não é verdade, fazendo um ligeiro rearranjo na equação anterior. Ao ir do material 1 ao 2, θ_1 é o ângulo de incidência, e θ_2 o ângulo de refração. Nossa lei geral pode então ser escrita

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{\text{sen } \theta_1}{\text{sen } \theta_2} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Ela diz, também, que a razão dos senos do ângulo de incidência e de refração é uma constante, desde que n_2/n_1 o é. Esta constante é denominada *índice relativo* dos dois materiais ou índice de refração da luz que passa do material 1 ao material 2. Ele é geralmente simbolizado por n_{12} (leia-se n um dois).

A equação

$$\frac{\text{sen } \theta_1}{\text{sen } \theta_2} = n_{12},$$

portanto, nos leva de volta à afirmação básica da lei.

Além disso, como

$$n_{12} = \frac{n_2}{n_1},$$

podemos determinar os índices relativos para qualquer par de materiais em termos de seus índices absolutos. A partir de relativamente poucos índices absolutos, podem ser calculados todos os índices relativos. Por exemplo, o índice relativo para a luz que passa da água para o vidro é

$$n_{av} = \frac{n_v}{n_a} = \frac{1,50}{1,33} = 1,13.$$

13 — 7. Reflexão total

Se aplicamos a lei de Snell indistintamente a todos os casos possíveis, logo teremos complicações. Uma dificuldade aparece ao tentarmos determinar a direção do raio refratado para a luz que se propaga de um meio para outro de menor índice absoluto de refração. Por exemplo, consideremos a luz que passa do vidro, com $n = 1,50$, para o ar, sob o ângulo de incidência particular

de $41,8^\circ$. O seno deste ângulo é 0,667. O seno do ângulo de refração é dado pela lei de Snell da forma

$$\text{sen } \theta_{\text{ar}} = n_{\text{vidro}} \text{ sen } \theta_{\text{vidro}}.$$

Então

$$\text{sen } \theta_{\text{ar}} = 1,50(0,667) = 1,00.$$

Quando $\text{sen } \theta = 1$, θ vale 90° ; portanto, θ_{ar} é igual a 90° . Em outras palavras, a luz refratada emerge do vidro em direção paralela à superfície; é razante à superfície. Este ângulo de refração é o maior possível. Que acontece se um feixe incide na superfície sob um ângulo de incidência maior que $41,8^\circ$?

Tentemos montar uma experiência que nos informe o que realmente acontece. Podemos fazê-lo com o arranjo indicado na Fig. 13 — 11, no qual diversos pincéis de luz divergentes entram pela face esquerda de um prisma de vidro. Após a refração na primeira superfície, eles encontram a segunda, na parte superior do prisma, sob ângulos diferentes. Observe que os pincéis da parte direita do feixe não originam pincéis refratados; ao invés, eles são totalmente refletidos de volta para o vidro. Este fenômeno é conhecido como *reflexão total*. O menor ângulo de incidência para o qual ocorre a reflexão total é denominado *ângulo limite*. Se você medir o ângulo de incidência para os dois últimos pincéis da direita, verificará serem eles maiores que $41,8^\circ$.

Em geral, para a luz que se propaga de um meio 1 para um meio 2, como na Fig. 13 — 11, o ângulo limite no meio 1 ocorre quando $\theta_2 = 90^\circ$; então, da lei de Snell,

$$n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2,$$

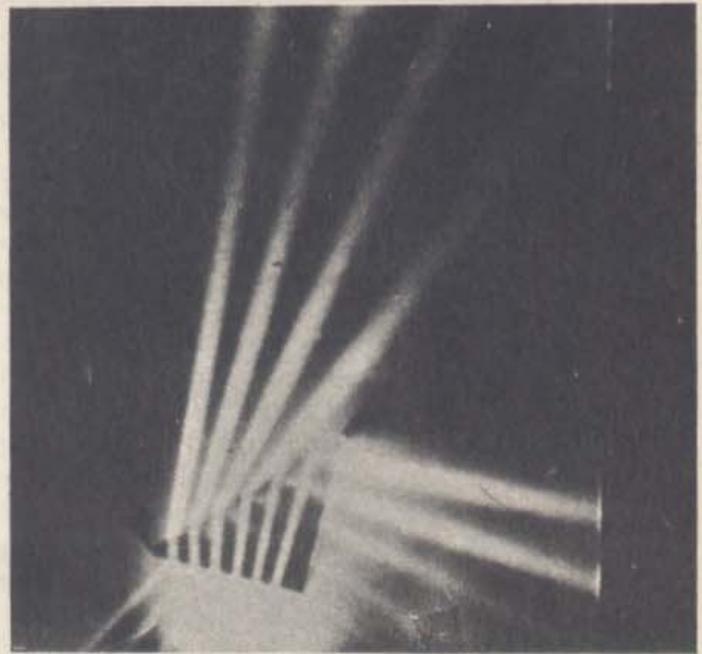
obtemos

$$n_1 \text{ sen } \theta_L = n_2;$$

$$\text{sen } \theta_L = \frac{n_2}{n_1}.$$

Evidentemente, a reflexão total só pode ocorrer quando n_1 é maior que n_2 .

Pode parecer estranho que a luz deixe repentinamente de se refratar, e se reflita totalmente ao atingir o ângulo limite. Na realidade, não há mudança súbita. Como você vê na Fig. 13 — 11, quando o ângulo de incidência aumenta, reflete-se mais luz (um feixe mais brilhante), refratando-se menos luz (um pincel mais fraco); e, aproximando-se do ângulo limite, alcançamos o ponto para o qual toda luz se reflete, e nenhuma se transmite.



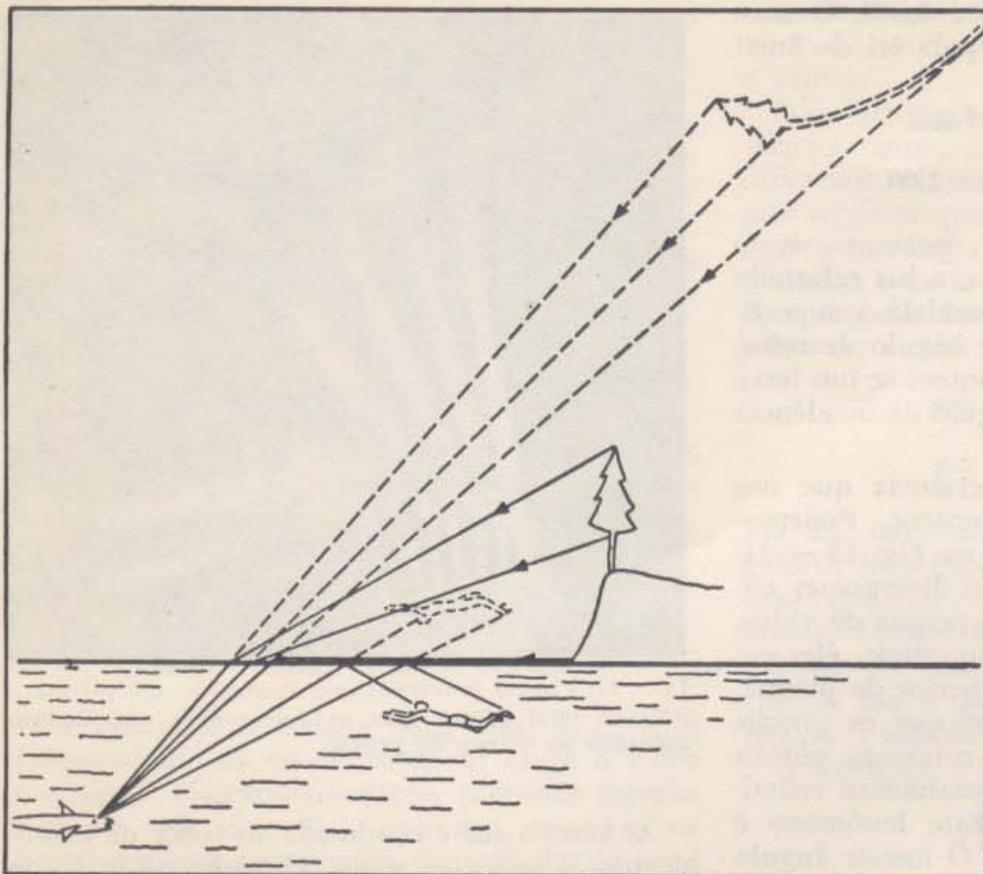
13 — 11. Pincéis luminosos que atravessam um prisma. A reflexão total ocorre para os dois pincéis que incidem próximos ao vértice do prisma.

Às vezes a luz é conduzida ao redor de cantos, devido às reflexões totais. O "tubo de luz" consiste numa barra cilíndrica de plástico transparente. A luz entra por um dos extremos da barra, quase normalmente à superfície da seção. Qualquer porção desta luz que alcançar as paredes laterais terá um ângulo de incidência maior que o ângulo limite, e, portanto, não escapará para o ar em volta. Ao invés, uma série de reflexões totais levá-la-ão ao longo da barra, e, finalmente, emergirá pelo outro extremo.

Um exemplo interessante de reflexão total pode ser visto por um peixe que olha para cima através da superfície de um lago (Fig. 13 — 12). Ele vê as árvores que estão ao redor do lago suspensas em cima em um pequeno círculo. Elas são rodeadas por um espelho que reflete um homem nadando próximo ao fundo, de tal modo que ele parece estar nadando acima da superfície.

13 — 8. Refração por prismas; dispersão

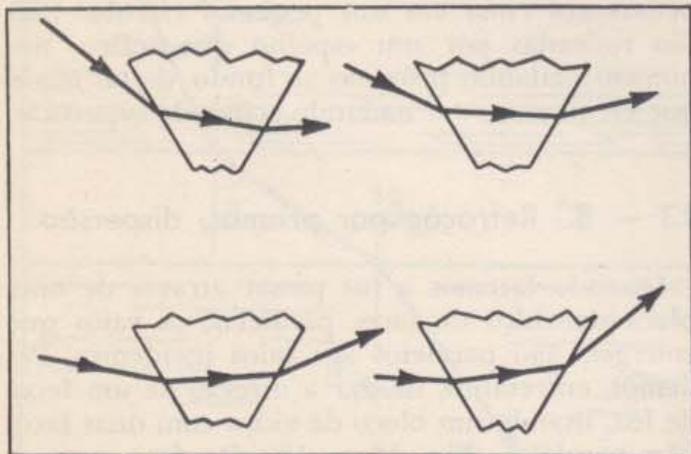
Quando fazemos a luz passar através de uma placa de vidro de faces paralelas, os raios que emergem são paralelos aos raios incidentes. Podemos, entretanto, mudar a direção de um feixe de luz, usando um bloco de vidro com duas faces não paralelas (Fig. 13 — 13). De fato, sempre que as duas faces não são paralelas, a luz emergirá numa nova direção.



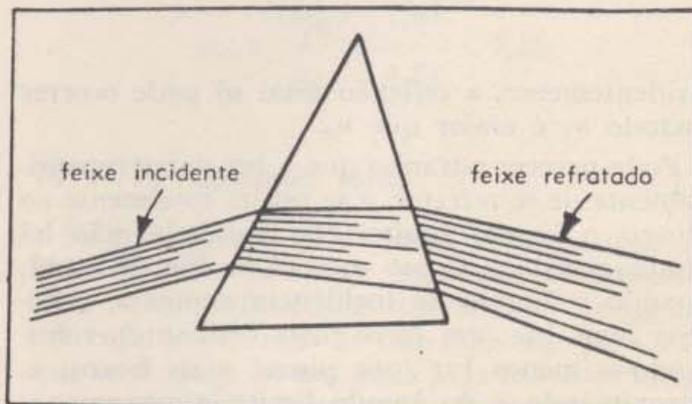
13 — 12. Efeito da refração e da reflexão total sobre as imagens vistas por um peixe. Os raios de luz que vêm da árvore parecem proceder da imagem virtual no céu. Como esta imagem está muito afastada, o peixe pode não observar que o tronco se estende a uma distância infinita. Do seu ponto de vista, ele está com suas dimensões reduzidas. O peixe dificilmente pode ver qualquer parte da terra, porque a imagem está comprimida em um ângulo muito pequeno. (As imagens do nadador e da árvore foram traçadas seguindo-se mais do que um raio para cada um dos vários pontos, tais como a copa da árvore, sua base, e assim por diante. Indica-se somente um dos raios para cada ponto).

Um exame cuidadoso mostra que o feixe ou pincel de luz que emerge de um prisma diverge ou se espalha mais do que o feixe ou pincel incidente. (Fig. 13 — 14). Para investigar este espalhamento, que não parece ser perfeitamente consistente com as leis da refração, permitiremos que a luz se propague a uma distância considerável depois do prisma, para, então, examiná-la. Usaremos um pincel incidente muito estreito de modo que o espalhamento seja grande comparado com a largura do pincel. Na Fig. 13 —

15 (a), está indicada uma disposição simples para fazê-lo. A luz proveniente de uma fonte branca distante, tal como o Sol ou uma lâmpada incandescente, passa, através de uma abertura estreita num anteparo opaco. Esta abertura produz um feixe estreito de luz. Coloca-se um anteparo a certa distância do prisma. Verifica-se que a luz que sobre ele incide não é mais "branca". Ao invés, um espectro brilhante de cores — violeta, azul, verde, amarelo, laranja, e vermelho — se espalha através do anteparo. As cores são semelhantes àquelas que vemos no arco-íris com o vermelho num dos extremos, e o violeta no



13 — 13. Mudança de direção da luz ao passar através de um bloco de vidro de faces não paralelas.



13 — 14. Feixe de luz divergente como resultado da passagem através de um prisma. A divergência está exagerada.

outro. O vermelho se desvia menos da direção inicial, e o violeta, se desvia mais.

O desvio produzido por um prisma é determinado pelo ângulo formado pelas superfícies através das quais passa a luz, pela direção de incidência na primeira face, e pelo índice de refração do prisma. Destas grandezas, a única que pode diferir para as diferentes cores da luz, é o índice de refração. Somos, pois, forçados a concluir que precisamos abandonar parte da simplicidade alcançada em nossas experiências anteriores. Após haver decidido que poderíamos descrever as propriedades refringentes de uma substância em termos de um único número, seu índice de refração, verificamos, agora, que este índice parece depender da cor da luz! Aparentemente, a luz branca é constituída de luz de diferentes cores, e um material, tal como o vidro, tem diferentes índices de refração para as diferentes cores.

Quando um feixe de luz branca incide sobre um prisma, como ilustra a Fig. 13 — 15 (b), a luz violeta é mais desviada, enquanto a luz vermelha o é menos. Ora, independentemente do modo pelo qual a luz passa entre o ar e outro meio, a lei de Snell nos diz que a mudança de direção da luz é maior quanto maior é o índice de refração do meio. Conseqüentemente, ficamos sabendo que o índice de refração do vidro é maior para a luz violeta que para a vermelha. A Tabela 4 indica a variação do índice de refração com a cor para um tipo de vidro usado em muitas lentes.

TABELA 4

Índice de refração do vidro "crown"

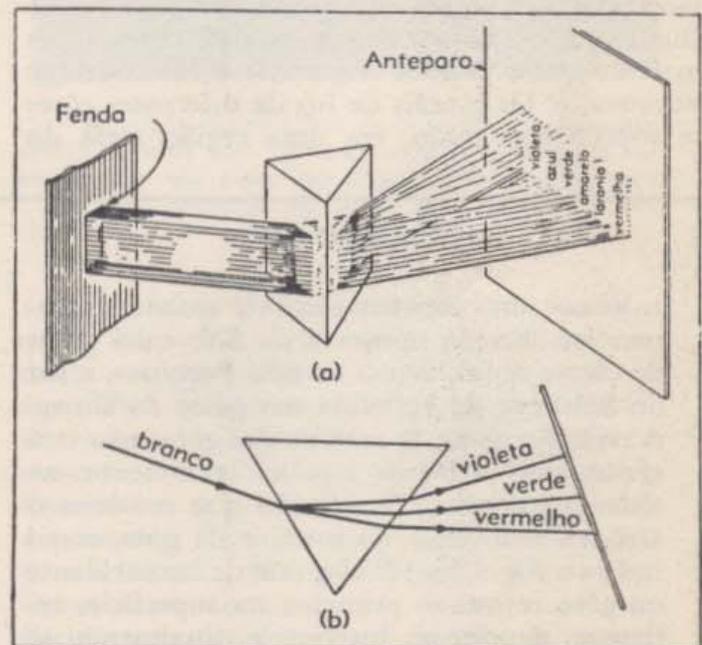
Côr:	Violeta	Azul	Verde	Amarelo	Laranja	Vermelho
Índice:	1,532	1,528	1,519	1,517	1,514	1,513

A diferença entre os índices de refração para o violeta e o vermelho, segundo vemos na tabela, é somente de 0,019, aproximadamente um por cento superior ao índice médio, que vale 1,52. Não é, pois, de surpreender que não detetamos esta pequena variação em nossas primeiras experiências, e que se pode freqüentemente obter resultados em estreita concordância com a experiência, supondo que o vidro tem um único índice de refração para todas as cores.

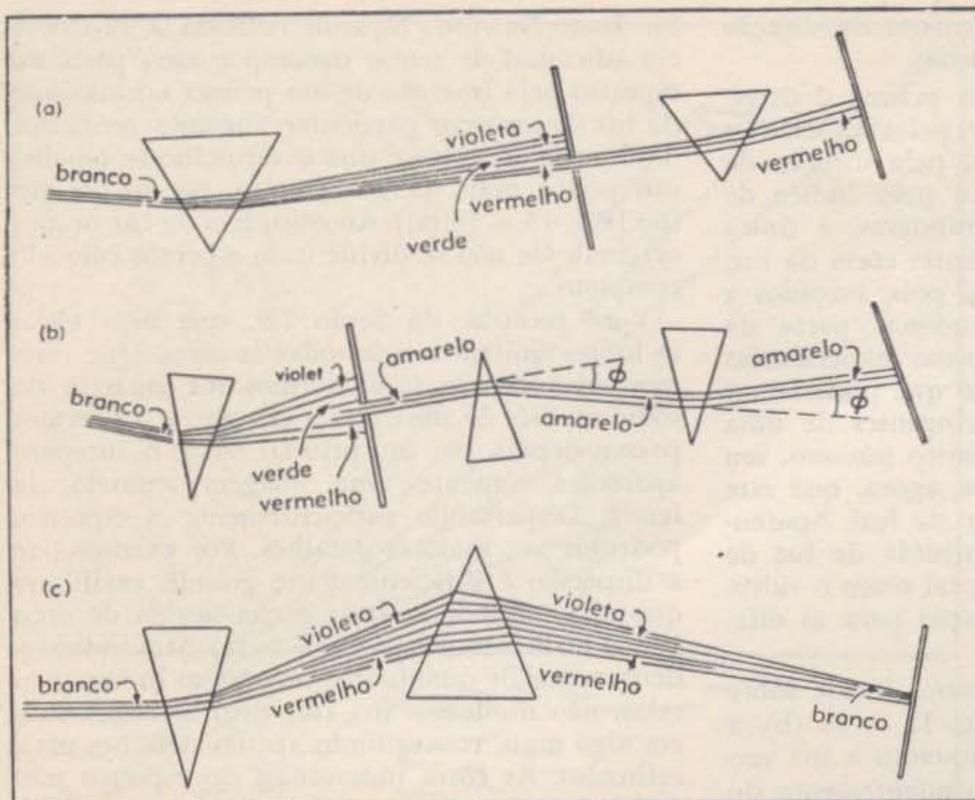
O espalhamento da luz em um espectro é denominado *dispersão*. Ela foi estudada inicialmente no século dezessete por René Descartes e

Sir Isaac Newton. Newton realizou a experiência adicional de tentar decompor uma parte do espectro pela inserção de um prisma no caminho da luz de uma cor particular, digamos vermelha. Tudo que acontece é que o vermelho se espalha um pouco mais, permanecendo, porém, vermelho [Fig. 13 — 16 (a)]. Ao contrário da luz branca original, ele não se divide num espectro colorido completo.

Você recorda, da Seção 7-9, que nem todas as fontes emitem luz de todas as cores. Que veremos no anteparo se enviarmos luz amarela do sódio através de uma fenda estreita, e a fizermos passar, depois, por um prisma? Sobre o anteparo aparecerá somente uma imagem amarela da fenda. Dispersando suficientemente o espectro, podemos ver maiores detalhes. Por exemplo, se a dispersão é suficientemente grande, verifica-se que esta imagem amarela é constituída de duas linhas brilhantes (Veja Fig. 7 — 11). Mas independentemente de quanto dispersamos as linhas amarelas, não mudamos sua cor, nem as resolvemos em algo mais, conseguindo apenas detalhes mais refinados. As cores individuais do espectro não podem ser decompostas; elas são simples e básicas ao contrário da luz branca. A luz amarela de um espectro desviar-se-á sempre do mesmo modo ao passar através de um prisma. Ela se desviará menos que o verde, e mais que o vermelho [Fig. 13 — 16 (b)], independentemente de quantos prismas usamos. Um daltônico pode valer-se do desvio para identificar a espécie de luz observada.



13 — 15. Dispersão da luz branca em um espectro colorido, por meio de um prisma.



13 — 16. Experiências com um prisma. (a) A luz de uma só cor espectral permanece da mesma cor após análise com um prisma. (b) A luz de uma só cor espectral se desvia sempre do mesmo ângulo ao passar por trajetórias semelhantes, através de prismas idênticos. (c) As cores espectrais se combinam para formar a luz branca.

Nossas conclusões são apoiadas por uma outra experiência de Newton que prova que a luz branca é uma combinação de muitas cores. Ele recombinou o espectro para formar luz branca. Podemos fazer esta experiência decompondo um feixe estreito em um espectro, mediante um prisma, e situando depois um segundo prisma no espectro, com um ângulo maior entre suas faces [Fig. 13 — 16 (c)]. Devido a seu maior ângulo, este prisma desvia as diferentes cores mais do que o prisma original, e a luz converge novamente. Os pincéis de luz de diferentes cores se sobrepõem, então, em uma região atrás do

segundo prisma, e nesta região a luz sobre um anteparo aparece novamente branca. Isto foi o que Newton verificou, e que você pode verificar também, se repetir sua experiência com dois prismas de vidro ou de plástico.

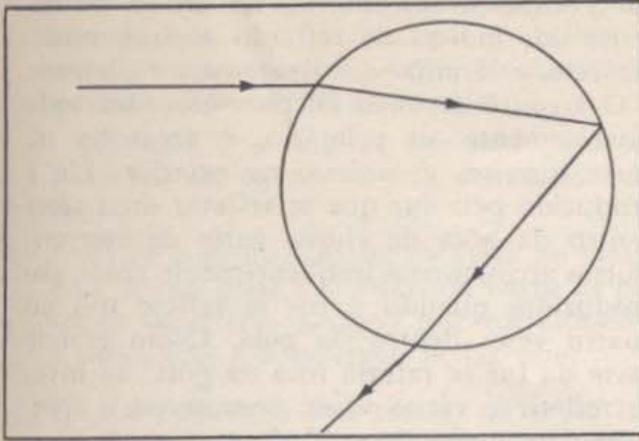
A semelhança entre o espectro obtido com um prisma e o espectro do arco-íris sugere que o arco-íris é produzido pela refração e dispersão da luz. Descartes seguiu esta sugestão, e encontrou, deste modo, uma explicação do aparecimento do arco-íris. Esta explicação é discutida a seguir.

O ARCO-ÍRIS

Vemos um arco-íris somente quando olhamos em direção oposta à do Sol, e há gotas de chuva no ar, acima de nós. Portanto, a luz do Sol deve ser refletida nas gotas de chuva. A reflexão na parte externa das gotas não terá efeito, pois a luz se espalha igualmente em todas as direções. A reflexão que ocasiona o arco-íris tem lugar no interior da gota, como indica a Fig. 13 — 17. Um raio de luz incidente na gota refrata-se primeiro na superfície, reflete-se, depois, no interior, e, finalmente, se refrata de novo para dar o raio emergente.

Podemos usar a geometria para determinar a direção deste raio emergente, e valer-se da lei de Snell para calcular os ângulos.

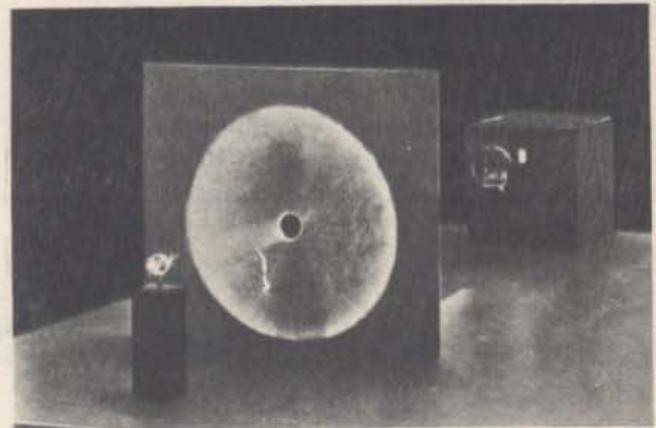
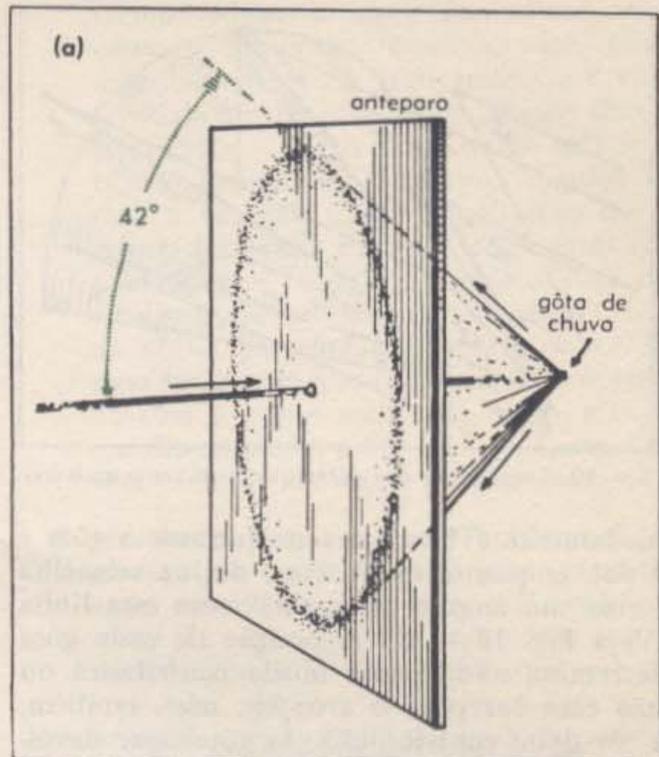
A direção dos raios emergentes depende dos raios solares. Mesmo se os raios são paralelos ao atingir a gota, eles incidem sobre uma superfície curva, e, portanto, os ângulos de incidência variam em um amplo intervalo. Poderíamos imaginar que, após a reflexão e a refração, os raios emergentes espalhar-se-iam em um intervalo semelhante, não sendo visível nenhum arco-íris. Mas, quando construímos o traçado de um certo número de raios que passam através de uma gota, chegamos a



13 — 17. Seção transversal de uma gota de chuva ampliada.

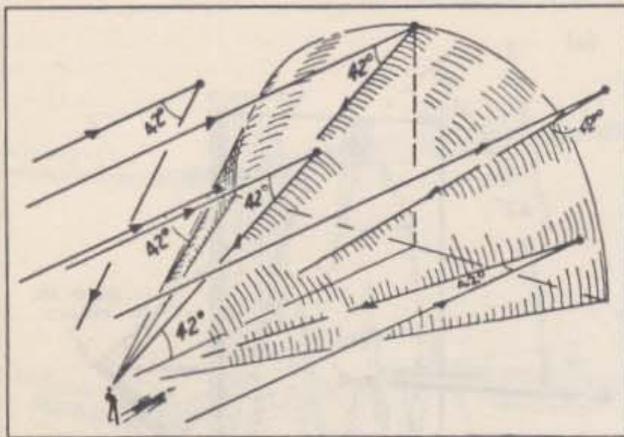
um resultado muito interessante: quase toda a luz que re-emerge, após uma reflexão, sai formando um ângulo de aproximadamente 42° com a direção do Sol (Fig. 13 — 18). O número de raios refletidos que emergirão sob aproximadamente este ângulo é muito superior ao verificado para qualquer outro ângulo. Você pode mostrar este efeito experimentalmente fazendo incidir um feixe intenso de luz paralela sobre uma esfera refringente, e observando que a luz, refletida uma vez no interior, emerge concentrada ao longo da superfície de um cone invertido.

Uma gota somente pode enviar uma quantidade apreciável de luz ao olho, quando o ângulo formado pelo raio que parte da gota para o olho e o raio proveniente do Sol para a gota, é de aproximadamente 42° . Portanto, somente aquelas gotas que ocupam determinadas posições no ar podem intervir na formação do arco-íris. As posições possíveis de tais gotas estão indicadas na Fig. 13 — 19. Elas ficam todas próximas da superfície de um cone que tem seu vértice no olho, e cujo eixo é uma linha que passa pelo olho numa direção paralela aos raios solares. Observe também que os raios de luz que alcançam o olho, provenientes de somente uma gota, são paralelos, de modo que a luz parece vir de uma fonte muito distante. Então, vê-se um anel de luz que parece vir de muito longe. As linhas traçadas a partir dos extremos de um diâmetro deste círculo até o olho, formarão um ângulo de $2 \times 42^\circ = 84^\circ$. Verifica-se, realmente, que isto é verdadeiro para todos os arco-íris primários.



13 — 18. (a) A maior parte da luz refletida uma vez dentro de uma gota de chuva emerge segundo a superfície de um cone. (b) Experiência para mostrar a luz que re-emerge de uma "gota de chuva" de vidro.

Então, como podem ser explicadas as várias cores, que constituem o fato mais surpreendente no arco-íris? Se o índice de refração da água fosse independente da cor — isto é, se não houvesse dispersão — o arco-íris apareceria como uma faixa brilhante de luz branca. Entretanto, o índice de refração da água não é constante. Ele vale aproximadamente 1,333 para a luz vermelha e 1,346 para a luz violeta. Conseqüentemente, o cone de luz violeta refletida uma vez, forma um ângulo de aproxi-

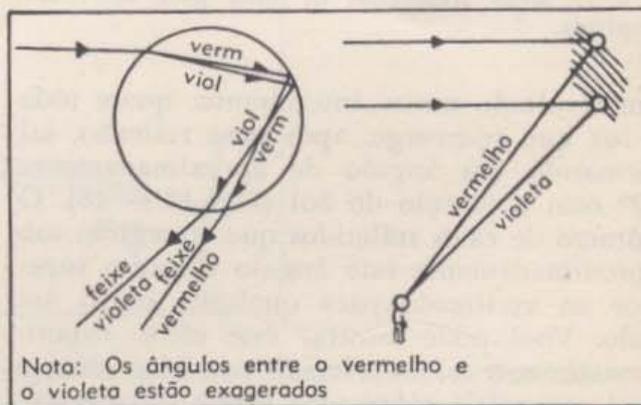


13 - 19. Localização das gotas que formam o arco-íris.

madamente 41° com a reta que une a gota e o Sol, enquanto que o cone de luz vermelha forma um ângulo de uns 43° com esta linha (Veja Fig. 13 - 20) A posição de cada gota determina não apenas se ela contribuirá ou não com luz para o arco-íris, mas, também, a cor desta contribuição. As gotas que devolvem luz vermelha ao nosso olho ficam em um cone que tem um ângulo maior que as que devolvem luz violeta. Dêste modo, o arco-íris primário deve apresentar a luz violeta na parte interior do arco, e a luz vermelha na parte exterior. As outras cores devem aparecer

em posição intermediária, na ordem decrescente dos índices de refração — azul, verde, amarelo, e laranja — e isso ocorre realmente.

O arco-íris secundário, por vêzes observado exteriormente ao primário, é vermelho na parte interior, e violeta, na exterior. Ele é produzido pela luz que se refletiu duas vêzes dentro da gota de chuva antes de emergir. Outros arcos, menos freqüentemente vistos, são produzidos quando a luz se reflete três ou quatro vêzes dentro da gota. Como grande parte da luz se refrata fora da gota, ao invés de refletir-se várias vêzes, êsses arco-íris apresentam pequena intensidade.



13 - 20. Formação de cores no arco-íris.

PARA CASA, CLASSE, E LABORATÓRIO

1. Pode você dar uma razão pela qual o raio incidente, o raio refratado, e a normal, devem estar todos no mesmo plano? Pode você imaginar um material no qual isto não seria verdadeiro?
2. (a) Quais são os senos dos seguintes ângulos: 4° , 30° , 45° , 60° , 73° , $17,8^\circ$, $37,3^\circ$, e 90° ?
(b) Quais são os ângulos correspondentes aos seguintes senos: 0,1045, 0,0000, 0,3090, 0,8660, 1,0000, 0,5000, 0,5225, 0,9636?
(c) Represente gráficamente $\sin i$ em função de i , de 0° a 90° .
3. Um tanque retangular de 8 cm de profundidade está cheio de água. Um raio de luz entra pela superfície superior da água em um ponto que justamente toca a parede lateral do tanque. Após a refração, êle incide

sobre um ponto do fundo do tanque, a 3 cm da mesma parede lateral.

(a) Qual é o seno do ângulo de refração? Qual é o ângulo de refração?

(b) Qual é o seno do ângulo de incidência? Qual é o ângulo de incidência?

(c) Suponha que o mesmo tanque estivesse cheio de um outro líquido, e você verificasse que para o raio de luz se refratar de modo a incidir no mesmo ponto, a 3 cm da parede, o ângulo de incidência tivesse que ser 31 graus. Qual é o índice de refração do líquido?

4. Um pincel estreito de luz entra pela superfície superior da água num aquário retangular, sob um ângulo de incidência de 40° . O pincel refratado continua até o fundo do

tanque, incidindo sobre um espelho plano situado horizontalmente, que o reflete de novo para a superfície, sendo ele novamente refratado ao emergir para o ar.

(a) Qual é o ângulo formado pelo raio incidente na água e o raio refratado emergente?

(b) Se a profundidade da água no tanque é de 10 cm, qual é a distância entre os pontos da superfície da água que correspondem à incidência e à emergência do raio?

5. Faça um desenho (em escala) da seção lateral de um aquário com água a 12 cm de profundidade. Partindo de um único ponto do fundo, trace duas linhas para cima, uma vertical e outra que forma um ângulo de 5° com a vertical. Suponha que elas representem dois raios luminosos que partem do ponto. Determine as direções nas quais se propagarão os raios refratados acima da superfície da água, trace então estes raios, e prolongue-os em sentido oposto, no interior da água, até que eles se interceptem.

(a) A que profundidade parece estar o fundo do tanque se você olha normalmente através da água? Isto ajuda a explicar o fenômeno apresentado na Fig. 11 — 2 (a)?

(b) Divida a profundidade aparente pela profundidade real, e compare o resultado com o índice de refração da água.

6. Uma pessoa que olha para dentro do aquário descrito no Problema 5, vê uma luz procedente do fundo. A luz que alcança seus olhos propaga-se numa direção que forma um ângulo de 45° com a vertical.

(a) Que ângulo com a vertical formava a luz ao se propagar na água?

(b) Faça um esquema, como o do Problema 5, mostrando a trajetória do raio. Trace, então, outro raio de luz a partir do ponto do qual procede o primeiro raio, mas formando com a vertical um ângulo 5° menor que o primeiro raio. Calcule e trace a trajetória deste raio acima da água.

(c) A que profundidade parece estar o fundo visto pela pessoa que olha para dentro do aquário?

7. Mergulha-se uma régua num tanque de água. Ela forma um ângulo de 30° com a superfície horizontal da água, e seu ponto médio está justamente na superfície. Suponha que seu olho está situado diretamente acima do ex-

tremo submerso da régua. Para verificar como a régua aparecerá a você, faça um desenho em escala indicando uma vista lateral da régua e da água. Trace dois raios para cima, a partir do extremo submerso da régua, formando, cada um, ângulos de 30° com a vertical. Calcule a direção dos raios refratados acima da água, trace estes raios, e prolongue-os em sentido oposto, para dentro da água, até que se interceptem. O extremo da régua parecerá estar neste ponto. Trace uma linha que une o ponto assim determinado com o ponto médio da régua, e compare seu desenho com a Fig. 11 — 1. Como explica você a ilusão da régua parecer quebrada?

8. Nas instruções dadas no Problema 7, suponha-se que a porção da régua submersa na água pareceria reta, e que a posição aparente da régua poderia, portanto, ser determinada traçando uma linha reta que ligasse a posição aparente do extremo com o ponto no qual a régua entra na água. Supondo que seus olhos estavam 60 cm acima da superfície da água, na vertical que passa pelo extremo submerso, pode você idealizar um modo de determinar onde pareceria estar um ponto da régua a 20 cm do extremo submerso? Caso positivo, você poderia verificar a precisão da suposição. Não se dê ao trabalho de fazer um desenho em escala com este propósito. Ao invés, faça um esboço simples, e descreva o processo que usaria.

9. A luz procedente do Sol que se põe propaga-se através da atmosfera da Terra segundo uma trajetória curva, até seu olho, de modo que o Sol parece mais alto, no céu, do que realmente está. Como você explica isto? Ilustre sua resposta com um diagrama.

10. Prepare-se para discutir porque, virando de cabeça para baixo a Fig. 13 — 8, você tem um modo de provar a reversibilidade das trajetórias luminosas.

11. Se o índice *relativo* da luz que passa do vidro para o diamante é 1,61, e o índice *absoluto* do vidro é 1,50, qual é o índice *absoluto* do diamante?

12. Se o índice relativo da luz que vai do ácido oleico para a água é 0,91, e o índice da água é 1,33, qual é o índice do ácido oleico?

13. Olhando por uma face de um bloco quadrado de vidro é impossível ver além da face adjacente. Ela parece ser um espelho.

Usando seus conhecimentos de geometria e o conceito de ângulo limite, prove que isto deve ser verdadeiro.

14. Verte-se dissulfeto de carbono (índice de refração igual a 1,63) em um recipiente de grande diâmetro até uma profundidade de 10,0 cm. No centro do fundo do recipiente há uma fonte muito pequena de luz.

(a) Calcule a área da superfície do dissulfeto de carbono, através da qual passa a luz.

(b) Qual é a maior distância percorrida no dissulfeto de carbono por um raio que emerge da superfície?

15. * Como projeto para casa, use uma caixa plástica semicircular, (veja Experiência II-3, no Guia de Laboratório) para medir o ângulo limite da água.

16. O índice de refração absoluto do cloreto de sódio é 1,54, e o índice de refração relativo da luz que passa do fluoreto de sódio para o cloreto de sódio é 1,15. Qual é

- (a) o índice absoluto do fluoreto de sódio?
(b) o ângulo limite do cloreto de sódio?
(c) o ângulo limite entre os dois sais?

17. Que verá você ao olhar para um pedaço de quartzo fundido submerso em ácido oléico (recorra à Tabela 3)?

18. Acrescentamos 5 cm de água ao recipiente considerado no Problema 14. (A água não se misturará com o dissulfeto de carbono, mas flutuará sobre ele).

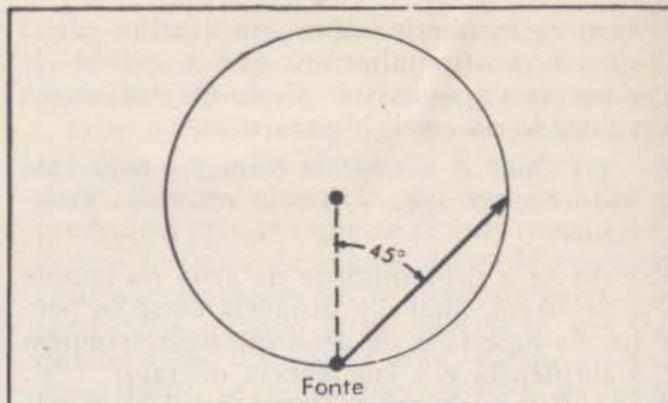
(a) Isto aumenta ou diminui a área do cone de luz, quando esta emerge do dissulfeto para a água?

(b) Calcule o ângulo limite na superfície entre o dissulfeto de carbono e a água.

19. Uma fonte de luz situada em um recipiente cilíndrico de vidro que contém dicloreto de carbono (C_2Cl_4 ; $n = 1,50$), envia um pincel de luz de um ponto da circunferência. O pincel é paralelo ao fundo, e forma um ângulo de 45° com o raio. (Veja Fig. 13 - 21). Qual será a trajetória da luz?

20. Demonstre que o ângulo do cone de raios que alcançam o peixe, provenientes de cima da água, é de aproximadamente 98° (Veja Fig. 13 - 12).

21. Pode-se dispor dissulfeto de carbono, água, e querosene em camadas separadas, nesta



13 - 21. Para o Problema 19.

ordem, pois eles não se misturam. Um recipiente que contém estes três líquidos em camadas de igual espessura tem no seu fundo uma fonte de luz que projeta um pincel de luz para cima, através dos líquidos, formando inicialmente um ângulo de 5° com a vertical.

(a) Calcule o ângulo de refração do raio ao emergir finalmente do querosene.

(b) Poderia um pincel de luz se propagar ao longo da mesma trajetória, em sentido inverso, do querosene para a água e para o dissulfeto de carbono?

(c) Suponha que o cilindro foi cheio somente com água. Como se compararia o ângulo de refração do raio emergente neste caso com o ângulo calculado anteriormente?

22. Um raio de luz incide sobre um prisma triangular, perpendicularmente a uma face, e emerge pela face oposta. As faces do prisma formam um ângulo de 30° , e o índice de refração do prisma é 1,50. Qual será o ângulo de desvio da luz ao atravessar o prisma?
23. Se o prisma do Problema 22 fôsse equilátero, qual seria o ângulo de desvio da luz?

LEITURA COMPLEMENTAR

CROMBIE, A. C., "Descartes". *Scientific American*, Outubro, 1959. A vida e o trabalho do filósofo francês, cujo estudo do comportamento da luz foi somente uma parte de sua contribuição à ciência.

NEWTON, SIR ISAAC, *Moments of Discovery*. Editado por G. Schwartz e P. Bishop, Basic Books, 1958. Relato do próprio Newton sobre sua demonstração da natureza composta da luz branca, mediante o uso de prismas (pág. 303).

NEWTON, SIR ISAAC, *Opticks, or a Treatise of the Reflections, Refractions, Inflections & Colours of Light*. Baseada na Quarta Edição de 1730; Dover, 1952.

LENTES E INSTRUMENTOS ÓPTICOS

CAPÍTULO 14

Os instrumentos ópticos — câmaras fotográficas, projetores, telescópios, e microscópios — são usualmente feitos com lentes, isto é, com peças de materiais refringentes, que convergem ou divergem a luz, de acordo com o nosso objetivo. Existe toda uma indústria dedicada a projetar e produzir tais instrumentos ou seus componentes. Todos estes instrumentos são compreendidos e projetados em termos da lei de Snell. O campo todo de aplicações repousa no resumo simples da refração ao qual chegamos no capítulo anterior, $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$. A maior parte da tecnologia óptica se origina deste pequeno setor da física.

Neste capítulo, aprenderemos como as leis da refração se relacionam com a construção de lentes e dos sistemas ópticos. Está, entretanto, além do propósito deste capítulo um tratamento extenso do planejamento de sistemas ópticos.

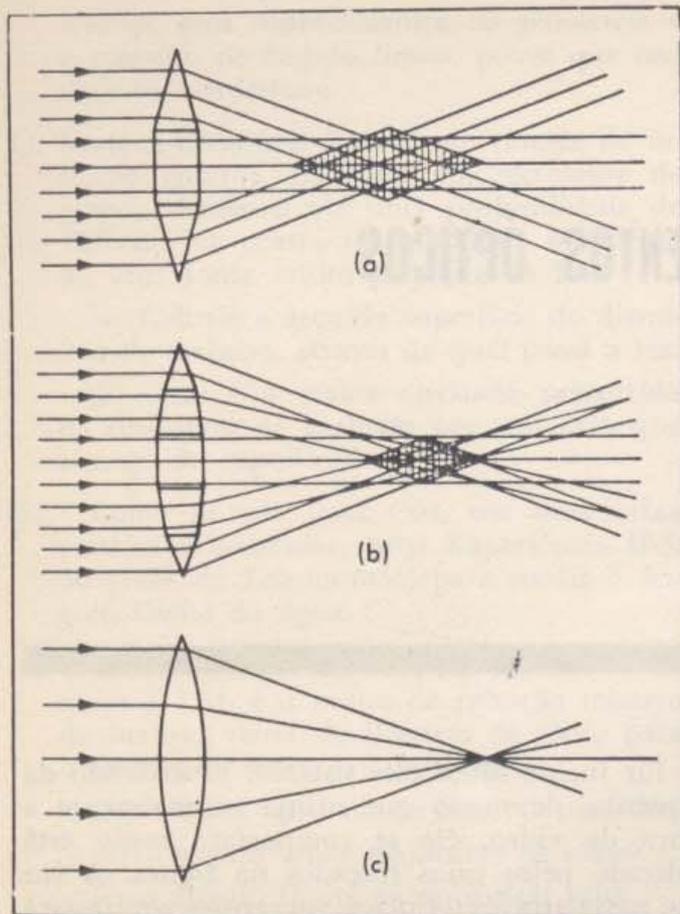
14 — 1. Convergência da luz por um conjunto de prismas

Vimos no Capítulo 12 que poderíamos controlar e re-dirigir feixes de luz mediante espelhos curvos. Os dispositivos que podem realizar finalidades semelhantes através de refração, em lugar de reflexão, denominam-se lentes. Para compreender como funciona uma lente, examinemos o comportamento da luz que passa através da combinação de uma placa de vidro de faces paralelas e de dois prismas triangulares, como indica a Fig. 14 — 1 (a). Se um feixe paralelo

de luz incide sobre este sistema, procedendo da esquerda, de modo que atinja normalmente a placa de vidro, ele se comportará como está indicado pelos raios traçados na figura. A luz que passa através da placa, no centro, continuará ao longo de sua direção original, pois o ângulo de incidência é 0° . A luz que incide no prisma superior desviar-se-á para baixo, dependendo o valor do desvio do ângulo de abertura do prisma e de seu índice de refração. Semelhantemente, a luz que incide sobre o prisma inferior, desviar-se-á para cima. Como resultado, há uma região, que aparece sombreada na figura, através da qual passa quase toda a luz que incide na placa e nos prismas.

A convergência de um feixe paralelo de luz em uma região limitada, através deste sistema, lembra a convergência de um feixe semelhante por meio de uma série de espelhos (Veja Seção 12-6). Quando trabalhamos com espelhos, diminuímos o tamanho da região na qual a luz converge, usando um número crescente de espelhos, cada um menor que o precedente. Tentemos, agora, o mesmo esquema. A Fig. 14-1 (b) mostra partes da placa central e dos dois prismas removidas e substituídas por pedaços de outros prismas. O tamanho da região sombreada é nitidamente menor que antes.

Se continuamos o processo de remover partes dos prismas, substituindo-as por seções de menor ângulo de abertura, aproximaremos cada vez mais de um pedaço de vidro com superfície regularmente curva, como indica a Fig. 14 — 1 (c). Este dispositivo constitui o limite de aproxima-



14 - 1. Construção de uma lente pelo processo de subdivisão de seções prismáticas.

ção atingido, à medida que aumentamos indefinidamente o número de prismas, do mesmo modo que o espelho parabólico da Fig. 12 - 16 era o limite do qual nos aproximávamos quando usávamos uma série crescente de espelhos planos para convergir luz paralela. Na Fig. 14 - 2, nós realmente efetuamos a construção indicada na Fig. 14 - 1. A lente obtida pelo processo que esboçamos, converge toda a luz paralela que sobre ela incide em uma linha, como indica a Fig. 14 - 3.

14 - 2. Lentes

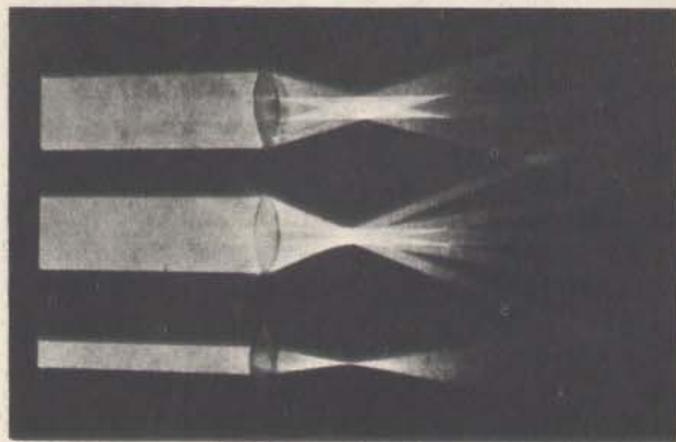
O dispositivo que acabamos de construir é denominado lente cilíndrica. Observe que não demos nenhuma definição das superfícies da lente, com exceção de que elas são obtidas aumentando indefinidamente o número de seções prismáticas usadas para convergir a luz. É possível mostrar que estas superfícies são, muito aproximadamente, cilindros circulares. Em outras palavras, as linhas que representam as superfícies na Fig. 14 - 1 (c) são arcos de circunferência.

As diferenças entre as superfícies ideais e as superfícies dos cilindros circulares são desprezíveis, sempre que tanto a largura da lente como sua espessura máxima são consideravelmente menores que a distância da lente à linha de convergência da luz paralela.

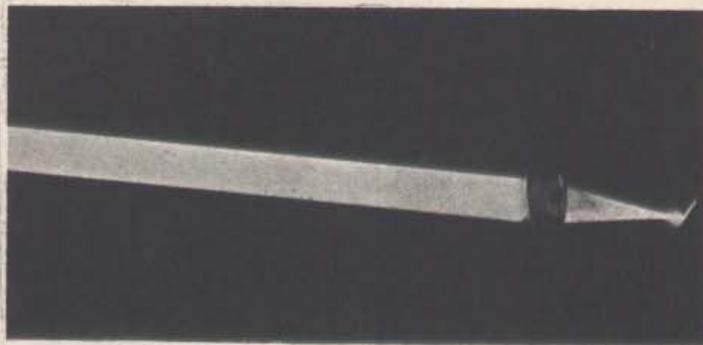
As lentes cilíndricas focalizam a luz de uma fonte pontual distante ao longo de uma linha. Para a maioria das finalidades, preferimos que a luz proveniente de uma fonte puntiforme seja focalizada em um ponto. Efetua-se esta focalização construindo uma lente cujas superfícies se curvem igualmente em todas as direções. Tais superfícies são porções de esferas. Quase todas as lentes são limitadas por duas superfícies esféricas.

A linha que passa pelo centro da lente e na qual se localizam os centros das duas esferas, se denomina *eixo* da lente. O ponto deste eixo onde se focalizam ou convergem os raios paralelos incidentes, constitui o *foco principal*, F . A distância do foco principal ao centro da lente é conhecida como *distância focal*, f .

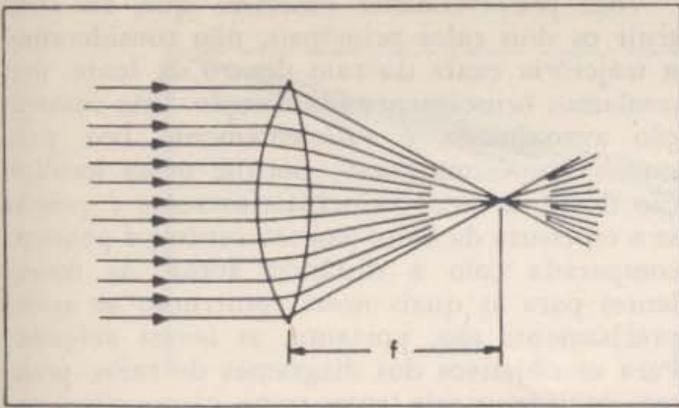
As duas superfícies de uma lente não têm sempre o mesmo raio. Por exemplo, a lente in-



14 - 2. As experiências esquematizadas na Fig. 14 - 1



14 - 3. Convergência de luz por uma lente cilíndrica semelhante à apresentada na Fig. 14 - 1. Observe que a luz é focalizada ao longo de uma linha.



14 - 4. Lente com superfícies de raios diferentes.

dicada na Fig. 14 - 4 tem uma superfície esférica de raio muito maior no seu limite à direita, que à esquerda.

Se uma lente é delgada em comparação com sua distância focal, não faz diferença em que face da lente incide a luz: a distância focal é sempre a mesma. Esta simetria é óbvia se a lente é ela própria simétrica. Mostra-se facilmente que isto é verdadeiro para tôdas as lentes delgadas mediante uma experiência na qual se usa uma lente para focalizar os raios paralelos do Sol em um ponto sobre um pedaço de papel ou cartolina. Se, então, se inverte a lente, o foco se apresenta à mesma distância da lente (Fig. 14 - 5).

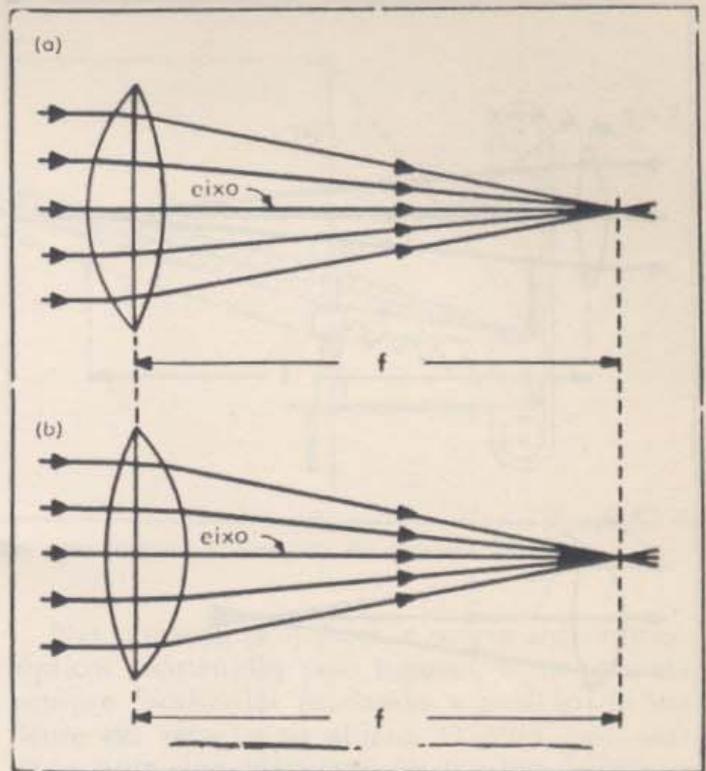
Este resultado é também previsto por uma aplicação detalhada da lei de Snell, a partir da qual encontramos

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

onde R_1 e R_2 são os raios das superfícies esféricas opostas*. Vemos que permutando R_1 e R_2 , o que equivale a dar uma volta à lente, não se altera o valor calculado para f .

Podemos ver, também, nesta equação, que quando R_1 e R_2 são pequenos, a lente terá uma distância focal pequena. Isto vem ilustrado na Fig. 14 - 6, onde vemos que as trajetórias dos raios luminosos através da lente em (b) se inclinam mais agudamente do que em (a), de modo a ser menor a distância focal.

* Não daremos aqui a demonstração desta fórmula dos "fabricantes de lentes". Apesar de não envolver nenhum novo conhecimento de física, esta demonstração é uma trabalhosa aplicação de operações trigonométricas e da lei de Snell. Mais tarde, entretanto, poderemos usar os resultados de estudos posteriores para obter a fórmula de um modo mais fácil. Ela é, então, discutida no final da Parte II.

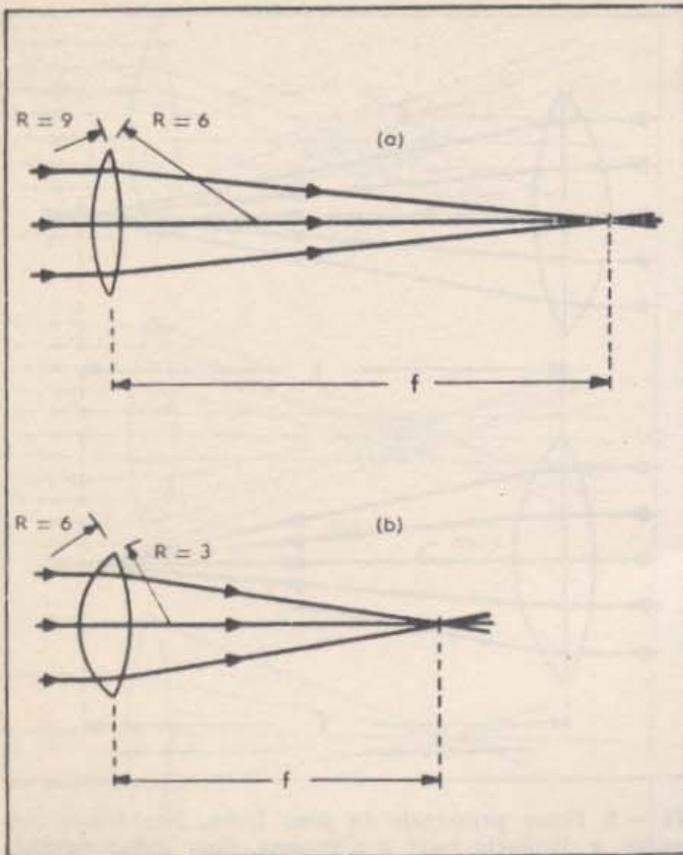


14 - 5. Focos principais de uma lente. Nas lentes delgadas, a distância focal é a mesma, quer a luz paralela incida sobre a face de menor raio (a) ou de maior raio (b).

14 - 3. Imagens reais formadas por Lentes

Até agora concentramos nossa atenção na focalização da luz por uma lente para o caso em que a luz procede de um objeto muito distante. No uso prático das lentes, interessa-nos geralmente a luz que procede de objetos próximos, e todos nós sabemos que as lentes formam imagens de tais objetos. Podemos localizar as imagens com a ajuda do conhecimento que adquirimos sobre o comportamento de raios inicialmente paralelos.

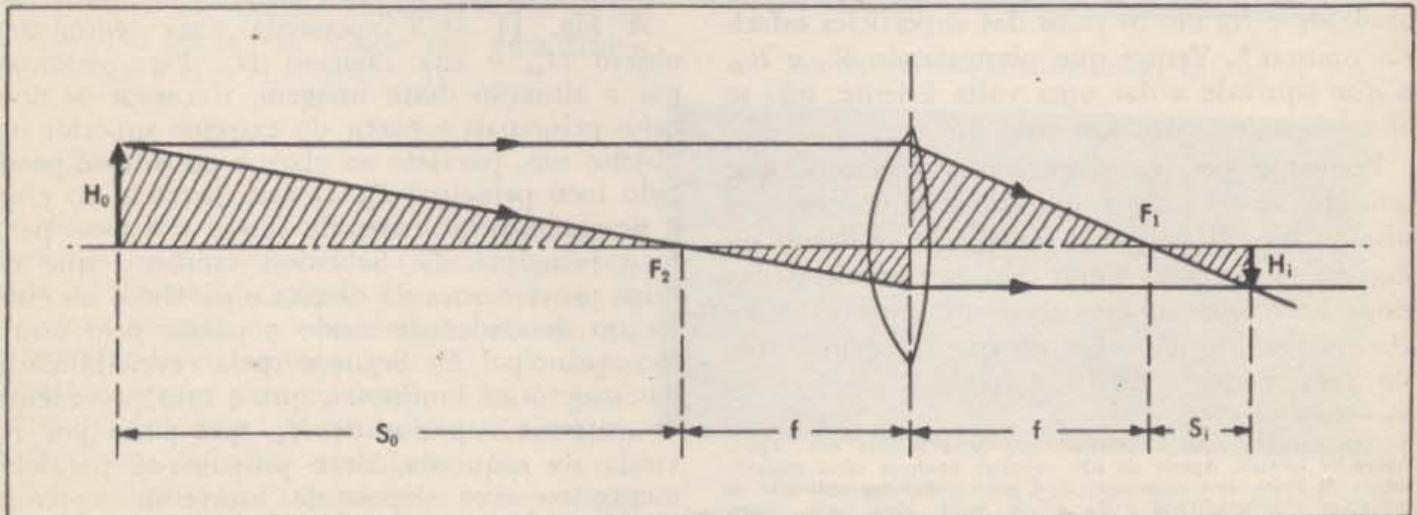
A Fig. 14 - 7 apresenta uma lente, um objeto H_o , e sua imagem H_i . Para determinar a situação desta imagem, traçamos os dois raios principais a partir do extremo superior do objeto: um, paralelo ao eixo, e outro que passa pelo foco principal F_2 . O raio paralelo ao eixo é desviado pela lente, de modo a passar pelo foco principal F_1 . Sabemos, também, que os raios provenientes da direita e paralelos ao eixo seriam desviados de modo a passar pelo outro foco principal F_2 . Segue-se, pela reversibilidade das trajetórias luminosas, que o raio procedente do extremo superior de H_o , que passa por F_2 vindo da esquerda, deve propagar-se paralelamente ao eixo depois de atravessar a lente. Todos os raios que partem da parte superior de H_o convergirão muito próximos ao ponto no



14 - 6. Quanto menor é o raio da superfície de uma lente, tanto menor é a distância focal.

qual estes dois raios desviados se interceptam. Este ponto é, portanto, a imagem real do extremo superior de H_o .

Poderíamos ter escolhido qualquer outro ponto do objeto e localizar sua imagem do mesmo modo. Se tivéssemos feito isto para um certo número de pontos, verificaríamos que a imagem, H_i , se situa ao longo da linha indicada na figura.



14 - 7. Formação de uma imagem real por uma lente convergente.

Você provavelmente observou que, ao construir os dois raios principais, não consideramos a trajetória exata do raio dentro da lente, mas mudamos bruscamente sua direção. Esta construção aproximada é suficientemente boa para nossos propósitos atuais, porque nossa localização dos dois focos principais somente é precisa se a espessura da lente (em seu centro) é pequena comparada com a distância focal. As únicas lentes para as quais nossa construção se aplica precisamente são, portanto, as *lentes delgadas*. Para os objetivos dos diagramas de raios, podemos considerar tais lentes como placas circulares perpendiculares ao eixo.

As lentes convexas, tal como os espelhos parabólicos, focalizam os raios paralelos em um ponto. As lentes, portanto, obedecem à mesma equação que relaciona a distância imagem, a distância focal, e a distância objeto nos espelhos:

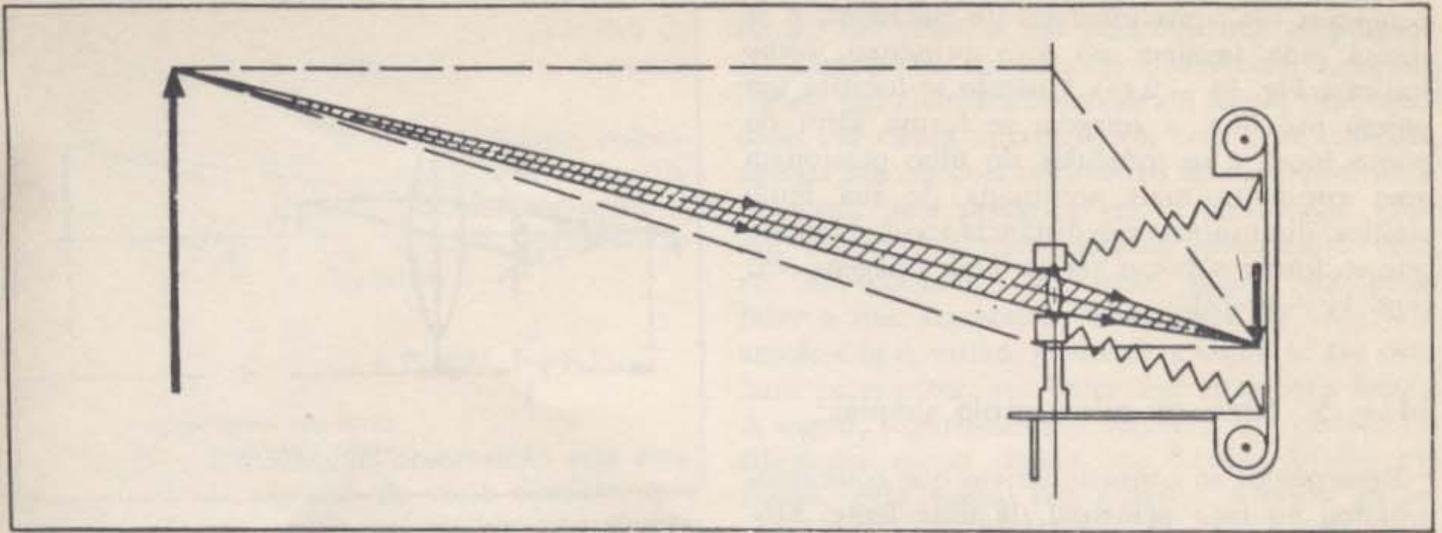
$$S_i S_o = f^2.$$

A demonstração desta equação no caso de lentes convexas é a mesma que para os espelhos (Seção 12 - 9). Como lá, usamos os triângulos semelhantes sombreados, formados pelos raios principais, como indica a Fig. 14 - 7. Considerando primeiro os triângulos semelhantes sombreados à esquerda da lente, vemos que $H_i/H_o = f/S_o$. Os triângulos sombreados à direita da lente dão $H_i/H_o = S_i/f$. Combinando as duas equações, temos

$$S_o S_i = f^2.$$

14 - 4. Câmara fotográfica, projetor, e olho

Obtenha uma imagem do Sol com uma lente convexa. Como o Sol está muito distante, a ima-



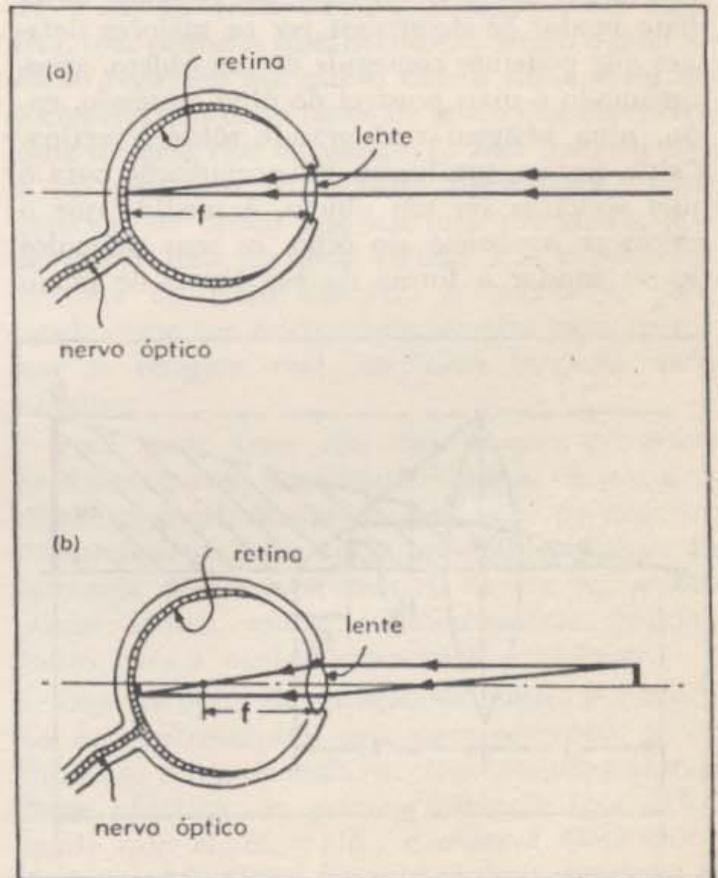
14 - 8. Câmera fotográfica. Estão indicados os raios de luz que formam a imagem do extremo da flecha.

gem se forma praticamente no foco principal, e você pode vê-la, ali, sobre um pedaço de papel. As imagens de objetos mais próximos se situam além do foco principal, e, para recolhê-las sobre papel ou filme fotográfico, temos que alterar a distância entre a lente e o filme. Para construir uma câmera fotográfica, usamos geralmente uma caixa hermética à luz, com um sistema de fole que nos permite movimentar a lente. Regulando o comprimento do fole, podemos obter uma imagem definida sobre o filme fotográfico. Em algumas câmaras podemos colocar uma placa de vidro fôsko na posição em que se situa posteriormente o filme. Podemos, então, ver a imagem diretamente, e focalizar precisamente o objeto particular que queremos fotografar (Fig. 14 - 8).

Quando o objeto está a uma distância da lente, superior ao dôbro de sua distância focal, de modo que S_o é mais que f , o tamanho da imagem é menor que o do objeto, como indica a relação $H_i/H_o = f/S_o$. Quando um pequeno objeto é aproximado do foco principal, a imagem se desloca, aquém da lente, a grandes distâncias quando comparadas com a distância focal; ainda, a imagem é maior que o objeto. Conseqüentemente, para fotografar pequenos objetos, é útil uma lente de pequena distância focal.

Um projetor nada mais é que uma câmera operando em sentido contrário. Você pode construir um projetor removendo a parte posterior de uma câmera, colocando os slides ou o filme na posição normalmente ocupada pelo filme, e iluminando fortemente por trás do slide ou filme. A lente forma, então, uma imagem ampliada bem em frente da câmera, onde você pode colocar a tela.

Nas câmaras, projetores, e outros instrumentos ópticos construídos pelo homem, as imagens são sempre focalizadas mudando a posição de uma lente em relação ao objeto. O olho, por outro lado, atua singularmente: êle focaliza as imagens na retina variando sua curvatura, e, portanto, a distância focal de sua lente. Quando um objeto está muito distanciado do olho, os raios que nêle



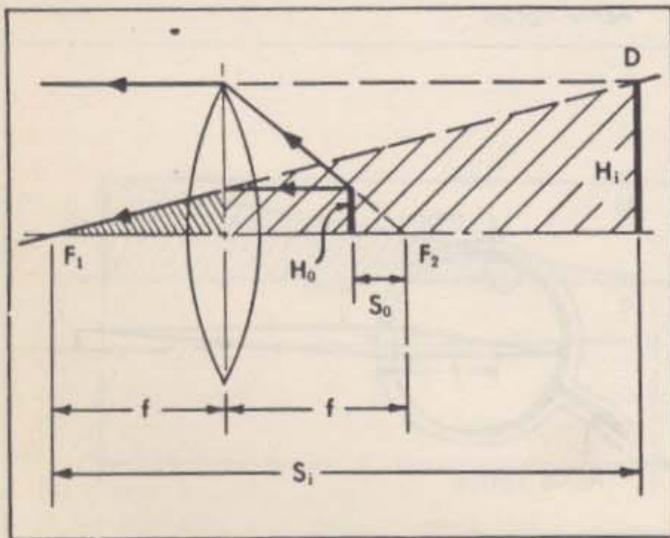
14 - 9. A lente do olho ajustada para focalizar a luz de um objeto distante (a) e a de um objeto próximo (b).

penetram são aproximadamente paralelos, e se forma uma imagem no foco principal, como indica a Fig. 14 - 9 (a). Quando se focaliza um objeto próximo, a imagem se forma além do ponto focal, e os músculos do olho ocasionam uma curvatura mais acentuada de sua lente elástica, diminuindo sua distância focal, de modo que se forma sobre a retina uma imagem real [Fig. 14 - 9 (b)].

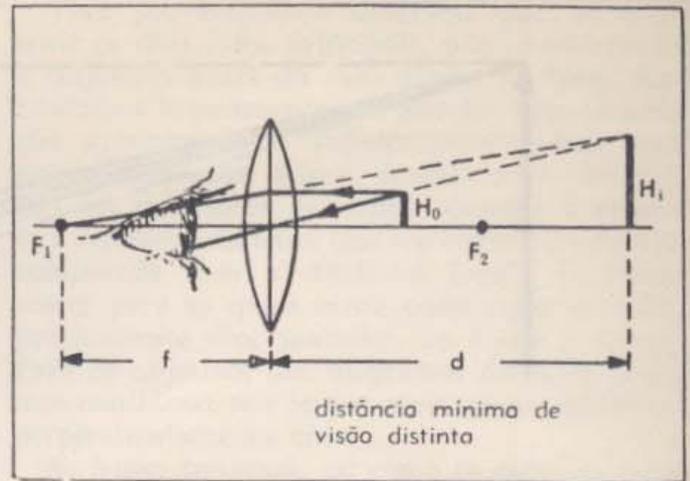
14 - 5. Lupa ou microscópio simples

Retornemos ao pequeno objeto que colocamos próximo ao foco principal de uma lente. Movimentando o objeto para o foco principal, a imagem real se desloca, afastando-se infinitamente, do outro lado da lente; e quando o objeto se situa entre a lente e o foco principal, forma-se uma imagem virtual, atrás do objeto, exatamente como no caso de um espelho côncavo que discutimos na Seção 12-10. A situação vem ilustrada na Fig. 14 - 10. Como no caso do espelho côncavo, a lente convexa forma sempre uma imagem virtual e aumentada.

Qual é o aumento máximo que podemos obter deste modo? Se desejamos ver os maiores detalhes que podemos conseguir de um objeto, aproximamo-lo o mais possível do olho, obtendo, então, uma imagem real grande sobre a retina. Existe, porém, um limite de aproximação para o qual podemos ver um objeto. À medida que o objeto se aproxima do olho, os seus músculos devem mudar a forma da sua lente, de modo



14 - 10. Formação de uma imagem virtual por uma lente convergente.



14 - 11. Lente convergente utilizada como lupa. A imagem se situa à distância mínima de visão distinta. Como o olho está muito próximo à lente, a distância da imagem à lente é aproximadamente a mesma que a da imagem ao olho.

que seu raio de curvatura se torna gradativamente menor, no sentido de formar uma imagem real focalizada perfeitamente sobre a retina. Rápidamente se atinge um limite; o olho adulto não pode se acomodar para um objeto que dê uma distância menor de aproximadamente 25 cm. Esta distância objeto se chama distância mínima de visão distinta. Tente aproximar progressivamente um lápis de seus olhos. Você verá cada vez mais detalhes, até que, finalmente, mesmo com um grande esforço dos músculos dos seus olhos, você não pode mais obter uma imagem nítida. Sua distância mínima de visão distinta é maior ou menor que o valor médio de 25 cm?

Uma lente convexa nos ajuda a ver mais detalhes, fornecendo uma imagem virtual aumentada, que podemos situar a uma distância cômoda do olho. Observamos na Fig. 14 - 10 que, qualquer que seja a posição do objeto entre a lente e F_2 , o extremo superior da imagem está sempre sobre

a linha F_1D , e $H_1 = \frac{H_0}{f} S_i$ como habitualmente.

Em consequência, para obter a maior imagem possível, devemos aproximar nosso olho da lente como indica a Fig. 14 - 11; e, ainda mais, devemos deslocar o objeto (ou a lente e nosso olho) até que a imagem esteja o mais próximo possível, e possamos acomodar claramente. Este é o modo de obter o maior ângulo entre os raios que entram em nosso olho provenientes do extremo superior e inferior do objeto; e desde que o

ôlho funciona com esta luz, é esta a maneira de ver o objeto (ou sua imagem virtual) o maior possível.

Então, para nossa própria comodidade, colocamos a imagem à distância mínima de visão distinta d , de forma que a distância imagem S_1 (medida a partir de F_1), é dada aproximadamente por $S_1 = d + f$. Portanto

$$H_1 = \frac{H_o}{f} S_1 = \frac{H_o}{f} (d + f) = H_o \left(\frac{d}{f} + 1 \right).$$

Além disto, como estamos observando esta imagem à distância mínima de visão distinta, que é exatamente aquela na qual melhor poderíamos observar o objeto sem o auxílio da lente, o aumento da imagem que vemos é H_1/H_o . Quer dizer, o aumento máximo é

$$\frac{H_1}{H_o} = \frac{d}{f} + 1.$$

Esta equação nos dá o aumento máximo de um microscópio simples. O que, então, determina o valor do aumento que podemos obter? A distância focal, f , da lente convexa é o fator determinante; quanto menor, tanto maior é o aumento. No sentido de obter um f pequeno, usamos vidro de elevado índice de refração, que produz uma mudança mais acentuada de direção da luz para uma dada curvatura das superfícies da lente. Precisamos, também, de superfícies de pequeno raio (curvatura acentuada). Mas um pequeno raio de curvatura implica em pequeno tamanho da lente, desde que o diâmetro da lente não pode ser maior que o dôbro do raio de curvatura. Vemos, pois, que um grande aumento significa emprêgo de uma pequena lente, tal como a usada por um joalheiro sôbre seu ôlho, quando examina o mecanismo de seu relógio. (Uma lupa de grande tamanho dá um amplo campo de visão, mas fornece pequeno aumento).

Como acontece com todos os instrumentos, um microscópio simples tem suas limitações. Uma lente pequena significa pouca luz interceptada, e mesmo com forte iluminação do objeto, para elevado poder de ampliação, a imagem é demasiadamente indistinta para ser vista. O microscópio composto, que será descrito na próxima seção contorna esta dificuldade e dá imagens mais definidas e mais brilhantes, mas tem, também, suas limitações.

Não obstante as limitações do microscópio simples, pode êle dar aumentos de aproximada-

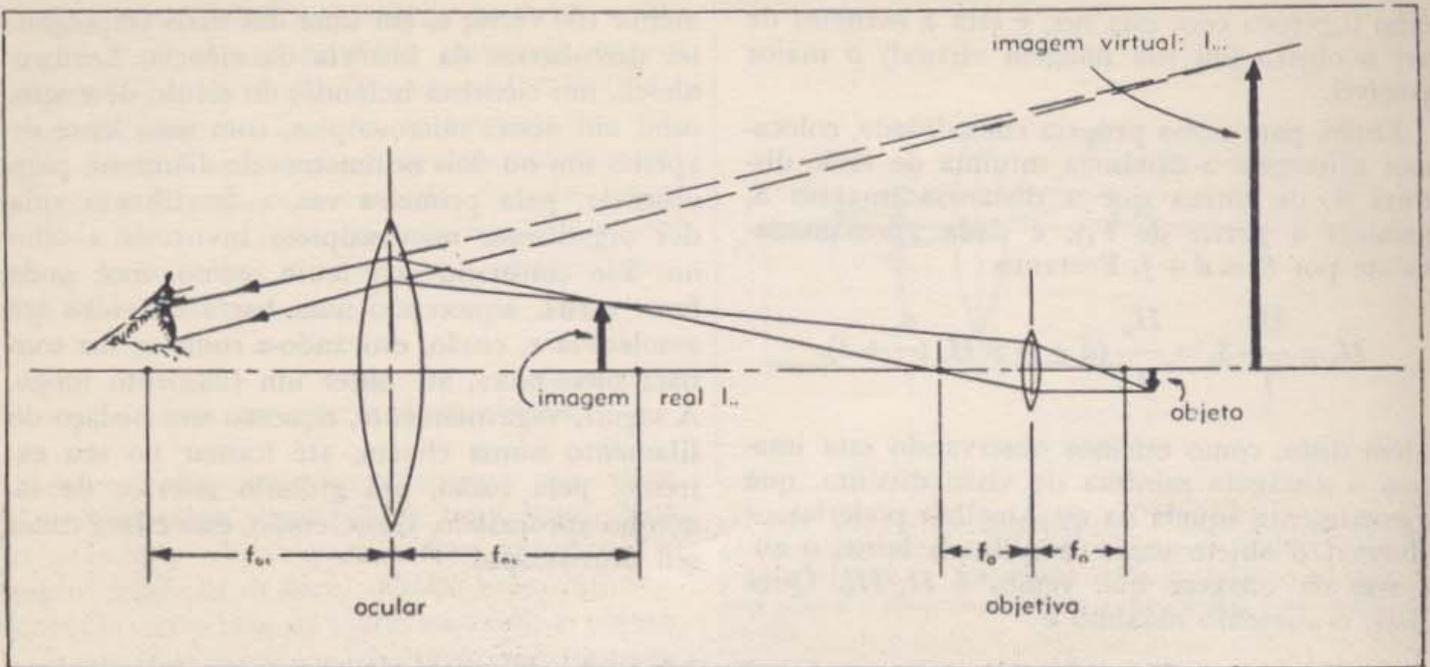
mente 100 vêzes; e, em uma das mais empolgantes descobertas da história da ciência, Leeuwenhoek, um cientista holandês do século dezessete, usou um dêsse microscópios, com uma lente de apenas um ou dois milímetros de diâmetro, para observar, pela primeira vez, a fervilhante vida dos organismos microscópicos invisíveis a ôlho nu. Êle construiu sua lente, como você pode fazer a sua, aquecendo uma barra de vidro até amolecê-la e, então, estirando-a como se faz com bala puxa-puxa, até obter um filamento longo. A seguir, vagarosamente, aqueceu um pedaço do filamento numa chama, até formar no seu extremo, pela fusão, um glôbulo esférico de tamanho apropriado. Usou, então, essa esfera como seu microscópio.

14 — 6. Microscópio composto; telescópios.

O tipo de microscópio óptico mais comum e mais útil atualmente é o microscópio composto. Talvez você tenha usado um em seu curso de biologia. Êle consta de um longo tubo munido de lentes convergentes em cada extremo (Fig. 14 — 12). A lente inferior, chamada lente objetiva, tem pequena distância focal, sendo o microscópio regulado até que o objeto fique além do foco principal desta lente, de modo que ela forma uma imagem real ampliada, I_o . Esta imagem está a tal distância da ocular (ligeiramente mais próxima da ocular que seu foco principal), que se forma uma imagem virtual I_{oc} , à distância mínima de visão distinta. A ocular é, pois, usada como um microscópio simples para examinar a imagem real ampliada formada pela objetiva.

Você pode fazer um microscópio composto rudimentar com duas lentes baratas, de pequena distância focal, montadas num tubo de papelão. Naturalmente, para obter proveito completo da potência de tal instrumento, devem ser usadas várias lentes, muito cuidadosamente polidas, tanto para a ocular como para a objetiva.

Os telescópios de refração são muito semelhantes aos microscópios, mas, para conseguir maior aumento e reunir mais luz, êles têm uma grande lente objetiva, de grande distância focal. (Recorde que $H_1/H_o = f/S_o$, e observe que, agora, S_o é grande). Como no microscópio composto, a imagem real pode ser examinada com uma ocular.



14 - 12. Microscópio composto. A ocular e a objetiva estão localizadas nos dois extremos de um tubo. O diagrama ilustra a formação das imagens.

14 - 7. Limitações dos instrumentos ópticos

Se você mantém uma lupa perto desta página, pode ver uma imagem clara, não distorcida e ampliada da impressão. Erga, então, lentamente, a lupa do papel, e aumente, ao mesmo tempo, a distância entre seus olhos e a lente. Em algumas posições, a imagem aparece distorcida. Se seus olhos estão suficientemente afastados da lupa, você pode detectar também algumas cores do

arco-íris, ao examinar um canto da página. Na Fig. 14 - 13 vemos três fotografias. Elas foram tomadas olhando através da mesma lente. Na primeira fotografia, situou-se a lente de modo que a página da lista telefônica ficasse inteiramente (mas pouco) abaixo da região focal; na segunda fotografia, a página está na região focal; e na última, a região focal fica abaixo da página. Em cada caso, está claro, a imagem da página parece completamente diferente da própria página. Uma parte do tra-



14 - 13. Distorção produzida por uma lente. Estas três fotografias foram tomadas olhando através da mesma lente. À esquerda, a lente foi mantida de modo que a página da lista telefônica está ligeiramente abaixo da região focal; na fotografia do meio, a página está na região focal; à direita, a região focal está abaixo da página. Observe as distorções geométricas.

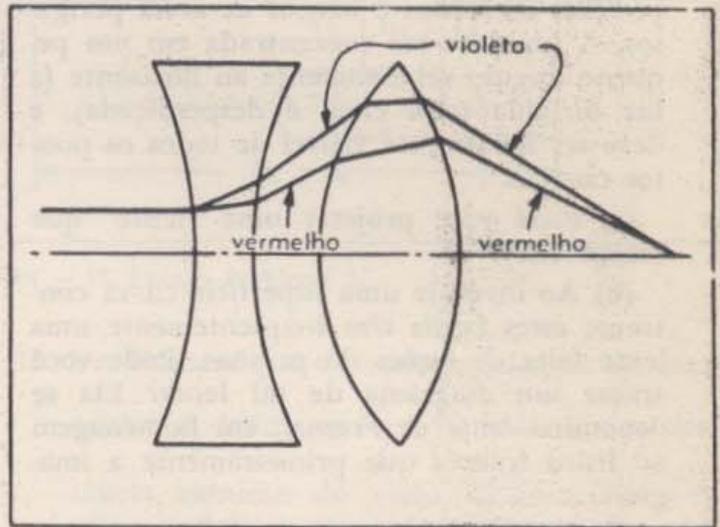
balho de projetar instrumentos ópticos realmente bons consiste em diminuir as distorções geométricas tão aparentes nestas fotografias.

Quais são as origens destes defeitos nas imagens? Primeiramente, sabemos que, mesmo para os espelhos (Capítulo 12), uma superfície idealizada para focalizar, em um foco definido, a luz emitida por um pequeno objeto não constitui a superfície correta para focalizar exatamente a luz emitida por um objeto situado em uma posição diferente. O mesmo é verdadeiro para superfícies de lentes. Resulta, portanto, uma imagem algo manchada. Além disso, quando olhamos através de diferentes partes de uma lente, as imagens estão em diferentes posições (e o aumento é diferente). A imagem é, portanto, distorcida. Em fotografia, a distorção e as manchas são freqüentemente reduzidas, usando um diafragma, uma barreira com um pequeno orifício, de modo que usamos somente uma porção selecionada da lente.

Os bordos coloridos de imagens aparecem geralmente por causa da dispersão da luz que passa através de uma lente. A distância focal de uma lente é ligeiramente maior para a luz vermelha que para a luz azul, porque esta se refrata mais fortemente que a vermelha. Este efeito indesejável se denomina *aberração cromática*. Ele pode ser grandemente reduzido usando-se uma lente fracamente divergente, feita de vidro cujo índice de refração varia muito com a cor, associada a uma lente fortemente convergente, de vidro cujo índice de refração varia menos com a cor (Fig. 14 - 14). Este artifício torna as propriedades focais do sistema de lentes aproximadamente iguais para todas as cores.

O problema de projetar um sistema de lentes com distorções e aberrações mínimas, é muito complicado. Mas as complicações aparecem somente nas aplicações detalhadas das leis da refração; elas não envolvem princípio novo. O desmembramento destas complicações não enriquece nossa compreensão dos fenômenos ópticos básicos, e, portanto, não o faremos aqui.

Existe um fator limitante que afeta os ampliadores ópticos, originando borrões na imagem, e que é de natureza fundamental. É a difração inevitável, que resulta do tamanho limitado da lente objetiva através da qual a luz deve passar. Para grandes aumentos, são estes borrões que nos impedem de ver detalhes cada vez mais refinados. Aprenderemos outras coisas sobre a difração no Capítulo 19.



14 - 14. Lente formada por duas peças para diminuir as diferenças entre as propriedades focais de diferentes cores. Tais dobletes são freqüentemente feitos com uma superfície comum, e colados juntos. Eles são denominados lentes acromáticas.

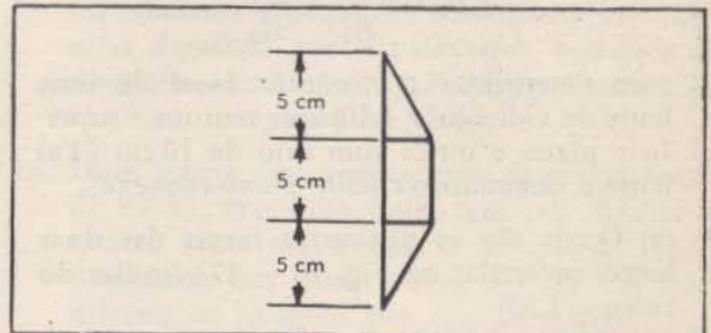
PARA CASA, CLASSE, E LABORATÓRIO

1. Pode-se construir uma lente convergente rudimentar dispondo dois prismas de vidro de ângulos 30° - 60° - 90° acoplados a um bloco de vidro, como indica a Fig. 14 - 15.

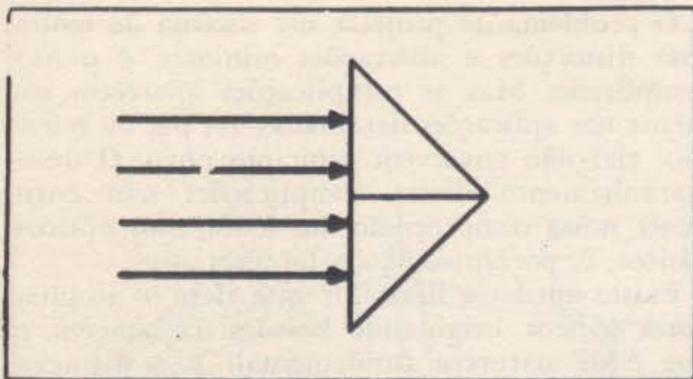
(a) Qual é a distância focal desta "lente", expressa com um algarismo significativo?

(b) Formaria esta lente uma imagem nítida? Explique.

2. Se se dispõe dois prismas de 45° , de vidro (índice = 1,50), como indica a Fig. 14 - 16,



14 - 15. Para o Problema 1.



14 - 16. Para o Problema 2.

êles não convergirão luz paralela. Por que não? Que acontecerá com a luz?

3. Alguns faróis e bóias luminosas marcam as posições de rochas e bancos de areia perigosos. A luz deve ser concentrada em um pequeno ângulo relativamente ao horizonte (a luz dirigida para cima é desperdiçada), e deve ser igualmente visível de todos os pontos cardiais.

(a) Pode você projetar uma "lente" que realize isto?

(b) Ao invés de uma superfície curva contínua, estes faróis têm freqüentemente uma lente feita de seções de prismas. Pode você traçar um diagrama de tal lente? Ela se denomina *lente de Fresnel*, em homenagem ao físico francês que primeiramente a imaginou.

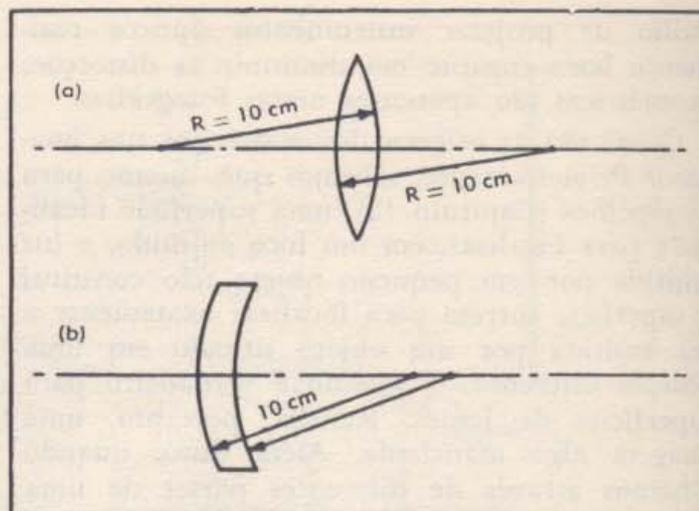
(c) Os faróis dos automóveis são construídos de modo a dar um feixe amplo e horizontal. Os refletores parabólicos dão um feixe estreito que passa através de uma lente de Fresnel, na frente do farol. Examine um farol de automóvel, e veja se compreende como êle produz feixes amplos e horizontais.

4. Use a fórmula dos fabricantes de lentes

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

para determinar a distância focal de uma lente de vidro ($n = 1,50$) que tem uma superfície plana e outra com raio de 10 cm (Tal lente é denominada *lente plano-convexa*).

5. (a) Quais são as distâncias focais das duas lentes indicadas na Fig. 14 - 17? (índice do vidro = 1,50).
 (b) Como se compara a distância focal de (b) com a de um bloco plano de vidro?



14 - 17. Para o Problema 5.

6. Uma lente (índice = 1,50) tem no ar uma distância focal de 20,0 cm.

(a) Sua distância focal na água, é maior ou menor que no ar?

(b) Qual é sua distância focal na água?

Sugestão: Observe que cada refração depende do índice de refração relativo.

7. Usa-se uma lente de distância focal 10 cm em um projetor de slides, para dar uma imagem real em um anteparo situado a uma distância de 6,0 metros.

(a) Qual será o aumento?

(b) A que distância do slide está situada a lente?

8. Demonstre que, se duas lentes convergentes idênticas, de distância focal 10 cm, estão separadas pela distância de 40 cm, a combinação de ambas formará uma imagem direita de um objeto colocado a 20 cm da primeira lente, e que o aumento será igual a 1.

9. (a) Demonstre que o tamanho da imagem do Sol produzida por uma lente convexa é proporcional à distância focal. Qual é a constante de proporcionalidade?

(b) Qual será o tamanho da imagem do Sol (diâmetro $1,4 \times 10^9$ m) formada por uma lente de 1,0 metro de distância focal?

(c) Qual será a relação entre o tamanho das imagens do Sol formadas por duas lentes de distâncias focais 10 cm e 10 m, respectivamente?

10. Qual será o tamanho da imagem de um satélite artificial (diâmetro de 53 cm) ao passar por uma altura de 800 quilômetros, se é fotografado com uma câmara cuja distância focal é de 10 cm? Esperaria você que uma fotografia real mostrasse uma imagem maior ou menor em relação ao tamanho por você calculado?

11. (a) Qual é a distância focal da lente da Fig. 14 - 18? (O índice do vidro é 1,50).

(b) Traçando as trajetórias de alguns raios luminosos indique como a lente procede com a luz que incide paralelamente ao seu eixo.

(c) Usando o diagrama de raios da Fig. 14 - 18 (b), demonstre que $S_o S_i = f^2$. Observe a partir de que pontos focais são medidos S_o e S_i .

(d) Que acontece quando você desloca o objeto em direção à lente? Pode S_i tornar-se maior que S_o ? É a imagem sempre maior que o objeto?

(e) Como determinaria você (experimentalmente) a distância focal de uma lente divergente?

12. Suponha que sua distância mínima de visão distinta é 15 cm. Qual é o aumento máximo que pode ser obtido com cada uma das seguintes lentes convexas, quando usadas como lupas ou microscópios simples?

(a) $f = 30$ cm,

(b) $f = 10$ cm,

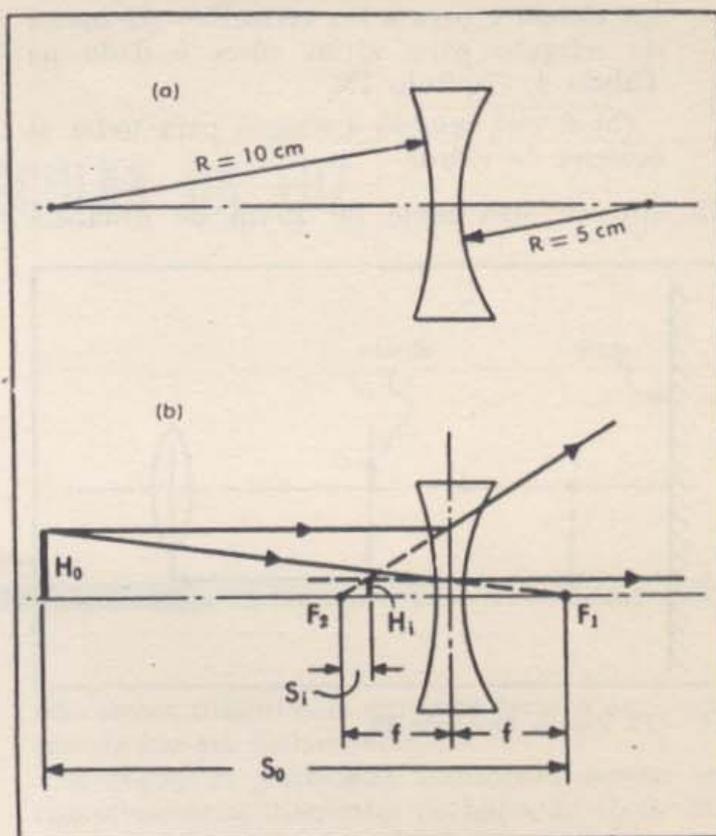
(c) $f = 1$ cm,

(d) $f = 1$ mm.

(e) Represente gráficamente o aumento máximo em função de " f ".

13. Suponha que sua distância mínima de visão distinta é 25 cm. Um microscópio composto tem uma ocular de 20 cm de distância focal e uma objetiva de distância focal 4,0 mm. A distância entre a objetiva e a ocular é de 22,3 cm. Qual é seu aumento, expresso com dois algarismos significativos?

14. Usando o microscópio do Problema 13, com o mesmo ajuste, observamos uma ameba. Com uma régua, medimos o tamanho da imagem virtual, observando esta com um olho, e a régua, com o outro. Sobre a régua, a ameba parece ter cerca de 10 cm de comprimento. Qual é aproximadamente seu tamanho real?



14 - 18. Para o Problema 11.

15. Verificamos que o aumento máximo de uma ocular é dado por $\frac{d}{f} + 1$, onde d é a distância mínima de visão distinta. Se seus olhos podem se acomodar para ver distintamente a 15 cm, escreveríamos para a expressão do aumento de uma lupa, em seu

caso, $\frac{15 \text{ cm}}{f} + 1$. Também, se você não pode acomodar seus olhos para imagens mais próximas que 35 cm, valeria $\frac{35 \text{ cm}}{f} + 1$. Por

que é maior o aumento para quem acomoda dificilmente a pequenas distâncias? Verá ele mais detalhes que alguém que acomoda a distâncias mais curtas? Prepare-se para discutir esta pergunta em classe.

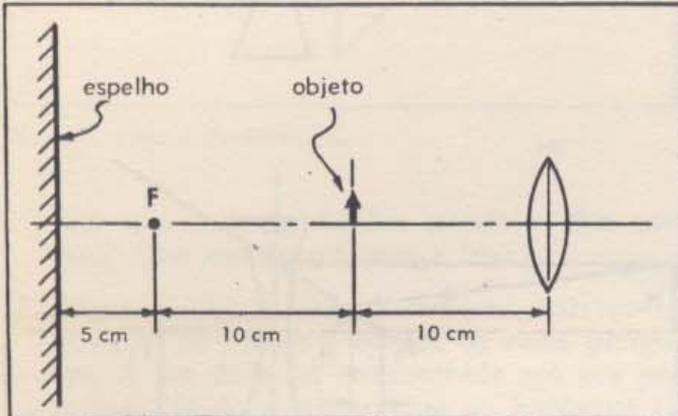
16. Duas lentes têm ambas uma distância focal de 20 cm, mas uma delas tem um diâmetro quatro vezes maior que o da outra. Trace diagramas das duas lentes, e diga em que diferem as imagens por elas formadas.

17. (a) Qual é a relação entre as distâncias focais de uma lente de vidro crown para a

luz violeta e para a luz vermelha? (O índice de refração para várias cores é dado na Tabela 4, Capítulo 13).

(b) É esta relação a mesma para tôdas as espécies de vidro?

18. Situa-se uma lente de 20 cm de distância



14 — 19. Para o Problema 19.

focal a 30 cm de um espelho plano, e coloca-se um objeto sôbre o eixo a 10 cm do espelho. Onde se formará a imagem do objeto?

19. Onde estão as imagens do objeto da Fig. 14 — 19? Pode você ver tôdas as imagens se olhar através da lente

- (a) Com seu olho próximo à lente?
- (b) Com seu olho afastado da lente?

LEITURA COMPLEMENTAR

ROGERS, FRANCES, *Lens Magic*. Lippincott, 1957. História do desenvolvimento das lentes, e descrição de suas múltiplas aplicações.

TEXEREAU, JEAN, *How to Make a Telescope*. Interscience Publishing Co., 1957.

THOMPSON, ALLYN J., *Making Your Own Telescope*. Sky Publishing Co., Cambridge, Mass., 1947.

WALD, GEORGE, "Eye and Camera". *Scientific American*, Agosto, 1950 (pág. 32).

MODÉLO CORPUSCULAR DA LUZ

CAPÍTULO 15

No Capítulo 9 construímos um modelo molecular de um gás. Este modelo respondia pelas propriedades fundamentais de um gás, situando-as em um quadro consistente. Tentemos agora construir um modelo ou teoria da luz, que responderá pelas propriedades da luz, até aqui estudadas. Como no modelo de um gás, este modelo permitir-nos-á tirar conclusões e fazer previsões que, por sua vez, podem ser comprovadas por experiências posteriores. Fazendo-o, desenvolveremos novamente idéias que surgiram há vários séculos. O principal arquiteto do modelo que estudaremos neste capítulo, foi Sir Isaac Newton.

Vimos que a luz tem sempre sua origem em um corpo luminoso, e que se propaga essencialmente em linhas retas. Todo modelo da luz deve, então, incluir algo que parte do corpo luminoso, e que se move ao longo de uma trajetória retilínea. A coisa mais simples que podemos imaginar caminhando deste modo é uma *partícula*, como uma bola de tênis. Podemos supor que um corpo luminoso emite um fluxo de partículas. Você pode contestar este modelo, alegando que as bolas de tênis, ou outras partículas, não se deslocam em linha reta; elas se movem em trajetórias curvas, que as trazem para a Terra. Sabemos, entretanto, que a curvatura da trajetória de uma bola de tênis diminui à medida que aumenta sua velocidade. Podemos esperar que as trajetórias das partículas de luz que se propagam a uma velocidade de 3×10^8 m/s dificilmente serão curvadas pela atração gravitacional da Terra. Com o modelo corpuscular, portanto,

não temos dificuldade em considerar a propagação da luz em linhas retas.

É claro, as partículas luminosas devem ser completamente diferentes de bolas de tênis. Em particular, ao contrário do que acontece com as bolas de tênis, elas não interagem, como verificamos na Seção 12-2. Podemos explicar esta falta de interação, supondo que as partículas são muito pequenas, tão pequenas que mesmo para dois feixes de luz intensa, é extremamente reduzida a probabilidade de partículas de um feixe colidirem com as do outro. Desta maneira, podemos incluir em nosso modelo, a falta de interação de luz com luz. Nossas supostas partículas de luz diferem, portanto, de bolas de tênis, por suas velocidades muito elevadas e por seu tamanho muito pequeno. Se tomarmos em consideração estas diferenças, podemos tentar prever as propriedades dos fluxos de partículas luminosas, estudando o comportamento de partículas tais como bolas de tênis ou bolinhas de gude.

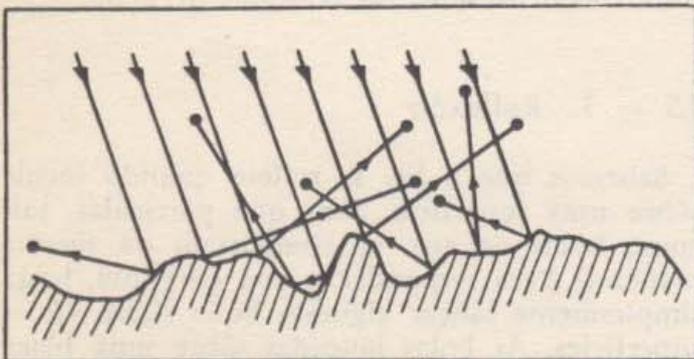
15 — 1. Reflexão

Sabemos que a luz se reflete quando incide sobre uma superfície. Será que partículas, tais como bolas de aço, se comportam da mesma maneira? Para responder a esta pergunta, basta simplesmente lançar algumas bolas sobre várias superfícies. As bolas lançadas sobre uma placa de aço, limpa e polida, rebatem regularmente com um ângulo de reflexão aproximadamente igual ao ângulo de incidência (Fig. 15 — 1). A



15 — 1. Fotografia de uma bola sendo refletida por uma placa de aço (fotografia com exposição prolongada). O ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência.

trajetória incidente e a refletida estão em um plano normal à superfície; e, também, a velocidade depois da colisão com a superfície é aproximadamente a mesma que a original. Se as bolas ou as superfícies polidas são menos elásticas que o aço, a reflexão não se realiza com igualdade dos ângulos de incidência e de reflexão. Também, nestes casos, a velocidade das bolas depois da reflexão é menor que antes — contrariamente à luz, que não muda sua velocidade na reflexão. Para considerar a reflexão especular da luz em superfícies polidas, precisamos, portanto, supor que as partículas luminosas se refletem como bolas ideais rebatidas por superfícies elásticas. Restringindo nosso modelo a tais partículas, e



15 — 2. Reflexão difusa de partículas. Isto ocorre quando uma superfície tem irregularidades maiores que o tamanho das partículas.

usando somente superfícies que se comportam elásticamente para as partículas de luz, podemos explicar a reflexão especular.

Vimos, então, que nosso modelo corpuscular pode responder de modo completamente satisfatório pela reflexão especular da luz. Ele pode também responder pelo fato da luz se refletir por vezes difusamente. A Fig. 15 — 2 o indica. As partículas individuais rebatem com ângulos iguais de incidência e reflexão; mas, se a superfície é irregular, as partículas refletidas propagar-se-ão em várias direções, de modo que a superfície, em conjunto, difunde a luz. Podemos perguntar qual deve ser o polimento de uma superfície "lisa" para que apresente a reflexão especular em grande escala. A resposta é que as irregularidades desta superfície devem ser muito pequenas comparadas com o tamanho das partículas que sobre ela incidem. Uma superfície que parece perfeitamente lisa para bolas, por exemplo de aço, que sobre ela rebatem, pode ser muito rugosa e irregular para a reflexão das pequenas partículas de luz. Compreendemos, então, porque devem os metais ser altamente polidos antes de se tornarem boas superfícies especulares.

15 — 2. Refração

Pode nosso modelo corpuscular da luz responder pela refração tão bem quanto pela reflexão? Na refração, as partículas luminosas mudam sua trajetória quando passam do ar para outro material refringente. Podemos nos projetar uma experiência na qual bolas de aço em movimento mudem sua trajetória, de maneira análoga as partículas de luz?

Suponha uma bola que rola sobre uma superfície plana, da qual passa para outra superfície plana inferior, através de um declive acentuado. Enquanto a bola rola na superfície superior, ela se move em linha reta com velocidade constante. Esta superfície superior, suponhamos, corresponde ao ar através do qual uma partícula de luz se move em linha reta com velocidade constante. Quando a bola chega ao declive, é ela impelida em direção perpendicular ao bordo do mesmo. A região inclinada pode, então, representar a superfície de um meio refringente, como o vidro. Supõe-se que nesta região, as partículas luminosas recebem um impulso perpendicular à superfície de separação, dirigido para o interior do vidro. Para verificar o que acontece às partículas de luz ao atravessar esta região, basta observar a fotografia da Fig. 15 — 3, que indica

o que acontece às bolas quando rolam declive abaixo. Vemos que a bola é acelerada na direção perpendicular ao bordo, mudando a direção de sua trajetória. Se a bola, rolando na superfície superior, chega ao declive sob um certo ângulo, ela se afasta do declive, sôbre a superfície inferior, seguindo uma direção diferente, mais próxima da normal. Do mesmo modo, a luz, ao atravessar uma superfície na qual recebe um impulso para o interior do material refringente, teria sua velocidade aumentada, e mudaria de direção, aproximando-se da normal. O plano inferior corresponde ao interior do material refringente. Aqui, novamente a bola segue com velocidade constante em linha reta, como a luz no interior de um bloco de vidro.

Podemos usar o modelo da bola rolando para investigar a relação entre os ângulos de refração e os de incidência. A relação que obtivermos no modelo da bola rolando deverá ser a mesma que obtivemos para a luz, se a refração for

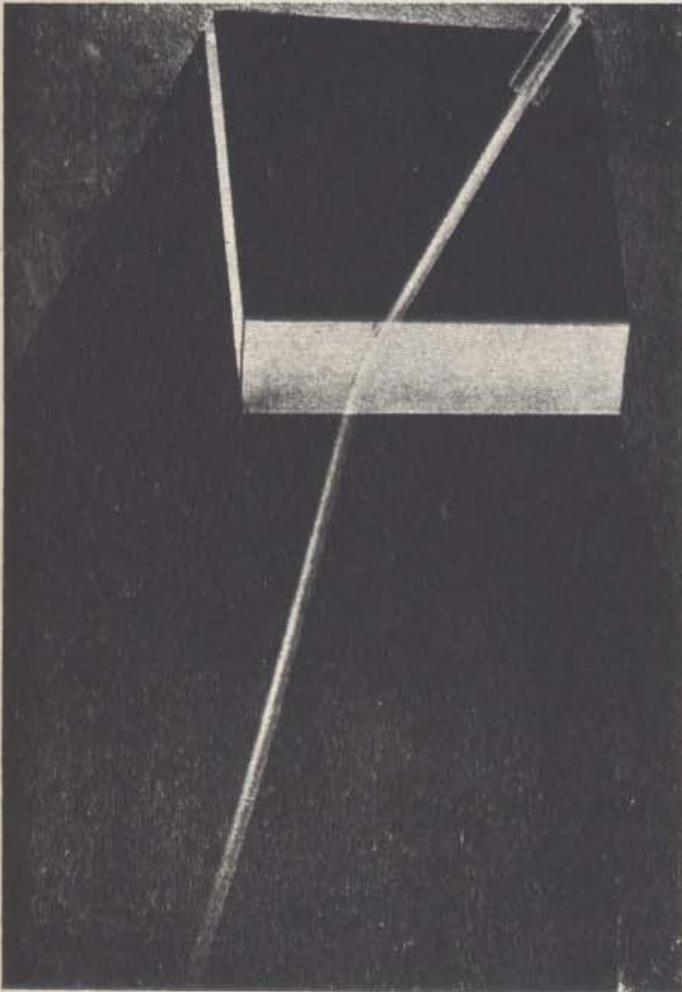
causada por um impulso que a luz recebe ao passar para o interior de um meio refringente. Para efetuar esta investigação no modelo, rolaremos sempre as bolas com a mesma velocidade ao longo do plano superior, porque no vácuo as partículas de luz se propagam sempre com a mesma velocidade. As medidas realizadas para muitos ângulos mostram que a refração das bolas está de acôrdo com a lei de Snell

$$\text{sen } \theta_s / \text{sen } \theta_i = \text{constante}$$

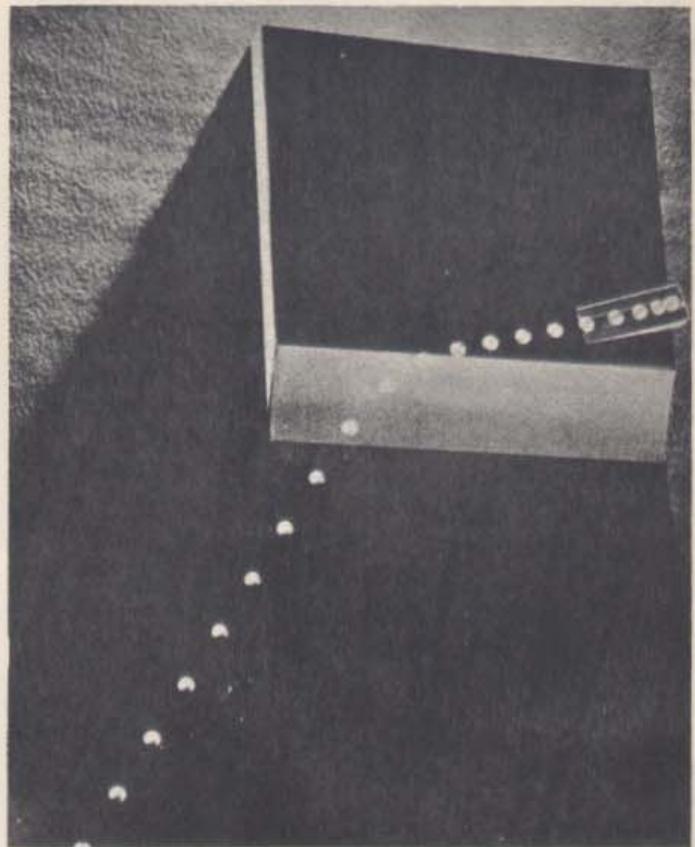
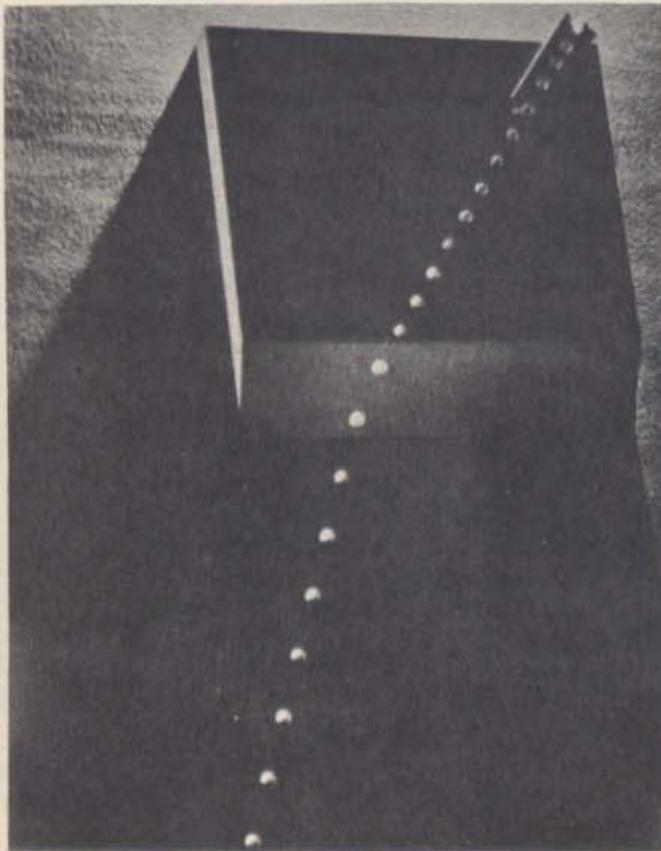
onde θ_s é o ângulo formado pela trajetória da bola no plano superior com a normal ao bordo, e θ_i , o ângulo correspondente no plano inferior. Ainda mais, a constante da lei de Snell depende da diferença de altura entre os dois planos, e da velocidade com que a bola se desloca. Quanto maior a diferença de altura, maior é o índice de refração; quanto maior a velocidade inicial, menor é o índice. Usando sempre a mesma velocidade inicial, podemos representar materiais de diferentes índices de refração por planos de diferentes alturas. Por exemplo, para representar a refração da luz que passa do ar para a água, a altura do declive deve ser menor que a altura necessária para representar a passagem da luz do ar para o vidro. Em cada caso, verificamos que o modelo da bola rolando está de acôrdo com a lei de Snell; e, regulando as alturas, podemos obter qualquer índice de refração.

Ao discutir o modelo da bola rolando, não pretendemos dizer que a luz é formada por bolas que rolam e caem declives abaixo. O fundamento dêste modelo (que foi idealizado por Sir Isaac Newton para explicar as leis da refração) é que a refração pode ser explicada admitindo que na superfície de cada material refringente, as partículas de luz recebem um impulso. Esta idéia é plausível. No interior de um bloco de vidro ou outro material refringente, uma partícula de luz é rodeada pelo mesmo material por todos os lados. Ela não é impulsionada em *nenhuma* direção; na superfície, porém, a situação é obviamente diferente, podendo haver um impulso para dentro ou para fora. Então, se o impulso atua como no modelo da bola rolando, a refração fica perfeitamente explicada.

Até agora, êste modelo deu bom resultado. Prosseguiremos, pois, em seu exame. Tomando fotografias estroboscópicas, podemos determinar a relação entre as velocidades de uma bola nos planos superior e inferior (Fig. 15 - 4). A análise de muitas trajetórias de muitas bolas que incidem sôbre o declive com diferentes ângulos, indica que para a mesma velocidade, v_s , no plano



15 - 3. Fotografia de uma bola que rola de uma superfície superior para outra inferior. A mudança na direção da bola indica "refração".



15 - 4. Duas fotografias estroboscópicas da bola indicada na Fig. 15-3. A velocidade no plano superior é a mesma nas duas fotografias, pois a bola é sempre abandonada da mesma altura. Observe que as velocidades no plano inferior são também as mesmas, embora sejam diferentes os ângulos de incidência nas duas fotografias.

superior, a bola sempre alcança a mesma velocidade, v_1 , no plano inferior. O ângulo de incidência no limite de separação não influi sobre v_1 . Ainda mais, tal como na reflexão especular elástica das bolas, a componente da velocidade ao longo do limite de separação, não muda na refração. Somente varia a componente normal da velocidade; ela é maior no plano inferior, que é a região refringente em nosso modelo.

Estas observações sobre as velocidades nos dois materiais estão relacionadas com a lei de Snell. De fato, podemos mostrar que a lei de Snell é consequência lógica delas. A componente da velocidade ao longo do limite de separação é $v_s \text{ sen } \theta_s$ na região superior, e $v_1 \text{ sen } \theta_1$ na inferior (Fig. 15 - 5). Como esta componente não varia quando uma bola passa de uma região para a outra, temos $v_s \text{ sen } \theta_s = v_1 \text{ sen } \theta_1$ ou,

$$\frac{\text{sen } \theta_s}{\text{sen } \theta_1} = v_1 / v_s.$$

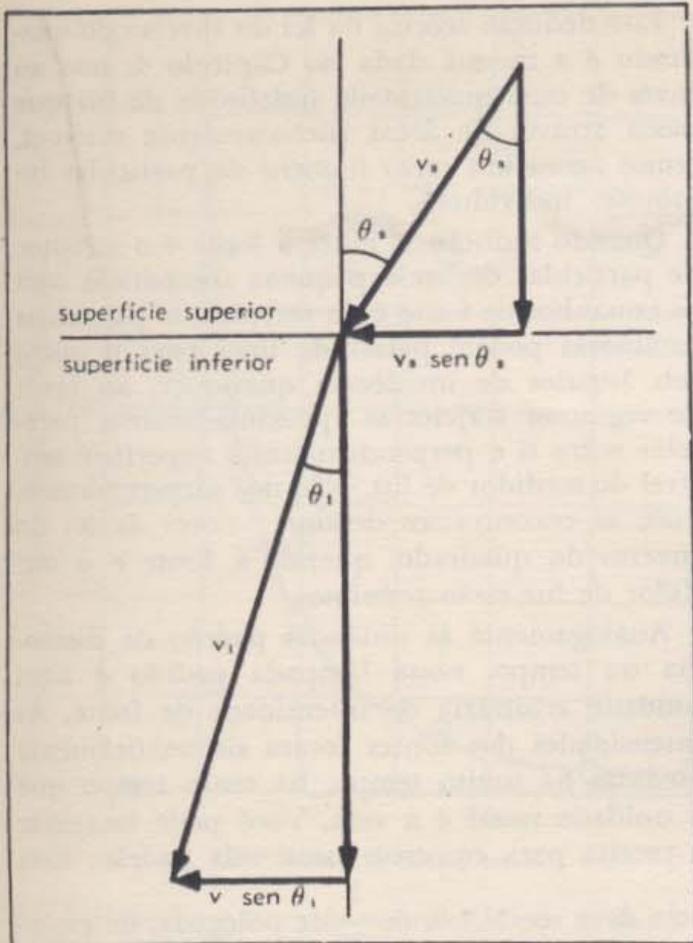
A lei de Snell é válida, portanto, e o índice de refração deve ser v_1 / v_s . A partir das velocidades

v_s e v_1 , medidas com o estroboscópio, e medindo os ângulos, conseguimos, pois uma verificação satisfatória do modelo.

Podemos também fazer rolar as bolas do plano inferior para o declive, partindo com a velocidade v_1 . Verificamos, então, como seria de esperar, que tudo se inverte. As bolas chegam à superfície com a velocidade v_s , valendo a lei de Snell no sentido inverso, exatamente como acontece com a luz.

Temos, então, um modelo corpuscular da refração, e — como geralmente acontece quando temos um modelo — ele sugere muitas experiências. Por exemplo, de acordo com nosso modelo, a velocidade da luz em um material refringente independe do ângulo de incidência e é maior que a velocidade da luz no vácuo. Deveríamos efetuar medidas das velocidades da luz em materiais refringentes e, em particular, verificar se elas concordam com

$$\frac{v_m}{c} = n_m,$$



15 - 5. Diagrama vetorial que ilustra o que acontece nas Figs. 15 - 3 e 15 - 4. As duas componentes da velocidade $v_s \text{ sen } \theta_s$ e $v_i \text{ sen } \theta_i$, paralelas ao limite de separação, são iguais.

onde v_m é a velocidade no material refringente, c a velocidade da luz no vácuo, e n_m o índice de refração. Discutiremos tais medidas na Seção 15-6. Deveríamos verificar, também, que a velocidade da luz no vácuo não depende da história anterior da luz. De acordo com nosso modelo, uma partícula luminosa diminui de velocidade ao passar de um material refringente para o vácuo, na mesma proporção que a aumenta quando passa do vácuo para o material. A constância da velocidade da luz no vácuo — independentemente de sua procedência — é uma comprovação deste modelo corpuscular da refração.

15 - 3. Intensidade da fonte e intensidade de iluminação

No Capítulo 4, para determinar a relação entre as distâncias a duas estrelas semelhantes, valemo-nos da lei do inverso do quadrado, que relaciona a intensidade de iluminação com a dis-

tância, de acordo com a equação $I = k/r^2$, onde r é a distância da fonte luminosa, e k é uma constante que deve depender da intensidade de iluminação em relação à intensidade das fontes.

Para medir a intensidade de iluminação, podemos utilizar uma célula fotoelétrica ou um outro medidor de luz do tipo usado pelos fotógrafos. Esses medidores de luz apresentam um mostrador, no qual um ponteiro se desloca sobre uma escala. Quanto maior é a leitura na escala do medidor, maior é a iluminação, como podemos avaliar a olho, enquanto que leituras baixas na escala são obtidas com luz menos intensa. Nossa primeira tarefa consiste em descobrir um modo sensível de calibrar o medidor com uma escala pessoal compreensível.

Começamos por procurar uma série de fontes luminosas iguais, que podemos identificar colocando-as, uma após a outra, à mesma distância em frente ao medidor de luz, em uma sala escura, com paredes escuras para eliminar reflexões. Se temos uma série bastante grande de lâmpadas aproximadamente iguais, encontramos várias para as quais o medidor de luz dá o mesmo resultado. Experimentando-as várias vezes, verifica-se que o ponteiro atinge sempre a mesma posição, independentemente da ordem em que as examinamos. Estas lâmpadas fazem com que o mesmo número de partículas luminosas incidam sobre o elemento sensível do medidor de luz. Elas estão fornecendo a mesma iluminação quando situadas a igual distância r .

A teoria corpuscular da luz sugere, então, que, se colocamos duas dessas fontes iguais, à mesma distância r , duplicará o número de partículas luminosas que incidirão sobre o medidor de luz. Realmente, usando duas quaisquer de nossas lâmpadas padrão, à distância r do medidor, obtemos sempre a mesma leitura; esta leitura indica maior iluminação que a obtida com somente uma fonte padrão na posição padrão.

Calibremos a escala do medidor, marcando a posição do ponteiro, quando uma fonte padrão está à distância padrão. Marcamos com o número 1 este ponto da escala. Marcamos o número 2 na posição em que fica o ponteiro quando duas fontes padrão estão à distância padrão. Podemos fazer o mesmo com três fontes padrão, à distância padrão em frente do medidor, e assim por diante. Nosso medidor de luz está, então, calibrado para indicar iluminações em múltiplos da iluminação fornecida por uma fonte padrão situada à distância r em frente do medidor. Quando usamos o aparelho para medir a ilumi-

nação de uma fonte desconhecida, nossa escala nos fornece seu valor em termos do número de nossas fontes padrão que deveriam ser situadas à distância r em frente do medidor, para produzir o mesmo efeito.

Suponha que inicialmente escolhemos a distância r em frente do medidor, muito grande comparada com o tamanho de nossa lâmpada e, também, grande comparada com as dimensões do elemento sensível do nosso medidor de luz. Podemos, agora, tomar uma de nossas fontes padrão, e deslocá-la em frente do medidor de luz, a distâncias menores que r . Podemos, deste modo, determinar como varia a intensidade de iluminação do elemento sensível do medidor de luz, à medida que variamos r . A Tabela 1 indica os resultados de uma experiência deste tipo.

TABELA 1

r (metros)	I	Ir^2
1,20	1,0	1,4
1,00	1,5	1,5
0,80	2,3	1,5
0,70	3,2	1,6
0,60	4,3	1,5
0,50	5,4	1,4
0,40	8,5	1,4
0,30	17,7	1,6
0,25	23,5	1,5
0,20	33,3	1,3

Intensidade de iluminação a diferentes distâncias de uma fonte.

A terceira coluna indica o produto da intensidade pelo quadrado da distância. Este produto é praticamente constante, como seria de esperar se a lei do inverso do quadrado é verdadeira.

Os dados da Tabela 1 estão representados graficamente na Fig. 15 - 6.

Este resultado, da variação da iluminação em função da distância da fonte, é exatamente o que esperaríamos, de acordo com a teoria corpuscular da luz. As partículas afastando-se da fonte em linha reta, propagam-se separadamente, e o mesmo número de partículas atravessa áreas progressivamente maiores. A área através da qual passa um número determinado de partículas cresce com o quadrado da distância à fonte, e, portanto, o número de partículas que atravessa a unidade de área decresce com o quadrado da distância.

Esta dedução teórica da lei do inverso do quadrado é a mesma dada no Capítulo 4, mas ao invés de uma quantidade indefinida de luz que passa através de áreas sucessivamente maiores, temos agora um certo número de partículas luminosas individuais.

Quando a distância entre a fonte e o receptor de partículas de luz é pequena comparada com os tamanhos da fonte e do receptor, as partículas luminosas podem passar de uma para o outro sob ângulos de incidência quaisquer, ao invés de seguirem trajetórias aproximadamente paralelas entre si e perpendiculares à superfície sensível do medidor de luz. Não nos surpreendemos, pois, se encontramos desvios maiores da lei do inverso do quadrado, quando a fonte e o medidor de luz estão próximos.

Analogamente às unidades padrão de distância ou tempo, nossa lâmpada padrão é uma unidade arbitrária de intensidade de fonte. As intensidades das fontes foram sistematicamente medidas há muito tempo, há tanto tempo que a unidade usual é a vela. Você pode imaginar a receita para construir uma vela padrão. Esta

vela deve ser N.º 6, de $\frac{7}{8}$ de polegada, de esper-

macete, e deve queimar à razão de 120 grãos * por hora. Construída dessa maneira, ela deve ser tão brilhante na França quanto no Alasca.

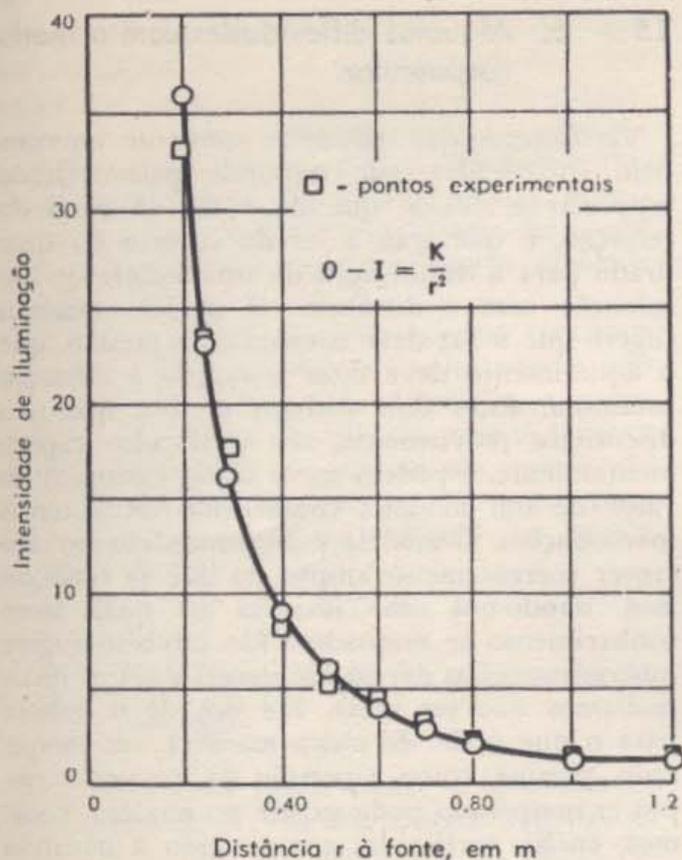
Naturalmente, como tem acontecido com outros padrões, a receita foi substituída por outra, mas as idéias básicas não são diferentes. A vela padrão é atualmente definida em termos da luz que sai de um orifício de 5 milímetros quadrados de área, atrás do qual você vê óxido de tório à temperatura de solidificação da platina. A nova vela é de reproducibilidade muito mais precisa que a antiga, podendo, entretanto, haver alguma dúvida sobre se é ou não mais fácil para você montar sua própria fonte padrão.

A unidade padrão de intensidade de iluminação baseia-se, por sua vez, na vela padrão. Ela corresponde à intensidade fornecida por uma vela a um metro de distância. Esta unidade de intensidade de iluminação é conhecida como vela-metro *.

* N. dos T.: 1 grão equivale a 0,065 g.

* Você deve ler esta unidade como uma só palavra; ela não significa velas \times metros. Por exemplo, a 1 m, 3 velas fornecem uma iluminação de 3 velas-metro; a 2 m, dão (3 velas-metro)

$(1 \text{ m}/2 \text{ m}^2) = \frac{3}{4}$ velas-metro.

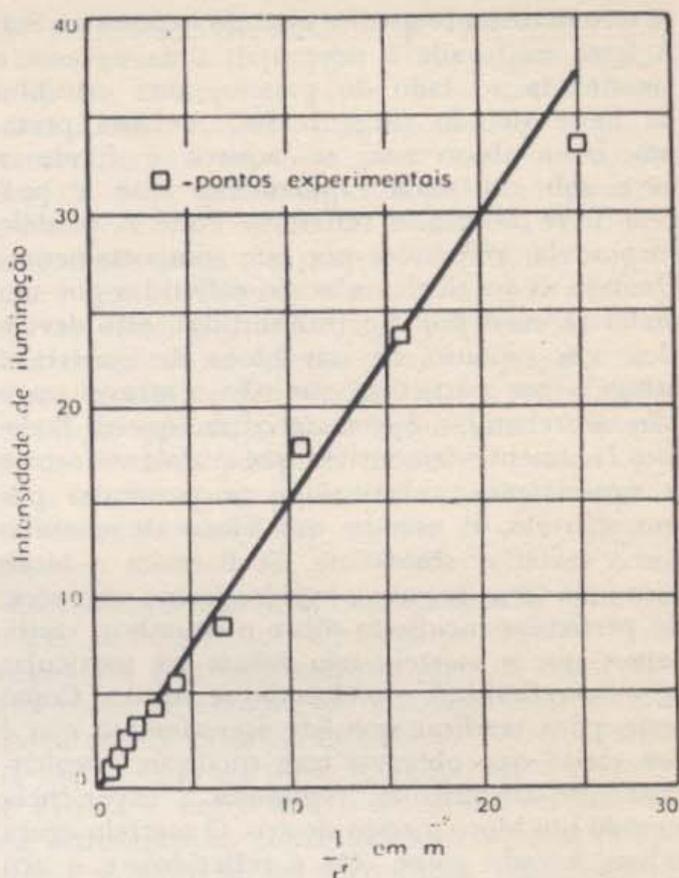


15 - 6. O gráfico à esquerda mostra os valores da intensidade de iluminação para diferentes distâncias de uma fonte. Os valores experimentais concordam estreitamente com os pontos calculados, admitindo a relação do in-

15 - 4. Pressão da luz

Quando uma bola ou uma pedra nos atingem, sentimos um impulso. Os impulsos exercidos pelas minúsculas moléculas de um gás que incidem sobre as paredes de um recipiente, ou que atingem nossa pele, são responsáveis pela pressão do gás. Foi o que verificamos no Capítulo 9. As partículas luminosas que incidem sobre um espelho originam também uma pressão da luz? A teoria corpuscular da luz sugere que sim. Infelizmente, a teoria corpuscular que desenvolvemos até agora não é bastante específica para indicar que pressão luminosa podemos esperar de um determinado fluxo de partículas de luz. Por exemplo, não conhecemos a intensidade fornecida por um mól de partículas de luz que passam cada segundo por um metro quadrado de superfície.

Mas mesmo sem este conhecimento detalhado, sabemos que se a luz efetivamente exerce uma pressão, ela deve ser muito pequena para um feixe de luz comum. Nem uma pena se move quando exposta a uma luz brilhante. Até o começo



verso do quadrado. O gráfico à direita, no qual se representa a intensidade de iluminação em função de $1/r^2$, indica estreita concordância com uma linha reta.

de nosso século, mesmo as experiências realizadas com aparelhos sensíveis falharam ao se tentar revelar a existência da pressão da luz, quando, então, Peter Lebedev na Rússia e Nichols e Hull nos Estados Unidos conseguiram verificar e medir esta pressão. De seus resultados experimentais, sabemos que a pressão da luz brilhante do Sol de meio-dia é aproximadamente a mesma que a pressão de uma monocamada de ácido oléico em uma superfície horizontal. Esta pressão é muito reduzida, mas nem toda a pressão da luz é tão pequena. As experiências comprovam a predição da teoria corpuscular de que a pressão da luz cresce com a intensidade de iluminação. Na superfície do Sol, por exemplo, a pressão da luz é maior em várias ordens de grandeza que a pressão da luz solar na Terra, e nas superfícies de algumas estrelas a pressão da luz é enorme.

15 - 5. Absorção e aquecimento

Um material bom refletor de luz não se aquece apreciavelmente quando exposto à luz solar, ao passo que uma superfície absorvente escura pode

se tornar bastante quente quando exposta ao Sol. A lama misturada à neve após uma nevasca e amontoada ao lado do passeio, abre caminho na neve quando surge o Sol. A lama preta, um bom absorvente, se aquece e funde a neve sob ela mais rapidamente que a própria neve branca e refletora. Pode o modelo corpuscular responder por este comportamento? Quando as partículas não são refletidas por um material, nem por ele transmitidas, elas devem ficar em repouso. Se um bloco de matéria é atingido por partículas que não o atravessam e não são rebatidas, este material se aquece? Podemos facilmente demonstrar que realmente ocorre o aquecimento, substituindo as partículas por um martelo, e usando um bloco de chumbo como material absorvente. Se batemos o bloco com uma série de golpes rápidos (como uma série de partículas incidindo sobre o chumbo), verificamos que o martelo não rebate (as partículas não são refletidas), e o chumbo se aquece. Como teste, para verificar que este aquecimento não é um efeito que obtemos com qualquer bombardeamento corpuscular, repetimos a experiência usando um bloco maciço de aço. O martelo agora rebate a cada golpe (ele é refletido), e o aço não se aquece. Se as partículas luminosas atuam como partículas de matéria comum, esperamos que elas aqueçam qualquer material que as detenha. O modelo corpuscular está, portanto, de acordo com o aquecimento observado nos materiais que absorvem a luz, e com o fato de que os materiais que refletem ou transmitem toda a luz, não se aquecem.

Os materiais absorventes não são, geralmente, práticos. Eles refletem um pouco da luz que os atinge, e podem transmitir parte dela. No sentido de construir um modelo de uma substância que reflete algumas partículas especularmente, enquanto absorve outras do mesmo feixe de luz, podemos imaginar que o material contém pequenas regiões que detêm as partículas de luz, produzindo calor, misturadas com regiões que refletem as partículas luminosas, não produzindo calor. Mesmo os melhores refletores, tais como os espelhos, se aquecem um pouco quando colocados ao Sol, e concluímos que um espelho deve apresentar algumas regiões absorventes espalhadas pela superfície. Uma substância transparente, tal como uma placa de vidro, deve conter também algumas regiões absorventes, pois observamos uma pequena diminuição na intensidade luminosa, quando o vidro é situado na trajetória de um feixe de luz. Ainda mais, como era de esperar, o vidro se aquece ligeiramente.

15 — 6. Algumas dificuldades com a teoria corpuscular

Verificamos que podemos construir um modelo corpuscular que responde pela reflexão especular e difusa, que dá a lei de Snell da refração, e que leva à lei do inverso do quadrado para a diminuição da intensidade de iluminação com a distância. O modelo também sugere que a luz deve exercer uma pressão, que o aquecimento deve estar associado à absorção luminosa. Estes dois últimos efeitos, que não discutimos previamente, são verificados experimentalmente, e podem servir como exemplos do valor de um modelo, conduzindo-nos a novas investigações. O modelo é bem sucedido em descrever coerentemente muito do que já conhecemos, dando-nos uma imagem na qual nosso conhecimento se enquadra. Ele também sugere que outras coisas devem acontecer, sobre as quais podíamos não ter idéia. Ele nos dá o indício para o que pode, de outra maneira, ser inesperado, porque, como a pressão da luz por exemplo, o inesperado pode existir no modelo. Podemos, então, verificá-lo, comparando a natureza com o que o modelo indica.

Até agora, fomos muito bem sucedidos com nosso modelo da luz. Há algo em que o modelo corpuscular não é tão bem sucedido? Há aspectos do comportamento da luz que não são satisfatoriamente descritos pelo modelo, ou, mesmo, estão em conflito com ele?

Vejamos mais detalhadamente o que acontece quando a luz se refrata. Embora saibamos como considerar separadamente a refração e a reflexão no modelo corpuscular, podemos nós responder pelo fato de que ambas acontecem simultaneamente quando um feixe de luz incide sobre a superfície de um material refringente? Para produzir a reflexão especular, a superfície impulsiona as partículas de luz em uma direção; para produzir a refração, em nosso modelo, ela as impulsiona em sentido oposto. Como decide ela quanto ao sentido do impulso? Esta questão preocupou Newton, e ele tentou explicar a reflexão e refração parciais da luz, supondo que as partículas luminosas tinham propriedades que variavam periodicamente com o tempo. O que acontece à partícula, então, depende do instante em que incide sobre a superfície.

Outra tentativa para explicar a separação dos feixes de luz poderia ser feita imaginando que a superfície é dividida em pequenas regiões refletoras e pequenas regiões refringentes. Qual-

quer uma destas extensões de nosso modelo poderia responder por uma razão definida entre a reflexão e a refração. Mas há uma dificuldade, porque a razão entre a luz refratada e a refletida diminui quando cresce o ângulo de incidência. Talvez a dificuldade possa ser superada, mas o modelo está se tornando complicado. Se temos que retocá-lo demasiadamente, nós o olhamos com desconfiança.

Outras dificuldades surgem quando tentamos considerar a difração. Por exemplo, parece não haver explicação corpuscular simples para a configuração complicada da difração, que se observa quando a luz passa através de um minúsculo orifício. (Fig. 11 — 10). Ainda mais, como veremos na próxima seção, há dificuldades com a velocidade da luz.

15 — 7. A velocidade da luz e a teoria da refração

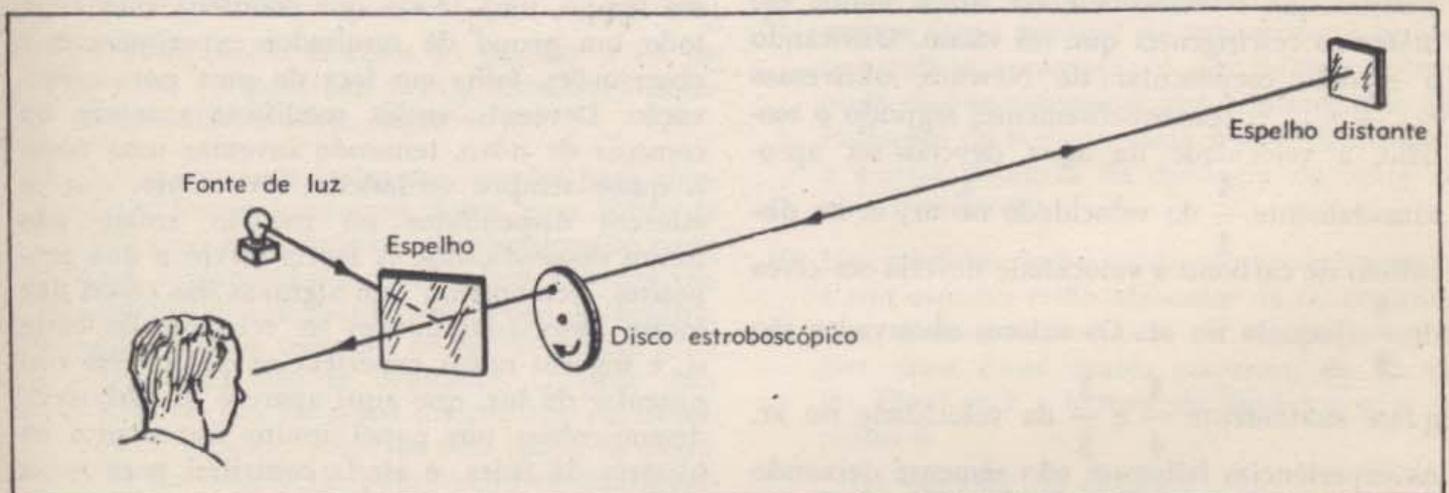
De acôrdo com nossa teoria corpuscular, a velocidade v_m da luz em um material refringente deve ser maior que a velocidade c no vácuo. Na Seção 15-2, verificamos que $v_m = cn_m$, onde n_m é o índice de refração. Podemos verificar este resultado quantitativo do modelo se pudermos medir a velocidade da luz em uma distância pequena — em um tanque de água, por exemplo.

No tempo de Newton, não era possível uma medida deste tipo. As primeiras medidas bem sucedidas da velocidade da luz sôbre uma distância conhecida na Terra, foram realizadas por Fizeau (1849). Seu método de medida se baseia na mesma idéia que a do estroboscópio. Imagine-se dirigindo um feixe de luz através do ori-

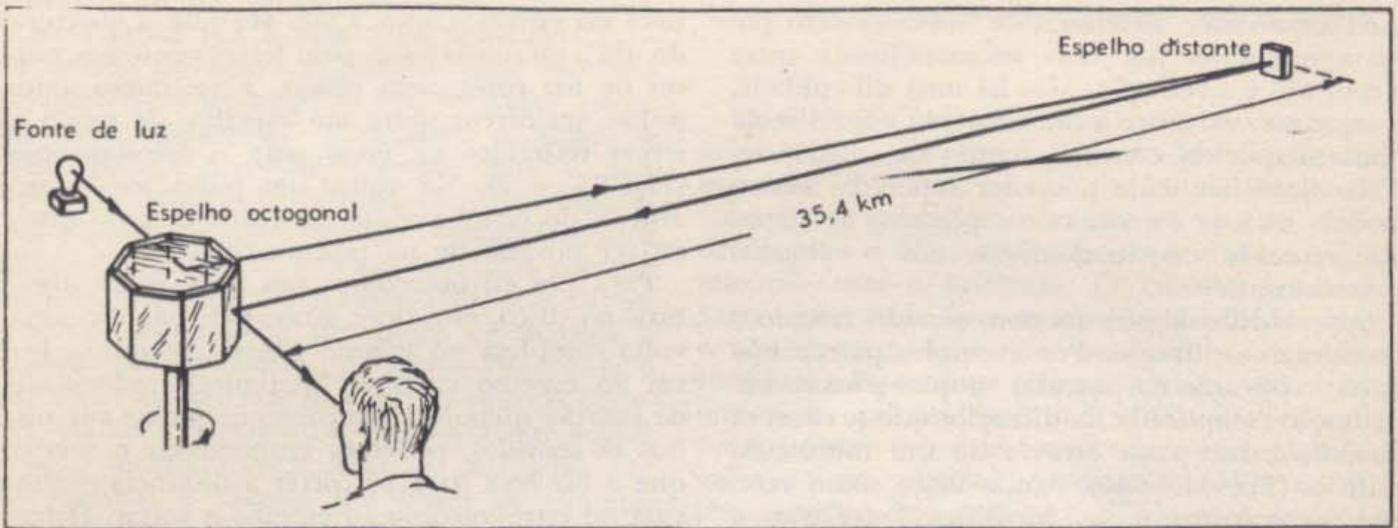
fício do estroboscópio. Cada vez que a abertura do disco giratório passa pelo feixe, pequenos pulsos de luz conseguem passar. Faça, então, estes pulsos incidirem sôbre um espelho, de modo a serem refletidos de nôvo para o estroboscópio (Fig. 15 — 7). Na volta, um pulso só passará através do estroboscópio, se a abertura do disco estiver novamente na posição correta.

Para um estroboscópio com uma única abertura no disco, êste deve girar, pelo menos, uma volta completa no mesmo tempo em que a luz vai ao espelho e volta. Medindo a velocidade de rotação quando a luz consegue passar em ambos os sentidos, podemos cronometrar o tempo que a luz leva para percorrer a distância conhecida do estroboscópio ao espelho e voltar. Determinamos, dêste modo, a velocidade da luz.

Certamente, nenhum estroboscópio comum giraria de modo suficientemente rápido. Mas, projetando um estroboscópio especial com alta velocidade de rotação, e com muitos orifícios, Fizeau obteve êxito na medida da velocidade da luz no ar. Outros físicos melhoraram o método de Fizeau, e entre êles o físico francês Cornu. Seu estroboscópio tinha 200 aberturas, e podia girar a 54 000 rotações por minuto. Aumentando sua velocidade de zero até o máximo, mediu êle vinte e oito eclipses e iluminações sucessivos da luz que atravessava o disco voltando de um espelho a 23 km de distância. Usando um espelho giratório em substituição ao disco rotatório do estroboscópio, Foucault na França e, mais tarde, Michelson nos Estados Unidos, aumentaram, ainda mais, a precisão dêste método (Fig. 15 — 8). Michelson conseguiu determinar a velocidade da luz com uma precisão de aproximadamente 3 km/s (1 parte em 10^5).



15 — 7. Cronometrando um pulso de luz com um estroboscópio. A luz da fonte se reflete na placa de vidro e passa pelo orifício do disco do estroboscópio para um espelho distante. O pulso de retorno passa através do disco do estroboscópio e da placa de vidro, chegando ao olho do observador.



15 — 8. Michelson fez a luz refletir-se em um espelho giratório de oito faces. Com este equipamento ele fez medidas precisas da velocidade da luz.

Para esta medida precisa, Michelson utilizou uma trajetória extensa. Mas o mesmo método pode ser usado em trajetórias curtas, para determinar a velocidade da luz nos líquidos, na água por exemplo, embora com menor precisão. Em 1862, Foucault mediu a velocidade da luz na água, e verificou ser ela próxima de $2,23 \times 10^8 \text{ m/s}$. Este valor é quase exatamente três quartos de sua velocidade no ar. Alguns anos mais tarde, Michelson determinou a velocidade da luz no dissulfeto de carbono, líquido de índice de refração 1,64, verificando valer ela $1,71 \times 10^8 \text{ m/s}$.

À vista destes resultados, nossa teoria corpuscular da luz encontra realmente obstáculos. Para responder pela lei de Snell, fomos forçados a admitir que a velocidade da luz é maior em materiais refringentes que no vácuo. Utilizando o modelo corpuscular de Newton, obtivemos $v_{\text{água}} = n_{\text{água}} c$; conseqüentemente, segundo o modelo, a velocidade na água deveria ser aproximadamente $\frac{4}{3}$ da velocidade no ar; e, no dissulfeto de carbono a velocidade deveria ser cerca de $\frac{5}{3}$ daquela no ar. Os valores observados são

quase exatamente $\frac{3}{4}$ e $\frac{3}{5}$ da velocidade no ar.

As experiências falharam não somente deixando de indicar as relações que esperávamos — elas indicam que as relações são inversas. Nosso modelo corpuscular da luz parece fracassar.

15 — 8. Situação do modelo corpuscular

Tentamos neste capítulo desenvolver um modelo da luz baseado no comportamento de partículas. Esta tentativa foi bem sucedida enquanto escolhemos somente *alguns* dos fenômenos ópticos que conhecemos, e enquanto não exigimos uma constante e precisa concordância quantitativa entre as previsões da teoria e os resultados das experiências. Quando, entretanto, incluímos todos os fenômenos e solicitamos verificações quantitativas, o modelo falhou em vários aspectos importantes. Desde que nossa teoria corpuscular da luz falhou, deve ela ser abandonada ou modificada.

Estamos agora em uma situação na qual os físicos freqüentemente se encontram. De tempo em tempo, uma teoria que coordena com êxito todo um grupo de resultados experimentais e observações, falha em face de uma nova observação. Devemos, então, modificar a teoria, ou começar de novo, tentando inventar uma nova. É quase sempre verdadeiro, entretanto, que os esforços dispendidos no modelo antigo não foram desperdiçados. A teoria serviu a dois propósitos: demonstrou que algumas das coisas que foram observadas podem ser relacionadas entre si, e sugeriu novas experiências. A imagem corpuscular da luz, que aqui aparece insatisfatória, desempenhou um papel muito importante na história da física, e ainda contribuiu para nossa compreensão da luz. Diremos mais a seu respeito na Parte IV. No momento, experimentaremos um modelo diferente.

PARA CASA, CLASSE, E LABORATÓRIO

1. O índice de refração do dissulfeto de carbono é aproximadamente 1,63. Qual seria a velocidade da luz neste líquido, de acordo com o modelo corpuscular da refração apresentado na Seção 15-2?
2. Ocasionalmente ocorre no céu a explosão de uma estrela, produzindo o que se conhece como uma super-nova. A estrela, repentinamente, se torna muitas vezes mais brilhante do que, antes. Como você sabe, as estrelas estão tão distanciadas, que a sua luz leva muitos anos para nos atingir. Uma explosão que observamos, deve ter ocorrido há muito tempo, e, desde então, a luz esteve caminhando para nós. Vemos a explosão como uma luz branca brilhante, e não como uma série de cores diferentes chegando em tempos diferentes.
 - (a) O que demonstra isto com relação à velocidade da luz de diferentes cores no vácuo?
 - (b) Experimente sugerir um modelo corpuscular para a dispersão em prismas, consistente com a velocidade única da luz de todas as cores no vácuo.
3. Pode você explicar as diferentes intensidades das fontes de luz em termos de partículas de diferentes tamanhos? Que diz você da diminuição de intensidade de um feixe de luz pela inserção em seu trajeto de uma lâmina de material parcialmente absorvente? Podem ser explicadas deste modo as intensidades diferentes a distâncias variáveis de uma fonte?
4. Que suposição fazemos ao utilizar a lei do inverso do quadrado para determinar distâncias estelares? (Veja Seção 4-3).
5. * Construa um fotômetro simples para comparar fontes luminosas. Situe uma folha de alumínio entre dois blocos idênticos de parafina, e mantenha-os unidos com fita adesiva. Quando a luz incide sobre este fotômetro, num lado, o extremo do bloco de parafina neste lado aparece brilhante. Quando dois feixes de luz, de igual intensidade de iluminação, incidem sobre os dois lados, os extremos dos blocos de parafina aparecem igualmente brilhantes.
 - (a) Para verificar que o fotômetro funciona aproximadamente, nós o giramos de forma a inverter as posições dos dois blocos de parafina. Por quê?
 - (b) Com um fotômetro deste tipo, você pode verificar se dois feixes de luz têm igual intensidade; mas, se a intensidade da luz que incide sobre os dois lados é diferente, não podemos obter uma medida quantitativa das intensidades relativas de iluminação. Por quê?
6. Idealize um procedimento para verificar a lei do inverso do quadrado com o fotômetro do Problema 5.
7. Verifica-se que uma fonte de 40 velas, situada a 3,0 metros de um medidor de luz dá a mesma leitura na escala que uma fonte desconhecida a 1,2 metros do medidor.
 - (a) Qual é a intensidade da fonte desconhecida?
 - (b) Qual é a intensidade de iluminação, em velas-metro, lida no medidor?
8. Que prevê a teoria corpuscular quanto à intensidade produzida por uma fonte luminosa *extremamente* fraca — tão fraca que emite somente poucas partículas por segundo? Como poderia você verificar esta predição?
9. No emprego do radar, uma fonte emite um feixe de radiação. Parte desta radiação incide sobre um objeto distante, tal como um avião, é refletida pelo objeto, sendo detetada quando retorna ao ponto de partida. A radiação usada comporta-se como a luz. Admitindo que a fonte de radiação é equivalente a uma fonte pontual de luz, e que o objeto que reflete a radiação é um refletor difuso, pode você se convencer que a intensidade das radiações de retorno varia inversamente com a *quarta* potência da distância da fonte ao objeto refletor?
10. Um medidor de luz calibrado em velas-metro e um espelho estão afastados de 60 centímetros. Coloca-se, no meio da distância entre eles, uma fonte muito pequena, de 25 velas. Qual será a leitura do medidor se o espelho é
 - (a) um espelho plano?
 - (b) um espelho côncavo com um diâmetro de 15 centímetros e uma distância focal de 30 centímetros?

11. Um termômetro sensível situado nas diferentes partes do espectro formado por um prisma, indicará uma elevação de temperatura. Isto revela que tôdas as côres da luz produzem calor quando absorvidas. Mas o termômetro indica também uma elevação de temperatura quando seu bulbo está em qualquer das duas regiões escuras além dos dois extremos do espectro. Como pode a teoria corpuscular responder por êsse fato?
12. Situa-se um termômetro no trajeto de um feixe luminoso emitido por uma lâmpada. Suas indicações vão aumentando até se tornarem constantes a 26°C . Colocando um pedaço de vidro comum de janela entre a lâmpada e o termômetro, a indicação cai para 23°C .
- (a) Que pode você concluir sôbre a natureza da luz procedente da lâmpada?
- (b) Se o vidro de janela é substituído por vidro Corex (ver Seção 11-5), esperaria você que a indicação do termômetro fôsse superior ou inferior a 23°C ?
- (c) Pode você estar igualmente seguro de cada uma de suas respostas?
13. Um medidor de luz calibrado indica que uma placa de vidro transmite 80 % da luz procedente de uma fonte fixa.
- (a) Que fração da luz será transmitida por duas, três, etc., até dez dessas placas?
- (b) Faça um gráfico da fração de luz transmitida em função do número de placas.
- (c) Represente gráficamente o logaritmo da fração de luz transmitida em função do número de placas.
- (d) Quantas placas são necessárias para absorver 90 % da luz?
- (e) Prepare-se para discutir o efeito da reflexão na precisão de seus resultados.
14. Usando os dados fornecidos na Seção 15-7 sôbre a aplicação de Cornu do método de Fizeau, calcule a menor distância do disco rotatório ao espelho, que permitirá ao feixe de retôrno passar pela abertura imediatamente seguinte àquela de onde partiu.
15. Poder-se-ia imaginar que em cada reflexão a velocidade da luz diminui ligeiramente. Admitindo que você pode medir a velocidade da luz (veja Seção 15-7), descreva uma experiência projetada para verificar a afirmação que a reflexão não altera a velocidade.
16. Pode você modificar a experiência que propôs (Problema 15), para verificar a afirmação de que a velocidade da luz no vácuo é independente de refrações prévias?
17. Na modificação de Foucault-Michelson do método de Fizeau, utilizam-se espelhos rotatórios ao invés da roda giratória (Fig. 15 - 8). Supondo que os espelhos giram 500 vêzes por segundo, e que a distância dêles ao espelho fixo é de 10,0 km, demonstre que uma face do espelho gira de um ângulo de 12° antes de refletir o feixe por uma segunda vez, e que o ângulo formado por êste feixe refletido e a direção original da luz é, portanto, de 24° .
18. Suponha que alguém lhe sugere que o som consiste de pequenas partículas, que se movimentam rapidamente, emitidas por uma fonte, e que afetam seu ouvido quando sôbre êle incidem. Que evidência poderia você usar para apoiar ou contestar a sugestão?
19. Dissemos que as partículas luminosas devem ser muito pequenas. Sugira uma experiência para indicar que elas devem ter também uma massa extremamente pequena.
20. É possível que a diminuição da velocidade da luz ao passar do vácuo para um material transparente seja uma espécie de efeito de atrito?

LEITURA COMPLEMENTAR

- EINSTEIN, A. e INFELD, L., *The Evolution of Physics*. Simon & Schuster, 1938 (págs. 94 - 110).
- HENRY, GEORGE E., "Radiation Pressure". *Scientific American*, Junho, 1957 (pág. 99).
- NEWTON, SIR ISAAC, *Opticks, or a Treatise of the Reflections, Refractions, Inflections & Colours of Light*. Baseado na Quarta Edição de 1730; Dover, 1952.
- ROBERTSON, J. K., *Introduction to Optics, Geometrical and Physical*. Van Nostrand, Quarta Edição, 1954.
- WILSON, MITCHELL, *American Science and Invention*. Simon & Schuster, 1954. (Michelson: págs. 309 - 319).

INTRODUÇÃO ÀS ONDAS

CAPÍTULO 16

16 — 1. Uma onda: algo que se propaga

No capítulo anterior, consideramos demoradamente um modelo corpuscular da luz, no qual supuzemos que a luz consistia de um fluxo de partículas ou corpúsculos. Verificamos que este modelo falha no fornecimento de explicações completamente satisfatórias de alguns aspectos do comportamento da luz, por nós observados. Deparamo-nos, portanto, frente a um dilema: podemos tentar construir um modelo corpuscular melhor, que seria bem sucedido nos aspectos em que o anterior falhou, ou podemos procurar um novo modelo, baseado em uma concepção completamente diferente. Tentemos a segunda idéia.

A noção básica a ser levada em conta em *qualquer* modelo da luz é o fato de sua propagação através do espaço. Ao procurar uma nova teoria, perguntamos, de início, se existe algo, exceção feita de uma partícula (ou fluxo de partículas) capaz de se movimentar de um ponto a outro. A resposta é "sim". Considere, por exemplo, o que acontece quando lançamos uma pedra em um tanque tranqüilo. Uma configuração circular se estende a partir do ponto de impacto. Uma perturbação deste tipo se denomina uma *onda*, e se você observar de bem perto como uma onda desta espécie se move pela superfície do líquido, verificará que, apesar da água poder ser agitada e empurrada localmente, ela não se desloca com a onda. Isto fica perfeitamente claro se você observar um pedaço de madeira ou uma pequena mancha de óleo que flutua no tanque.

A madeira ou o óleo sobem e descem ao passar a onda; mas não caminham com ela. Em outras palavras, uma onda pode percorrer longas distâncias, mas, uma vez passada a perturbação, cada gota permanece no lugar onde estava.

Olhando à nossa volta, podemos observar várias espécies de ondas. Por exemplo, observamos uma bandeira brasileira ondulando à brisa, no topo de um mastro. As ondulações ou ondas se propagam ao longo do tecido. Os sinais isolados sobre o tecido da bandeira, entretanto, mantêm suas posições quando as ondas passam. Uma estrela, por exemplo, permanece sempre como tal, e suas distâncias aos quatro extremos da bandeira permanecem inalteradas. Do mesmo modo que a água não se desloca com as ondas na água, também o tecido da bandeira permanece no lugar, após a passagem das ondas.

Algumas ondas são periódicas; o movimento do material se repete sucessivamente. Nem todas as ondas têm, entretanto, esta propriedade. Por exemplo, quando você fecha com força a porta de uma sala, o ar do interior é bruscamente comprimido, e esta rápida compressão atravessa a sala como uma perturbação, produzindo um impulso súbito sobre uma cortina suspensa na janela. Uma onda como esta, de curta duração, constitui um *pulso*.

Vejamos outro exemplo de um pulso. Colocamos meia dúzia de bolas de bilhar (bolas plásticas também servirão) em linha reta, de modo que cada bola esteja em contacto com a seguinte. Lançamos, então, outra bola, de forma que ela

incida sobre um dos extremos da fila. A bola do extremo oposto se afasta, movimentando-se com velocidade igual à da bola incidente. Um pulso semelhante ao da superfície da água ou ao da bandeira, se propagou ao longo da fila de bolas, de um extremo ao outro. Cada bola foi perturbada; esta perturbação se propagou ao longo da linha completa de bolas; mas nenhuma delas se movimentou de um extremo da linha ao outro.

Você pode ver outro tipo de onda — chame-mo-la “onda de partida” — se observar uma fila de carros que foram detidos por um sinal de tráfego, e esperam que ele mude de vermelho para verde. Logo que o sinal fica verde, o motorista do primeiro carro inicia sua marcha. Um instante após, o motorista do segundo carro, vendo que o veículo à sua frente está em movimento, começa seu deslocamento para diante. Logo depois, o motorista do terceiro carro começa a marcha, e assim, sucessivamente, ao longo da fila, a partir do luminoso. Você pode ver um “pulso” que se propaga ao longo da fila de carros. É interessante observar que este “pulso de partida” caminha em sentido oposto ao do movimento dos carros.

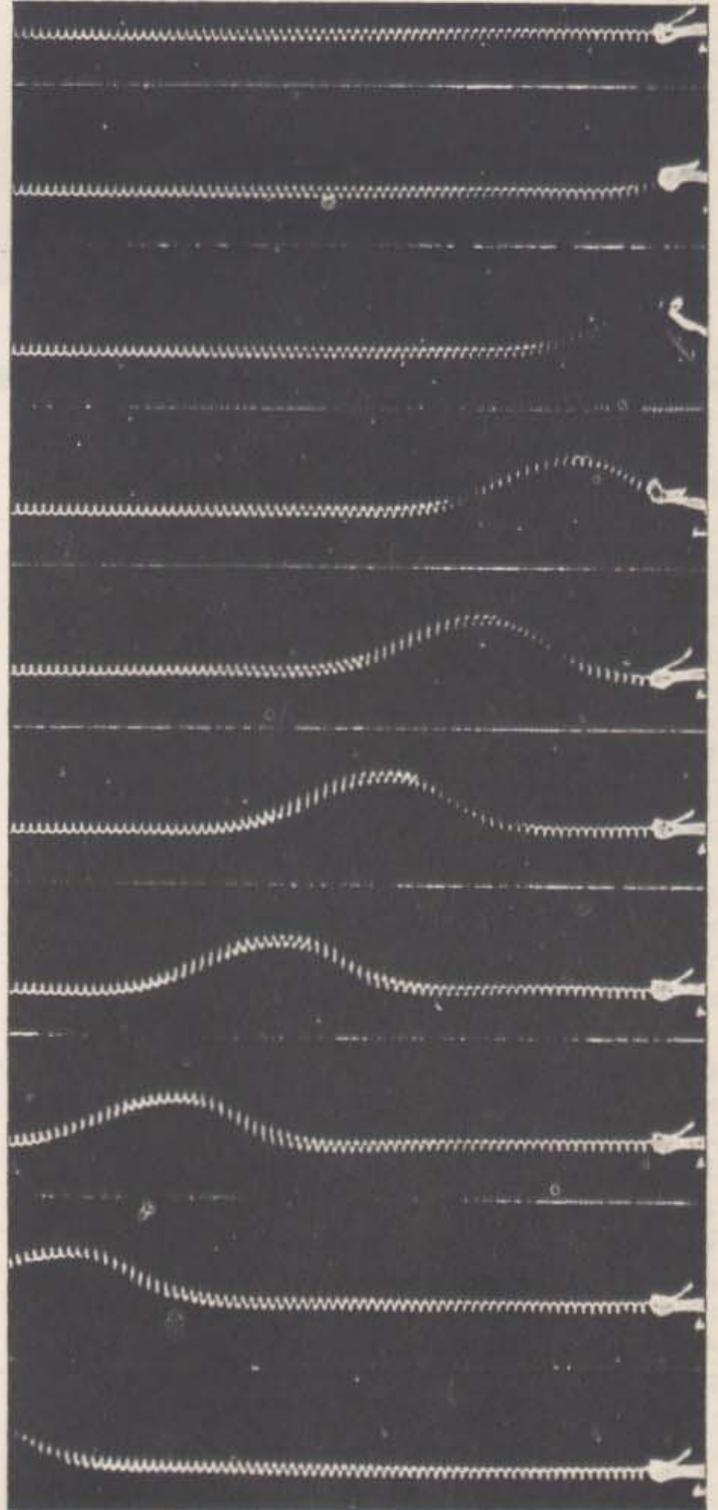
A rapidez com que o pulso de partida se propaga em direção ao fim da fila, depende da rapidez com que reagem os vários motoristas, e de como respondem seus carros. Se pudéssemos selecionar um grupo de motoristas com idênticos tempos de reação, e muni-los com carros que acelerassem igualmente, o pulso de partida propagar-se-ia para trás, com velocidade uniforme.

Que há de comum em todos esses exemplos? Em cada caso, a perturbação se propaga através de um meio — através da água, do tecido de uma bandeira, das bolas de bilhar, ou da fila de carros; mas o meio não se desloca com a perturbação. Denominamos ondas às perturbações que se propagam através de um meio. Podemos agora responder à pergunta que formulamos no início desta seção: existe algo, exceção feita de uma partícula, que pode se deslocar de um ponto a outro? Uma onda, algo que não é em si uma partícula material, pode mover-se de um lugar a outro.

16 — 2. Ondas em molas

As ondas se comportam realmente como a luz? Para verificá-lo, precisamos conhecer algo mais a respeito das ondas. Quando soubermos como

elas agem, poderemos comparar seu comportamento com o que conhecemos sobre a luz, e com outras coisas que possamos descobrir sobre o assunto. A variedade de exemplos que mencionamos, também sugere que as ondas merecem ser estudadas por si mesmas.



16 — 1. Formação e movimento de um pulso ao longo de uma mola, indicados numa série de fotografias tomadas com uma câmara de cinema.

É conveniente iniciar nosso estudo de ondas utilizando uma mola em espiral*. A Fig. 16 — 1 apresenta algumas fotografias de um pulso que se propaga ao longo de uma destas molas. Estas fotografias foram tomadas por uma câmara cinematográfica, em intervalos de $\frac{1}{24}$ de segundo.

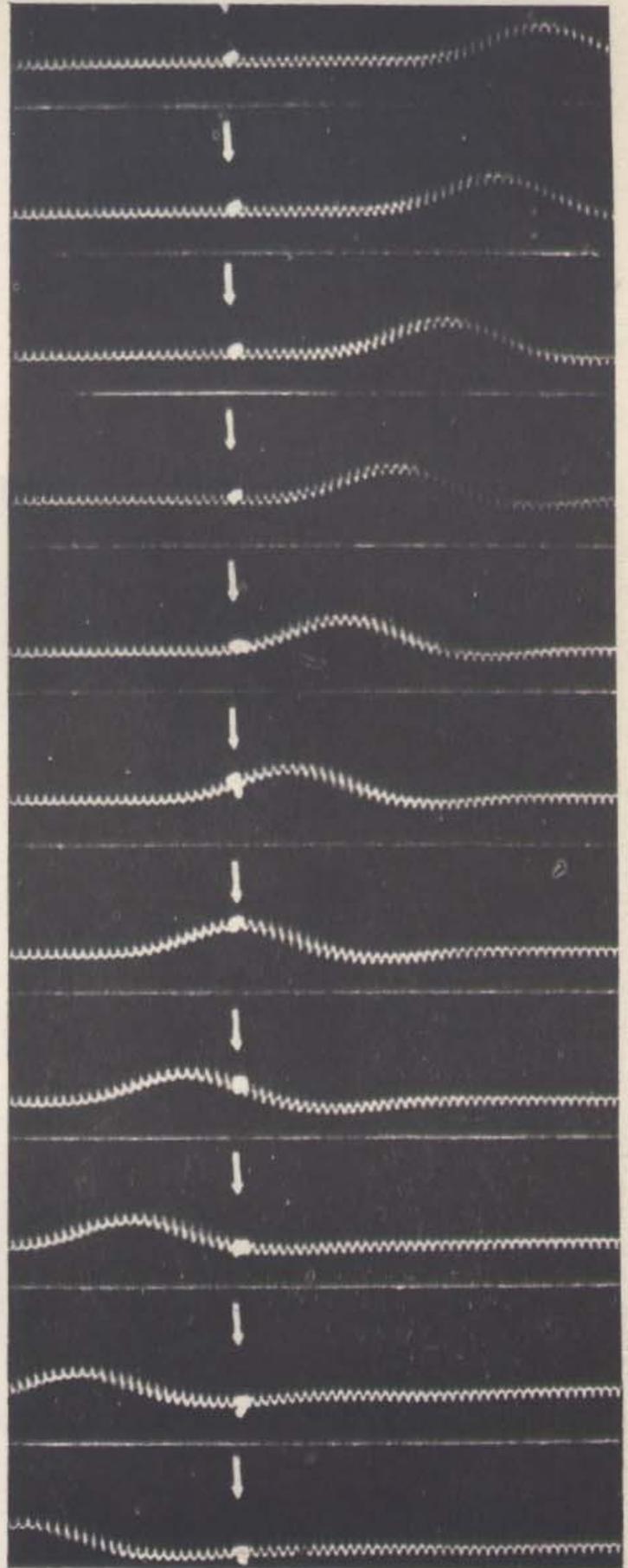
Vemos que a forma do pulso não se altera em seu deslocamento. Com exceção do fato de que o pulso se deslocou, sua imagem em um instante é exatamente igual à da fotografia seguinte. Vemos, também, que o pulso percorre a mesma distância em cada intervalo entre as fotografias — êle se move ao longo da mola com velocidade constante.

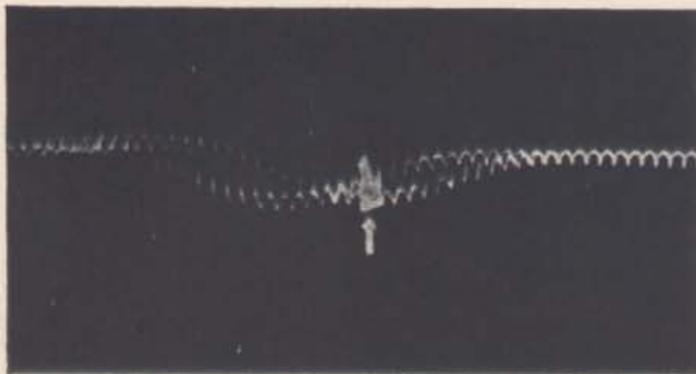
A mola considerada como um conjunto não se altera permanentemente pela passagem do pulso. Mas, que acontece a cada pequeno elemento da mola quando o pulso se propaga? Para ajudar a fixar nossa atenção em um destes elementos, podemos marcá-lo, amarrando num de seus pontos um pedaço de fio branco ou fita, como indica a Fig. 16 — 2. Se, então, sacudimos a mola para iniciar um pulso, podemos ver como se desloca o ponto marcado. Verificamos que seu movimento é perpendicular à mola quando o pulso passa por êle.

As demais porções da mola, análogamente ao ponto marcado, também se movem. Podemos ver que porções se movem e que caminho seguem, se observarmos duas fotografias, uma tomada logo após a outra. Usaremos aqui duas fotografias sucessivas, aproveitadas da Fig. 16 — 2. Imprimimos estas duas fotografias juntas, na Fig. 16 — 3, de modo que vemos o pulso em duas posições sucessivas, exatamente como o veríamos em uma exposição dupla rápida. Abaixo da fotografia, na Fig. 16 — 3, traçamos o pulso em duas posições; a linha cheia indica a posição anterior e a linha pontilhada a posição posterior. Como as flechas indicam, enquanto o pulso se move da direita para a esquerda, cada porção da mola na metade direita do pulso se desloca para

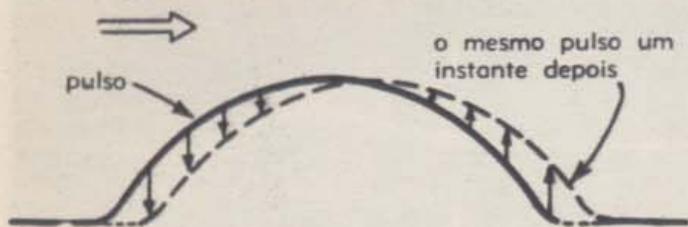
* Se lhe for difícil conseguir uma mola em espiral, servem também um varal flexível ou um tubo de borracha. Amarre um extremo à maçaneta de uma porta, e sacuda o outro extremo. Se o tubo é suficientemente pesado, você obterá bons pulsos, que se propagam com lentidão bastante para fácil observação.

16 — 2. Movimento de um pulso da direita para a esquerda ao longo de uma mola com uma fita atada em seu ponto médio. A fita se move para cima e para baixo, à medida que o pulso se desloca, mas não se move na direção do movimento do pulso.





16 — 3. Relação entre o movimento de um pulso que se propaga da direita para a esquerda e o movimento da mola. A fotografia mostra o pulso em duas posições sucessivas. As flechas do diagrama indicam como a mola se move quando o pulso se propaga.



16 — 4. Relação entre o movimento de um pulso que se propaga da esquerda para a direita e o movimento da mola.

cima, e cada elemento da mola na metade esquerda, se move para baixo.

Se o pulso se deslocasse da esquerda para a direita, o contrário aconteceria, como indicamos na Fig. 16 — 4. Valemo-nos aqui de um pulso esquemático porque é um pouco mais fácil trabalhar desta forma, e podemos também tornar o intervalo de tempo entre as duas posições tão pequeno quanto desejarmos. Dêste modo, podemos determinar o movimento instantâneo da mola. Então, se conhecemos em que sentido o pulso está se deslocando, podemos determinar como se move cada ponto da mola, em qualquer estágio particular da passagem do pulso. Por outro lado, se sabemos como se deslocam as partes da mola, podemos determinar o sentido de propagação do pulso.

Temos agora uma boa noção de como se movem as porções da mola, embora não haja movimento visível em nenhuma das nossas fotografias. Realmente, o que fizemos foi observar: (1) que todo pulso se move sem distorção, com velocidade constante, ao longo da mola, e (2) que a própria mola se move somente em ângulo reto com o movimento do pulso. Podemos combinar estas duas informações para saber

como cada parte da mola se move, em qualquer instante. Naturalmente, observamos somente as ondas mais simples, e as afirmações que acabamos de fazer, podem não ser verdadeiras para todas as ondas. Mesmo nos casos que examinamos, um observador perspicaz pode detectar ligeiros desvios de nossa descrição. Entretanto, formamos uma imagem inicial útil. Com ligeiras modificações, ela se aplica a muitas outras ondas.

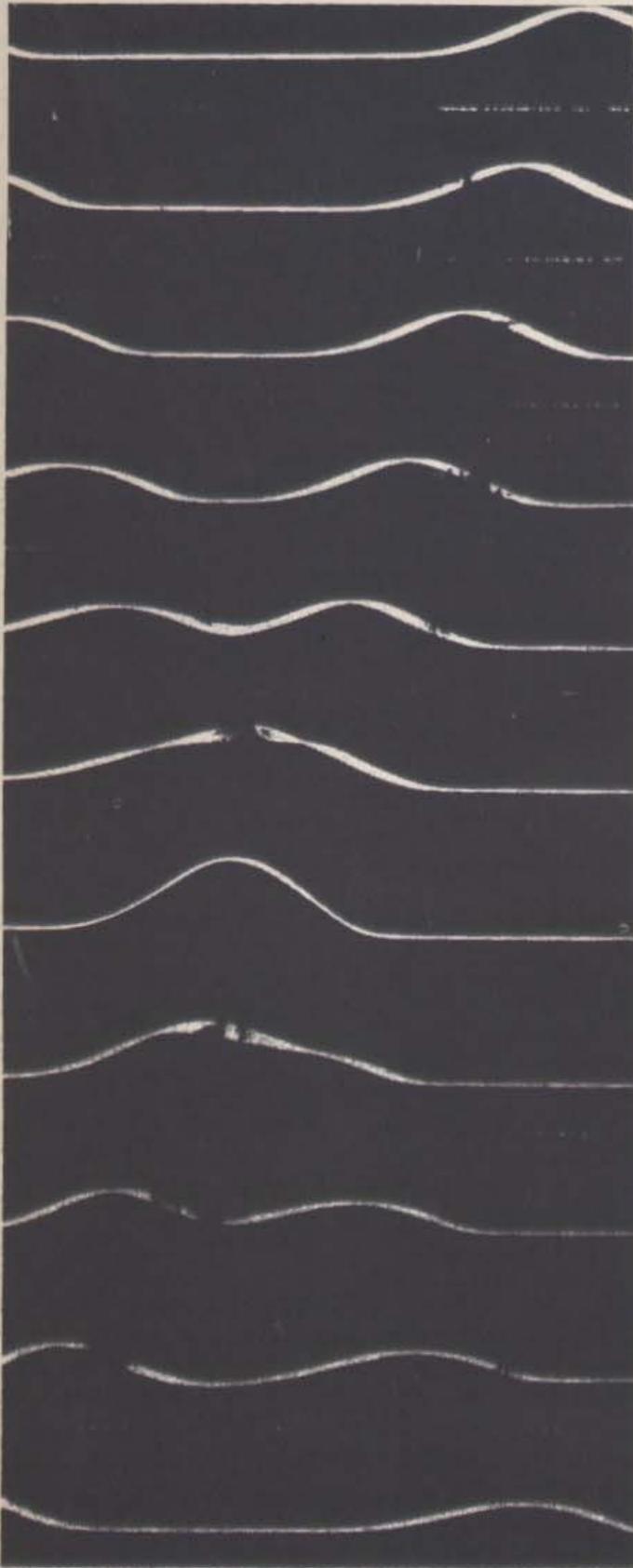
16 — 3. Superposição: pulsos que se cruzam

Discutimos até agora o comportamento de um único pulso que se propaga em uma direção. Que acontece, porém, quando um pulso se propaga da direita para a esquerda ao mesmo tempo que um outro se desloca em sentido contrário? Em particular: que acontece quando os dois pulsos se encontram? Passam um através do outro, ou se destroem mutuamente?

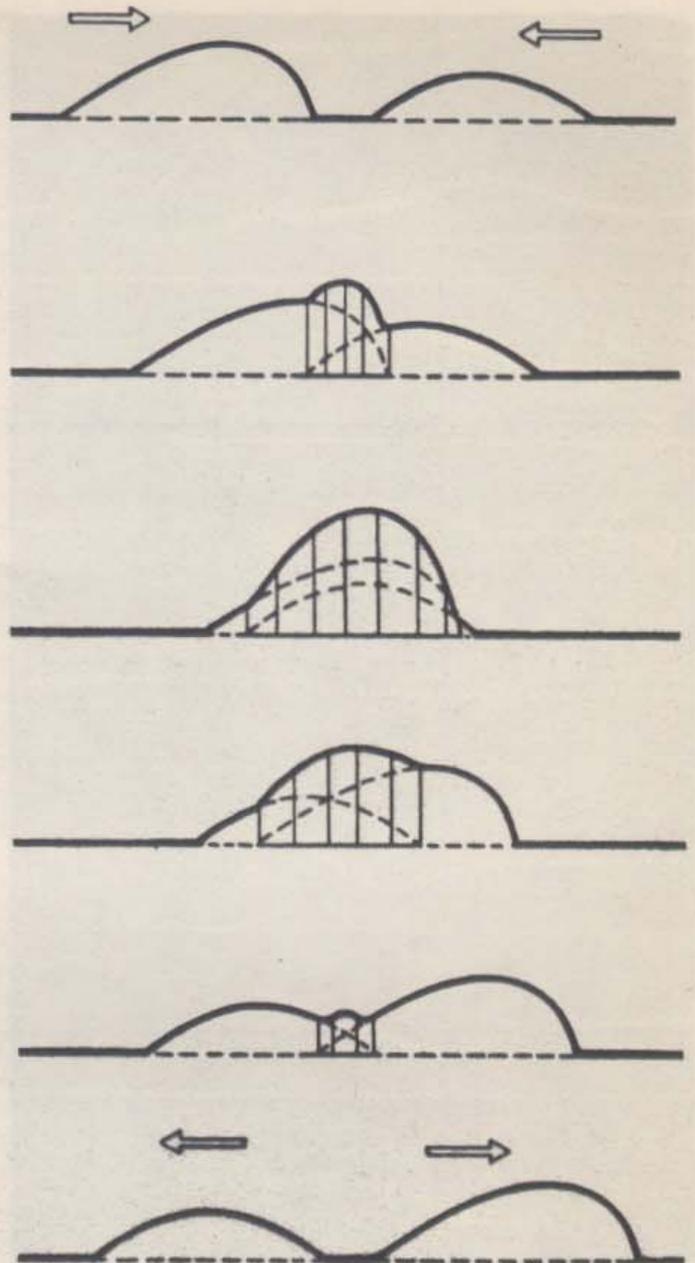
O melhor modo de verificá-lo é experimentando. As fotografias da Fig. 16 — 5 mostram o que acontece quando dois pulsos se iniciam na mesma mola, ao mesmo tempo, um se propagando da esquerda para a direita, e o outro em sentido contrário. As fotografias superiores mostram os pulsos se aproximando um do outro, como se cada um fôsse o único na mola. Ao cruzarem, os dois pulsos se combinam, assumindo formas complicadas. Mas, após o cruzamento, eles assumem novamente suas formas originais, e se propagam como se nada tivesse acontecido, como indicam as fotografias inferiores. O pulso dirigido para a esquerda, continua se propagando para a esquerda, com sua forma original. O pulso dirigido para a direita, continua a se mover para a direita, com sua forma anterior. Podemos realizar esta experiência repetidamente, com diferentes pulsos. Obtemos sempre o mesmo resultado geral.

O fato de dois pulsos se cruzarem sem que nenhum deles se altere, constitui uma propriedade fundamental das ondas. Se lançamos duas bolas em sentidos opostos e elas batem uma na outra, seu movimento se modifica violentamente. O cruzamento de ondas e o cruzamento de fileiras de bolas feitas de matéria sólida, constituem, pois, dois processos muito diferentes.

Examinemos, agora, mais detalhadamente, dois pulsos que se cruzam (Fig. 16 — 5). Frequentemente, a forma do pulso combinado não se assemelha à forma de qualquer um dos pulsos originais. Podemos ver, entretanto, sua relação com eles, visualizando cada um dos pulsos origi-



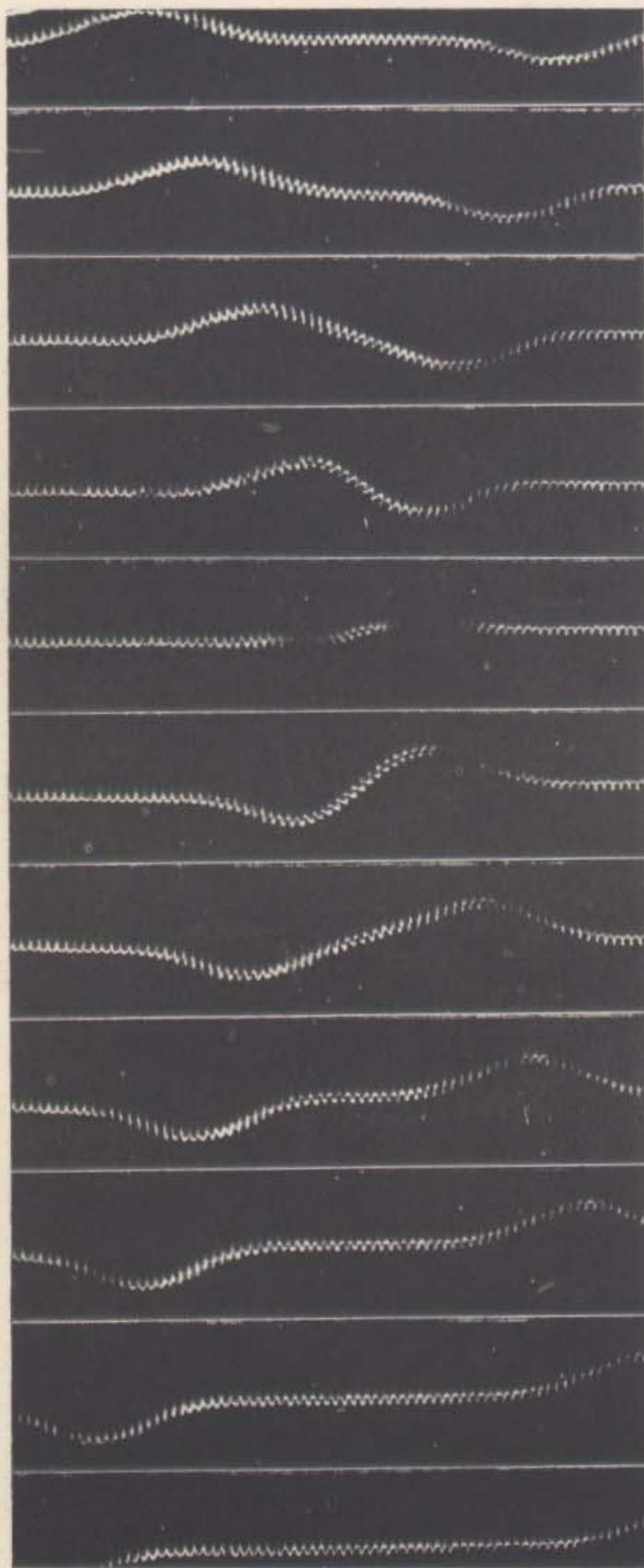
16 - 5. Dois pulsos que se cruzam. Observe que os dois pulsos têm formas diferentes. Assim, podemos ver que o que estava à esquerda no começo, se encontra à direita após o cruzamento, e vice-versa.



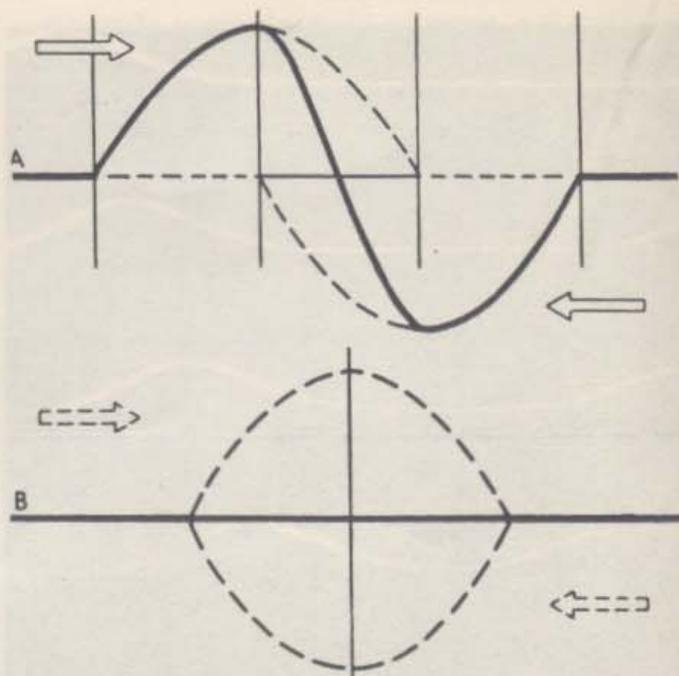
16 - 6. Superposição de dois pulsos. O deslocamento do pulso combinado é a soma dos deslocamentos individuais.

mais na posição que ocuparia se estivesse só; adicionamos, então, os deslocamentos dos pulsos originais, para obter o novo pulso. Verificamos que o deslocamento resultante de qualquer ponto na mola, em qualquer instante, é exatamente igual à soma dos deslocamentos que teriam sido produzidos pelos dois pulsos independentemente. O método está ilustrado na Fig. 16 - 6. Ele é válido para dois pulsos quaisquer. Na verdade, ele também se aplica para mais de dois pulsos — os deslocamentos devidos a qualquer número de pulsos podem ser somados.

Podemos resumir a situação toda conforme segue. Para determinar a forma da perturbação



16 - 7. Superposição de dois pulsos iguais e opostos em uma mola pintada de branco. Na quinta fotografia, eles quase se anulam mutuamente.



16 - 8. Superposição de dois pulsos iguais e opostos. (A) Antes da anulação completa. (B) Anulação completa.

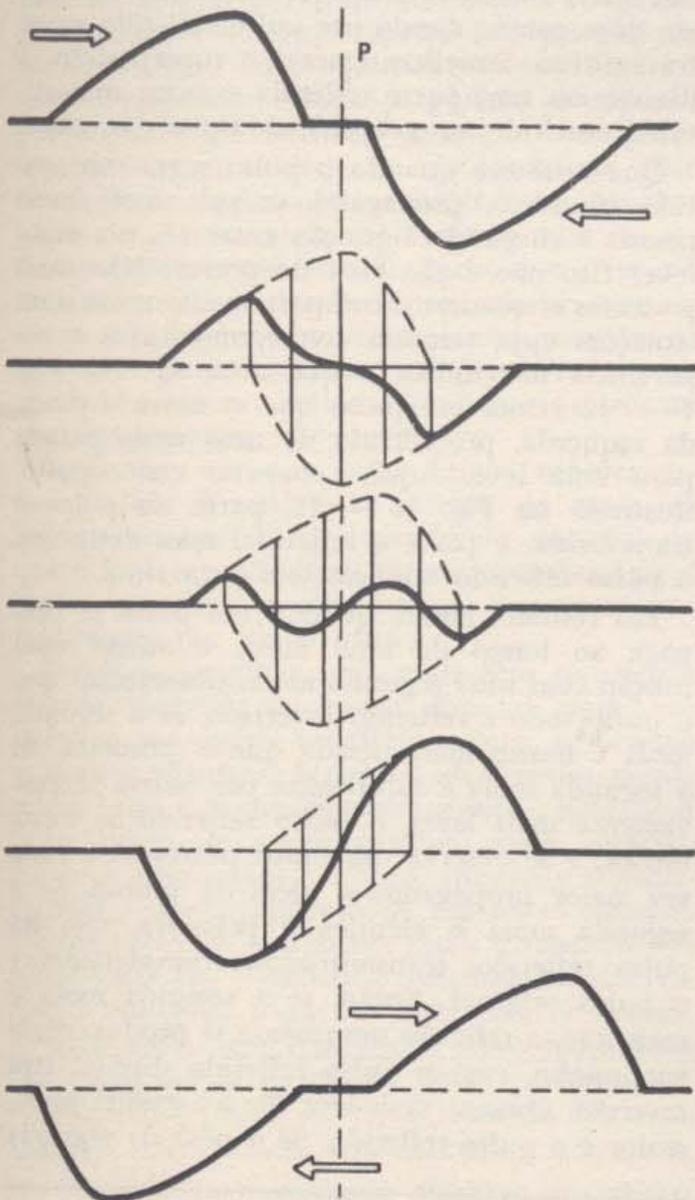
resultante da onda, em qualquer instante, somamos, em cada ponto, os deslocamentos devidos a cada pulso ao atravessar o meio. O fato desta simples adição fornecer o deslocamento real do meio se denomina *Princípio de Superposição*.

Apliquemos este Princípio a dois casos particulares. Em primeiro lugar, consideremos a combinação de um pulso que desloca a mola para baixo, e se propaga ao longo da mesma, a partir do extremo esquerdo, com outro que desloca a mola para cima, e se propaga a partir da direita. Suponhamos que os dois pulsos têm exatamente a mesma forma e tamanho, e que são simétricos. A experiência está indicada na seqüência de fotografias da Fig. 16 - 7. Observe que em uma das fotografias, a adição de deslocamentos iguais, respectivamente para cima (mais) e para baixo (menos), nos dá um deslocamento resultante nulo. Há claramente um instante, quando os pulsos se cruzam, em que a mola toda se apresenta inalterada (Veja também o esquema da Fig. 16 - 8). Por que a fotografia não representa exatamente uma mola em repouso? Consideremos a diferença entre uma mola indeformada percorrida por dois pulsos iguais e opostos, e outra mola indeformada que não é percorrida por onda alguma. Neste último caso, as várias porções da mola permanecem em repouso, em qualquer instante. Por outro lado, quando duas ondas iguais e opostas estão se propagando, há somente um instante em que a mola passa por sua posição de repouso, e neste

instante a mola está em movimento. O movimento se traduz nas fotografias por uma mancha, do mesmo modo como aparece borrado o instantâneo de um aeroplano movimentando-se rapidamente.

Nosso segundo caso particular está indicado na Fig. 16 — 9. Temos aqui dois pulsos semelhantes, um procedendo da direita, e outro, da esquerda. Em um deles, os deslocamentos são para cima, e no outro, para baixo. Estes pulsos diferem dos da Fig. 16 — 7, pelo fato de nenhum deles ser simétrico, apesar de serem ambos semelhantes na forma e no tamanho.

Como nenhum dos pulsos tem forma simétrica, eles nunca se cancelam completamente. Mas há sempre um ponto P na mola, que ficará imóvel. É ele exatamente o ponto a meia distância



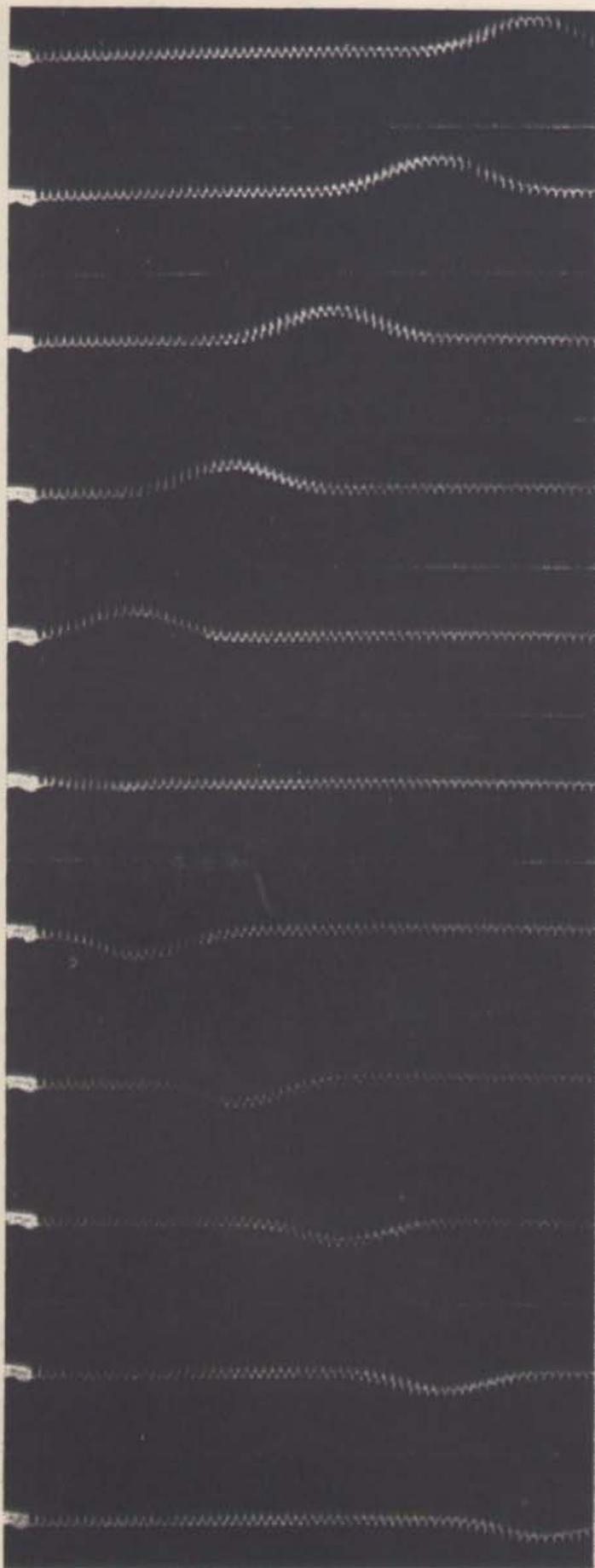
16 — 9. Superposição de dois pulsos semelhantes mas assimétricos. Observe que o ponto a meia distância entre eles permanece em repouso o tempo todo.

entre os dois pulsos. Como os pulsos incidem juntos, eles passam simultaneamente por aquele ponto médio, de tal modo que o ponto mais alto de um pulso e o mais baixo do outro, se anulam mutuamente. O mesmo argumento se aplica a qualquer outro par de pontos correspondentes sobre os pulsos. Eles sempre chegam juntos ao ponto médio da mola, um na parte superior, e outro na inferior. Conseqüentemente, o ponto médio permanece imóvel.

16 — 4. Reflexão e transmissão

Quando um pulso que se move em uma mola, chega a um extremo mantido fixo, ele volta para trás. Esta inversão de sentido é chamada *reflexão*, e o pulso que retorna se denomina *pulso refletido*. Na Fig. 16 — 10, o extremo fixo está à esquerda. No pulso original ou *incidente*, que se move para a esquerda, o deslocamento é para cima. O pulso de retorno tem seu deslocamento para baixo. O pulso retorna invertido, mas com a mesma forma que tinha antes de ser refletido.

Você pode estranhar que o pulso refletido volte invertido. A razão deste comportamento está no fato de que um ponto da mola, neste caso, o ponto extremo mantido na mão, não se move. Já encontramos uma situação na qual um ponto da mola permanecia em repouso: era o ponto P na Fig. 16 — 9. Cubra a metade da direita da Fig. 16 — 9, e você verá um pulso para cima que se move para a direita, “nivelando-se” à medida que se aproxima de P , e sendo finalmente refletido em posição invertida. Observe, então, que na frente de um pulso para cima, a própria mola se move para cima (Fig. 16 — 3). Quando a frente do pulso na Fig. 16 — 9 chega a P , este ponto deveria mover-se para cima. Mas, como P permanece em repouso, o movimento ascendente da mola deve ser anulado por um movimento descendente. A única diferença entre as situações indicadas nas Figs. 16 — 9 e 16 — 10, é que na primeira, nós fornecemos o movimento descendente necessário enviando um pulso para baixo, da direita para a esquerda, enquanto que na Fig. 16 — 10 nós fornecemos o movimento descendente simplesmente mantendo fixo o extremo. Forçar o ponto extremo a permanecer em repouso é justamente um outro modo de fornecer o movimento descendente que anula o movimento da mola devido ao pulso original, e, então, um pulso se propaga para a esquerda, sob a forma de um pulso invertido.



Imagine, agora, que, ao invés de fixar nossa mola por um extremo, nós a ligamos a outra mola muito mais pesada, e, portanto, mais difícil de mover. Nosso novo arranjo estaria entre os dois casos: (a) a mola original fixa por um extremo, e (b) a mola original prolongada por uma peça adicional do mesmo material. No caso (a) o pulso todo é refletido invertido; no caso (b), o pulso todo segue para a frente. Podemos, portanto, esperar que, neste nosso novo arranjo, parte do pulso será *refletido* invertendo-se, e outra parte continua para frente, ou, como dizemos, será *transmitido*. Este efeito vem indicado na Fig. 16 - 11, onde o pulso original procede da direita, e a mola mais pesada está à esquerda. Vemos que na junção ou limite entre as duas molas - que constituem os meios nos quais a onda se propaga - o pulso se divide em duas partes, dando um pulso refletido e um transmitido. Semelhantemente à superposição, a divisão em uma parte refletida e outra transmitida, constitui uma propriedade típica das ondas.

Que acontece quando o pulso segue em sentido contrário, propagando-se pela mola mais pesada e chegando à junção entre ela e a mola leve? Isto não é tão fácil de prever. Não mais podemos enquadrar o comportamento entre duas situações cuja resposta conhecemos. Mas a experiência nos indica o que acontece. Na Fig. 16 - 12 vemos um pulso que se move a partir da esquerda, procedendo de uma mola pesada para uma leve. Aqui, como no caso oposto, ilustrado na Fig. 16 - 11, parte do pulso é transmitida, e parte é refletida, mas, desta vez, o pulso refletido também será para cima.

Em resumo, então, quando um pulso se propaga ao longo de uma mola, e atinge uma junção com uma segunda mola, observamos que o pulso todo é refletido invertido, se a segunda mola é muito mais pesada que a primeira. Se a segunda mola é substituída por outras sucessivamente mais leves, o pulso refletido se torna menor, e se observa um pulso transmitido cada vez maior propagando-se além da junção. Se a segunda mola é idêntica à primeira, não há pulso refletido, transmitindo-se completamente o pulso original. Então, se a segunda mola é mais leve, a reflexão novamente se produz, desta vez, porém, com o pulso refletido direito, sem inversão. Quanto mais leve for a segunda mola, maior é o pulso refletido. Se o peso da segunda

16 - 10. Reflexão de um pulso em um extremo fixo. O pulso refletido é invertido.

mola fôr desprezível, o pulso refletido é aproximadamente do mesmo tamanho que o original. Isto pode ser demonstrado com uma mola pesada presa a um fio de nylon (Fig. 16 - 13).

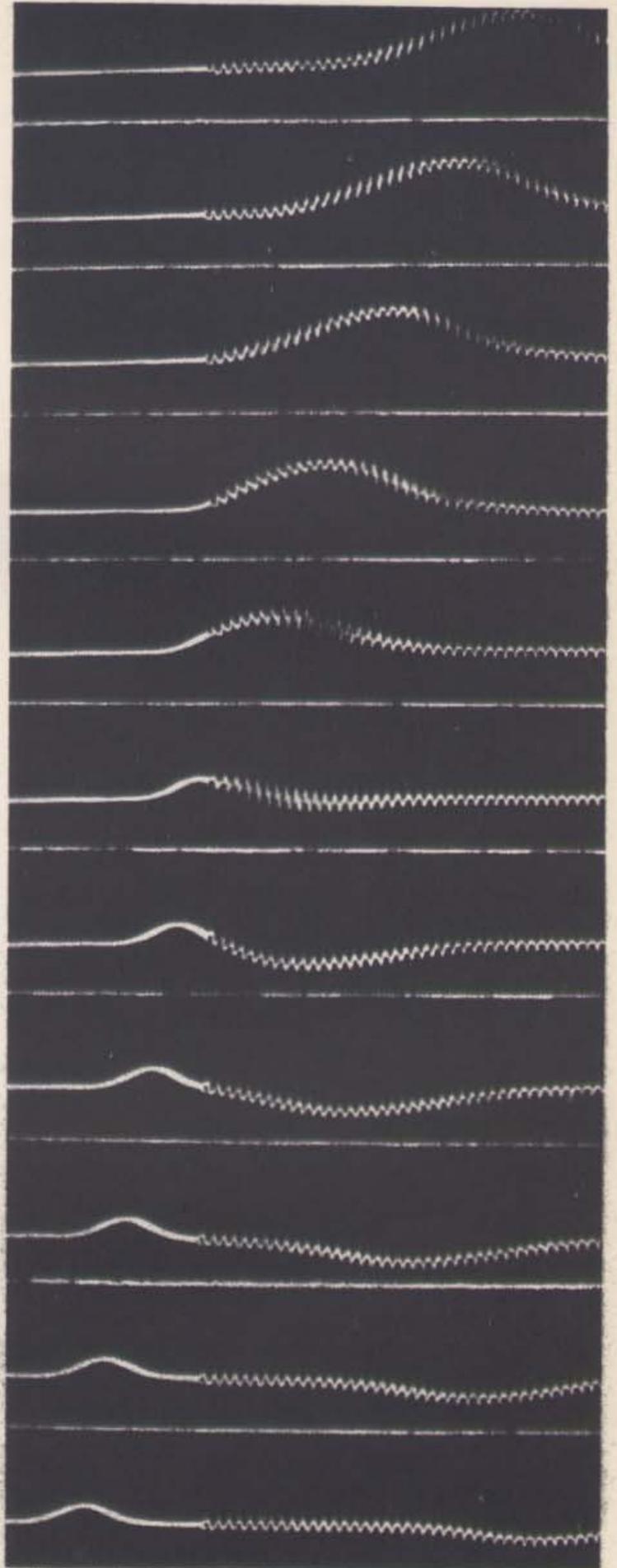
16 - 5. Idealizações e aproximações

Ao discutir ondas propagando-se ao longo de uma mola, dissemos que sua forma ou seu tamanho permanecem inalterados durante o movimento. Realmente, se observarmos de novo a Fig. 16 - 1, dificilmente poderemos notar alguma mudança no tamanho do pulso que se propaga. Entretanto, como você sem dúvida observou, um pulso se amortece aos poucos, e após várias reflexões se extingue completamente. É razoável ignorarmos o amortecimento do pulso? Ou erramos em algum aspecto fundamental de nossa descrição do comportamento ondulatório?

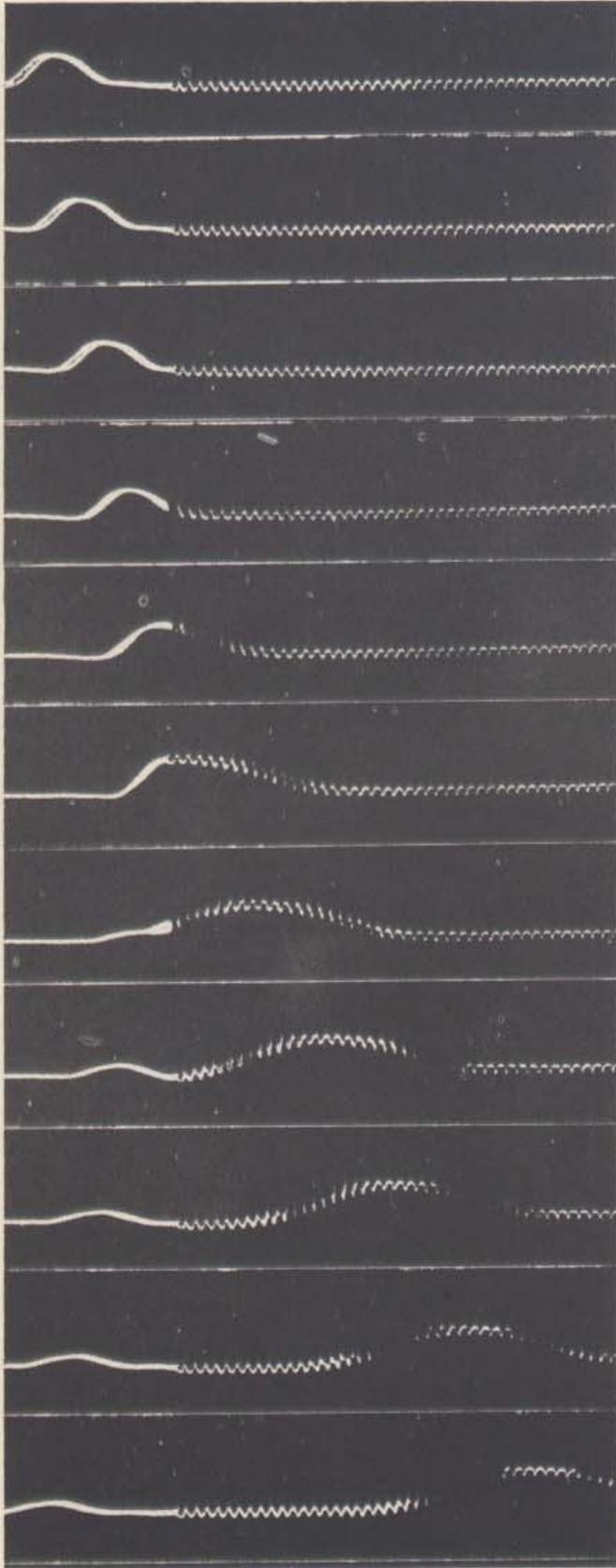
Para responder a essas perguntas, começamos por observar que o tempo gasto para um pulso desaparecer varia com as circunstâncias. Por exemplo, se a mola está submersa em água, o pulso desaparece mais rapidamente que no ar. A água oferece maior resistência que o ar ao movimento da mola. Podemos esperar que no vácuo o pulso requereria um tempo mais longo que no ar, para desaparecer; as experiências para verificá-lo, embora difíceis de efetuar, justificam nossa expectativa.

Mesmo no vácuo, o pulso finalmente desaparece devido à resistência interna da mola. O valor desta resistência depende do material de que é feita a mola. Para alguns materiais, ela é muito pequena, e o pulso se conservará em movimento por longo tempo.

Podemos imaginar uma mola sem resistência interna, mantida no vácuo. Em tal mola, um pulso se propagaria indefinidamente. Ignorando o amortecimento dos pulsos, idealizamos nossas molas reais, e as consideramos como se estivessem livres tanto de atrito externo como interno. Estamos autorizados a fazê-lo, enquanto considerarmos o comportamento de um pulso somente em intervalos de tempo nos quais o tamanho do pulso varia tão pouco que dificilmente observamos a mudança. Para tais intervalos de tempo, a mola ideal, sem resistência, serve como uma boa aproximação da real, e pode, portanto, ser considerada o objeto de nossa discussão. Há nisto



16 - 11. Pulso que se propaga de uma mola leve (direita) para uma mola pesada. Na junção, o pulso é parcialmente transmitido e parcialmente refletido. Você observará que o pulso refletido é invertido.



16 — 12. Pulso que se propaga de uma mola pesada (esquerda) para uma mola leve. Na junção, o pulso é parcialmente transmitido e parcialmente refletido. O pulso refletido tem o mesmo sentido que o incidente.

uma nítida vantagem, desde que o comportamento da mola ideal é muito mais simples que o da real.

Uma idealização semelhante ocorre em nossa discussão da superposição de dois pulsos. Já aprendemos que o deslocamento produzido pelo pulso combinado é igual à soma dos deslocamentos devidos aos pulsos individuais. Mas, se fazemos os pulsos individuais demasiadamente grandes, verificamos que o deslocamento combinado é menor que a soma dos dois deslocamentos. Também neste caso, quando ignoramos este desvio da simples superposição, estamos discutindo uma mola ideal, ao invés da real. Estamos mais propriamente fazendo uma aproximação, do que uma descrição completa da situação real. Mas, enquanto conservamos nossos deslocamentos suficientemente pequenos, quando, então, estes desvios são dificilmente perceptíveis, a mola ideal será uma boa aproximação da real; e ela tem a vantagem de sua simplicidade.

Estas não são as primeiras idealizações que fizemos. No Capítulo 9, por exemplo, projetamos um modelo ideal de um gás que conduz à lei de Boyle. Esta lei é uma boa descrição aproximada do comportamento de gases nos quais as moléculas estão suficientemente distanciadas umas das outras; quando, entretanto, as moléculas estão muito próximas, um gás real não se comporta como um ideal.

As idealizações e aproximações são feitas muito freqüentemente de modo inconsciente. Considere, por exemplo, o que queremos dizer quando afirmamos que a área de um terreno é de 1 000 km². Geralmente obtemos a área medindo o comprimento e a largura, e, então, calculando a área *como se* o terreno fôsse completamente plano. Isto é, ignoramos o fato de que há pequenas colinas e vales, e de que a área em consideração faz parte realmente da superfície de uma esfera. Nós substituímos uma superfície de forma complicada por um simples retângulo plano. Este procedimento somente é útil enquanto não há grandes montanhas, e as dimensões do terreno são pequenas em comparação com o raio da Terra. Sob tais condições, um terreno plano idealizado serve como uma boa aproximação.

A maior parte dos problemas que abordamos em ciência são bastante complicados, e para progredir no sentido de seu entendimento, temos que separar o essencial do não essencial; isto é, temos que fazer idealizações. Neste capítulo, estudamos as ondas. Trata-se de um assunto muito complicado em uma mola real, mas, substituindo mentalmente a mola real pela ideal-

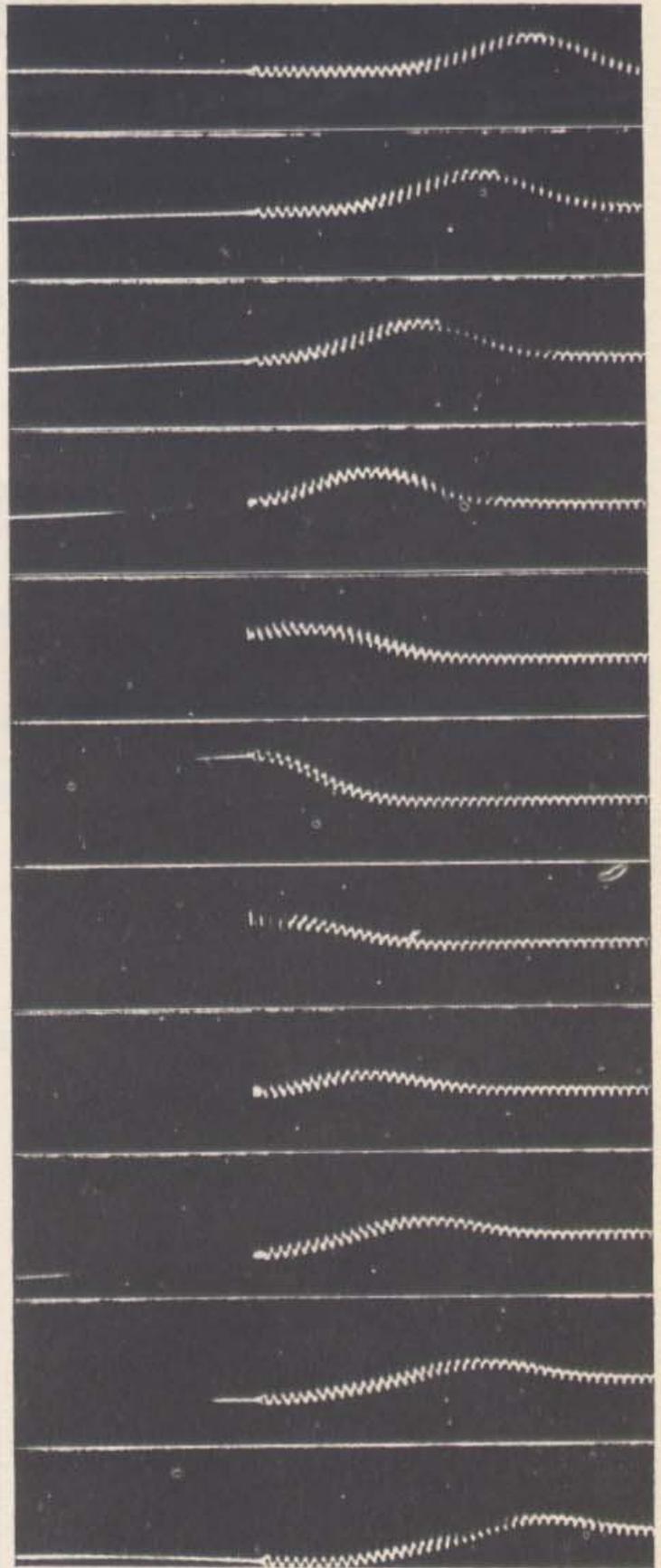
zada, separamos o essencial do não essencial, e simplificamos o problema para favorecer nossa compreensão. Fazer a idealização correta é um dos segredos do bom cientista.

16 — 6. Um modelo ondulatório para a luz?

Neste capítulo aprendemos duas propriedades importantes das ondas que indicam claramente as vantagens de um modelo ondulatório da luz sobre o modelo corpuscular. Em primeiro lugar, verificamos que as ondas podem se cruzar, sem sofrer perturbações. Se cruzarmos dois feixes luminosos de duas lanternas por exemplo, cada um prossegue após o ponto de encontro como se o outro não tivesse existido (Veja Fig. 12 — 4). Do mesmo modo, podemos ver esta página, apesar da luz se cruzar em tôdas as direções entre nossos olhos e o livro. Isto significa que o cruzamento de feixes de luz se assemelha muito mais ao cruzamento de ondas do que a interseção de fluxos de partículas.

A segunda propriedade importante das ondas é a reflexão parcial e a transmissão parcial no limite de dois materiais. Relembremos agora o que acontece quando a luz passa de um meio para outro — digamos, do ar para o vidro. Parte da luz é refletida, e parte é transmitida, como foi indicado na Fig. 13 — 2. Isto é justamente o que as ondas fazem, enquanto que os fluxos de partículas não se dividem dêste modo.

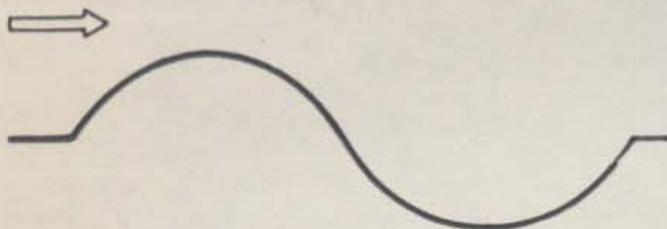
Estas duas propriedades das ondas encontradas na luz induzem-nos a prosseguir explorando um modelo ondulatório; elas estão longe de demonstrar, entretanto, que uma imagem ondulatória constitui um modelo adequado para a luz. Por exemplo, quando um feixe de luz incide sobre uma superfície de vidro, o ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência, e a direção do feixe refratado é definida pela lei de Snell. Com base no que estudamos até agora, não podemos dizer se um modelo ondulatório responde pelas mudanças de direção observadas. As ondas em nossa mola estão limitadas a se mover ao longo de uma linha ou uma dimensão. Portanto, não há maneira de mudar a direção de propagação; podemos apenas mudar o sentido. Para determinar se as ondas podem realmente responder pelo comportamento da luz, devemos ter ondas que se movem no espaço ou, pelo menos, em um plano, de modo que possamos fazer uma comparação direta. É o que faremos no próximo capítulo, no qual estudaremos ondas que se formam na superfície da água.



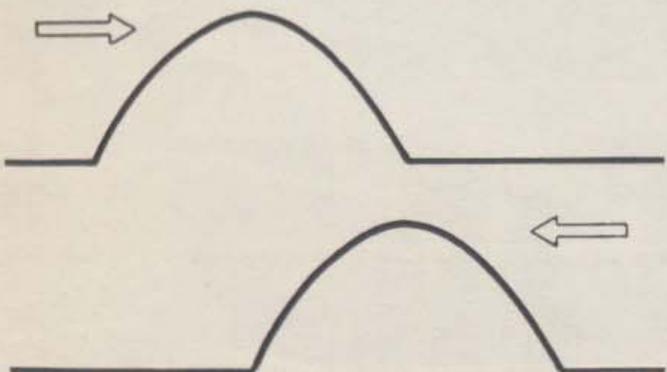
16 — 13. Um pulso, formado em uma mola, reflete-se em uma junção com um fio muito leve. O pulso todo volta sem se inverter.

PARA CASA, CLASSE, E LABORATÓRIO

1. Suponha que você, de sua janela, vê seu vizinho do outro lado da rua, sentado na varanda. De quantos modos poderia você fazer algo para atrair sua atenção, fazê-lo mover-se, ou, de qualquer maneira, influir em suas ações? Quais os modos que envolvem transmissão de matéria, e quais envolvem propagação por ondas?
2. Quais, pensa você, são os fatores importantes que determinam a velocidade de um pulso de partida? A velocidade será a mesma para uma fila de caminhões e uma fila de automóveis?
3. Se um pulso dirigido para cima se move ao longo de uma mola, da esquerda para a direita, como se comporta um ponto somente da mola?
 - (a) Ele se move primeiro para cima e, então, para baixo, ou ao contrário?
 - (b) Faz alguma diferença se o pulso se move da direita para a esquerda?
4. A Fig. 16 - 2 mostra o deslocamento de um ponto sobre uma mola na qual se propaga um pulso. Faça um gráfico indicativo do deslocamento deste ponto em função do tempo. Represente os deslocamentos no

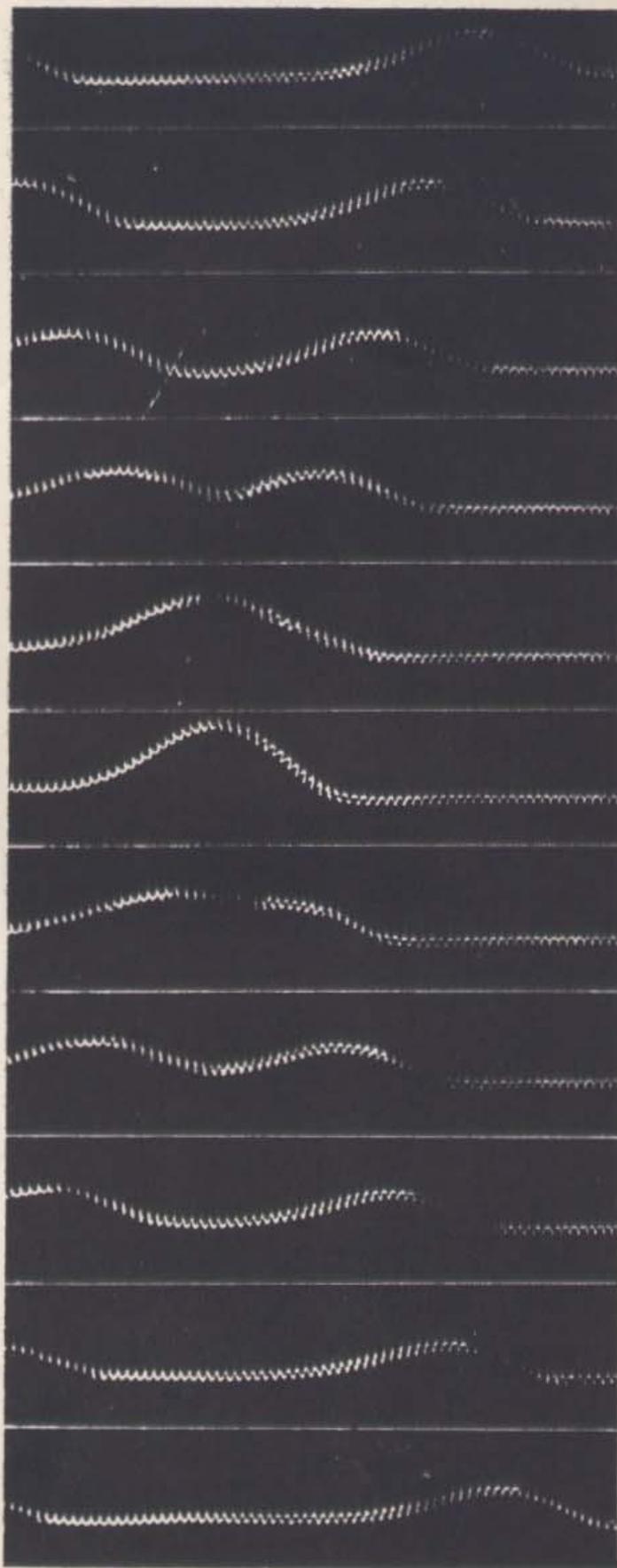


16 - 14. Para o Problema 5. Pulso que se move para a direita.



16 - 15. Para o Problema 6. Dois pulsos iguais que se movem em sentidos opostos.

16 - 16. Para o Problema 9. Superposição de dois pulsos iguais e simétricos.



eixo vertical, e o tempo no eixo horizontal, em intervalos de $\frac{1}{24}$ s (o intervalo entre as fotografias da Fig. 16 - 2).

5. Faça um esquema do movimento da mola para o pulso da Fig. 16 - 14.
6. Valendo-se dos dois pulsos indicados na Fig. 16 - 15, determine o tamanho e a forma do pulso resultante neste instante. Faça o mesmo para outras posições dos pulsos.
7. A sétima fotografia, a partir de cima, na Fig. 16 - 5, mostra dois pulsos no instante do cruzamento. Especifique as porções da mola que se movem e sua direção de movimento.
8. Na quinta fotografia, a partir de cima, na Fig. 16 - 7, que pontos estão se movendo, e em que direção se movem?
9. Na sexta fotografia da Fig. 16 - 16 vemos a superposição de dois pulsos iguais, cada um dos quais é simétrico em relação à sua linha central.
 - (a) A ausência de mancha, indica que não há movimento nesse instante. Demonstre que isso é verdadeiro utilizando o princípio de superposição.
 - (b) Imagine que você deforma a mola da maneira indicada na sexta fotografia. Que acontecerá quando ela fôr libertada?
10. A sexta fotografia da Fig. 16 - 10 apresenta a mola em um instante em que ela está quase reta. Explique porque há um instante em que isto acontece.

11. Considere o pulso assimétrico que procede da esquerda na Fig. 16 - 6. Desenhe a forma que êle terá após ser refletido em um extremo fixo.
12. Imagine que você tem um meio formado por três seções de corda: leve, pesada, e leve. Se você a sacode por um extremo, formando um pulso, que acontecerá?
- 13.* Amarre um extremo de uma longa corda a um suporte rígido, e segure o outro extremo. Produza uma onda, fazendo sua mão descrever rapidamente três círculos no sentido horário, e observe a corda.
 - (a) Descreva a onda gerada.
 - (b) Descreva a onda refletida.
 - (c) Descreva o movimento de uma partícula da corda quando a onda vai e volta.
- 14.* Investigue como se amortece um pulso em um tubo de borracha quando formado sob várias condições, tais como sôbre a terra batida, sôbre a grama, sôbre a calçada, e no ar.
15. Se a mola da Fig. 16 - 1 pudesse ser observada com instrumentos muito precisos, poder-se-ia verificar variações minúsculas da velocidade. Em vista disto, ainda se justifica valermos-nos da idéia de velocidade constante para um pulso?

LEITURA COMPLEMENTAR

GRIFFIN, DONALD R., *Echoes of Bats and Men* Doubleday, 1959. Uma publicação da Science Study Series.

ONDAS E LUZ

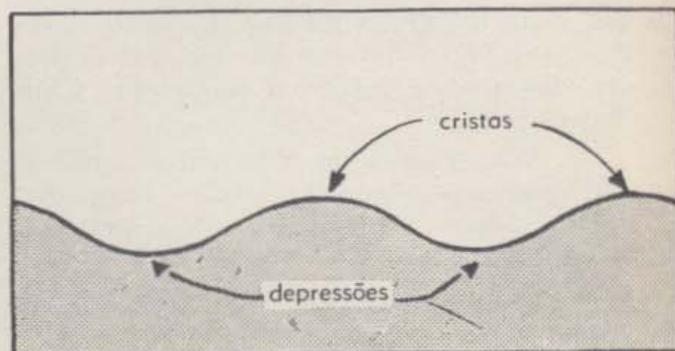
CAPÍTULO 17

17 — 1. Ondas na água

Um dos primeiros exemplos de ondas mencionados no Capítulo 16 foi o de formação de ondas num tanque com água. A propagação das ondas em forma de círculos crescentes é familiar a todos. Por exemplo, um peixe que morde a isca num anzol, revela sua presença ao pescador por meio das ondas circulares produzidas pelo movimento de sobe e desce da cortiça presa à linha.

Como as ondas na água se movem na superfície e não se estendem em profundidade de modo apreciável, são elas denominadas ondas superficiais. Se você já observou peixes em um aquário, talvez tenha notado que eles não são perturbados pelas ondas. O comandante de um submarino não teme uma tempestade, como pode ocorrer a um capitão de navio. Ele mergulha seu submarino e viaja sem ser afetado pelas poderosas ondas acima dele.

Se observarmos as ondas na água pela parede lateral de um aquário, poderemos ver sua forma. Observamos que, com algumas variações, em geral, elas são semelhantes, e se apresentam aproximadamente como ilustra a Fig. 17 — 1. As porções superiores se denominam cristas, e as inferiores, depressões. As ondas produzidas por um barco que se move sobre a água, constituem um exemplo comum. Podemos também ver ondas em qualquer recipiente contendo água, mas no laboratório usamos um dispositivo mais conveniente chamado cuba de ondas. A cuba de ondas

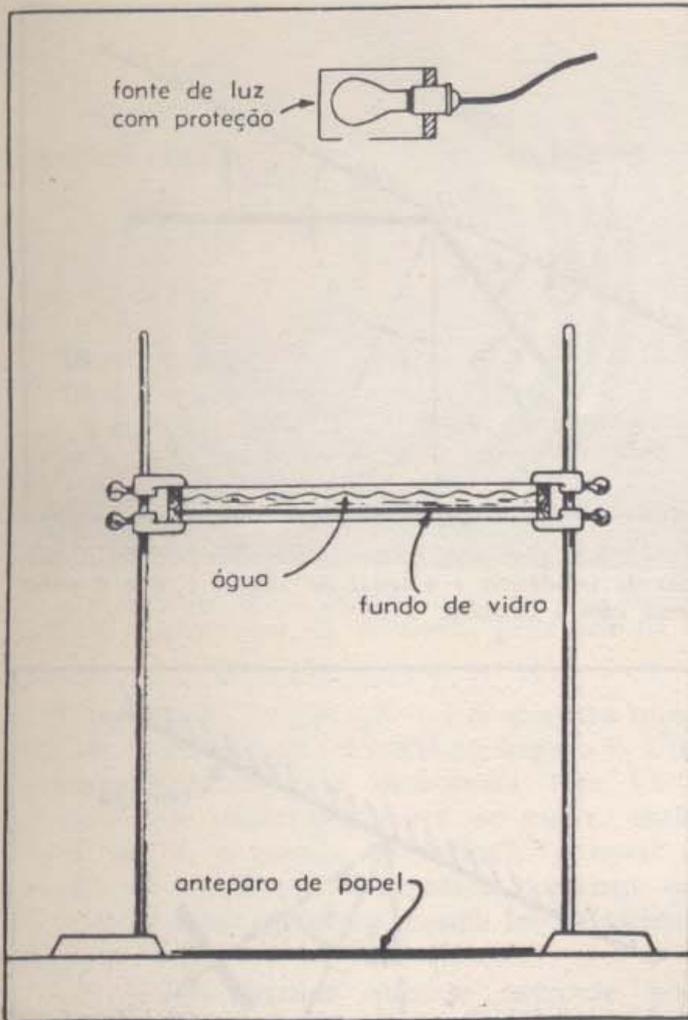


17 — 1. Exemplo de ondas na água.

(Fig. 17 — 2) tem um fundo de vidro, que torna possível projetar as imagens das ondas sobre um anteparo. Estas imagens são produzidas porque as cristas das ondas atuam como lentes convergentes e tendem a focalizar a luz da lâmpada, enquanto que as depressões atuando como lentes divergentes, tendem a dispersá-la. Portanto, as cristas aparecem no anteparo como faixas brilhantes, enquanto que as depressões aparecem escuras.

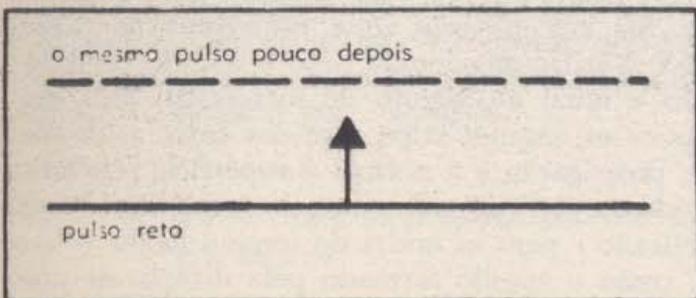
17 — 2. Pulsos retos e circulares

Podemos produzir um pulso reto, semelhante às ondas originais pela passagem de um barco, batendo levemente com uma régua na superfície da água de uma cuba de ondas. O movimento do pulso é tal que sua crista permanece sempre paralela à linha que indica sua posição original.

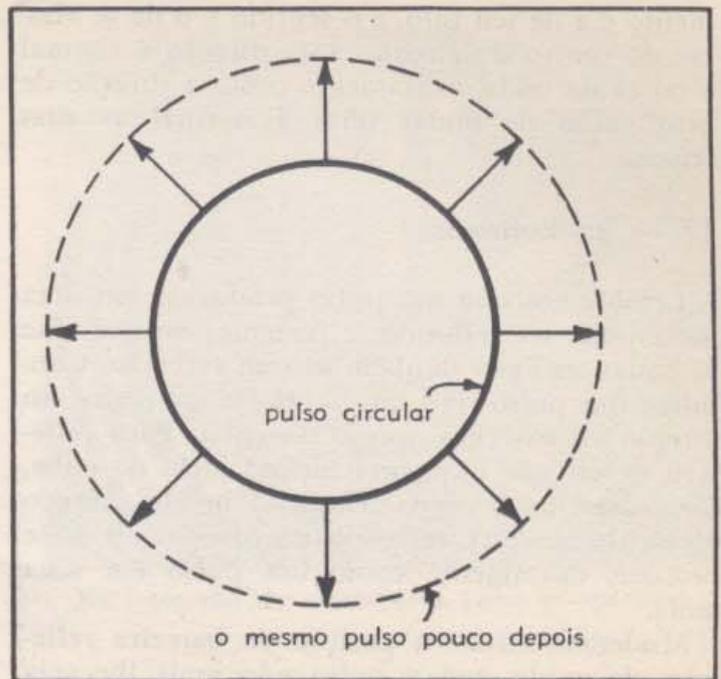


17 - 2. Cuba de ondas.

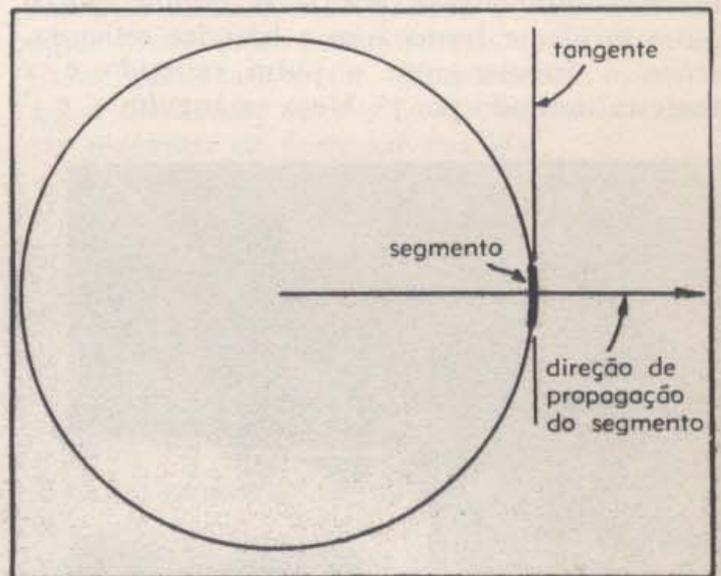
Mede-se a distância entre linhas paralelas ao longo de uma perpendicular, de forma que a direção de movimento do pulso (também chamada direção de propagação) é perpendicular à crista da onda. Esta direção se denomina *normal* à crista. Na Fig. 17 - 3 a crista de um pulso reto vem indicada por uma linha cheia. Representa-se sua posição em um tempo posterior, por uma linha pontilhada. A direção de propagação é indicada pela flecha. Sempre que desenharmos um pulso reto, indicaremos sua direção de propagação por uma pequena flecha.



17 - 3. Um pulso reto move-se perpendicularmente à sua crista. A flecha indica a direção.



17 - 4. Pulso circular expandindo-se.



17 - 5. Minúsculo segmento de um pulso circular. O segmento atua como se fôsse reto, e se move na direção indicada pelo raio, afastando-se do centro.

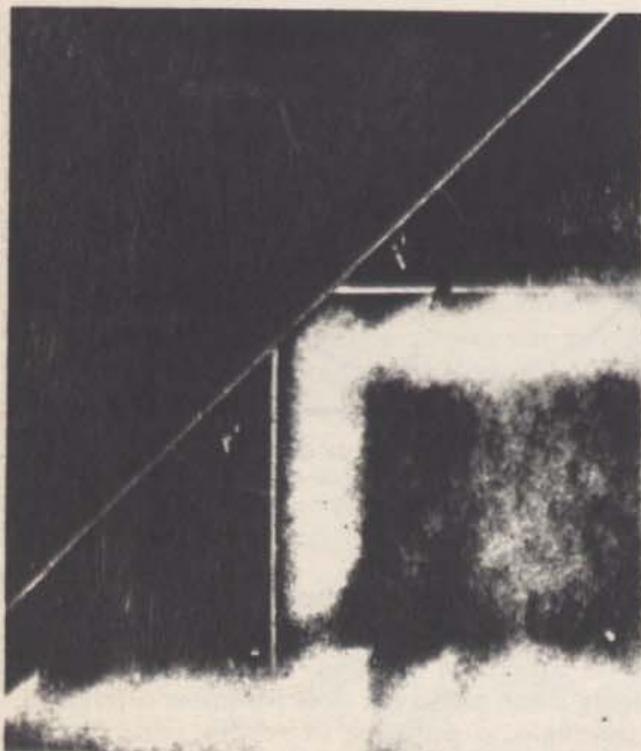
Podemos também produzir pulsos circulares na cuba de ondas, batendo levemente com um dedo na superfície da água. A Fig. 17 - 4 é um esquema desse pulso em dois instantes diferentes. No intervalo, o pulso se expandiu para formar um círculo maior. Não podemos especificar uma direção para todo o pulso circular, porque ele se move em todas as direções. Ao invés, tomemos um segmento do pulso circular, suficientemente pequeno para considerá-lo reto (Fig. 17 - 5). A direção de propagação de tal seg-

mento é a de seu raio, e o sentido é o de se afastar do centro do círculo. Esta direção é normal à crista da onda, exatamente como a direção de propagação de ondas retas é normal às suas cristas.

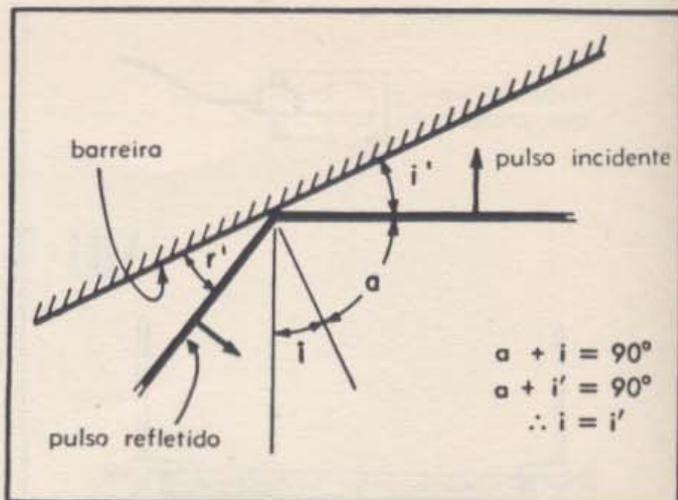
17 - 3. Reflexão

Lembramos que um pulso produzido em uma mola pode ser refletido, e podemos esperar que as ondas na água também sofram reflexão. Considere um pulso reto que se afasta da régua em direção ao extremo oposto da cuba. Para refleti-lo, colocamos um obstáculo no meio da cuba, paralelamente à régua. O pulso incide sobre o obstáculo, e volta refletido na direção de onde procede, exatamente como um pulso em uma mola.

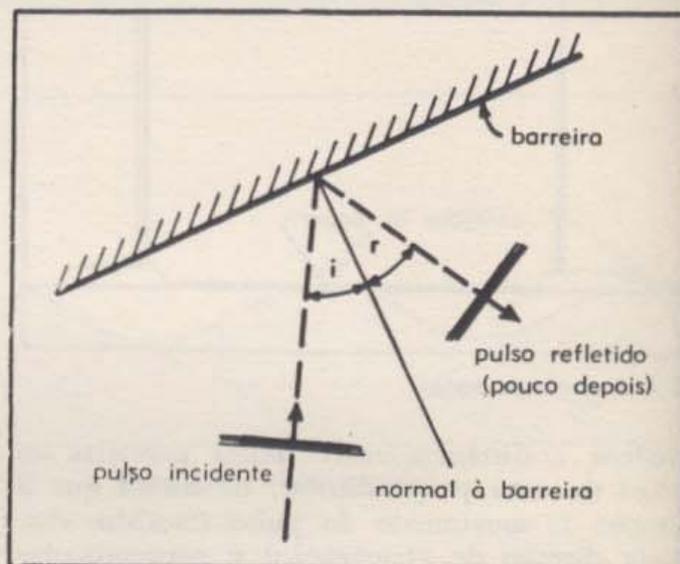
Mudemos, então, a posição da barreira refletora, de modo que o pulso não mais lhe seja paralelo. Na Fig. 17 - 6 vemos dois pulsos retos, um se aproximando, e outro sendo refletido na barreira. Simboliza-se por i' , o ângulo que o pulso incidente forma com a barreira refletora, sendo o ângulo entre o pulso refletido e a barreira indicado por r' . Meça os ângulos r' e i'



17 - 6. Dois pulsos retos. *A* se aproxima da barreira, movendo-se para cima na fotografia. Enquanto a parte superior de *B* está ainda se movendo para cima, a sua parte inferior, que aparece como uma crista de onda, vertical e branca, foi refletida, e se move para a direita. Traçou-se a linha diagonal branca para indicar a posição do bordo da barreira.



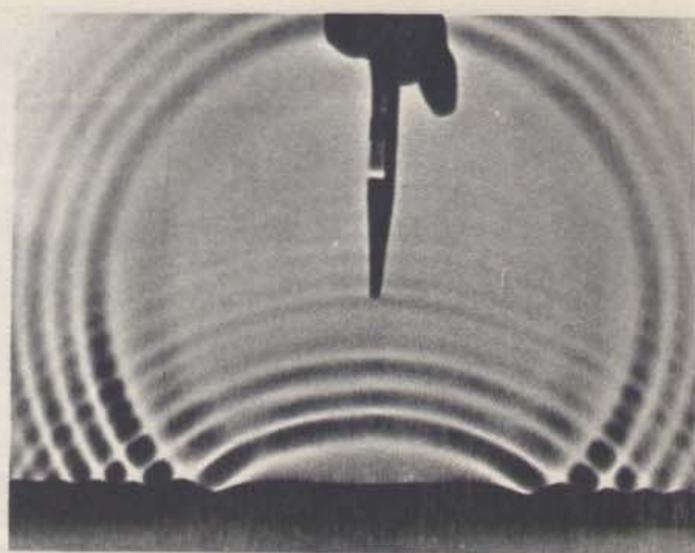
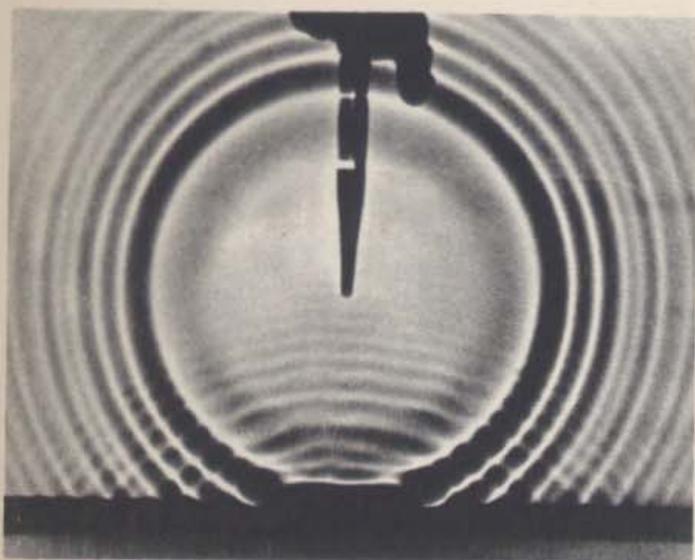
17 - 7. Um pulso reto incide sobre uma barreira. O ângulo de incidência i é igual ao ângulo i' que o pulso forma com a barreira.



17 - 8. Reflexão de uma onda reta por uma barreira reta. Tal como para a luz, o ângulo de reflexão r é igual ao ângulo de incidência i .

na fotografia, e você verificará que $r' = i'$. Se repetirmos a experiência para diferentes ângulos i' , encontraremos sempre $r' = i'$.

Este resultado se assemelha à lei da reflexão da luz em espelhos, que obtivemos na Seção 12-4. Verificamos, então, que o ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência. Mas, em óptica os ângulos eram medidos entre a direção de propagação e a normal à superfície refletora. Podemos definir os ângulos de incidência i e de reflexão r para as ondas do mesmo modo — isto é, como o ângulo formado pela direção de propagação (que é normal à crista da onda) e a normal à barreira.



17 - 9. Reflexão de um pulso circular em uma barreira reta. Na fotografia da esquerda, o pulso se aproxima da barreira, enquanto que na da direita, parte dele foi refletido.

A construção na Fig. 17 - 7 demonstra que o ângulo de incidência i é igual ao ângulo i' . Uma construção semelhante demonstra que $r = r'$. A igualdade observada $r' = i'$ se torna, então, $r = i$, isto é, o ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência. Mostramos, portanto, que as ondas e a luz seguem a mesma lei de reflexão (Fig. 17 - 8).

Um pulso circular que se expande pode também sofrer reflexão em uma barreira retilínea. A Fig. 17 - 9 mostra a aproximação e reflexão de tal pulso. Observamos que a parte refletida do pulso é um arco de círculo. O centro deste círculo está em um ponto P' , simétrico da fonte P em relação à barreira. O pulso refletido parece proceder de P' . Isto corresponde à situação em óptica, em que dispuzemos uma fonte pontual em frente a um espelho. A luz refletida parecia proceder, então, do ponto imagem atrás do espelho. (Veja Figs. 12 - 9 e 12 - 10). Utilizando barreiras curvas ou combinações de duas ou mais barreiras retilíneas, podemos demonstrar com a cuba de ondas todos os fenômenos de reflexão que estudamos em conexão com a luz. A formação de imagens por espelhos decorreu das leis da reflexão em óptica; o mesmo ocorre na cuba de ondas, na correspondente formação de imagens por "espelhos".

17 - 4. Velocidade de propagação e ondas periódicas

Em meios diferentes as ondas se propagam com velocidades diferentes. Por exemplo, podemos ver as ondas formadas em uma mola aumen-

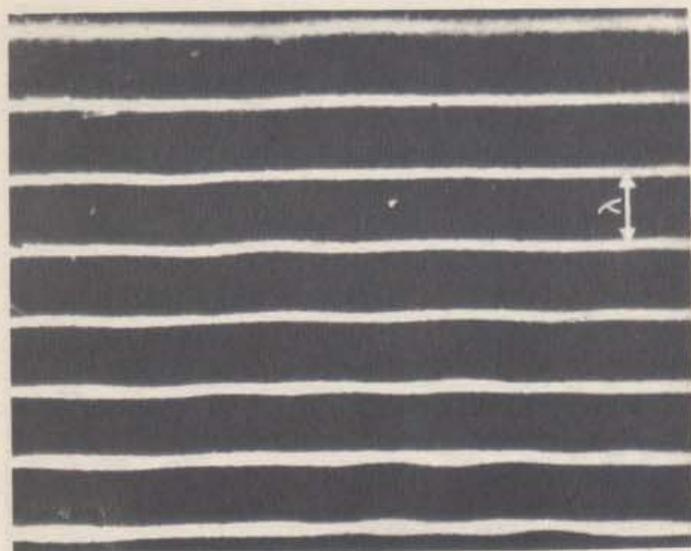
tarem de velocidade quando esticamos a mola, e ver as ondas produzidas em um tubo de borracha se amortecerem quando o enchemos com água. Nesta seção aprenderemos como fazer medidas quantitativas da velocidade de ondas na água, utilizando uma cuba de ondas. Há diversas maneiras de fazer tal medida.

Uma delas consiste em produzir um pulso reto, e medir com um cronômetro o tempo t que o pulso leva para percorrer uma distância específica l . A velocidade v é, então, igual à distância percorrida dividida pelo tempo empregado em percorrê-la:

$$v = \frac{l}{t}$$

Outra maneira consiste em produzir dois pulsos, um após o outro. Quando se produz o segundo pulso (após um intervalo de tempo t), o primeiro pulso já percorreu uma distância l . Daí por diante, ambos os pulsos se propagam juntos, permanecendo constante a distância l entre eles. Podemos medir esta distância com uma régua, e, novamente $v = l/t$. Estes métodos são simples em princípio, mas na prática é bastante difícil seguir os pulsos e medir as distâncias e os tempos requeridos.

Um terceiro método baseia-se na produção de pulsos sucessivos, em intervalos de tempo iguais, T . Ao fazer isto, o gerador de ondas repete seu movimento uma vez em cada intervalo T . Tal movimento se denomina *periódico*, e o intervalo de tempo T constitui o *período*. Outra maneira de descrever este movimento periódico consiste em indicar quantas vezes o movimento se repete na unidade de tempo, isto é, dar a *freqüência* f



17 - 10. Ondas retas periódicas que se movem em uma cuba de ondas.

de repetição. Por exemplo, se o movimento se repete cada $1/10$ s, a frequência é 10 vezes por segundo. De um modo geral, $f = 1/T$.

Concentremos nossa atenção, agora, em um ponto qualquer da cuba. Os pulsos produzidos pelo gerador dirigem-se para esse ponto, passando por ele com a mesma frequência que tinham ao deixar a fonte. Se são emitidos dez pulsos em cada segundo, passarão pelo ponto dez pulsos em cada segundo. Portanto, a frequência da onda é dada também por $f = 1/T$, sendo T o intervalo de tempo decorrido entre a passagem de ondas sucessivas. Além disso, quando as ondas se deslocam, a distância entre dois pulsos adjacentes quaisquer é sempre a mesma, e se denomina *comprimento de onda* λ (lambda). A configuração de ondas que descrevemos se chama onda periódica reta (Fig. 17 - 10).

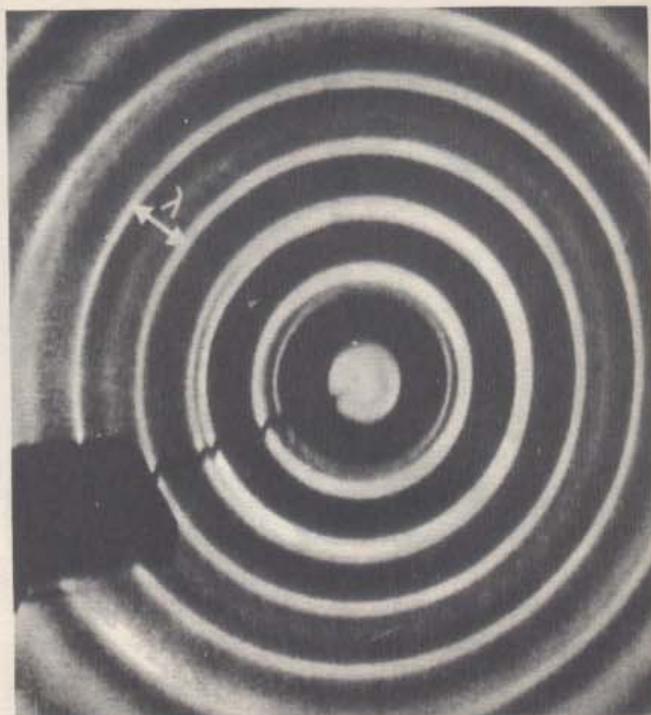
Podemos obter a velocidade de uma onda periódica de maneira semelhante à que usamos para dois pulsos. Sabemos que os pulsos estão separados por uma distância λ , e que cada pulso percorre esta distância em um tempo T . Então, a velocidade de propagação é

$$v = \lambda/T.$$

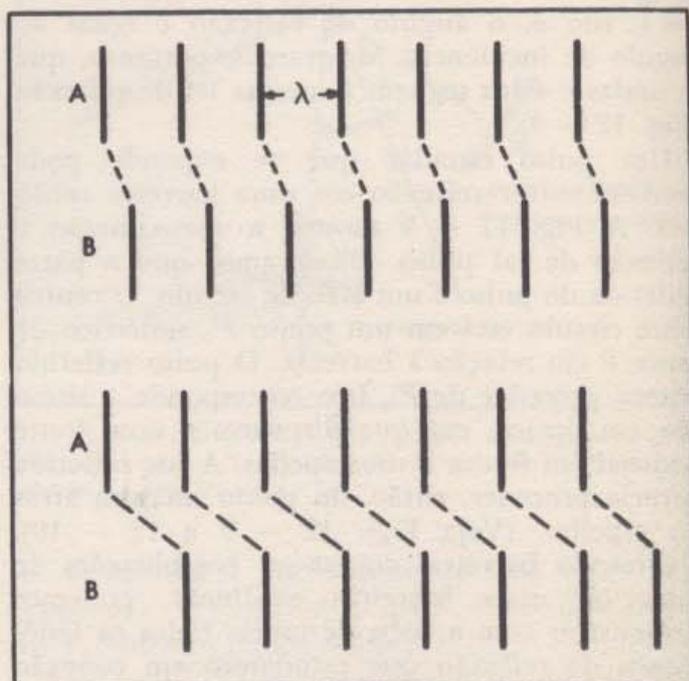
Utilizando a relação $f = 1/T$, verificamos que

$$v = f\lambda,$$

ou, que a velocidade de propagação de uma onda periódica é igual ao produto da frequência pelo comprimento de onda.



17 - 11. Ondas circulares periódicas.



17 - 12. Cristas de uma onda periódica observadas nas aberturas sucessivas A e B do visor de um estroboscópio. No diagrama superior, a frequência do estroboscópio é maior que a das ondas. No inferior, ela é a mesma. As linhas pontilhadas, é claro, não são visíveis.

A relação que acabamos de obter não é de modo algum restrita às ondas em uma cuba de ondas. Ela vale igualmente para *qualquer* onda periódica. Detalhes como a linearidade da onda, a natureza da cuba de ondas, e as propriedades

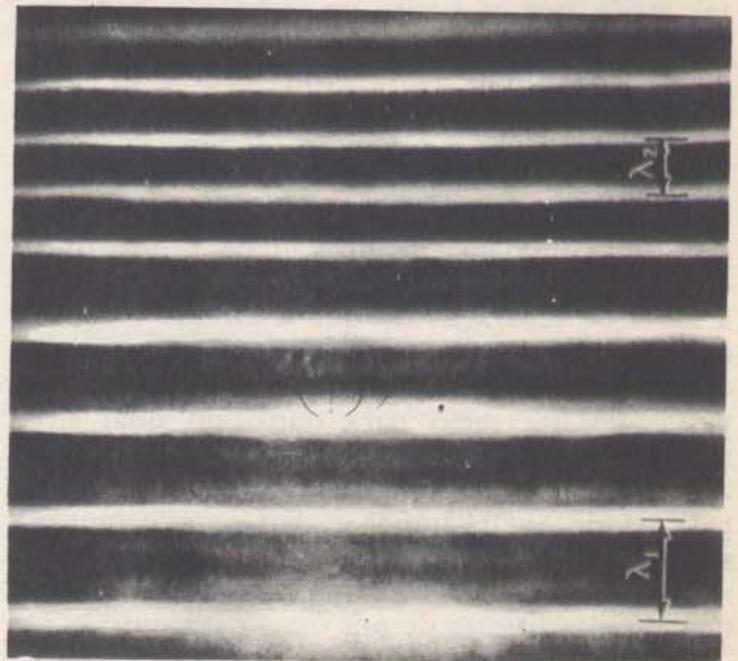
da água, não influem no raciocínio a partir do qual obtivemos nosso resultado. Em particular, poderíamos ter seguido o mesmo procedimento com ondas periódicas circulares, e teríamos obtido, de novo, a relação $v = f\lambda$. Neste caso, mede-se o comprimento de onda ao longo do raio (Fig. 17 — 11), e verificamos ser êle igual ao comprimento de onda de uma onda reta de mesma freqüência. A velocidade das ondas circulares é, portanto, igual à das ondas retas no mesmo meio. Ainda mais, poderíamos ter aplicado os argumentos anteriores a qualquer espécie de ondas periódicas — por exemplo, ondas periódicas formadas em molas — e teríamos a mesma relação $v = f\lambda$.

Chegamos, agora, à vantagem oferecida pela relação acima para a medida de v . Imagine que, ao invés de observar continuamente a onda, nós a observamos através de um visor que permanece fechado a maior parte do tempo, e que se abre periodicamente durante pequenos intervalos de tempo. O estroboscópio descrito no Capítulo 2 é um dispositivo dêste tipo. Na primeira vez que o visor se abre, teremos uma visão rápida da configuração de ondas em uma certa posição. Durante o tempo em que o visor fica fechado, todos os pulsos percorrerão uma distância igual ao produto da sua velocidade pelo tempo em que o visor permaneceu fechado (Fig. 17 — 12). Se olharmos através do visor quando êle está se abrindo e fechando periodicamente, parecerá, em geral, que a configuração se move. Suponha, entretanto, que o período do visor é exatamente igual ao da onda. Então, durante o tempo em que o visor permanece fechado, cada pulso se desloca até ocupar a posição do pulso que o precede, e vemos a mesma configuração cada vez que o visor se abre. Vale dizer, vemos uma configuração estacionária, a partir da qual é fácil medir o comprimento de onda. Além disto, como dissemos, o período do visor é igual ao período da onda, e pode ser medido contando o número de vezes que o visor se abre em um dado intervalo de tempo, ou seja, medindo a freqüência do visor. Isto nos dá f . Desde que temos λ e f para a onda, podemos utilizar a relação geral $v = f\lambda$ para determinar a velocidade.

17 — 5. Refração

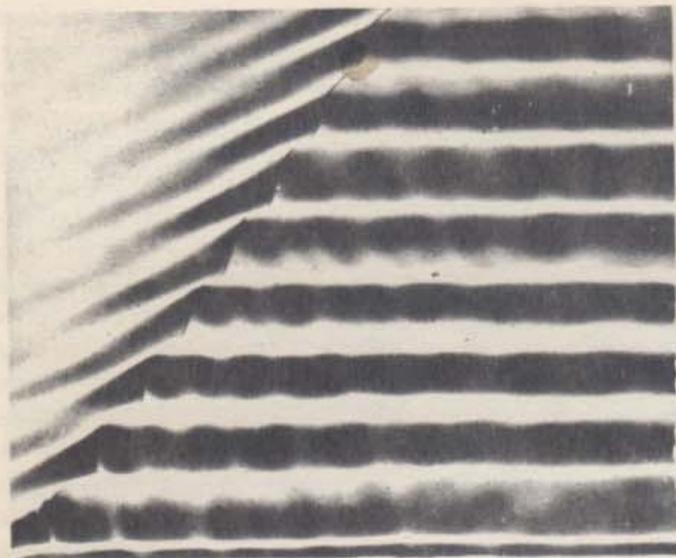
Mencionamos anteriormente que a velocidade de propagação das ondas depende das propriedades do meio em que elas se deslocam. No caso de ondas superficiais na água, a velocidade depende da profundidade da água. Portanto,

águas de duas profundidades diferentes podem ser consideradas como dois meios diferentes relativamente à propagação das ondas. Esta propriedade é muito útil, porque, mudando simplesmente a profundidade da água em uma região da cuba de ondas, podemos estudar o comportamento das ondas quando passam de um meio para outro. Para verificar que a velocidade depende realmente da profundidade, fazemos com que metade da cuba fique mais rasa, colocando uma placa espessa de vidro no fundo da parte posterior da cuba, dividindo-a, desta forma, em duas seções de profundidades diferentes, e com a linha de separação paralela às ondas. Observemos as ondas através do estroboscópio. Girando-o com a freqüência correta podemos parar o movimento da configuração nas duas seções da cuba, simultaneamente. A freqüência é, pois, a mesma em ambas as seções; ela não é afetada pela mudança de profundidade. Entretanto, a Fig. 17 — 13 indica que o comprimento de onda λ_2 na parte rasa é menor que o comprimento de onda λ_1 na parte mais funda*. Como a velocidade de propagação é o produto da freqüência, que é a mesma, pelo respectivo comprimento de onda, vemos que a



17 — 13. Passagem de ondas de água profunda para água rasa. A água profunda está na parte inferior da fotografia, e a água rasa, na parte superior. Observe que o comprimento de onda é menor na água rasa.

* Você observará que as ondas tendem a desaparecer na direção do fim da seção rasa. Elas se amortecem somente porque não dispomos de uma situação ideal em que possamos isolar o fenômeno estudado. No presente caso, como nas experiências com a mola, há certa resistência que reduz o movimento, e causa, finalmente, seu desaparecimento.



17 - 14. Refração de ondas no limite entre as secções profunda e rasa da cuba de ondas. Observe as fracas ondas refletidas.

velocidade na parte rasa (onde o comprimento de onda é menor) é menor que na parte mais funda — isto é, $v_2 < v_1$.

Repitamos, então, a experiência com outra placa de vidro no interior da cuba, talhada de tal modo que o limite de separação entre as duas secções forme um certo ângulo com as ondas. Já sabemos que o comprimento de onda é menor na região rasa que na mais funda. Mas não é esta a única alteração. A Fig. 17 - 14 mostra que, quando as ondas retas incidem sobre o limite de separação, elas continuam retas, mas mudam sua direção de propagação. A nova direção está mais próxima da normal à linha de separação do que a direção original de propagação. Lembramos do nosso estudo de óptica que o mesmo acontece com a luz ao passar de um meio para outro no qual sua velocidade é menor (Seções 13-2 e 15-7). Para a luz, esta refração é descrita quantitativamente pela lei de Snell. Impõe-se, então, a pergunta seguinte: é também válida a lei de Snell para as ondas que se formam na cuba de ondas, quando elas passam de um meio para outro?

Neste ponto, há, para nós, dois procedimentos possíveis. Podemos medir vários ângulos de incidência e de refração na cuba de ondas, e, deste modo, verificar experimentalmente se estão relacionados pela lei de Snell; ou, podemos verificar se a lei de Snell pode ser prevista teoricamente, a partir das propriedades das ondas que já conhecemos. Adotaremos este segundo procedimento.

Na Seção 17-3 demonstramos que o ângulo de incidência é igual ao ângulo entre a crista da onda incidente e a barreira. Do mesmo modo, o ângulo de refração é igual ao ângulo entre a crista da onda refratada e a barreira. Façamos, então, um esquema de duas frentes de onda consecutivas, do modo como são refratadas pela barreira (Fig. 17 - 15). (Não é necessário traçar as normais, desde que os ângulos i e r já aparecem no esquema). Então, por definição

$$\text{sen } i = \frac{\lambda_1}{AB}, \quad \text{sen } r = \frac{\lambda_2}{AB}.$$

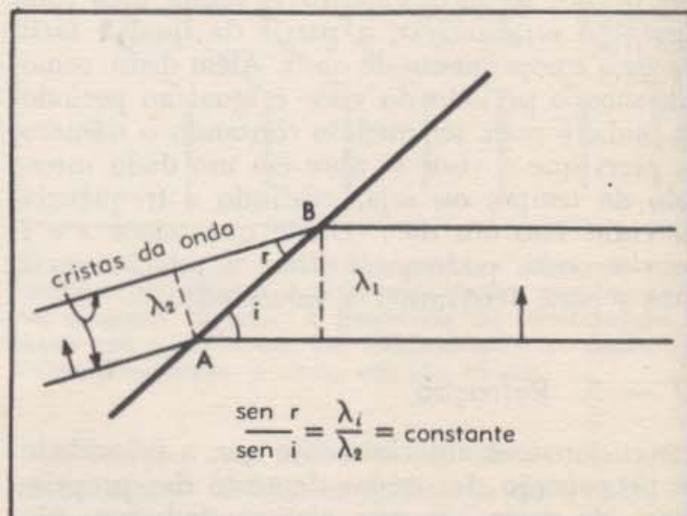
Os valores de $\text{sen } i$ e $\text{sen } r$ mudam de um caso para outro, mas sua razão é uma constante, independente do ângulo de incidência, como vemos efetuando a divisão de $\text{sen } i$ por $\text{sen } r$:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{\lambda_1}{AB} \cdot \frac{AB}{\lambda_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \text{constante}.$$

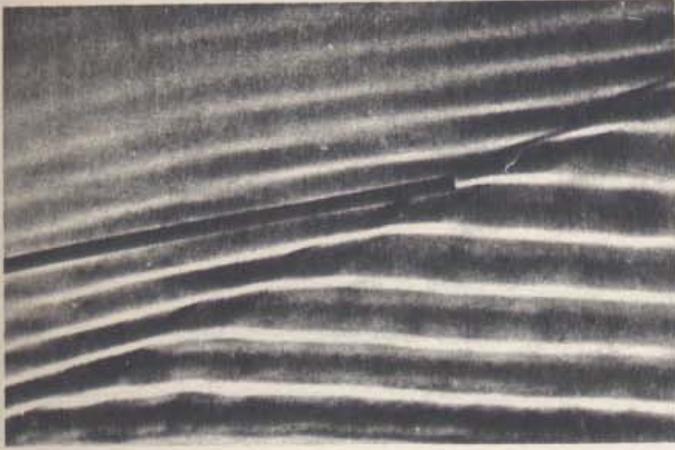
A relação $\text{sen } i / \text{sen } r = \text{constante}$ constitui a lei de Snell, agora para ondas. Chamaremos novamente a constante de índice de refração, e o representaremos, como na óptica, por n_{21} . Dêste modo,

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = n_{12} \quad \text{e} \quad n_{12} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}.$$

Podemos, então, expressar o valor de n_{12} em termos das velocidades de propagação das ondas nos dois meios. De um modo geral, a velocidade v se relaciona com o comprimento de onda, por $v = f\lambda$. Em particular, então, $\lambda_1 = v_1 / f$, e $\lambda_2 = v_2 / f$. Então



17 - 15. Geometria da refração de duas frentes de onda consecutivas.



17 — 16. Refração de ondas de baixa frequência. O marcador preto está situado paralelamente às ondas refratadas.

$$n_{12} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1 / f}{v_2 / f} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Esta equação indica que o índice de refração é igual ao quociente da velocidade de propagação no primeiro meio pela velocidade no segundo meio.

Chegamos à lei de Snell e à relação que existe entre n_{12} e as velocidades mediante uma análise teórica de nossos resultados anteriores. Poderíamos obter as mesmas conclusões realizando medidas diretas. Mediríamos, em primeiro lugar, muitos pares de ângulos i e r , e, deste modo, estabeleceríamos que $\sin i / \sin r = \text{const.} = n_{12}$. Poderíamos medir, então, as velocidades de propagação nos dois meios, e estabeleceríamos que $n_{12} = v_1 / v_2$. Tais medidas foram efetuadas com frequência, e elas concordam com as nossas conclusões.

Recordemos agora que o modelo corpuscular da luz, desenvolvido por Newton (1669), explicava também a existência de um índice de refração constante para um dado par de substâncias, mas previu ser seu valor $n_{12} = v_2 / v_1$ (Seções 15-2 e 15-7). Nosso modelo ondulatório, propugnado por Huygens (1677), previu $n_{12} = v_1 / v_2$, justamente o valor inverso do resultado de Newton. A posição do modelo ondulatório da luz foi reforçada por várias experiências realizadas no começo do século dezenove. Esta questão particular, porém, não foi decidida durante quase duzentos anos. Em 1862, Foucault mediu realmente a velocidade da luz no ar e na água, e verificou que a velocidade na água era menor. A razão exata $v_1 / v_2 = 1,33$ foi medida por Michelson em 1883. Esta razão concorda com o modelo ondulatório porque o índice de refração da água é 1,33 (Capítulo 13).



17 — 17. Refração de ondas de alta frequência. As ondas refratadas não são mais paralelas ao marcador preto.

Um ponto ainda precisa ser esclarecido: nem toda a luz que incide no limite de separação entre os dois meios é refratada. Parte dela é refletida, mesmo que os dois meios sejam transparentes. O mesmo é válido para as ondas. Na Fig. 17 — 14, o tamanho da onda refletida é muito pequeno, mas você pode vê-la se observar atentamente. Concluimos, pois, que, no que se refere à refração, as ondas têm justamente as propriedades de que necessitamos para explicar o comportamento da luz.

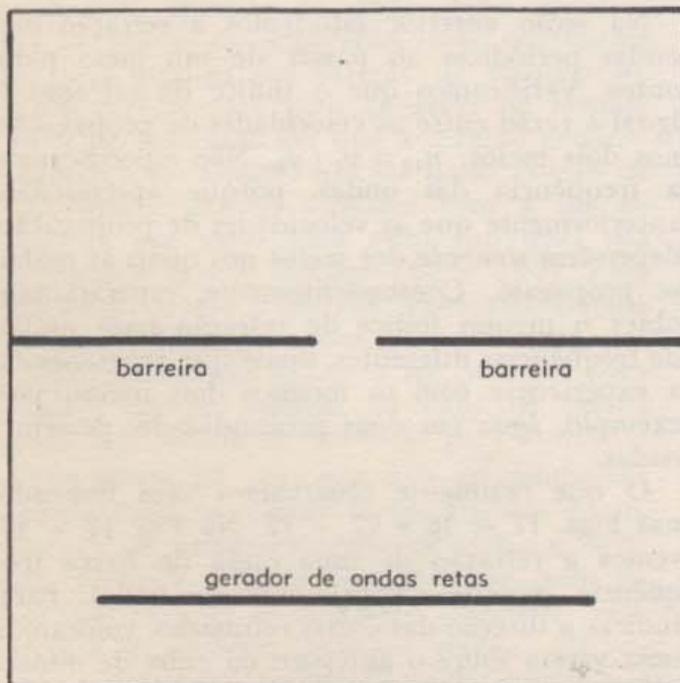
17 — 6. Dispersão

Na seção anterior estudamos a refração das ondas periódicas ao passar de um meio para outro. Verificamos que o índice de refração é igual à razão entre as velocidades de propagação nos dois meios: $n_{12} = v_1 / v_2$. Não especificamos a frequência das ondas, porque aprendemos anteriormente que as velocidades de propagação dependem somente dos meios nos quais as ondas se propagam. Conseqüentemente, esperaríamos obter o mesmo índice de refração para ondas de frequências diferentes, desde que repetíssemos a experiência com os mesmos dois meios, por exemplo, água em duas profundidades determinadas.

O que realmente observamos vem indicado nas Figs. 17 — 16 e 17 — 17. Na Fig. 17 — 16 vemos a refração de uma onda de baixa frequência (grande comprimento de onda). Para indicar a direção das ondas refratadas, colocamos uma vareta sobre o anteparo da cuba de ondas. Ela fica exatamente paralela às frentes das ondas refratadas. Aumentamos, então, a frequência (isto é, diminuimos o comprimento de onda),

sem variar a posição da vareta. Observe que na Fig. 17 — 17, a vareta não está mais paralela às cristas das ondas refratadas. A onda de maior frequência é refratada em uma direção ligeiramente diferente da onda de baixa frequência, apesar do ângulo de incidência ser o mesmo em ambos os casos. O índice de refração para os dois depende um pouco, portanto, da frequência da onda. Por analogia com a dependência do índice de refração com a cor da luz, que discutimos na Seção 13-8, este fenômeno se denomina *dispersão*. Como o índice de refração é igual à razão entre as velocidades de propagação nos dois meios, temos que concluir que a velocidade deve depender da frequência, pelo menos, em um dos dois meios; de outra maneira, a razão não poderia apresentar tal dependência. Um meio no qual a velocidade das ondas depende da frequência é chamado um meio *dispersivo*.

Na cuba de ondas podemos medir a velocidade das ondas periódicas de diferentes frequências (Seção 17-4), e, deste modo, ver diretamente que a velocidade varia com a frequência, desde que façamos nossas medidas com suficiente precisão. A afirmação que tão freqüentemente fazemos, de que a velocidade das ondas depende somente do meio, é, portanto, uma idealização. Sem dúvida, esta idealização constitui uma boa aproximação da situação real, desde que não estejamos nos referindo a pequenas mudanças na velocidade (Seção 16-5).



17 — 18. Disposição da cuba de ondas para a experiência indicada na Fig. 17 — 19.

No Capítulo 13, fizemos uma idealização semelhante em nosso estudo de refração da luz. Você recordará que o índice de refração da luz inicialmente parecia depender somente dos dois meios atravessados pela luz — por exemplo, ar e vidro. Depois, um exame mais aprofundado da refração, por meio de prismas, mostrou que o índice varia ligeiramente com a cor, sendo um pouco maior para o violeta que para o vermelho.

O índice de refração das ondas depende ligeiramente da frequência. O da luz depende um pouco da cor. Existirá uma relação entre a dependência do índice de refração das ondas com a frequência e o da luz com a cor? É tentador admitir que a luz é uma onda periódica, e que as diferentes cores correspondem às ondas de diferentes frequências. Não podemos provar, neste ponto, que nossa suposição é correta, mas no próximo capítulo aprenderemos como medir o comprimento de onda da luz de cores diferentes. Poderemos determinar, então, as correspondentes frequências, e estabeleceremos realmente que as ondas luminosas de várias frequências aparecem aos nossos olhos como luzes de cores diferentes*.

17 — 7. Difração

Nosso estudo da refração e da dispersão indica claramente que o modelo ondulatório da luz é bem sucedido onde falha a imagem corpuscular. Entretanto, o modelo corpuscular prediz corretamente que a luz deve se propagar em linha reta e formar sombras definidas. Pode também um modelo ondulatório responder por estas propriedades da luz? Novamente, um bom caminho para investigar estas questões consiste em fazer experiências com ondas na cuba de ondas. Utilizamos um gerador de ondas retas e duas barreiras paralelas a ele, dispostas segundo a mesma linha, deixando uma abertura entre elas (Fig. 17 — 18). Estas barreiras formariam sombras nítidas, se sobre elas incidisse luz proveniente do gerador. A Fig. 17 — 19 mostra o que acontece quando enviamos uma onda reta periódica de comprimento de onda λ . Na parte central da configuração, adiante da abertura, as

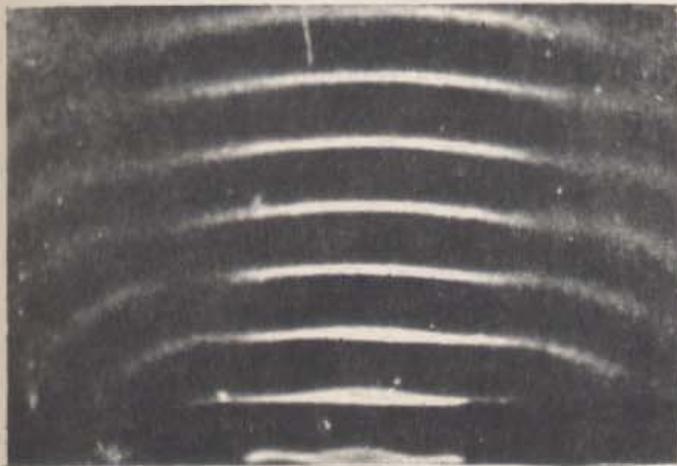
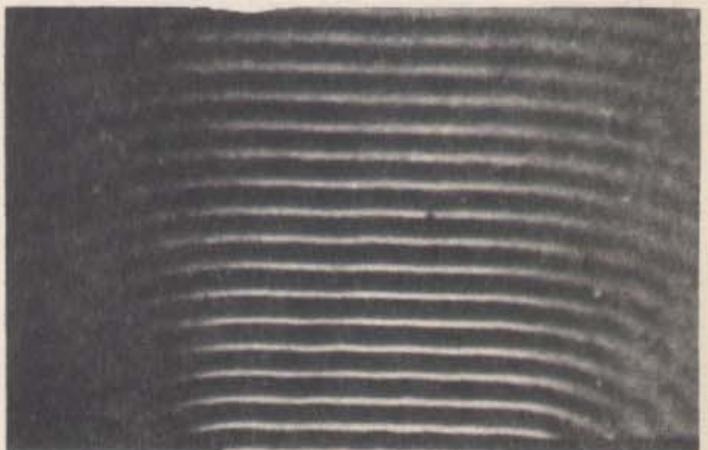
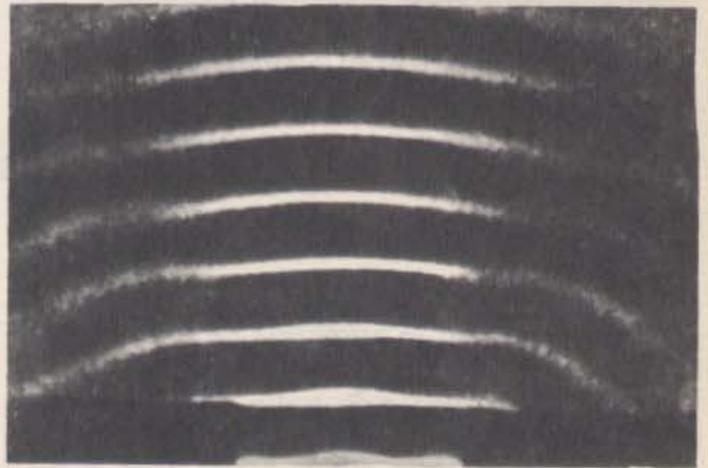
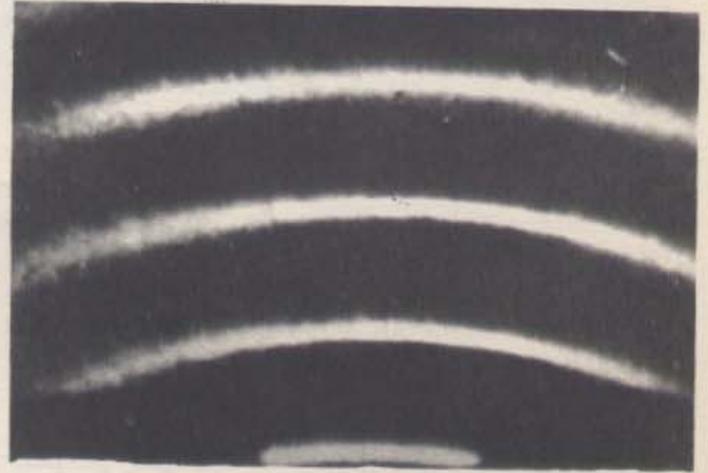
* Comparando a mudança de direção das ondas nas Figs. 17 — 16 e 17 — 17 com a dispersão da luz pelo vidro (veja Fig. 13 — 15), poderíamos concluir que o comprimento de onda da luz violeta é maior que o da luz vermelha. Entretanto, se fizéssemos experiências na cuba de ondas em um intervalo diferente de comprimentos de onda, verificaríamos que as ondas mais curtas experimentam uma mudança de direção mais acentuada que as de maior comprimento de onda. Portanto, o estudo da dispersão de ondas na água não permite estabelecer a relação entre a cor e o comprimento de onda da luz.

cristas das ondas são quase retas, mas nos lados elas se curvam, dando a impressão de ondas circulares que se originam nos bordos da abertura. Isto significa que após atravessar a abertura, nem toda a onda se propaga na sua direção original. Uma parte muda de direção. Este fenômeno se denomina *difração*.

A difração das ondas torna difícil compreender como podemos explicar a propagação retilínea da luz com um modelo ondulatório. Se a luz é uma onda, ao passar através de um pequeno orifício, uma parte deve mudar de direção, ao invés de caminhar em linha reta para frente. Num modelo ondulatório da luz deve haver, pelo menos, uma grande diferença entre as ondas luminosas e as ondas na água.

Qual poderia ser esta diferença? Nós conhecemos o comprimento de onda λ das ondas na água. Não conhecemos o comprimento de onda das ondas luminosas, que pode ser muito diferente. Examinemos, então, a difração das ondas na água para diferentes comprimentos de onda. Na Fig. 17 — 20 vemos três fotografias de ondas periódicas com diferentes comprimentos de onda, todas passando pela mesma abertura. Observamos uma tendência definida. Na primeira fotografia, o comprimento de onda é igual a seis décimos da largura d da abertura. Nesta fotografia, a parte da onda reta que atravessa a abertura é quase inteiramente convertida em uma onda circular. Ou, em outras palavras, a abertura age como uma fonte de ondas circulares quando sobre ela incidem ondas retas. Na segunda fotografia, λ é igual a três décimos de d . Neste caso, a onda que passa pela abertura não está tão curvada como na fotografia anterior. Ela apresenta uma seção reta no centro, mas parte

dela ainda se curva nos lados. Na terceira fotografia, λ vale um décimo de d , e aqui a curvatura desaparece na direção incidente, e obtemos uma sombra quase nítida. Desde que conservemos fixa a largura d da fenda, um decréscimo posterior de λ torna a sombra ainda mais definida. Podemos também manter λ fixo, e variar d ; verificamos, então, que a mudança de direção não depende de λ e d separadamente, mas



17 — 19. Ondas retas que passam através de uma abertura. Observe a curvatura das ondas em volta dos extremos das barreiras.

17 — 20. Três aspectos de ondas que passam através da mesma abertura. Observe a diminuição da curvatura para menores comprimentos de onda.

sòmente da fração λ/d . Para resumir, as ondas são fortemente difratadas quando atravessam uma abertura de tamanho comparável a seu comprimento de onda, e a difração é quase nula se o comprimento de onda é muito pequeno em comparação com a largura da abertura.

Nós todos sabemos que a luz que passa por um buraco de fechadura não se curva, parecendo seguir em sua direção original. Se a luz é uma onda, isso implica em que seu comprimento de onda deve ser muito menor que o tamanho do buraco de fechadura. Mas para se ter certeza de que a luz é uma onda periódica, devemos poder realizar uma experiência que mostre sua difração. Na Seção 11-7 foram descritas duas de tais experiências. Suponha que repetimos a experiência na qual examinamos uma fonte de luz através de uma fenda estreita entre dois dedos. Quando a fenda é de meio centímetro de largura, uma lâmpada elétrica vista através dela, aparece com seu aspecto normal. Entretanto, quando a fenda se torna mais estreita, de modo a ter a largura de aproximadamente um décimo de milímetro, o bulbo aparece alongado em direção perpendicular a seus dedos. Mais ainda, você pode

manter seus dedos em qualquer direção, e o alongamento sempre aparece perpendicular a eles. Isto constitui uma indicação clara de que a luz é difratada pela abertura.

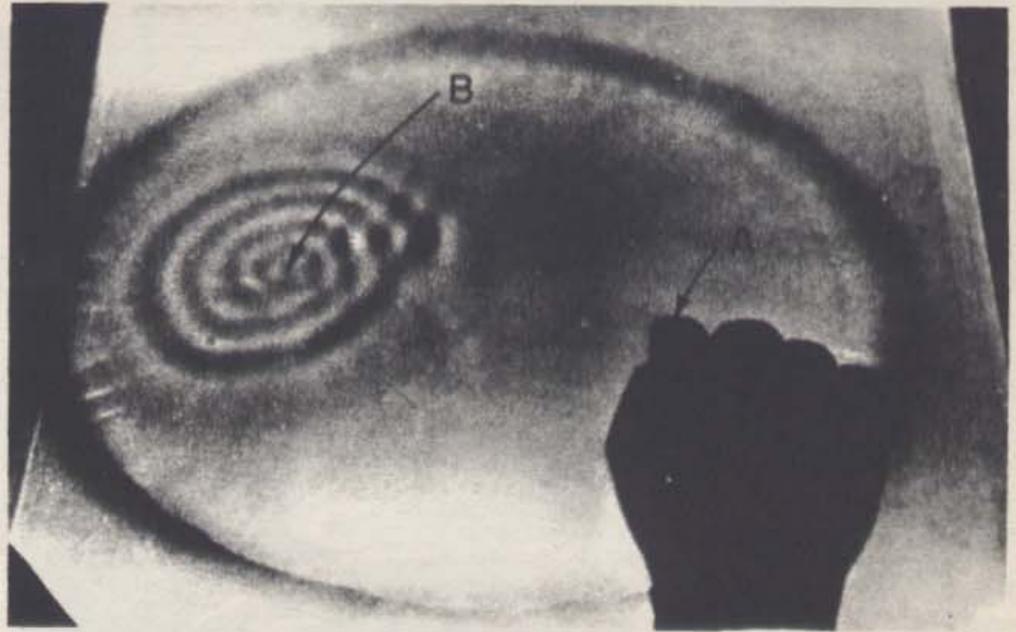
Podemos extrair mais algumas informações das nossas experiências com a luz, se retornarmos por um minuto à Fig. 17 — 20. Um exame desta figura sugere uma explicação do fato, estabelecido no Capítulo 11, de que tôdas as sombras, mesmo as de grandes obstáculos, aparecem ligeiramente borradas devido à difração. Mesmo na figura inferior, onde λ/d é aproximadamente $1/10$, as cristas das ondas próximas ao contórno da sombra são ligeiramente curvadas. Se observarmos estas ondas a uma grande distância da fenda, o efeito desta curvatura será aumentar a região atingida pelas ondas. Desde que, como na experiência com nossos dedos, só começamos a ver a difração da luz para uma abertura de aproximadamente um décimo de milímetro, podemos, então, concluir que o comprimento de onda da luz é ainda menor do que este.

Em resumo, resulta da nossa discussão neste capítulo, que a luz pode ser descrita como ondas de comprimentos de onda muito pequenos.

PARA CASA, CLASSE, E LABORATÓRIO

1. Na Fig. 17 — 7, se $i = 25^\circ$, qual é o valor de r' ?
2. Um pulso reto se aproxima de uma barreira formando um ângulo de 30° . Qual é a direção do movimento do pulso após a reflexão? Indique-a num diagrama.
3. Descreva o movimento ondulatório que resulta quando você mergulha seu dedo no centro de um tanque circular com água. Qual seria o movimento sob condições ideais?
4. Suponha que numa cuba de ondas situamos uma barreira em forma de elipse, como indica a Fig. 17 — 21. Produzindo um pulso circular no ponto A , êle se reflete na barreira, e converge no ponto B .
 - (a) A partir desta experiência, que pode você dizer sòbre a geometria de uma elipse? (Sugestão: Considere minúsculos segmentos do pulso circular que se origina em A , e veja como a elipse deve ser formada para que todos os segmentos alcancem B no mesmo instante).
 - (b) Que acontecerá se produzirmos um pulso no ponto B ?
 - (c) Verificar-se-á também a mesma convergência se você mergulhar seu dedo em um ponto diferente de A ou B ?
5. Na Fig. 17 — 22 um pulso reto se aproxima de uma barreira retangular, sob um ângulo de 45° .
 - (a) Como se reflete?
 - (b) Que acontece se a onda incide sob outro ângulo?
6. Imagine que você observa uma onda periódica de freqüência $f = 4$ por s, através de um estroboscópio de duas fendas. Que espera você ver se girar o estroboscópio com uma freqüência de 1, 2, e 4 revoluções por s?
7. Uma fonte pontual na cuba de ondas produz ondas circulares periódicas. Utilizando um estroboscópio para parar o movimento, me-

17 - 21. Reflexão em uma barreira elíptica. Um pulso foi produzido em *A*, e fotografado quando converge em *B*.



dimos a diferença de raio entre a primeira e a sexta cristas circulares, e verificamos ser ela igual a 10 cm.

(a) Qual é o comprimento de onda?

(b) Por que não calculamos o comprimento de onda usando o raio, digamos, do quinto pulso somente?

(c) Por que utilizamos este método de medida, ao invés de tomar a diferença entre cristas vizinhas?

8. (a) Numa cuba de ondas, quando se produz um pulso cada $\frac{1}{10}$ s, verificamos ser λ igual a 3 cm. Qual é a velocidade de propagação?
- (b) No mesmo meio, produzimos dois pulsos, o segundo, $\frac{1}{2}$ s após o primeiro. Qual é a distância que os separa?

9. Qual é o índice de refração ao passar da água profunda para a mais rasa na Fig. 17 - 13?

10. Meça o índice de refração na Fig. 17 - 14 pelo método que você usou no problema anterior, e, depois, pela determinação do cociente dos senos dos ângulos apropriados. Compare os resultados.

11. Uma onda formada em uma cuba de ondas passa de uma seção rasa para outra profunda, sob um ângulo de incidência de 45° e um ângulo de refração de 60° .

(a) Qual é a razão das velocidades nas duas seções?

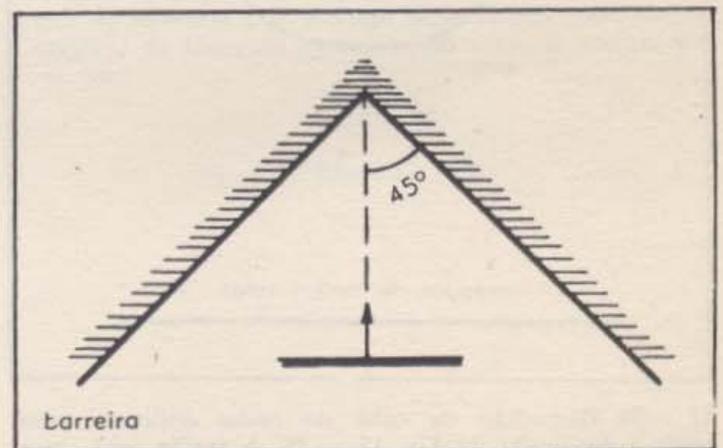
(b) Se a velocidade da onda é de 25 cm por segundo na seção profunda, quanto vale na seção rasa?

- 12 (a) Um pneumático de automóvel tem uma circunferência de 2,10 m. Se a roda gira 200 vezes por minuto, qual é a velocidade do automóvel em metros por minuto?

(b) Uma onda luminosa cuja frequência é de $6,0 \times 10^{14}$ por s passa através de um líquido. Mede-se o comprimento de onda dentro do líquido, e obtém-se para seu valor $3,0 \times 10^{-5}$ centímetro. Qual é a velocidade da luz neste líquido?

(c) Qual é o comprimento de onda no vácuo (a partir do qual foi calculada a frequência)?

(d) Qual é o índice de refração do líquido para a luz desta frequência?

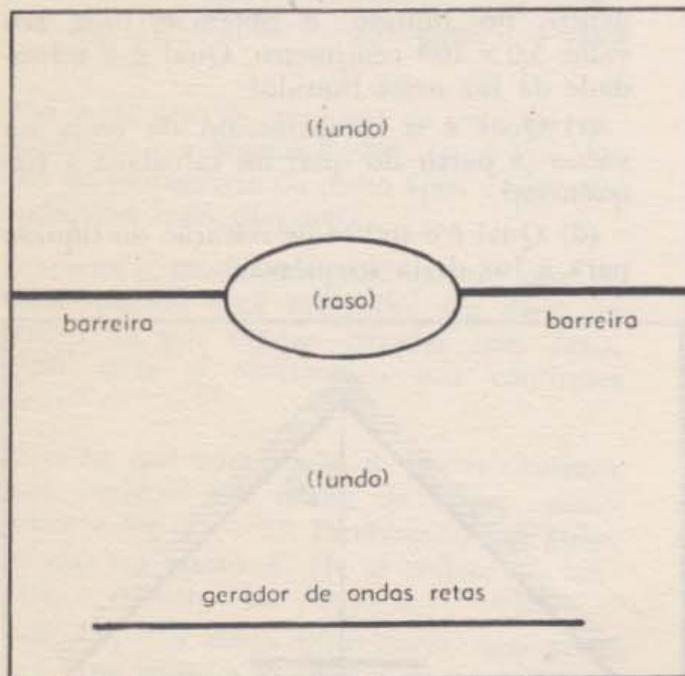


17 - 22. Pulso reto que se aproxima de uma barreira retangular.



17 - 23. Curvatura de uma onda reta quando a água se torna gradativamente mais rasa de um lado para o outro.

13. Dispõe-se a cuba de ondas de modo que gradualmente a água vai diminuindo de profundidade de um extremo ao outro. Devido a isto, uma crista de onda tem velocidades diferentes nos dois extremos da cuba. Como resultado, as ondas retas se tornam curvas



17 - 24. Disposição da cuba de ondas utilizada para obter a fotografia da Fig. 17 - 25. A região oval entre as barreiras tem água rasa, enquanto que a água no resto do tanque é profunda.

(Fig. 17 - 23). Na fotografia, os pulsos se movem para a parte superior da página.

(a) Qual é o lado raso?

(b) Ocorre um fenômeno semelhante com a luz? Prepare-se para discuti-lo em classe.

14. As ondas que se propagam na seção profunda de uma cuba de ondas com a velocidade de 34 cm/s, alcançam uma parte rasa sob um ângulo de 60° . Na parte rasa, todas as ondas se propagam com a velocidade de 24 cm/s. Se se aumenta ligeiramente a frequência, as ondas se propagam na seção profunda com a velocidade de 32 cm/s.

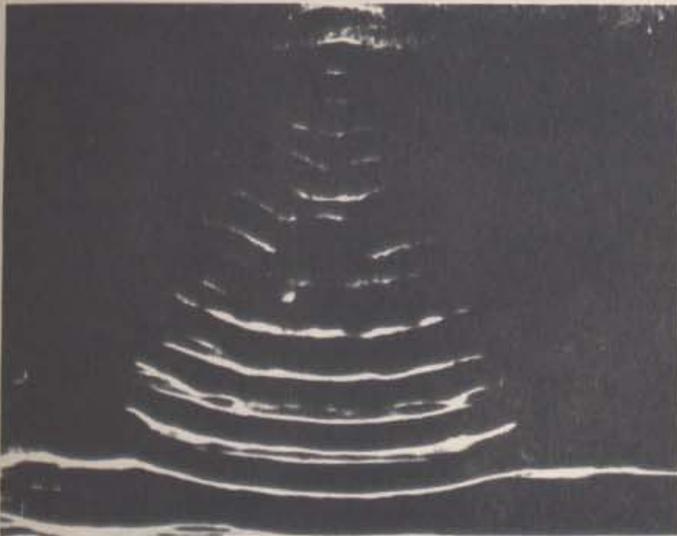
(a) Calcule o ângulo de refração em cada caso.

(b) Considerando as condições da cuba de ondas, é mais fácil medir as duas velocidades e determinar sua diferença diretamente, ou medi-las indiretamente pela diferença angular encontrada em (a)?

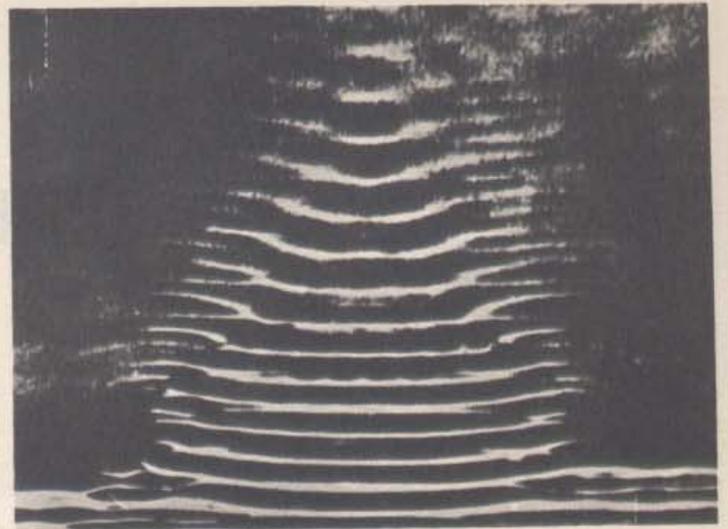
(c) Como podemos detectar pequenas diferenças na velocidade da luz?

15. Montamos a cuba de ondas como indica a Fig. 17 - 24, e produzimos uma onda reta periódica. Vê-se a configuração de ondas resultante na fotografia da Fig. 17 - 25.

(a) Explique o que está acontecendo.



17 - 25. Configuração ondulatoria com ondas periódicas, utilizando a montagem indicada na Fig. 17 - 24.



17 - 26. A mesma configuração de ondas da Fig. 17 - 25 mas com um comprimento de onda menor.

(b) A que sistema óptico corresponde este modelo?

16. Na Fig. 17 - 26 vemos uma fotografia tomada sob as mesmas condições que as do Problema 15, com exceção que neste caso as ondas têm um comprimento de onda menor.

(a) Em que diferem as duas fotografias?

(b) Que pode você concluir desta diferença?

17. Suponha que a região oval na Fig. 17 - 24 é profunda, e que a região circundante é rasa.

(a) Que acontecerá com as ondas retas?

(b) Isto constitui um modelo de que sistema óptico?

18. Como sabemos que o comprimento de onda da luz deve ser muito menor que um centímetro?

19. Imagine que nossos olhos fossem sensíveis

somente à luz de comprimento de onda 0,1 mm. De que maneira isto afetaria nossa capacidade de ver? Poderia você enfiar linha numa agulha?

20. Se o som é um fenômeno ondulatório, como explicaria você a experiência comum de se ouvir sons que contornam cantos?

21. As ondas sonoras se propagam no ar, em geral, a uma velocidade de aproximadamente 330 metros por segundo. Os sons audíveis têm uma frequência compreendida entre 30 a 15.000 ciclos por segundo. Qual é o intervalo de comprimentos de onda destas ondas sonoras?

LEITURA COMPLEMENTAR

HUYGENS, CHRISTIAN, *Moments of Discovery*. Editado por G. Schwartz e P. Bishop, Basic Books, 1958. Relato original de Huygens apresentando a teoria ondulatória da luz.

INTERFERÊNCIA

CAPÍTULO 18

18 — 1. Introdução

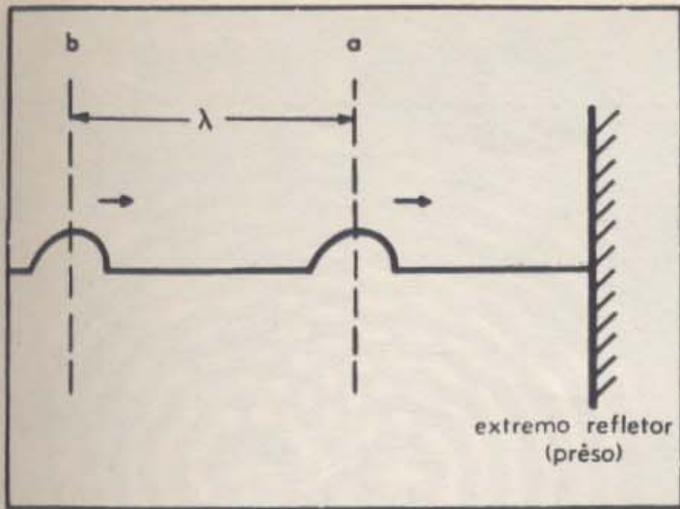
Estudamos no Capítulo 17 as propriedades das ondas para ver se elas podem responder pelas propriedades comuns da luz. Já aprendemos como a luz se reflete em um espelho, e verificamos que as ondas obedecem à mesma lei da reflexão. Aprendemos também como a luz se refrata ao passar de um meio para outro, e vimos que a refração das ondas segue a lei de Snell do mesmo modo que a luz.

Na última seção do capítulo precedente recordamos que a luz se propaga em linha reta, e produz sombras bem delineadas. Realizamos, então, experiências com ondas na cuba de ondas, e verificamos que elas eram difratadas ao atravessar uma abertura. Podíamos reduzir a difração, diminuindo o comprimento de onda, mas não podíamos eliminá-la completamente. Mudamos, então, nossa maneira de encarar a questão: retornamos à luz, e verificamos que ela também se difrata ao passar através de uma fenda muito estreita. Isto constitui uma demonstração bastante convincente da natureza ondulatória da luz. Seguiremos neste capítulo este último ponto de vista. Quer dizer, continuaremos a estudar detalhadamente as propriedades das ondas, e no próximo capítulo faremos as experiências correspondentes com a luz.

Um dos resultados mais surpreendentes das experiências com ondas em uma mola, descritas no Capítulo 16, foi o de que dois pulsos se propagando em sentidos opostos passavam um através do outro. A forma do deslocamento da

mola podia ser explicada, somando os deslocamentos dos pulsos individuais (princípio de superposição). Por exemplo, a Fig. 16 — 9 mostra as formas sucessivas de uma mola quando dois pulsos opostos passam um através do outro. O ponto P , a meia distância entre os dois pulsos, permanece imóvel, porque ao somar os deslocamentos dos pulsos individuais, neste ponto ocorre uma anulação em cada instante durante o cruzamento. É um pouco difícil ver este comportamento dos dois pulsos opostos, porque você tem que observar os pulsos exatamente no instante em que eles se cruzam. Entretanto, se utilizarmos ondas periódicas, podemos observar a anulação mais facilmente.

Quando uma onda periódica se propaga ao longo de uma mola que está fixa por um dos extremos, cada pulso individual se inverte após a reflexão. Sabemos, por outro lado, que um pulso refletido se superpõe com todo pulso incidente que encontra. Suponha, então, que consideramos, de início, somente dois dos pulsos, a e b , distanciados de um comprimento de onda λ , quando se propagam de encontro ao extremo refletor (Fig. 18 — 1). Certo tempo depois do primeiro pulso ser refletido, ele encontrará o segundo pulso, e haverá uma anulação no ponto médio P entre eles (Fig. 18 — 2). Apresenta-se na Fig. 18 — 3, os pulsos quando eles se encontram. Como eles estavam originalmente distanciados de λ , podemos ver que o ponto P está a uma distância $\lambda/2$ do extremo refletor. O pulso seguinte c , que chega a P mais tarde, será superposto ao pulso refletido b , de

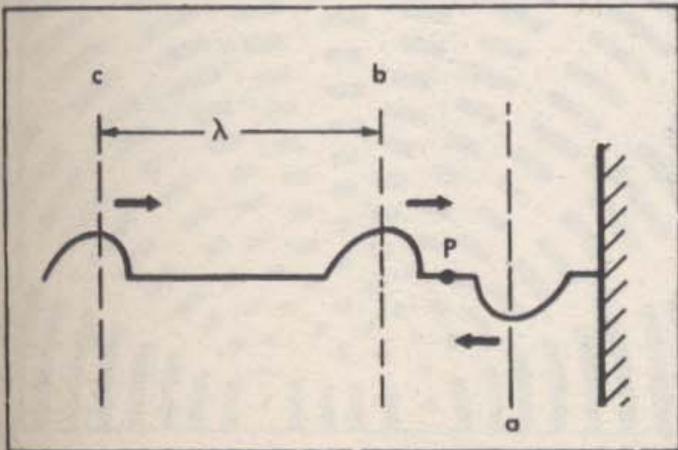


18 - 1. Dois pulsos que se propagam em direção ao extremo refletor de uma mola.

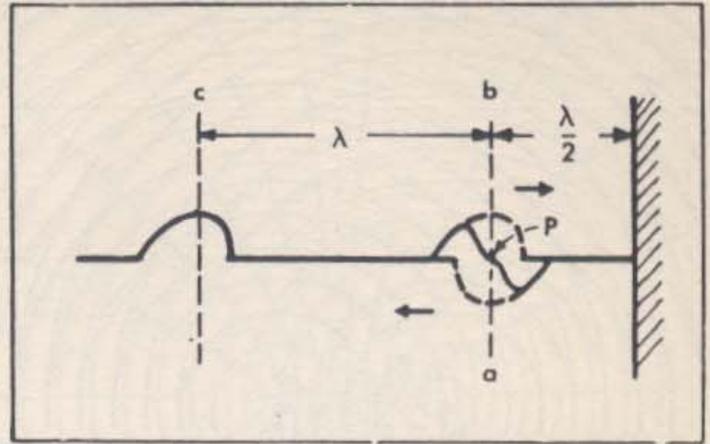
modo que ocorre novamente a mesma anulação. Devido à periodicidade da onda, isto acontecerá cada vez que um pulso passar por P , e, não obstante o movimento da mola em seu conjunto ser complicado, o ponto P sempre permanece em repouso. Um ponto como este se denomina *nodo*. Há outros nodos distanciados de $\lambda/2$, como você pode ver, determinando a posição dos seguintes (por exemplo, a anulação de a e c).

É claro que poderíamos ter obtido os nodos com a mesma facilidade, enviando ondas periódicas apropriadas dos extremos opostos de uma longa mola. Fixar uma extremidade para produzir uma onda que se move na direção oposta, constitui somente uma conveniência.

O fenômeno que acabamos de descrever — isto é, a superposição de duas ondas periódicas para produzir uma série de nodos, se denomina *inter-*



18 - 2. A mola após um dos pulsos ter sido refletido. O pulso refletido a se inverteu e se propaga em direção ao pulso incidente b . Um terceiro pulso c se aproxima a uma distância λ , atrás de b .



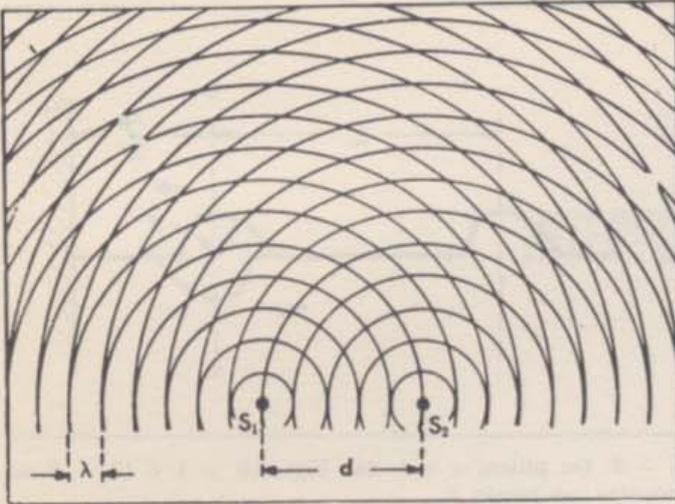
18 - 3. Os pulsos a e b das Figs. 18 - 1 e 18 - 2 se encontra no ponto P .

ferência. Antes de tentar encontrar imediatamente o efeito correspondente na luz, faremos primeiramente um estudo sistemático da interferência de ondas na água, em uma cuba de ondas. Depois, então, cuidaremos da interferência da luz.

18 - 2. Interferência de duas fontes pontuais

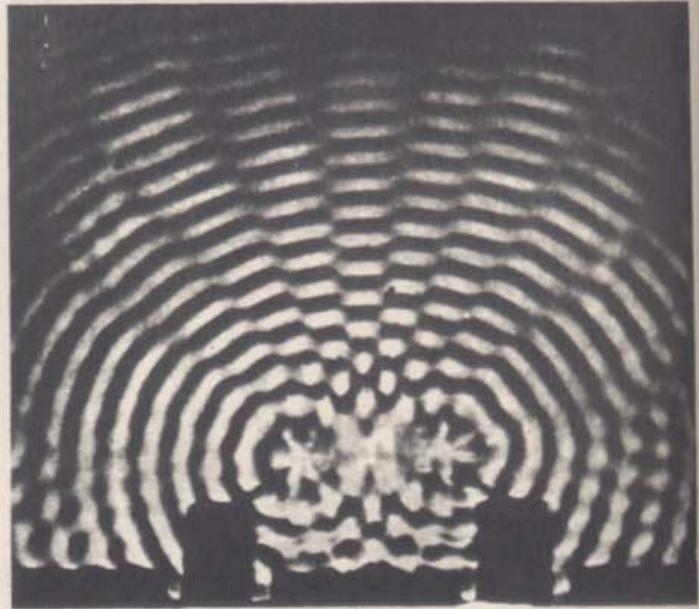
Com o propósito de estudar a interferência na cuba de ondas, utilizaremos fontes pontuais, geradoras de ondas circulares. Imagine duas fontes pontuais, lado a lado, separadas por uma distância d , que geram pulsos com a mesma frequência. Além disto, faça-as mover, de modo que elas mergulhem juntas na água — isto é, de tal forma que cada fonte produz uma crista no mesmo instante. Quando é este o caso, dizemos que as fontes estão *em fase*. Podemos representar as ondas produzidas pelas fontes, traçando dois conjuntos de círculos concêntricos, lado a lado, com centros separados por uma distância d (Fig. 18 - 4). Os círculos representam as cristas das ondas que se propagam a partir de cada fonte. Como as fontes são periódicas, as cristas estão sempre separadas pela mesma distância — um comprimento de onda. A distância entre as cristas circulares correspondentes em cada conjunto são iguais porque os geradores estão em fase.

Que acontece quando as ondas que partem das duas fontes se superpõem? Tentemos prever a configuração da onda resultante, utilizando o princípio de superposição. Nos pontos onde duas cristas se cruzam, formar-se-á uma "dupla crista". Estas "duplas cristas" produzirão regiões



18 — 4. Os círculos representam as cristas de onda de duas fontes S_1 e S_2 , separadas pela distância d . As fontes são periódicas e estão em fase. A seta verde aponta uma região que examinaremos detalhadamente mais adiante (Fig. 18 — 7).

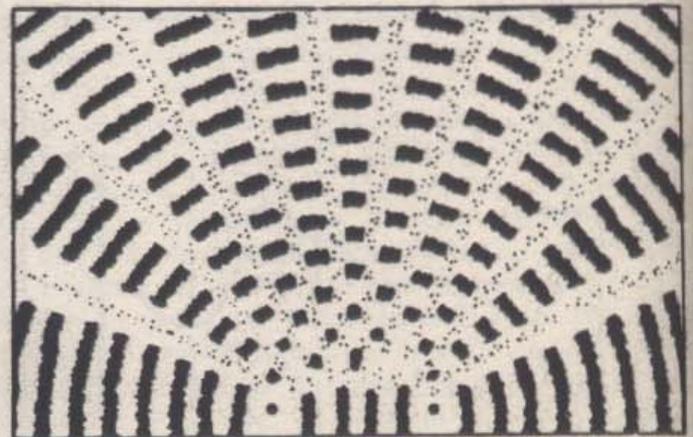
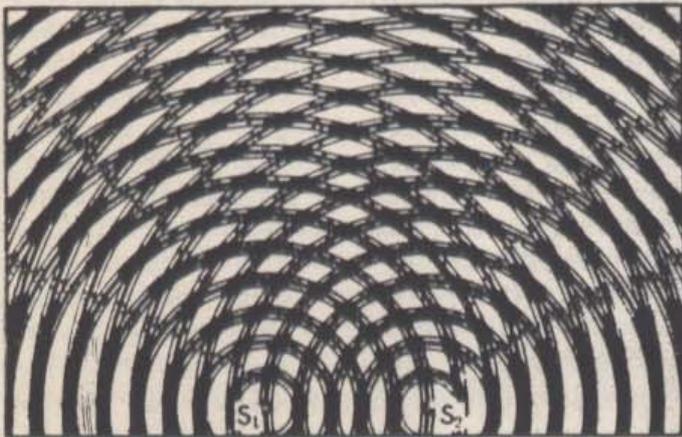
brilhantes sôbre o anteparo de um tanque de ondas. Na Fig. 18 — 5 (a) destacamos estas regiões, escurecendo-as. Nos pontos em que uma crista procedente de uma fonte encontra uma depressão da outra, a água permanecerá praticamente imóvel, e sôbre o anteparo aparecerá uma imagem cinzenta. Estas regiões, na Fig. 18 — 5 (a), foram pontilhadas para dar uma aparência cinzenta. Finalmente, nos pontos em que duas depressões se encontram, formar-se-á sôbre o anteparo, uma imagem muito escura. Na Fig. 18 — 5 (a) deixamos estas regiões em branco. Na Fig. 18 — 5 (b), suprimimos as linhas de construção, deixando sômente a configuração que esperamos ver. Portanto, a super-



18 — 6. Fotografia da figura de interferência produzida por duas fontes pontuais em fase. Observe as linhas nodais em direção radial.

posição das ondas na Fig. 18 — 4 deve resultar na configuração da Fig. 18 — 5 (b). Uma fotografia real das ondas, produzidas por duas fontes pontuais, indica que esta previsão é correta (Fig. 18 — 6).

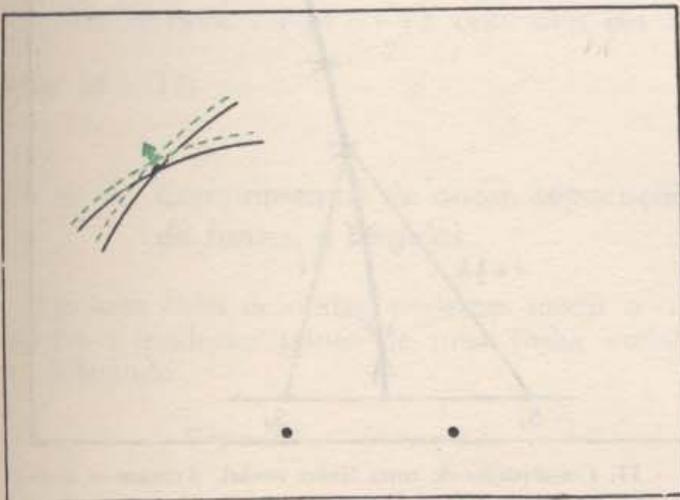
Acabamos de construir uma figura de interferência superpondo as ondas produzidas por duas fontes. Verificamos que, em um instante determinado, esta configuração prevista, concorda com o que observamos. Consideremos agora como se movem as ondas na configuração. Começaremos verificando como se move uma "dupla crista de onda". Na Fig. 18 — 7 repre-



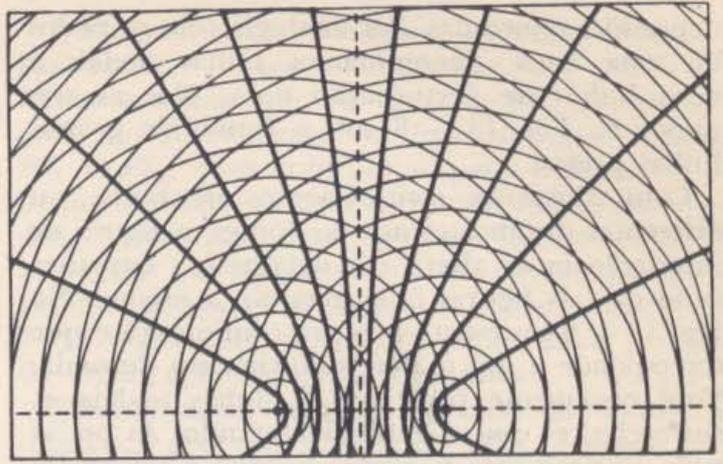
18 — 5. Configuração prevista pela aplicação do princípio de superposição às ondas provenientes das duas fontes pontuais indicadas na Fig. 18 — 4. As áreas escuras indicam onde cristas encontram cristas; as áreas pontilhadas representam água não perturbada, onde cristas encontram depressões; os lugares onde as depressões se encontram, são deixados em branco. Em (b) omitimos as linhas de construção utilizadas no esquema (a).

sentamos as duas cristas de onda que se cruzam para formar a crista dupla na origem da flecha da Fig. 18 — 4. Os círculos pontilhados da Fig. 18 — 7 representam as mesmas duas cristas pouco depois. Cada crista se propagou, afastando-se de sua fonte; e, como resultado, a dupla crista se afasta da região das fontes na direção de flecha. Se observarmos durante um período completo T , a crista da onda procedente de cada fonte ter-se-á deslocado de um comprimento de onda completo λ , e a dupla crista terá passado da origem para o extremo da flecha, na Fig. 18 — 4. As duplas cristas e as duplas depressões têm ao longo de toda a cuba de ondas o mesmo tipo de movimento radial. Conseqüentemente, cada fila de cristas e depressões duplas se afasta da região das fontes, enquanto novas cristas e depressões duplas se formam nas proximidades das fontes. Cada fila é um trem de ondas que se movem.

Que acontece nas regiões cinzentas, ou seja, nas regiões entre os trens de ondas móveis? Aqui, as cristas e depressões se superpõem em todos os instantes, e a superfície da água não está perturbada. Para ver porque, examinemos a linha entre dois trens de ondas em qualquer instante determinado. Na Fig. 18 — 5 (a) escolha uma das regiões cinzentas pontilhadas. Comece pela crista de uma onda que procede de S_1 . Como esta crista se superpõe a uma depressão que procede de S_2 , não há um deslocamento resultante da superfície da água. Ela fica praticamente imóvel. Afastemo-nos, agora, das fontes, avançando ao longo da linha cinzenta. Ao fazê-lo, descemos da crista da onda que procede de S_1 , e subimos da depressão da onda procedente de



18 — 7. As linhas pretas indicam as cristas duplas na origem da seta verde da Fig. 18 — 4. Os círculos verdes indicam duas cristas depois de um pequeno intervalo de tempo. Os dois pontos representam as fontes.



18 — 8. Linhas nodais de duas fontes. Entre as linhas nodais movem-se cristas e depressões duplas.



18 — 9. Configuração de interferência de duas fontes, análoga à da Fig. 18 — 6, mas com um maior comprimento de onda.

S_2 . Como as ondas são aproximadamente simétricas — de modo que uma depressão parece uma crista invertida — a soma dos deslocamentos das duas ondas continua dando um deslocamento resultante nulo. Se continuamos avançando, chegamos a uma depressão procedente de S_1 , e, no mesmo lugar, atingimos uma crista que procede de S_2 . Os deslocamentos ascendentes e descendentes ainda se anulam, e podemos ver que, prosseguindo ao longo da linha que passa pelas interseções das cristas e depressões, encontraremos água praticamente parada. Observando a Fig. 18 — 6, (ou, ainda melhor, a superfície de uma cuba de ondas), podemos ver estas linhas de água imóvel que se estendem radialmente a partir da região das fontes, separando os trens de ondas móveis de cristas e

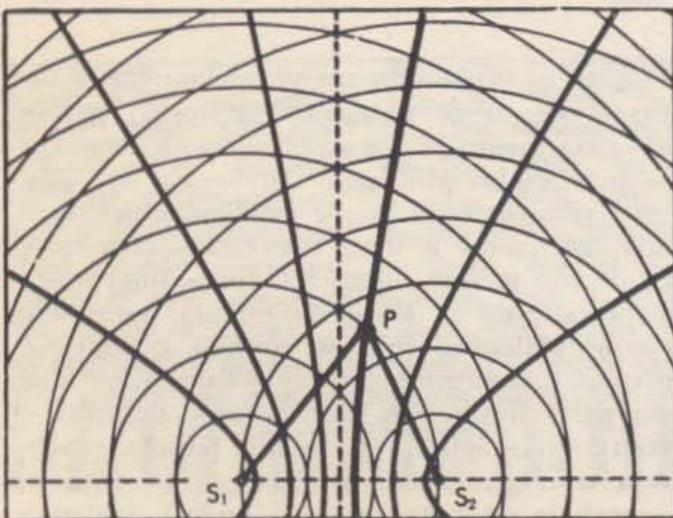
depressões reforçadas. Por analogia com os nodos de uma mola, denominamos linhas nodais a estas linhas de perturbação nula. Nós as traçamos na Fig. 18 - 8 sob a forma de grossas linhas pretas.

Com diferentes comprimentos de onda, ou diferentes distâncias entre as fontes, a figura de interferência se altera em detalhes; a estrutura geral de tais figuras é, entretanto, a mesma. Na Fig. 18 - 9 apresenta-se outra configuração, que corresponde a um maior comprimento de onda. Você novamente pode ver as linhas nodais, e, entre elas, as ondas se movimentando. As ondas estão ligeiramente borradas porque a fotografia foi feita com uma exposição de $\frac{1}{50}$ de segundo e neste intervalo de tempo as ondas se deslocaram de uma fração apreciável de comprimento de onda.

Apesar de, em nossa investigação, termos considerado ondas na água, não usamos, realmente, nenhuma propriedade especial das ondas na água para obter nosso resultado. Utilizamos somente o princípio de superposição, que é comum a tôdas as ondas. Os resultados deste capítulo se aplicam a tôdas as ondas.

18 - 3. Forma das linhas nodais

Se examinarmos, por um instante, as fotografias (Fig. 18 - 6 e 18 - 9) observaremos que, apesar das linhas nodais serem ligeiramente curvas próximo às fontes, elas logo se tornam praticamente retas. Outro fato surpreendente é

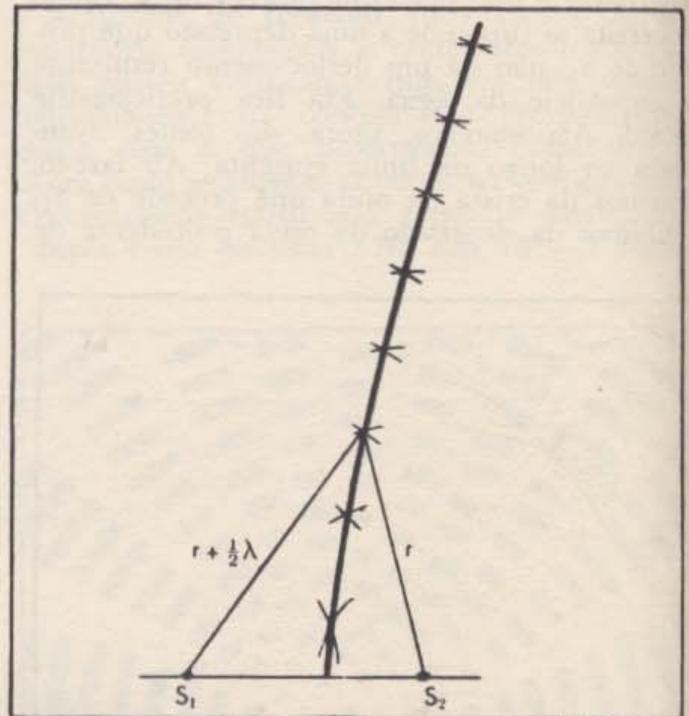


18 - 10. Primeira linha nodal. Para qualquer ponto P da linha, a diferença de caminhos de P a S₁ e de P a S₂ é meio comprimento de onda.

que o número de linhas nodais diminui à medida que cresce o comprimento de onda.

Para facilitar a discussão posterior destas configurações, numeraremos as linhas nodais, de modo a podermos referir a elas convenientemente. Para fazê-lo, reexaminemos a Fig. 18 - 8, observando que a configuração é simétrica - isto é, parece exatamente a mesma tanto à esquerda da linha central como à direita da mesma. Isto não deve nos surpreender demasiadamente porque nossas fontes também parecem exatamente iguais à direita e à esquerda. Por esta razão, precisamos contar somente metade das linhas nodais, digamos, as da direita. Assim, chamamos a primeira linha à direita da linha central (pontilhada) de primeira linha nodal. A seguinte é denominada segunda linha nodal, e assim por diante. Quando queremos nos referir a uma das linhas nodais, não nos importando que linha é em particular, habitualmente dizemos a *n* - ésima linha nodal, sendo *n* um número inteiro. (1.^a, 2.^a, 3.^a, etc.).

Seja P um ponto da primeira linha nodal, e vamos uni-lo às duas fontes traçando segmentos PS₁ e PS₂ (Fig. 18 - 10). Chamamos estes segmentos de caminhos de P a S₁ e de P a S₂. Contando as cristas no diagrama, é fácil ver que, para



18 - 11. Construção de uma linha nodal. Traçam-se arcos com centro nas duas fontes, e com raios r e $r + (n - \frac{1}{2}) \lambda$, respectivamente. A linha nodal une as interseções. A curva indicada é a primeira linha nodal: $n = 1$.

nosso ponto particular, $PS_1 = 3\lambda$ e $PS_2 = 2\frac{1}{2}\lambda$, de modo que a diferença de caminhos é

$$PS_1 - PS_2 = \frac{1}{2}\lambda.$$

Se tivéssemos tomado outro ponto qualquer da primeira linha nodal, teríamos encontrado a mesma diferença de caminhos, $\frac{1}{2}\lambda$. Podemos dizer, portanto, que a primeira linha nodal é formada pelos pontos para os quais a diferença entre os caminhos é igual a $\frac{1}{2}\lambda$, de modo que uma crista e uma depressão sempre chegam ali ao mesmo tempo.

A segunda linha nodal pode ser caracterizada de um modo semelhante. Neste caso, se P é qualquer ponto da segunda linha nodal, a diferença de caminhos é

$$PS_1 - PS_2 = \frac{3}{2}\lambda,$$

o que também pode ser visto considerando a Fig. 18 - 10. Continuando este procedimento, chegamos a uma equação que caracteriza a n -ésima linha nodal

$$PS_1 - PS_2 = \left(n - \frac{1}{2}\right)\lambda.$$

De acôrdo com esta equação, podemos construir as linhas nodais, determinando as interseções de círculos de raio r centrados em S_2 , com círculos de raios $r + \left(n - \frac{1}{2}\right)\lambda$ centrados em S_1 (Fig. 18 - 11).

18 - 4. Comprimentos de onda, separação de fontes, e ângulos

Em uma cuba de ondas, podemos medir o caminho a qualquer ponto de uma linha nodal; e, utilizando

$$PS_1 - PS_2 = \left(n - \frac{1}{2}\right)\lambda,$$

podemos determinar o comprimento de onda λ . Para realizar esta medida, não precisamos parar as ondas. As linhas nodais permanecem estacionárias enquanto medimos PS_1 e PS_2 .

É muitas vezes conveniente, ou mesmo necessário, realizar nossas medidas em um ponto P bastante distanciado de S_1 e S_2 . Mas se, então, medimos diretamente os dois caminhos longos PS_1 e PS_2 , e os subtraímos para determinar a pequena diferença que entre eles existe, teremos dificuldades para obter precisão suficiente. Pode acontecer que percamos muito da medida propriamente, restando só nossos erros (veja Seção 3-7). Procuramos, então, um modo mais preciso de medir a diferença de caminhos.

Para qualquer ponto P afastado das fontes, a diferença dos caminhos $PS_1 - PS_2$, depende do ângulo formado entre PS_1 e d . Considere a Fig. 18 - 12 (a), que apresenta as duas fontes S_1 e S_2 , e um ponto P muito afastado em comparação com a distância d entre as fontes. Constrói-se a distância PA igual a PS_2 , de modo que os ângulos 1 e 2 sejam iguais, e $PS_1 - PS_2 = AS_1$. Quanto mais afastado está P , tanto mais aproximadamente paralelas se tornam as linhas PS_1 e PS_2 . Consideraremos somente pontos P suficientemente afastados de S_1 e S_2 , de modo que, para todos os objetivos práticos, PS_1 e PS_2 , são paralelas. Podemos traçar, então, a Fig. 18 - 12 (b). Como os ângulos 1 e 2 se tornaram retos, o triângulo AS_1S_2 é retângulo. Portanto, pela definição de seno de um ângulo (Seção 13 - 3),

$$\frac{AS_1}{d} = \text{sen } \theta,$$

sendo θ indicado na figura. Relembrando que AS_1 é a diferença de caminhos, encontramos, então

$$PS_1 - PS_2 = d \text{ sen } \theta.$$

Esta equação expressa a diferença de caminhos em função da separação das fontes e do ângulo. O ângulo θ nos dá a direção de P em relação às fontes. Quando $\theta = 90^\circ$, por exemplo, P está à direita sobre a linha que passa pelas fontes; quando $\theta = 0$, P está na direção da parte superior da Fig. 18 - 12 (b).

Quando, então, P está na n -ésima linha nodal

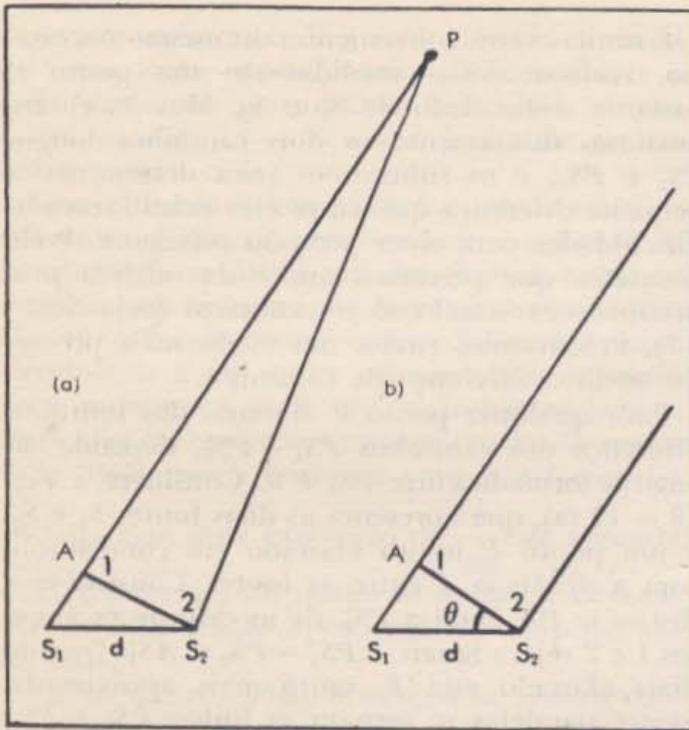
$$PS_1 - PS_2 = \left(n - \frac{1}{2}\right)\lambda.$$

Conseqüentemente,

$$\left(n - \frac{1}{2}\right)\lambda = d \text{ sen } \theta_n$$

ou

$$\text{sen } \theta_n = \left(n - \frac{1}{2}\right)\lambda/d$$



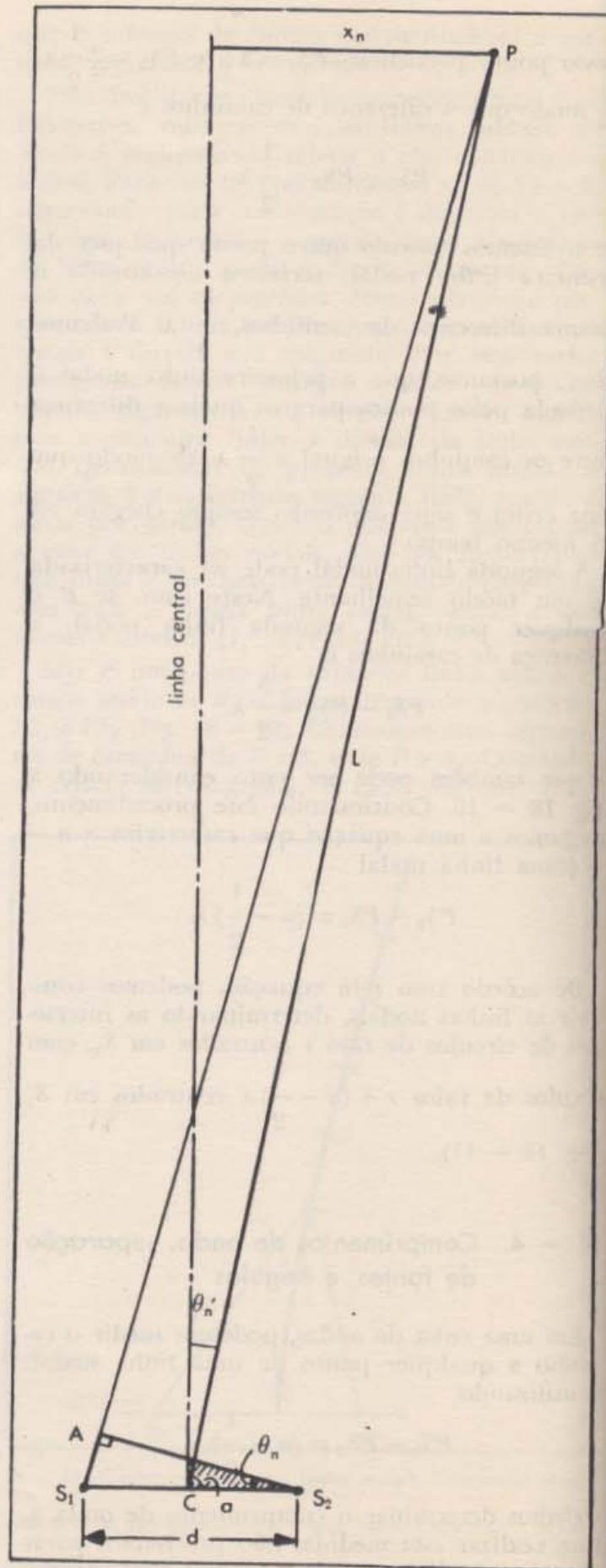
18 - 12. (a) A diferença de caminho AS_2 pode ser determinada em termos da separação d entre as fontes e de um ângulo. (b) Quando P está distante das fontes, $AS_2 = d \sin \theta$.

sempre que P estiver muito afastado de S_1 e S_2 . De passagem, este resultado nos indica que, longe das fontes, não muda a direção de uma linha nodal. Ela será dada pelo ângulo θ_n . Longe das fontes, portanto, as linhas nodais devem ser retas, como observamos na seção anterior. Realmente, se prolongamos as porções retas das linhas nodais até à região das fontes, elas passam pelo ponto médio da linha que une as fontes.

Na seção anterior, observamos, também, que o número de linhas nodais aumenta à medida que o comprimento de onda diminui. Podemos relacionar esta observação com nossa equação que dá a direção das linhas nodais longe das fontes. O $\sin \theta_n$ não pode ser maior que 1; portanto, $(n - \frac{1}{2})\lambda/d$ não pode ser maior que 1.

O maior valor de n que satisfaz esta condição é o número de linhas nodais que existem em cada lado da linha central. Este número depende apenas de λ/d , e aumenta à medida que λ diminui. Podemos realizar uma medida aproximada do comprimento de onda, simplesmente contando o número de linhas nodais.

18 - 13. Quando P está distante das fontes, $\theta_n + a = 90^\circ$. Como $\theta_n + a = 90^\circ$, $\theta_n = \theta'_n$. Também, $\sin \theta_n = x_n/L$, e, portanto, $\sin \theta_n = x_n/L$.



Para fazer uma determinação precisa de λ , podemos verificar a direção da n -ésima linha nodal, isto é, medir o ângulo θ_n , e calcular λ a partir da equação $\text{sen } \theta_n = (n - \frac{1}{2}) \lambda / d$. Na cuba

de ondas, determina-se facilmente θ_n ; não é este sempre o caso com outras ondas. Procuraremos, então, um modo de determinar $\text{sen } \theta_n$ diretamente, sem medir antes o próprio ângulo θ_n . Seja P na Fig. 18 — 13, um ponto da n -ésima linha nodal, muito afastado das duas fontes S_1 e S_2 , de modo que as linhas CP e S_1P são praticamente paralelas entre si, e ambas perpendiculares a AS_2 . Como a linha central é perpendicular a d , vemos que $\theta'_n = \theta_n$. Mas, pela figura, $\text{sen } \theta'_n = x_n / L$, onde L é a distância PC , e x_n , a distância de P à linha central. Portanto, temos

$$(n - \frac{1}{2}) \lambda / d = \text{sen } \theta = \text{sen } \theta' = x / L$$

$$\lambda = \frac{d(x/L)}{n - \frac{1}{2}}$$

onde omitimos o índice n em θ e x , mas você deve lembrar que eles se referem à n -ésima linha nodal.

Um exemplo indicará a simplicidade do procedimento. Suponha que estamos trabalhando com fontes separadas pela distância de 10 cm. Podemos escolher um ponto P na terceira linha nodal, medir sua distância L a partir do ponto médio de d , e medir a distância x à linha central. Suponha que encontramos para L o valor 80 cm, e para x , 48 cm. x/L é, portanto, 0,6. Podemos, agora, verificar a precisão de nossa razão medindo outros L e os correspondentes x . Se P está suficientemente afastado, x/L permanece igual a 0,6.

Pelo fato de estarmos trabalhando com a terceira linha nodal, devemos, então, usar,

$n - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$, e, fazendo $d = 10$ cm, encontramos

$$\lambda = \frac{d(x/L)}{n - \frac{1}{2}} = \frac{10(0,6)}{\frac{5}{2}} = 2,4 \text{ cm.}$$

Utilizando as várias linhas nodais podemos fazer vários cálculos para λ . A concordância entre os valores obtidos nos dá uma comprovação de nosso raciocínio e de nossas medidas.

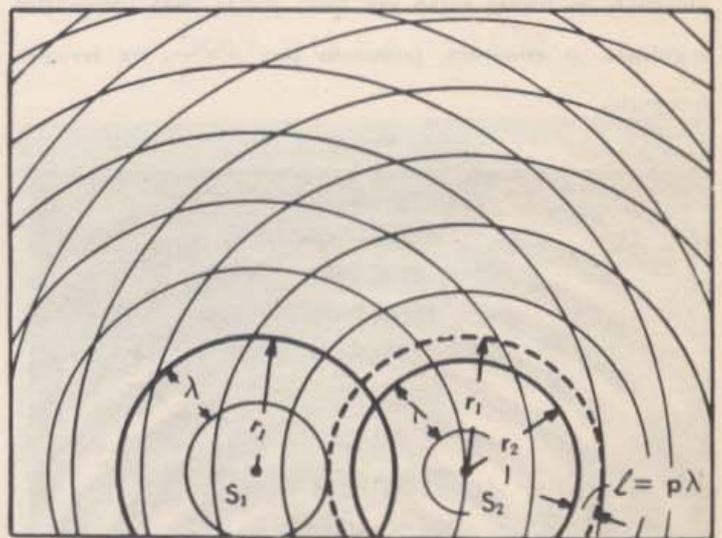
18 — 5. Fase

Dois geradores com o mesmo período estão *em fase* quando eles sempre tocam a água simultaneamente, produzindo cristas no mesmo instante. Não é necessário, entretanto, que duas fontes de mesmo período estejam em fase. Por exemplo, uma das fontes pode sempre tocar a água algum tempo depois da outra, com um atraso t . Como a unidade natural de tempo para determinado movimento periódico é seu período T , é conveniente medir o intervalo de tempo entre os mergulhos de S_1 e S_2 em frações p do período. Usamos, então, $p = t/T$ para medir o atraso. Por

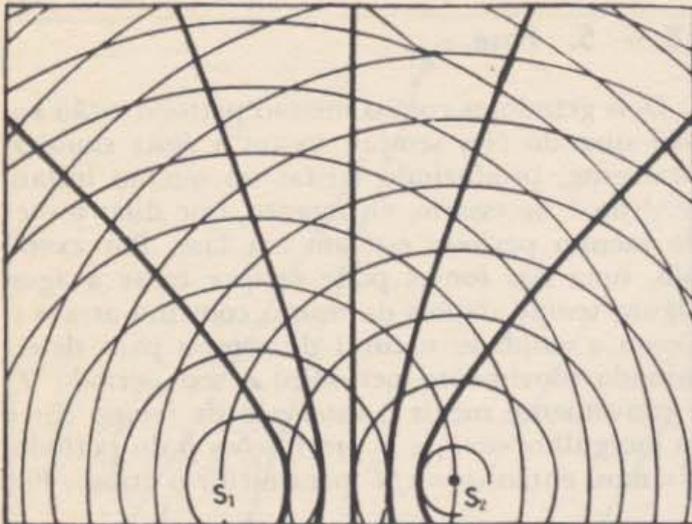
exemplo, cada fonte mergulha cada $\frac{1}{6}$ de segundo, e S_2 sempre mergulha $\frac{1}{18}$ de segundo após S_1 , a fração p vale, então, um terço.

Quando duas fontes de mesma frequência não mergulham simultaneamente, dizemos que elas estão *fora de fase* ou *defasadas*. A fração p representa a diferença de *fase* de uma fonte em relação à outra. Não há diferenças maiores que o período T , porque sempre medimos a diferença da segunda fonte, a partir do mergulho mais recente da primeira fonte, e os mergulhos desta se processam em intervalos de tempo T . Conseqüentemente, não existem diferenças de fase maiores que 1. p varia sempre entre 0 e 1.

Tomemos, agora, dois geradores pontuais de ondas operando de modo que S_2 tem uma diferença de fase igual a p em relação a S_1 . Que



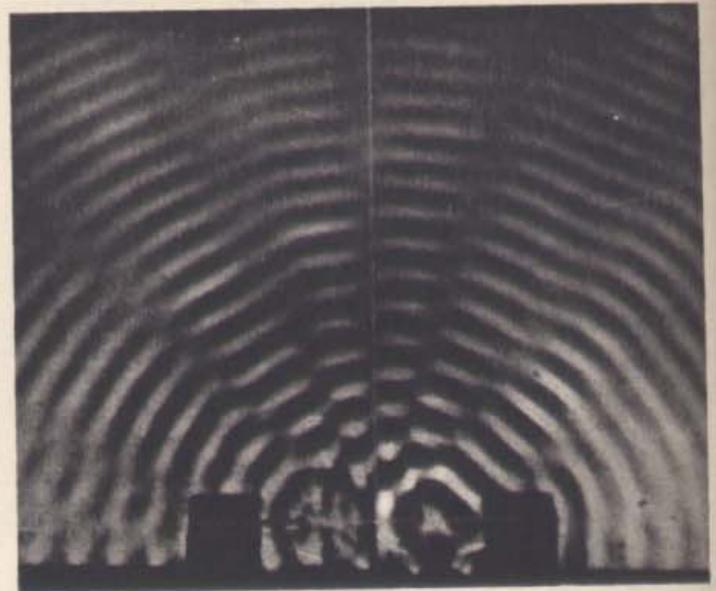
18 — 14. Ondas de duas fontes pontuais defasadas. S_2 tem uma diferença de fase p em relação a S_1 . A diferença entre os raios de cristas correspondentes é a distância $l = r_1 - r_2 = p\lambda$.



18 - 15. Configuração de linhas nodais quando há uma defasagem $p = \frac{1}{2}$.

aspecto terá a figura de interferência? Podemos novamente tentar descobri-lo gráficamente, traçando dois conjuntos de círculos concêntricos que representam as cristas das ondas provenientes de cada fonte. Como na Fig. 18 - 4, em cada conjunto as cristas estão sempre separadas por um comprimento de onda λ ; entretanto, neste caso, as fontes não estão em fase, e os raios r_1 e r_2 das cristas correspondentes às duas fontes não são iguais (Fig. 18 - 14). Os raios das cristas retardadas procedentes de S_2 são menores que os das cristas correspondentes de S_1 , de um valor l igual à fração p de um comprimento de onda

18 - 17. Interferência de duas fontes pontuais com diferentes atrasos de fase p da fonte à direita. Na fotografia embaixo, as fontes estão em fase; $p = 0$. Nas fotografias seguintes, p aumenta, passando por $p = \frac{1}{2}$, na terceira fotografia.



18 - 16. Fotografia do anteparo da cuba de ondas com duas fontes que operam com uma defasagem $p = \frac{1}{2}$.

$$l = p \lambda.$$

Por exemplo, se S_2 está retardada de um terço de período, os círculos centrados em S_2 são menores do que os centrados em S_1 , em um terço de comprimento de onda.

Como exemplo, vejamos o que acontece quando uma das fontes está atrasada de meio período em relação à outra. A distância l vale, então, meio comprimento de onda, e a diferença

de fase p é igual a $\frac{1}{2}$. Na Fig. 18 - 15 traçamos

as cristas da onda para tal situação, e construímos as linhas nodais unindo os pontos onde uma crista cruza com uma depressão. Vemos que a figura de linhas nodais é di-



ferente da configuração para duas fontes em fase. Para a mesma razão λ/d , as linhas nodais se encontram nos lugares em que costumavam estar as cristas reforçadas, e estas estão, agora, onde costumavam ficar as linhas nodais. Compare a Fig. 18 — 15 com a Fig. 18 — 10. Em cada uma destas figuras $\lambda = \frac{1}{3} d$, mas na Fig. 18 — 10 as fontes mergulham em fase, enquanto que na Fig. 18 — 15 há uma diferença de fase $p = \frac{1}{2}$.

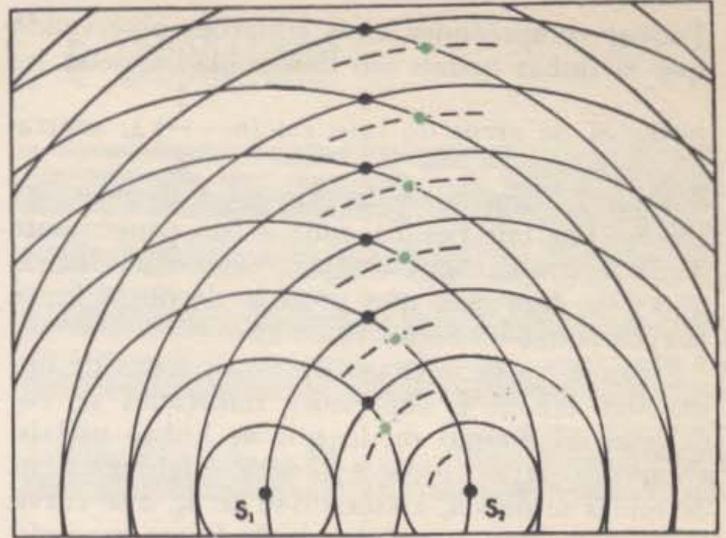
A fotografia na Fig. 18 — 16 foi tomada com uma diferença de fase $p = \frac{1}{2}$ entre as fontes.

Podemos ver, por exemplo, que há, agora, uma linha nodal no centro onde na Fig. 18 — 6 (e Fig. 18 — 9) há cristas reforçadas.

Demos exemplos de figuras de interferência para dois casos particulares de diferença de fase.

$p = 0$ e $p = \frac{1}{2}$. Na realidade, poderíamos ter es-

colhido qualquer fase desde 0 a 1, e, em cada caso, a figura de interferência teria sido diferente. A série de fotografias da Fig. 18 — 17 mostra as configurações de interferência na cuba de ondas para diferentes fases de S_2 . A variação da fase faz com que toda a configuração de linhas nodais se desvie em uma direção definida. Quando aumenta a defasagem de S_2 , os raios das cristas que procedem desta fonte, diminuem de uma distância crescente $l = p\lambda$, em relação àqueles que procedem de S_1 . Conseqüentemente, as linhas nodais se curvam mais acentuadamente em volta de S_2 , afastando-se da linha central. É justamente isto que vemos nas fotografias. Con-



18 — 18. A fila de pontos pretos representa uma linha de cristas duplas formadas quando S_1 e S_2 estão em fase. Os pontos verdes representam uma linha de cristas duplas que resultam quando S_2 apresenta um atraso de fase. Estão representadas por círculos tracejados de ondas retardadas procedentes de S_2 .

siderando a distância $l = p\lambda$ em nosso cálculo da diferença de caminhos de um ponto qualquer da linha nodal às fontes S_1 e S_2 , podemos desenvolver uma fórmula geral que descreve as linhas nodais para qualquer atraso de fase p . Ela é

$$PS_1 - PS_2 = (p + n - \frac{1}{2})\lambda,$$

e, portanto (pelas razões indicadas na Seção 18 — 4), os ângulos segundo os quais se determinam as porções retas das linhas nodais são dados por

$$\text{sen } \theta_n = (p + n - \frac{1}{2})\lambda' d.$$



Pode-se compreender estas equações observando que as linhas nodais são determinadas pelas interseções de arcos de raio $r + (n - \frac{1}{2})\lambda$, centra-

dos em S_1 , com arcos de raio $r - p\lambda$, centrados em S_2 . Em tais pontos, uma crista proveniente de uma fonte chega sempre ao mesmo tempo que uma depressão que procede de outra fonte (Veja o final da Seção 18 - 3).

Quando varia o atraso de S_2 , os trens de ondas das cristas e depressões reforçadas se encurvam do mesmo modo que as linhas nodais. Quando o atraso de S_2 aumenta, qualquer trem de ondas se desvia, afastando-se de S_1 , e se curva progressivamente em torno de S_2 . Como exemplo na Fig. 18 - 18 traçamos as cristas das ondas oriundas de duas fontes separadas pela distância de três comprimentos de onda. Os círculos pretos com origem em S_2 indicam ondas geradas quando S_2 mergulha em fase com S_1 . Os círculos tracejados em volta de S_2 indicam ondas geradas com um atraso de fase. Observe que as cristas duplas mudam de direção ao redor de S_2 quando se introduz o atraso de fase. Em particular, sem atraso de fase, existe um trem de ondas ao longo da linha central perpendicular à linha que une as fontes. Quando S_2 é retardada, este trem de ondas se move para a direita, em volta de S_2 . Todos os outros trens de ondas têm um desvio semelhante.

18 - 6. Resumo e conclusões

A figura de interferência formada por duas fontes pontuais na cuba de ondas, se caracteriza por um conjunto de linhas nas quais a superfície da água permanece imóvel - as linhas nodais. Quando as fontes estão em fase, essas linhas se distribuem simetricamente em torno da linha central, isto é, da mediatriz do segmento $S_1 S_2$, que une as fontes. Na vizinhança imediata das fontes, as linhas nodais são curvas, mas não muito longe das fontes elas se tornam aproximadamente retas. Se as porções retas são prolongadas na direção das fontes, elas passam pelo ponto central entre as fontes. O número de linhas nodais e o ângulo formado por qualquer uma dessas linhas com o segmento $S_1 S_2$ são determinados

por λ/d , que é a razão entre o comprimento de onda e a separação entre as fontes. Isto significa que podemos determinar d se conhecemos λ , ou vice-versa.

Ainda para o mesmo comprimento de onda e mesma distância entre as fontes, obtém-se diferentes figuras de interferência para diferenças de fase p diferentes entre as duas fontes. Quando as fontes estão em fase, há um número par de linhas nodais simetricamente dispostas em torno da linha central. Quando a fonte S_2 produz cristas depois de S_1 , com um retardamento $t = pT$, as cristas provenientes de S_2 têm todas raio menor que as cristas correspondentes produzidas em S_1 . Os raios correspondentes diferem pela distância $l = p\lambda$. Como resultado, os pontos onde as cristas oriundas de S_2 se cruzam com depressões que procedem de S_1 , estão mais próximos de S_2 . Isto significa que as linhas nodais se desviam, afastando-se de S_1 , e se inclinam em direção a S_2 ; a figura se torna assimétrica. Sô-

mente para $p = \frac{1}{2}$, obtemos novamente uma figura simétrica. Então, uma linha nodal coincide com a linha central, e há um número ímpar de linhas nodais.

Quando se mantém fixa a distância entre as fontes, e produzimos ondas de um determinado comprimento de onda, a figura de interferência depende da diferença de fase entre as fontes. Conseqüentemente, para manter uma determinada figura de interferência, a diferença de fase deve também permanecer constante. Para duas fontes que vibram continuamente com a mesma frequência, a diferença de fase permanecerá constante. Mas, se uma das duas fontes é posta em funcionamento e interrompida de um modo irregular, a diferença de fase variará e, com ela, a figura de interferência. Esta variação da figura de interferência será de grande importância no próximo capítulo, onde discutiremos a interferência de ondas luminosas.

LEITURA COMPLEMENTAR

HUYGENS, CHRISTIAN, *Moments of Discovery*. Editado por G. Schwartz e P. Bishop, Basic Books, 1958.

PARA CASA, CLASSE, E LABORATÓRIO

1. Resuma as evidências a favor da natureza ondulatória da luz.

2. Indicamos no texto (Figs. 18 — 1, 18 — 2, e 18 — 3) que quando os pulsos incidem periódicamente no extremo fixo de uma mola, o ponto P, à distância $\lambda/2$ do extremo, nunca se move e constitui, portanto, um nodo. Estenda o argumento para demonstrar que

(a) o ponto P_1 , à distância λ do extremo, é um nodo,

(b) o ponto P_2 , à distância $3\lambda/2$ do extremo, é um nodo.

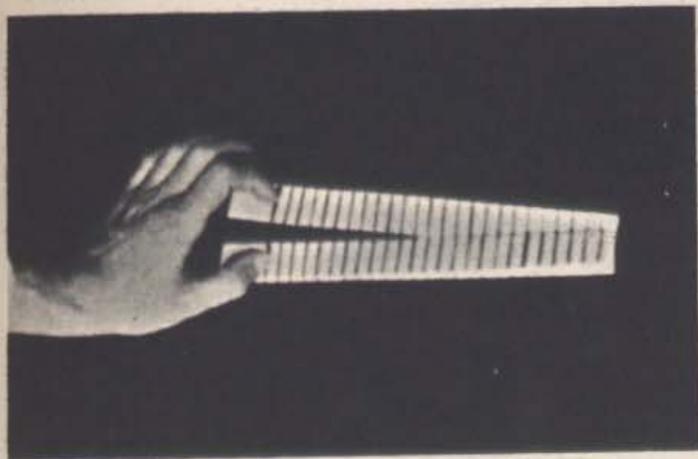
3. Trace os conjuntos de círculos concêntricos e a figura de interferência produzida por duas fontes com $d = 5\lambda$, nos instantes:

(a) em que os geradores acabaram de produzir cristas,

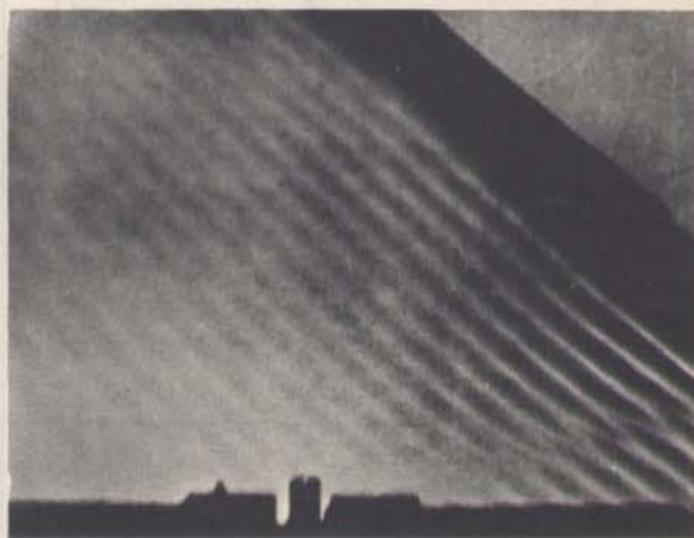
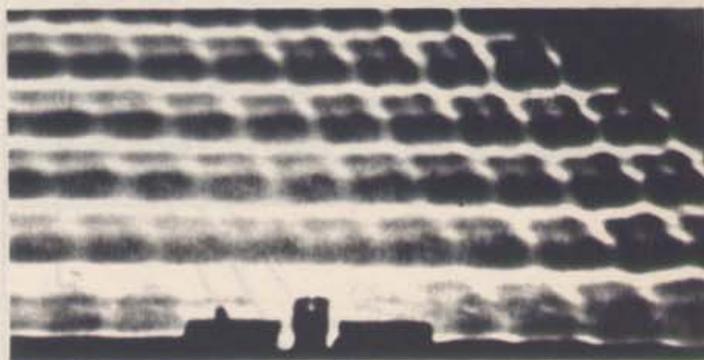
(b) em que eles acabaram de produzir as depressões seguintes.

Como se deslocaram as cristas reforçadas durante o intervalo de tempo decorrido entre estes traçados?

4.* Dobre dois pedaços de papel pautado em longas tiras de aproximadamente 2 cm de largura, e segure-os como indica a Fig. 18 — 19. Imagine que as linhas são cristas de ondas. Seus dedos representam, então, as fontes de ondas. Observe como as cristas provenientes de ambas as fontes se somam. Deslizando, então, os extremos livres lateralmente, localize as linhas nodais e as regiões de ondas em movimento.



18 — 19. Para o Problema 4.

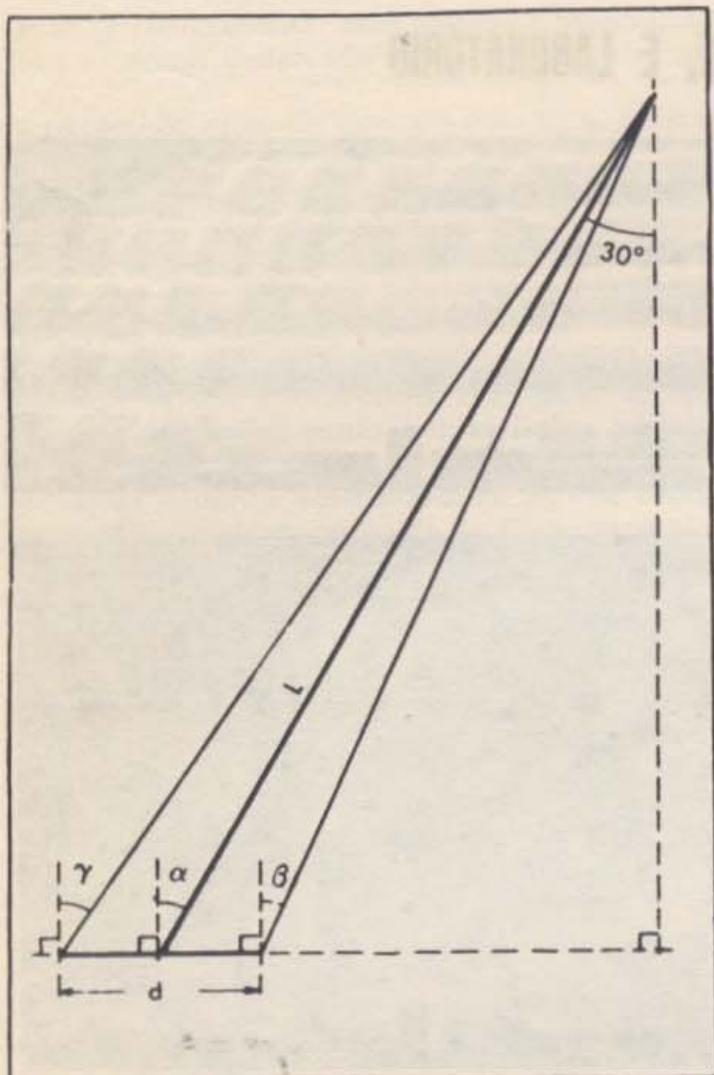


18 — 20. Para o Problema 7. As ondas retas refletidas por uma barreira retilínea produzem uma figura de interferência. A fotografia superior é um instantâneo, a inferior foi obtida com exposição longa e mostra as linhas nodais estacionárias. Na fotografia inferior, utilizou-se menor comprimento de onda.

5. Trace a figura de interferência para o caso $d = 5\lambda$, sobre uma folha de papel suficientemente grande, de modo que você possa ver as linhas nodais se tornarem retas a uma grande distância das fontes. Prolongue estas linhas retas na direção das fontes, e mostre que todas elas passam perto do ponto médio do segmento que une as fontes.

6. Considere uma figura de interferência produzida por dois geradores pontuais. Que acontece nas posições das linhas nodais, se situamos uma terceira fonte, idêntica às outras, entre elas, no ponto médio?

7. Trace linhas que representem cristas de ondas retas incidentes em uma barreira refletora a 45° , e as linhas representativas das cristas das ondas refletidas (Fig. 18 — 20).



18 - 21. Para o Problema 14.

Indique a direção de incidência do movimento e a direção de reflexão do mesmo. Sombreie os lugares em que as cristas se cruzam.

(a) Para onde se deslocam estas duplas cristas sombreadas? Indique-o com uma flecha em seu traçado.

(b) Pode você determinar as linhas nodais na figura de interferência?

8. Você conhece as distâncias de um ponto de uma linha nodal às duas fontes pontuais em uma cuba de ondas. Que mais deve você saber para calcular o comprimento de onda das ondas?

9. Construa as linhas nodais de duas fontes pontuais com $\lambda/d = \frac{1}{3}$, pelo método da Fig.

18 - 11. É este método realmente diferente do utilizado no Problema 5?

10. Duas fontes separadas pela distância de 6 cm, operando em fase, produzem ondas na água com um comprimento de onda de 1,5 cm. Trace as linhas nodais longe das fontes. Determine a posição de cada linha por meio da interseção de arcos de circunferência, traçados com centro nas duas fontes. Meça o ângulo formado pela segunda linha nodal com a linha central da configuração. Compare o seno deste ângulo com $(n - \frac{1}{2})\lambda/d$.

11. Sugira uma experiência de interferência para provar que o som é um fenômeno ondulatório. Como poderia você usar tal experiência para determinar o comprimento de onda do som?

12. (a) A partir das Figs. 18 - 6 e 18 - 9 determine a razão λ/d , utilizando a equação $\text{sen } \theta_n = (n - \frac{1}{2})\lambda/d$.

(b) As dimensões das fotografias são um quarto do tamanho real. Medindo d nas fotografias, avalie o valor real de λ .

3. Procure a definição de "hipérbole", e demonstre que as linhas nodais são hipérbolas.

14. Na Fig. 18 - 21, $L = 50$ cm, $d = 10$ cm, $\alpha = 30^\circ$. Que são γ e β ? Determine γ e β , para $L = 500$ cm. Isto o convence de que constitui uma boa aproximação fazer $\gamma \approx \beta \approx \alpha$ quando L é muito maior que d ?

15. Um carro vermelho e outro azul percorrem uma pista circular de corridas, de 5,0 km de circunferência. Eles se movimentam com velocidade constante. Cada carro leva 2,5 minutos para dar uma volta. O carro azul chega sempre 0,50 minuto atrás do vermelho.

(a) Qual é a diferença de fase p do carro azul em relação ao carro vermelho?

(b) Qual é a velocidade de cada carro?

(c) Se a pista tivesse somente 4,0 km de comprimento, alteraria isto as respostas a (a) e (b)?

16. Demonstre que para duas fontes com diferença de fase p , a primeira linha nodal pode ser representada graficamente a partir da equação: diferença de caminhos = $(p + \frac{1}{2})\lambda$.

17. Suponha que examinamos uma figura de interferência, a uma grande distância L das

fontes, e verificamos que a primeira linha nodal está a uma distância x da linha central. Se $x = 0,008 L$ e $\lambda = 0,01 d$, qual é a fase das fontes? (Veja Fig. 18 - 13). Se $\lambda = 0,016 d$, qual é a fase?

18. Suponha que duas fontes pontuais geram ondas de mesmo comprimento de onda λ . Elas estão em uma cuba de ondas, separadas pela distância $d = 5 \lambda$.

(a) Se as fontes estão em fase, que ângulo θ forma a porção reta da primeira linha nodal com a linha central?

(b) Se as fontes têm uma fase $p = \frac{1}{2}$, quanto vale θ ?

(c) Quantas linhas nodais serão produzidas?

19. Coloca-se uma fonte pontual de ondas periódicas à distância 3λ de uma barreira refletora. A superposição das ondas incidentes e



18 - 22. Para o Problema 19.

refletidas produz uma configuração de interferência (Fig. 18 - 22). Descreva esta configuração. Examine uma configuração deste tipo experimentalmente em uma cuba de ondas. Qual é a fase da imagem da fonte?

20. Duas fontes em uma cuba de ondas operam com frequências de 15 ciclos por segundo e 16 ciclos por segundo. Descreva a figura de linhas nodais resultante.



ONDAS LUMINOSAS

CAPÍTULO 19

19 — 1 Podemos observar interferência na luz?

No capítulo anterior estudamos as figuras de interferência produzidas por dois geradores pontuais em uma cuba de ondas. Desejamos, agora, realizar experiências semelhantes com a luz, a fim de verificar se ela tem tôdas as propriedades das ondas periódicas.

Ao projetar uma experiência de interferência com a luz devemos considerar algumas diferenças importantes no modo pelo qual observamos as ondas na água e as ondas luminosas. Podemos ver ondas na água, colocando-nos em qualquer lugar onde a luz refletida pelas ondas alcance nossos olhos. Reconhecemos facilmente uma linha nodal na cuba de ondas porque podemos ver onde a água não está perturbada. Imagine, agora, que substituímos os dois geradores pontuais por duas fontes de luz. Como podemos verificar se há lugares onde as ondas luminosas provenientes das duas fontes se anulam, isto é, lugares correspondentes às linhas nodais na cuba de ondas? Podemos ver as ondas nesta cuba, mas não podemos olhar através de um feixe de luz e ver as ondas luminosas. Desde que somente vemos a luz que atinge nossos olhos, teremos que olhar diretamente ao longo da trajetória da luz, ou situar um objeto refletor, como um pedaço de papel, na trajetória, e observar a luz que dêle se reflete.

Você pode ter uma idéia do problema envolvido na detecção da interferência da luz, se imaginar que deve estudar a interferência das ondas na água em uma sala completamente

escura, de modo que não pode ver a água. Neste caso, você poderia localizar as linhas nodais, colocando seu dedo na água, e movendo-o lentamente através da cuba. Na maior parte do trajeto, você sentiria as ondas movendo-se para baixo e para cima, mas, ao chegar a uma linha nodal, não sentiria movimento algum. Análogamente, quando observamos ondas luminosas, podemos mover nossos olhos ou situar um anteparo refletor na trajetória da luz. Vemos luz, nos lugares em que as ondas luminosas são reforçadas sobre o anteparo. Onde uma linha nodal intercepta o anteparo, vemos uma região escura.

Sob que ângulos esperamos ver estas bandas brilhantes e escuras? Na figura de interferência produzida por duas fontes pontuais, os ângulos formados pelas linhas nodais dependem de λ/d . Para um dado comprimento de onda λ , estes ângulos aumentam à medida que diminui a separação d entre as fontes. Já sabemos que o comprimento de onda das ondas luminosas é muito menor que um décimo de milímetro; portanto, para conseguir uma separação observável das linhas nodais, a uma distância razoável das fontes, devemos colocar as fontes muito próximas uma da outra. Isto significa que elas devem ser muito pequenas.

Também, para observar linhas nodais nítidas precisamos de fontes que emitam ondas de um comprimento de onda definido, ou, quando muito, dentro de um pequeno intervalo de comprimentos de onda; de outra maneira, as linhas nodais correspondentes a um comprimento de onda serão encobertas pelas cristas resultantes dos outros comprimentos de onda. Imagine, por

exemplo, que cada fonte emite ondas de dois comprimentos de onda diferentes, que dão as configurações apresentadas nas Figs. 18 — 6 e 18 — 9. A figura total que você, então, observaria seria uma combinação das figuras apresentadas nas duas fotografias, não havendo regiões que permanecessem imperturbadas.

Na discussão a seguir admitiremos que a luz que observamos abrange um intervalo bastante pequeno de comprimentos de onda, de modo que as linhas nodais, não obstante se possam tornar algo indistintas, não são eliminadas.

Imagine que temos duas minúsculas fontes luminosas separadas por uma pequena distância d , e que colocamos um anteparo a grande distância L das fontes, como indica a Fig. 19 — 1. Este arranjo parece semelhante ao de uma cuba de ondas, na qual há duas fontes vizinhas que produzem ondas circulares. Conseqüentemente, a partir dos resultados das Seções 18-4 e 18-5, poderíamos esperar ver no anteparo uma figura de franjas brilhantes e escuras. As franjas brilhantes seriam as regiões onde as ondas luminosas provenientes das duas fontes se reforçam, e as franjas escuras ocorreriam onde as ondas se anulam. Tal como na cuba de ondas, se as duas fontes emitem ondas em fase, deveria haver uma região brilhante (isto é, uma onda intensa), atingindo o centro do anteparo. De cada lado desta região central brilhante, deveria haver franjas escuras que correspondem às regiões onde as primeiras linhas nodais encontram o anteparo; e, à medida que nos afastamos do centro, deveriam se alternar franjas brilhantes e escuras.

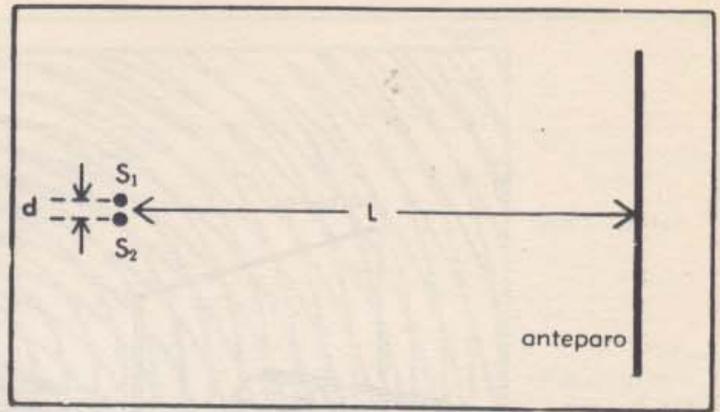
Nesta figura de franjas brilhantes e escuras alternadas, a n — ésima franja escura, em cada lado, deveria estar a uma distância $x_n = (n - \frac{1}{2})$

$L \left(\frac{\lambda}{d}\right)$ do centro. Conseqüentemente, o espaço

entre franjas escuras vizinhas seria $\Delta x = L \left(\frac{\lambda}{d}\right)$.

Também, como na cuba de ondas, se uma fonte emite suas ondas com um atraso de fase p em relação à outra, a figura deslocar-se-ia do centro. Ela deveria se deslocar sobre o anteparo, de uma distância igual à fração p da distância entre as franjas escuras.

Podemos nós observar estas figuras de interferência? Já sabemos que, se a luz é uma onda, seu comprimento de onda deve ser muito menor que um décimo de milímetro (Seção 17-7). Conseqüentemente, para quaisquer fontes utilizadas,



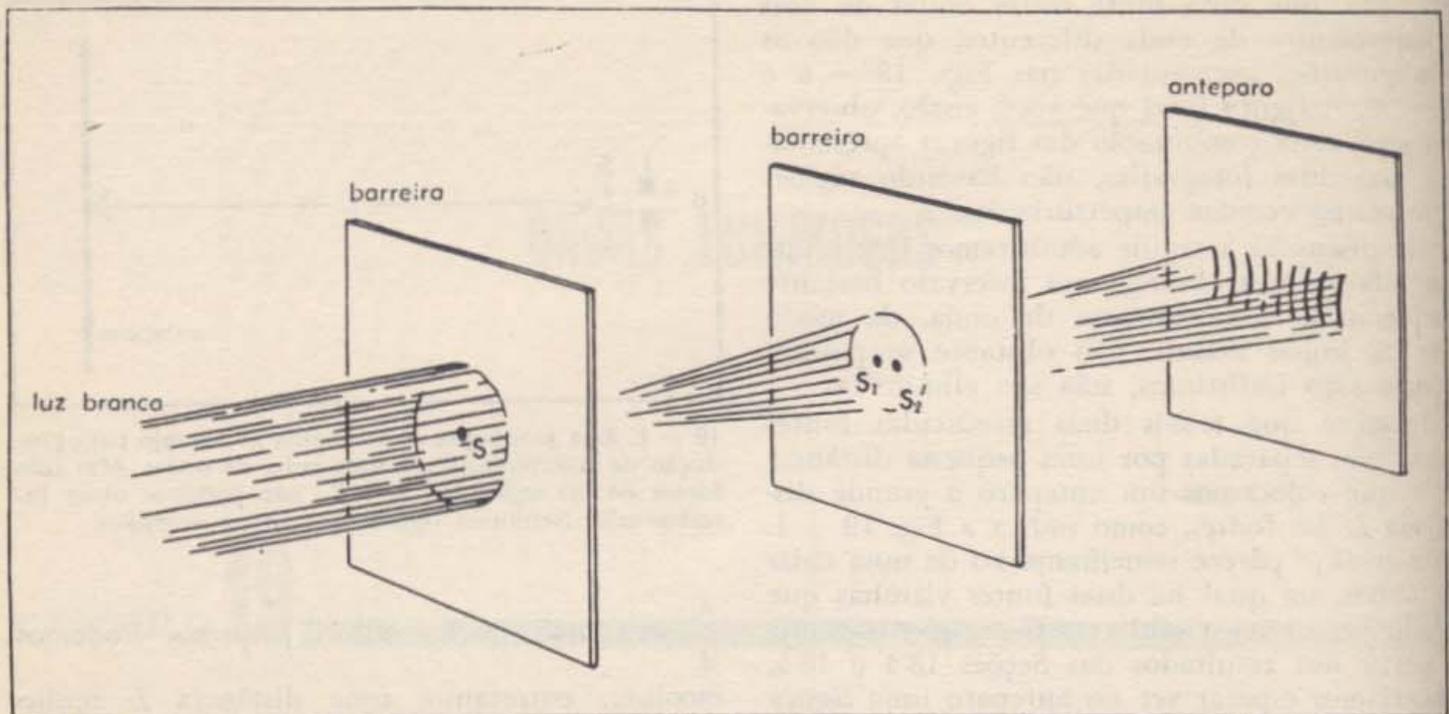
19 — 1. Esta montagem se assemelha ao arranjo para produção de interferência em uma cuba de ondas. Mas com fontes de luz separadas, S_1 e S_2 , não podemos obter interferência. Nenhuma figura aparece no anteparo.

$\frac{\lambda}{d}$ será uma fração muito pequena. Podemos escolher, entretanto, uma distância L muito grande até o anteparo; portanto, seria possível observar as franjas brilhantes e escuras.

Na realidade, se usarmos o arranjo que acabamos de descrever, nunca observaremos uma figura de interferência. O anteparo estará sempre uniformemente iluminado, não importando como variamos d ou L .

Constitui nosso insucesso em observar uma figura de interferência, uma prova de que o modelo ondulatório da luz é deficiente? Não necessariamente. Com base na evidência do que até agora discutimos, o modelo ondulatório pode ter falhado, mas é também possível outra explicação. Como acabamos de mencionar, a figura de interferência produzida por duas fontes depende de λ , de d , e, também, da defasagem p . Se a diferença de fase entre as fontes muda rapidamente, as linhas nodais e as franjas escuras sobre o anteparo devem se deslocar com rapidez. Nossos olhos não podem acompanhar essas mudanças rápidas; desta forma, o anteparo aparecerá uniformemente brilhante. Em outras palavras, as figuras de interferência talvez sejam produzidas, mas não conseguimos vê-las porque se movem muito rapidamente.

Podemos demonstrar que a rápida mudança de fases constitui, provavelmente, a explicação da nossa incapacidade para observar interferência na experiência descrita. Para conseguir, precisamos modificar a experiência, de modo a manter constante a defasagem entre as duas fontes luminosas. Quando se mantém deste modo as fases das duas fontes, podemos observar a esperada figura de interferência.



19 — 2. Experiência de Young. A luz do Sol que alcança o anteparo procedendo das fontes S_1 e S_2 , vem originalmente do pequeno orifício S . Vê-se uma figura de interferência sobre o anteparo.

19 — 2. Interferência de ondas luminosas: experiência de Young

Em 1801, Thomas Young descreveu as primeiras experiências de interferência luminosa. Ele conseguiu um modo simples de fixar conjuntamente a fase de duas fontes luminosas. O jeito é usar uma única fonte luminosa, e dividir a luz emitida, em duas partes que, então, interferirão uma com a outra. Por exemplo, podemos utilizar um anteparo opaco que contém dois minúsculos orifícios. Situamos o anteparo frente a uma fonte pontual de luz, de modo que os orifícios fiquem equidistantes da fonte. Os orifícios, então, difratam fortemente a luz, e agem como duas fontes pontuais. Como a luz que provém da fonte, a qualquer instante, passa através de ambos os orifícios ao mesmo tempo, as ondas que deles procedem devem estar sempre em fase. Com tal arranjo, a figura de interferência não se desloca; ela pode ser observada.

Young usou a luz solar que passava por um orifício distante (S na Fig. 19 — 2), para obter a fonte pontual de luz. Ele observou a figura de interferência resultante sobre um anteparo branco. Hoje em dia podemos realizar esta experiência facilmente com uma fonte artificial. Ao invés de usar a luz solar e um orifício, utilizamos uma lâmpada incandescente com um filamento longo e reto. Ela constitui uma *fonte linear*. Tal fonte fornece muito mais luz que

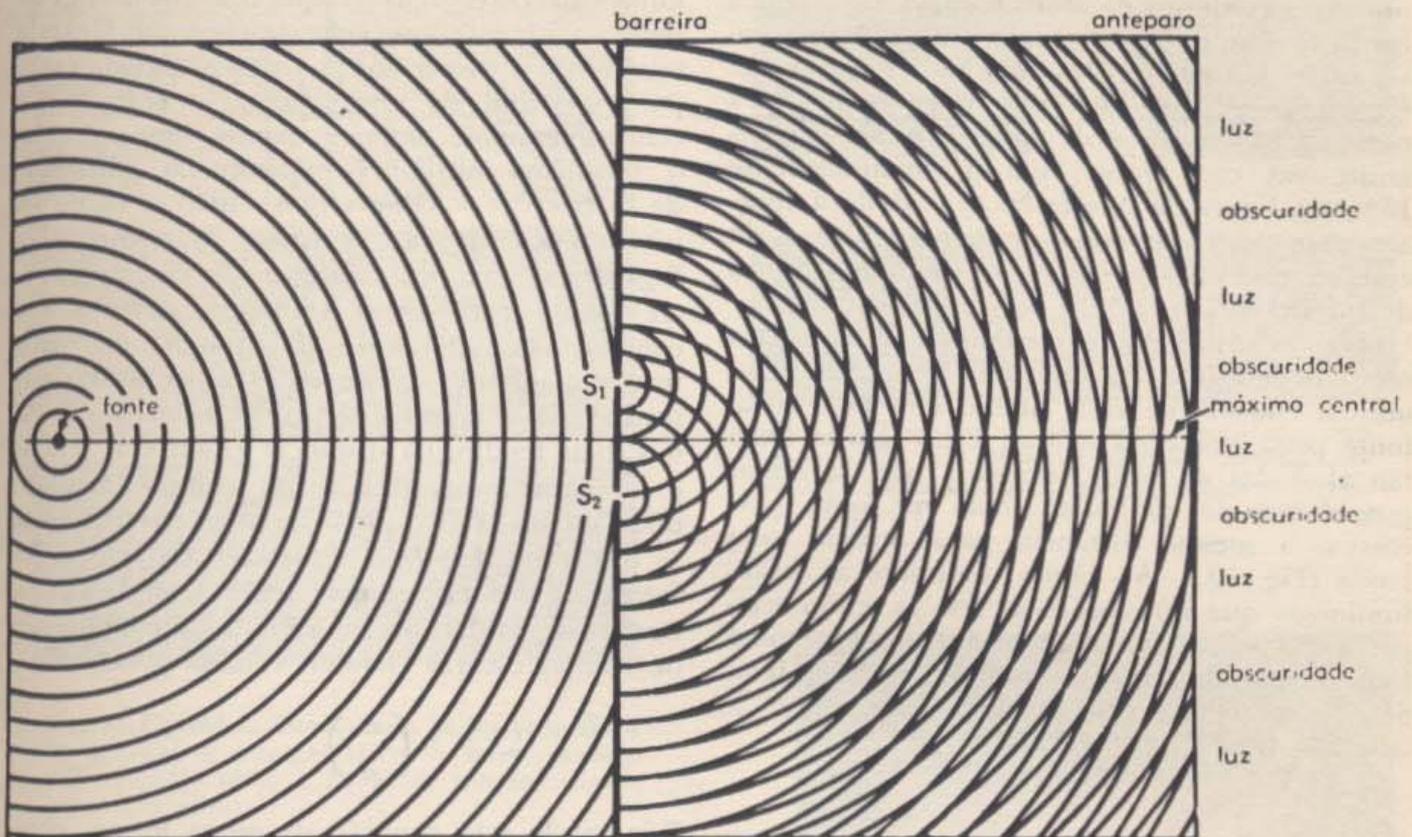
um orifício. Para produzir uma figura de interferência deixamos a luz passar através de duas fendas estreitas praticadas em um anteparo opaco (Fig. 19 — 3). As fendas são paralelas à fonte linear, e muito próximas entre si (separadas por aproximadamente $\frac{1}{10}$ mm). Se, então, si-

tuarmos um anteparo em frente das duas fendas em uma sala escura, veremos sobre o anteparo uma figura de interferência, constituída de franjas brilhantes e escuras de várias cores. As franjas são paralelas às fendas, havendo uma brilhante no centro, exatamente como previsto pelo modelo ondulatório.

Pode-se obter um registro permanente da figura de interferência produzida por este sistema, colocando uma câmara fotográfica em frente das duas fendas para fazer com que o filme registre o resultado. Tal fotografia está reproduzida na Fig. 19 4, oposta à página 360.

19 — 3. A fase das fontes luminosas: átomos

Podemos acoplar dois geradores em uma cuba de ondas, com qualquer defasagem desejada, e deixá-los funcionar durante o tempo que desejarmos. Não temos tal controle sobre as fontes luminosas. Tal fato é demonstrado pela nossa inca-



19 - 3. As ondas procedentes de uma fonte linear de luz passam através das fendas S_1 e S_2 e interferem dando franjas alternadamente brilhantes e escuras sobre um anteparo.

pacidade de observar a interferência entre ondas luminosas, a não ser que seja utilizado o método de Young (ou algum método semelhante) para fixar a fase das duas fontes. Podemos compreender, também, porque a defasagem entre duas fontes, em geral, muda rapidamente. Considere duas fontes luminosas separadas. A luz de cada fonte procede de um grande número de átomos individuais, cada um dos quais emite ondas luminosas durante um tempo muito curto. Quando ligamos as fontes, iniciamos o processo global de emissão da luz, mas não controlamos os átomos individuais; eles emitem suas ondas luminosas ao acaso.

Para verificar a importância desta situação para nossas experiências de interferência, consideremos um par de átomos, um em cada fonte. Com toda probabilidade, estes átomos, considerados como fontes luminosas, estarão defasados, digamos, por uma fração p_1 . As ondas luminosas provenientes desses dois átomos produzirão uma figura de interferência que depende do valor de p_1 . Pouco tempo depois, esses átomos terão cessado de irradiar, de modo que voltaremos nossa atenção para outro par de átomos que

estão irradiando neste momento. Como não temos possibilidade de influenciar seu comportamento, esses átomos também estarão fora de fase, mas, agora, com toda probabilidade, por uma fração diferente, p_2 . Eles produzirão, portanto, uma figura de interferência diferente. Consideramos, posteriormente, um terceiro par de átomos, e assim por diante. Verificou-se que um átomo emite luz durante um tempo característico de aproximadamente 10^{-9} s. Se considerarmos que em cada instante somente um átomo de cada fonte emite luz devemos mudar de átomo cada 10^{-9} s para ter uma radiação contínua. Então, a figura de interferência também variaria de modo irregular cada 10^{-9} s. Como isto é certamente rápido demais para ser acompanhado por nossos olhos, não veríamos absolutamente a figura de interferência.

Na realidade, há muitos átomos irradiando simultaneamente. A cada momento, a figura de interferência será determinada pela superposição de ondas luminosas provenientes de todos esses átomos. Concentremo-nos, então, em todos os átomos de uma fonte que estão irradiando em um dado instante. Eles terão cessado de irradiar em aproximadamente 10^{-9} s. Ao fim desse tempo,

um novo conjunto de átomos estará emitindo a luz proveniente daquela fonte. Conseqüentemente, a fase da fonte terá variado ao acaso, como se tivéssemos mudado de um simples átomo para outro. Esta mudança de fase se processa, portanto, em cada fonte, em aproximadamente 10^{-9} s, e a figura de interferência se desloca enormemente neste intervalo de tempo. Não é de admirar que não possamos ver nenhuma figura de interferência.

Quando utilizamos o método de Young para obter uma figura de interferência, a onda luminosa emitida de cada átomo em uma única fonte passa por duas fendas. Estas fendas estão tão afastadas da fonte luminosa que as ondas procedentes de qualquer átomo na fonte, percorrem a mesma distância para atingir cada fenda (Fig. 19 — 5). Como resultado, as ondas luminosas que atravessam as fendas, estão sempre em fase. As fendas, portanto, agem como fontes de ondas, e estas fontes têm fase fixa. Sobre o anteparo, situado além delas, vemos a esperada figura de interferência.

19 — 4. Côr e comprimento de onda da luz

A fotografia da Fig. 19 — 4 (oposta à página 360) foi tomada deixando a luz branca procedente de uma pequena fonte passar através de duas fendas paralelas e muito próximas, e incidir sobre um filme fotográfico distante. Observe que a franja brilhante no centro (denominada máximo central) é branca, mas os bordos das franjas brilhantes laterais são coloridos.

Sabemos que a luz branca é uma mistura de tôdas as côres, e os bordos coloridos das franjas sugerem que as diferentes côres se desviam sob ângulos diferentes na figura de interferência. A idéia de que côres diferentes interferem sob ân-

gulos diferentes significa que o comprimento de onda da luz está associado com sua côr. Quando estudamos a dispersão, já tivemos alguma razão para suspeitar de uma associação entre côr e comprimento de onda. Podemos, agora, decidir o problema mediante experiências adicionais de interferência. Observemos, então, a figura de interferência obtida com luz de uma só côr. Na Fig. 19 — 6 vemos a configuração de interferência obtida para a luz vermelha somente. Ela consiste em uma série de franjas alternadamente brilhantes e escuras. O espaçamento das franjas na fotografia depende da separação d das duas fendas, da distância L entre as fendas e a placa fotográfica, e do comprimento de onda da luz. Conseqüentemente, se conhecemos as distâncias d e L , a separação das franjas na fotografia nos dá o comprimento de onda da luz. Como vimos na Seção 19-1, a separação Δx de franjas escuras vizinhas é dada por

$$\Delta x = L \left(\frac{\lambda}{d} \right).$$

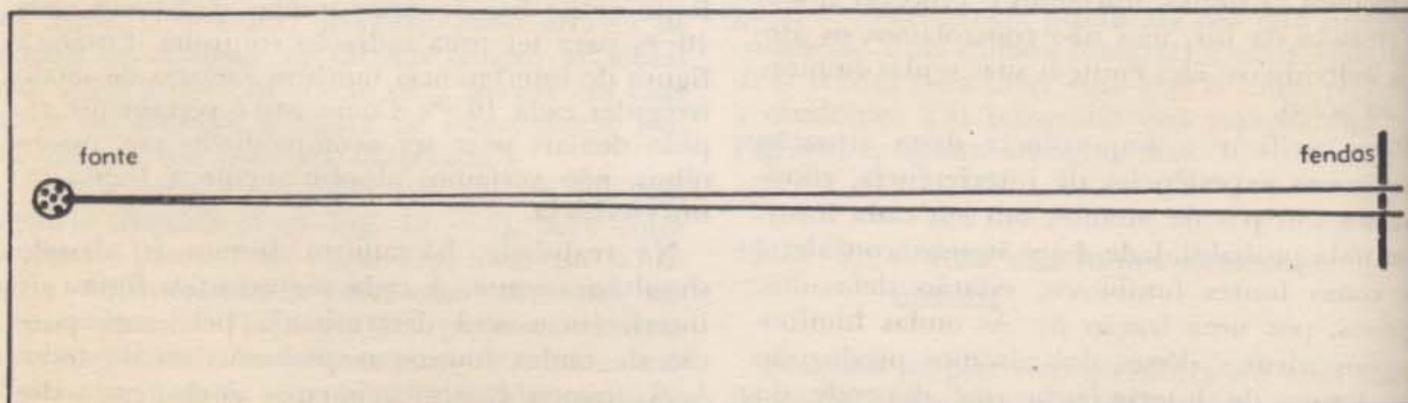
Escrevendo esta equação de outra forma, obtemos o comprimento de onda

$$\lambda = \left(\frac{d}{L} \right) \Delta x.$$

Valendo-nos de um grande número de franjas, podemos obter um valor preciso de Δx , e utilizá-lo para calcular o comprimento de onda λ . Para a luz vermelha, obtemos:

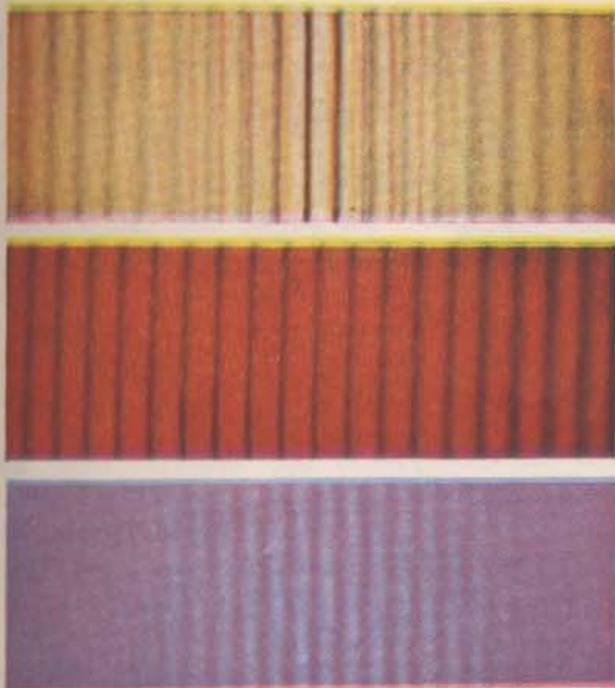
$$\lambda_{\text{vermelha}} = 6,5 \times 10^{-7} \text{ m.}$$

Podemos utilizar o mesmo procedimento com luz de qualquer outra côr. Se, por exemplo, usa-



19 — 5. Estando a fonte longe das fendas, os caminhos entre qualquer átomo da fonte e as duas fendas são quase paralelos e praticamente iguais.

19 - 4. Figura de interferência produzida por luz branca que passa através de duas fendas estreitas.

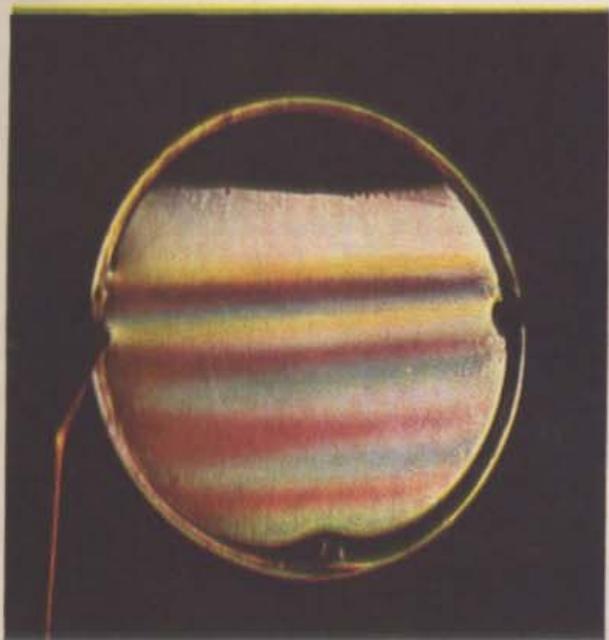


19 - 9. A luz branca ao atravessar uma fenda única produziu esta figura.



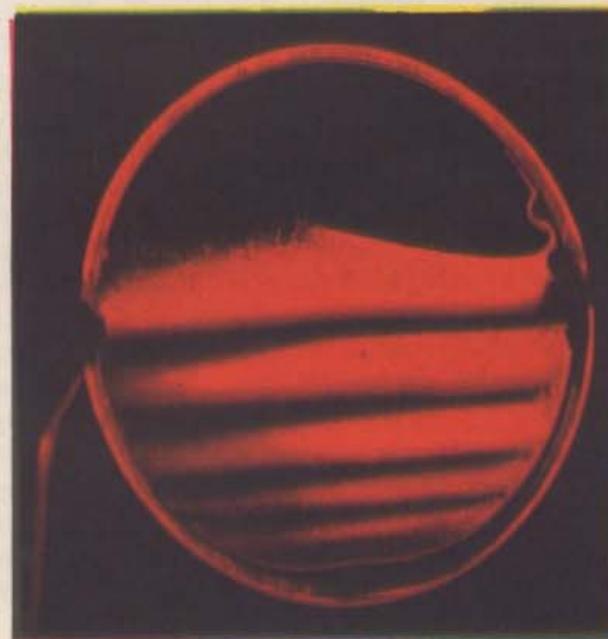
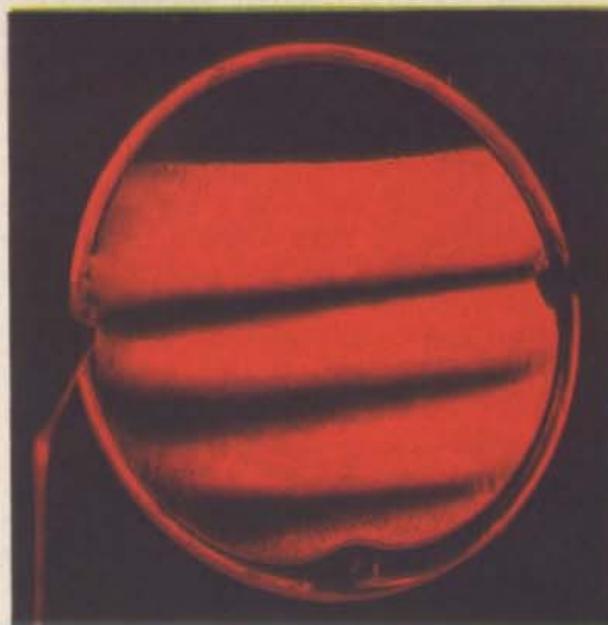
19 - 10. Com o mesmo arranjo utilizado para obter a Fig. 19 - 9, a luz vermelha produziu esta figura. Ambas as figuras são denominadas figuras de difração.

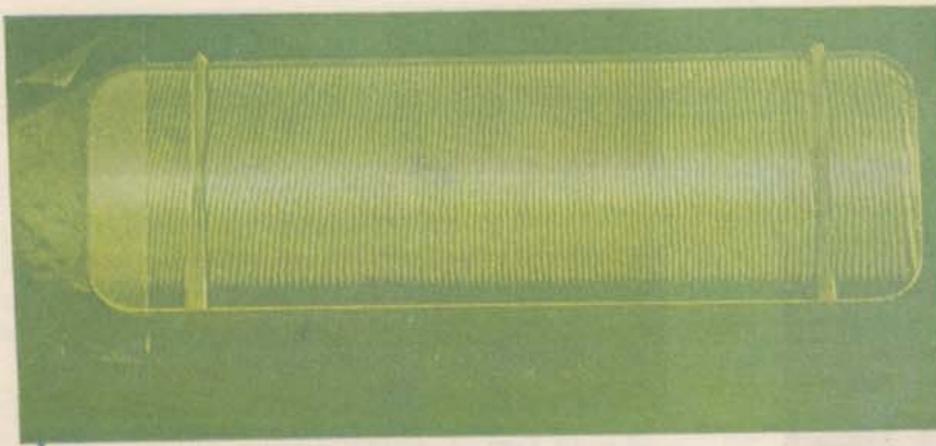
19 - 7. Figuras de interferência de luz vermelha e luz azul-violeta, conseguidas com o mesmo arranjo utilizado para obter a figura de interferência de luz branca acima.



19 - 19. Interferência vista com luz branca refletida por uma película delgada de sabão. A película ocupa uma abertura circular. A fotografia foi tomada pouco depois da película ter escorrido o suficiente para que a região superior tivesse uma espessura inferior a $\lambda/4$ para todos os comprimentos de onda da luz visível.

19 - 20. À direita: interferência vista com luz vermelha refletida pela mesma película de sabão. Acima: quase no mesmo instante em que foi fotografada a Fig. 19 - 19. Abaixo: mais tarde. Como a película escorreu mais, a região escura na parte superior tornou-se maior.



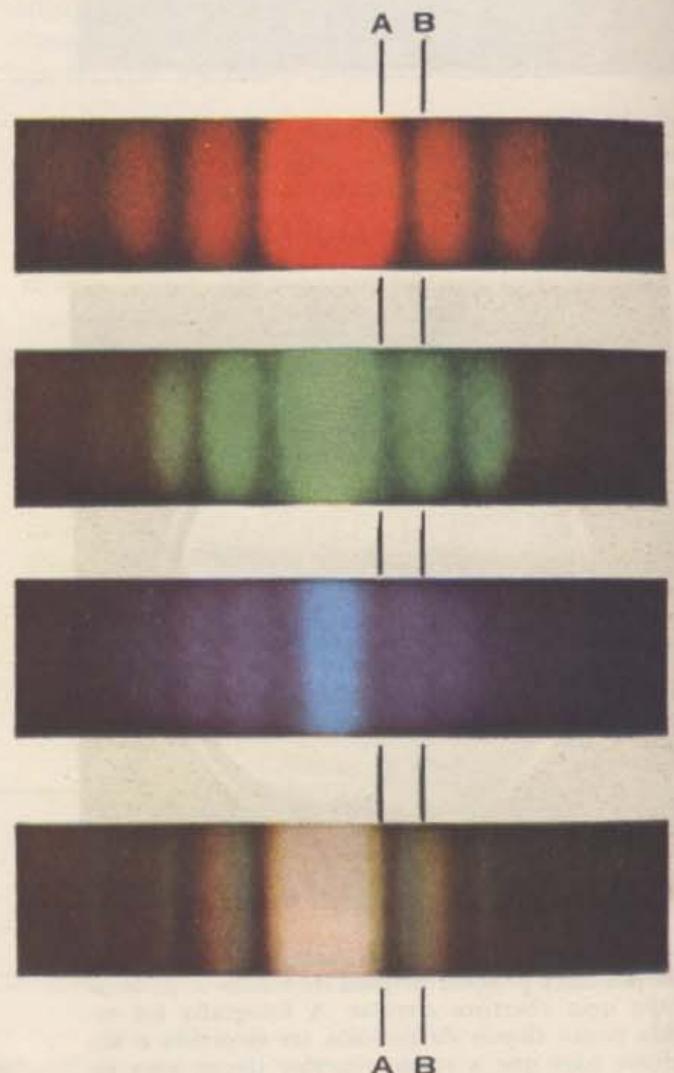


19 - 21. Figura de interferência produzida quando a luz de uma única cor espectral se reflete nos dois lados de uma cunha de ar, obtida separando-se duas placas de vidro por uma lâmina delgada inserida no extremo esquerdo.

FORMAÇÃO DE UMA FIGURA DE DIFRAÇÃO COLORIDA MEDIANTE LUZ BRANCA

De cima para baixo você vê, na Fig. 19 - 28, as configurações de difração obtidas com a mesma fenda, utilizando luz vermelha, luz verde, luz azul, e luz branca. Se você observar a zona central, verá que nela a luz de todas as cores espectrais passa por um máximo. Sua combinação na figura inferior aparece branca. Observe, então, a linha AA. A luz vermelha é moderadamente intensa; a verde está quase ausente; e, a azul desapareceu completamente. Na figura da luz branca, nessa direção, vemos o vermelho. Um pouco à esquerda da linha AA, além do vermelho, haverá o amarelo e o verde, e na figura inferior você vê o amarelo. À direita da linha, o vermelho desaparece, mas o azul aumenta de intensidade. Que vê você na figura da luz branca?

Observe a linha BB, um pouco mais afastada, do mesmo lado do centro. Aqui a luz vermelha está quase ausente, a luz verde é brilhante, e a azul quase desapareceu. A cor amarelada resultante na figura da luz branca se origina da região amarelo-esverdeada do espectro. Siga qualquer linha de sua própria escolha, e observe como se forma a figura da luz branca.



19 - 28. Obtenção de uma figura de difração com luz branca a partir das figuras de difração das cores espectrais.

mos um filtro azul-violeta para selecionar a luz, obtemos um comprimento de onda

$$\lambda_{a-v} = 4,5 \times 10^{-7} \text{ m.}$$

Outros comprimentos de onda típicos, medidos análogamente, são dados na Tabela 1. Nossa suposição inicial de que a cor está associada ao comprimento de onda é apoiada pela experiência.

As cores associadas a comprimentos de onda definidos são conhecidas como cores espectrais. São elas as mesmas cores vistas no arco-íris. Nem todas as cores que observamos são desta espécie. Por exemplo, a púrpura não é uma cor espectral. Se utilizarmos uma experiência de interferência para analisar a luz que procede de um filtro de cor púrpura, verificamos ser ela formada de luz azul e vermelha. A visão da cor é, na realidade, muito complicada. Às vezes vemos o que parece ser uma cor espectral, quando em nossos olhos somente penetrou luz de outros comprimentos de onda. A análise da luz, pela localização dos máximos e mínimos em uma figura de interferência, torna possível caracterizar precisamente a luz, em termos de comprimento de onda. Deste modo, as figuras de interferência estendem nosso conhecimento muito além do que poderíamos aprender com nossos olhos desarmados.

TABELA 1

Comprimento de onda da luz no vácuo

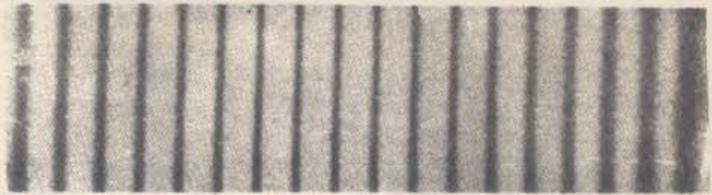
A. Comprimento de onda das cores do espectro; em unidades angstrom. O espectro visível se estende de aproximadamente 4.000 Å no violeta extremo até cerca de 7.500 Å no vermelho extremo ($1\text{Å} = 10^{-10} \text{ m}$):

Violeta	< 4.500 Å
Azul	4.500 – 5.000
Verde	5.000 – 5.700
Amarelo	5.700 – 5.900
Laranja	5.900 – 6.100
Vermelho	> 6.100

B. Comprimento de onda de algumas das linhas mais intensas do espectro de alguns gases comuns.

Lítio	Néon	Sódio
6.103,6		5.890
6.707,8		5.896
	5.400,6	
Mercúrio	5.832,5	Potássio
4.358,4	5.852,5	4.044
5.460,7	6.402,2	4.047

Você pode realizar sozinho as experiências que descrevemos. Realmente, você pode comprovar



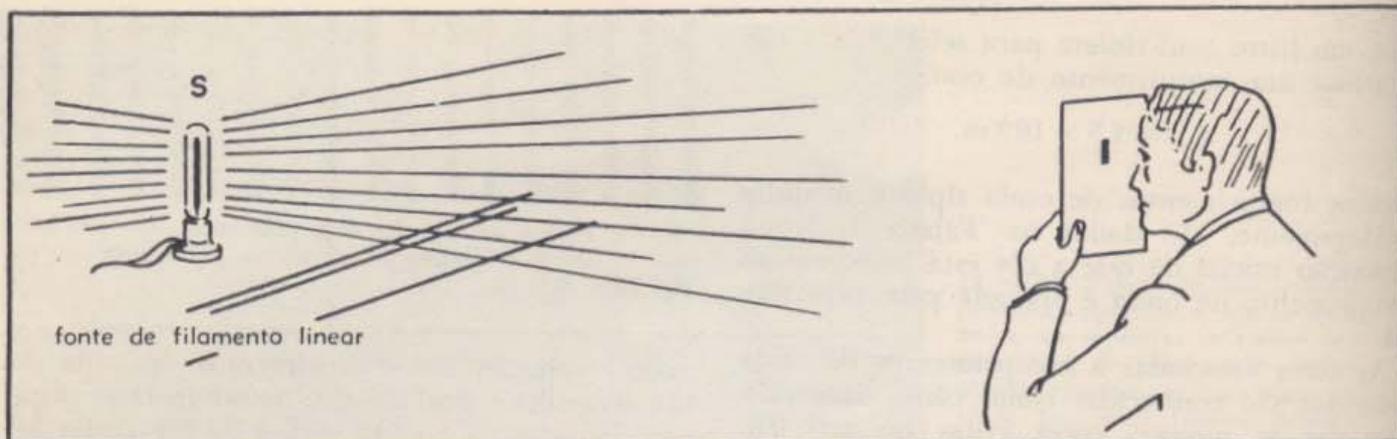
19 – 6. Figura de interferência produzida com luz vermelha. Isto é mostrado em cores na parte superior da Fig. 19 – 7.

nossa avaliação dos comprimentos de onda da luz vermelha e azul-violeta, bastando fazer algumas medidas na Fig. 19 – 7. Esta fotografia foi tomada com uma única fonte de luz branca e duas fendas. Obtivemos as diferentes figuras que você vê, uma acima da outra, situando um filtro de cor vermelha, acima de outro azul-violeta, na trajetória horizontal da luz, entre a fonte e o filme fotográfico. A relação entre o espaçamento das franjas nas duas metades da fotografia, deve corresponder à relação entre os comprimentos de onda das luzes vermelha e azul-violeta. Realizando essas medidas na fotografia, verificamos que a separação das franjas na configuração da luz vermelha é maior que a na configuração da azul-violeta por um fator de aproximadamente 1,4. Podemos comparar este resultado com a relação entre os comprimentos de onda, medidos independentemente. Esta relação é

$$\frac{\lambda_{\text{vermelha}}}{\lambda_{a-v}} = \frac{6,5 \times 10^{-7} \text{ m}}{4,5 \times 10^{-7} \text{ m}} = 1,4.$$

Você pode também realizar a série completa de experiências, e medir o comprimento de onda da luz. Utilize seu olho em lugar da câmara, e faça suas próprias fendas. Você pode obtê-las riscando com duas lâminas de barbear mantidas juntas, um pedaço de vidro coberto com grafite (Veja o Guia de Laboratório). Além disto, você necessita somente uma fonte de luz, estreita e intensa, e alguns filtros de plástico ou vidro coloridos. Como fonte de luz, é muito conveniente uma lâmpada do tipo usado na iluminação de vitrines, na qual você pode ver o filamento reto (Fig. 19 – 8).

Conseguimos, então, demonstrar que as cores espectrais da luz estão diretamente relacionadas com seus comprimentos de onda no vácuo. Medimos o comprimento de onda da luz de uma cor através da medida da distância entre as franjas na figura de interferência proveniente de duas fendas. Temos, portanto, um espectroscópio rudimentar (veja Capítulo 7), cujo funcionamento compreendemos.



19 — 8. Observando uma figura de interferência produzida por duas fendas.

Pode-se construir um espectroscópio muito mais eficiente, que separa as cores da luz por interferência, utilizando muitas fendas igualmente espaçadas. Com muitas fendas, obtemos máximos definidos e bem separados para a luz das diferentes cores. Tais espectroscópios de rede são geralmente usados para decompor a luz em seus comprimentos de onda componentes. Para algumas finalidades, esses espectroscópios são superiores aos que utilizam um prisma para dispersar a luz em um espectro.

19 — 5. Difração: um efeito de interferência com fenda única?

Se você riscar uma fenda com uma agulha (ao invés de uma lâmina de barbear), e observar através dela uma fonte de luz branca, verá algo parecido com a fotografia da Fig. 19 — 9. Há uma região central ampla e brilhante, cercada por regiões coloridas de menor intensidade. Com luz de uma só cor, a figura é semelhante. A Fig. 19 — 10 mostra o que você encontrará se usar uma fonte de luz vermelha — uma parte central brilhante, e depois regiões escuras alternando com regiões luminosas, progressivamente menos intensas.

Apesar da figura de franjas claras e escuras diferir da figura de Young, ela se assemelha a uma configuração de interferência. Existem nós e máximos na luz de uma cor, e efeitos coloridos quando se emprega luz branca. Como este efeito de interferência ocorre com apenas uma fenda, pode parecer que ele torna duvidosa nossa interpretação da figura de Young. Para esclarecer a situação, estudaremos mais cuidadosamente o comportamento da luz que passa através de uma fenda única.

Se voltarmos à nossa discussão anterior sobre

a difração de ondas por uma fenda (Seção 17-7) observamos que a fenda única não age como uma fonte pontual de ondas, a não ser que sua largura seja menor que um comprimento de onda. Normalmente, as fendas que utilizamos para observar a difração ou a interferência luminosa são muito mais largas que o comprimento de onda da luz. (Tanto as fendas mais estreitas, que riscamos com uma lâmina de barbear, como as mais largas feitas com uma agulha, têm uma largura de muitos comprimentos de onda). Elas têm talvez 10^{-1} mm de largura, enquanto que o comprimento de onda da luz está compreendido entre 4 e 7×10^{-4} mm. A explicação das figuras de interferência que observamos na luz que atravessa fendas únicas, deve ser encontrada examinando cuidadosamente o comportamento da luz, quando passa através de uma fenda estreita cuja largura, não obstante, é igual a muitos comprimentos de onda.

Na Fig. 17 — 19 vimos como se espalham ou difratam, em uma cuba de ondas, as ondas retas que se propagam através de uma fenda estreita. As ondas no outro lado da barreira são produzidas pela propagação das partes das cristas e depressões que entram na fenda. Ao invés de produzir as cristas e depressões na fenda, fazendo incidir sobre ela uma onda reta, parece possível que possamos produzi-las por uma linha de fontes pontuais que se movem juntas para cima e para baixo, no lugar da fenda. Como teste desta idéia, substituamos a fenda por uma linha de fontes pontuais, separadas por uma pequena fração de comprimento de onda. Utilizaremos um número suficiente de fontes para que ocupem todo o espaço da fenda original. Se, então, fazemos funcionar as fontes em fase, e com a mesma frequência da onda original, vemos (Fig. 19 — 11) que a figura produzida se assemelha à figura de difração da fenda.

Parece razoável supor que as figuras formadas por ondas retas difratadas por uma fenda são iguais às obtidas mediante ondas provenientes de um grande número de fontes pontuais uniformemente estendidas ao longo da largura da fenda. Admitiremos, então, esta equivalência, e tentaremos explicar as figuras de interferência que observamos através de uma fenda única, pela superposição de ondas provenientes de fontes pontuais colocadas no lugar da fenda. Este procedimento geral, de prever a propagação posterior de ondas, substituindo as frentes de onda por fontes, foi aplicado por Huygens em um grande número de problemas que incluem a reflexão e a refração.



19 — 11. Figura de difração de ondas retas que passam através de uma fenda, e, abaixo, figura de interferência de uma linha de fontes pontuais igualmente espaçadas que se estendem ao longo da fenda. Próximo às fontes, o efeito de separação das fontes produz alguma diferença nas figuras. A grandes distâncias, as duas figuras são iguais.

19 — 6. Teoria da difração por uma fenda

Em nosso estudo da figura de interferência obtida a partir de uma linha de fontes pontuais próximas umas das outras e colocadas ao longo de uma fenda, consideraremos somente o que se passa a distâncias grandes comparadas com a largura da fenda. Começaremos pela onda resultante produzida pelas fontes num ponto afastado, diretamente em frente da fenda. As distâncias de cada fonte a este ponto são praticamente iguais, e as cristas procedentes de todas as fontes a ele chegam simultaneamente. Este reforço de todas as ondas individuais significa que ondas intensas saem da fenda ao longo da linha central.

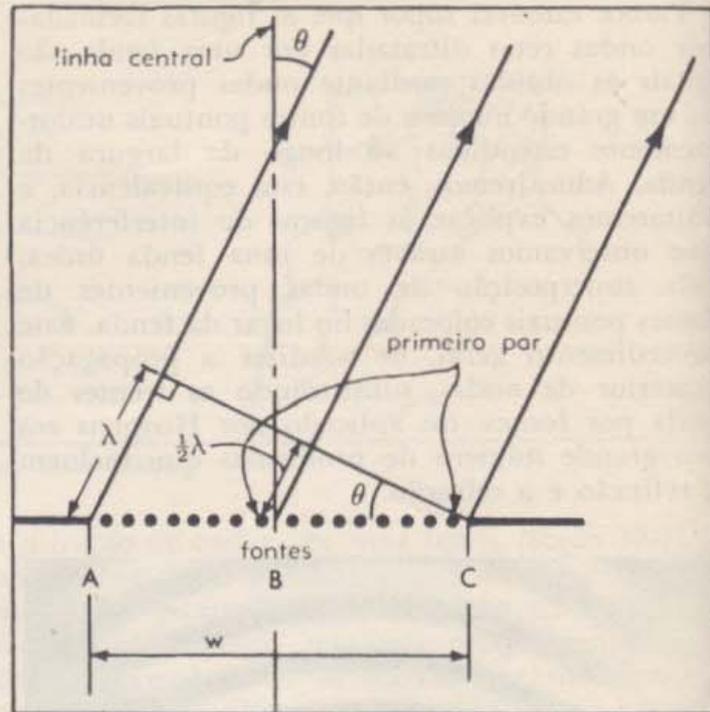
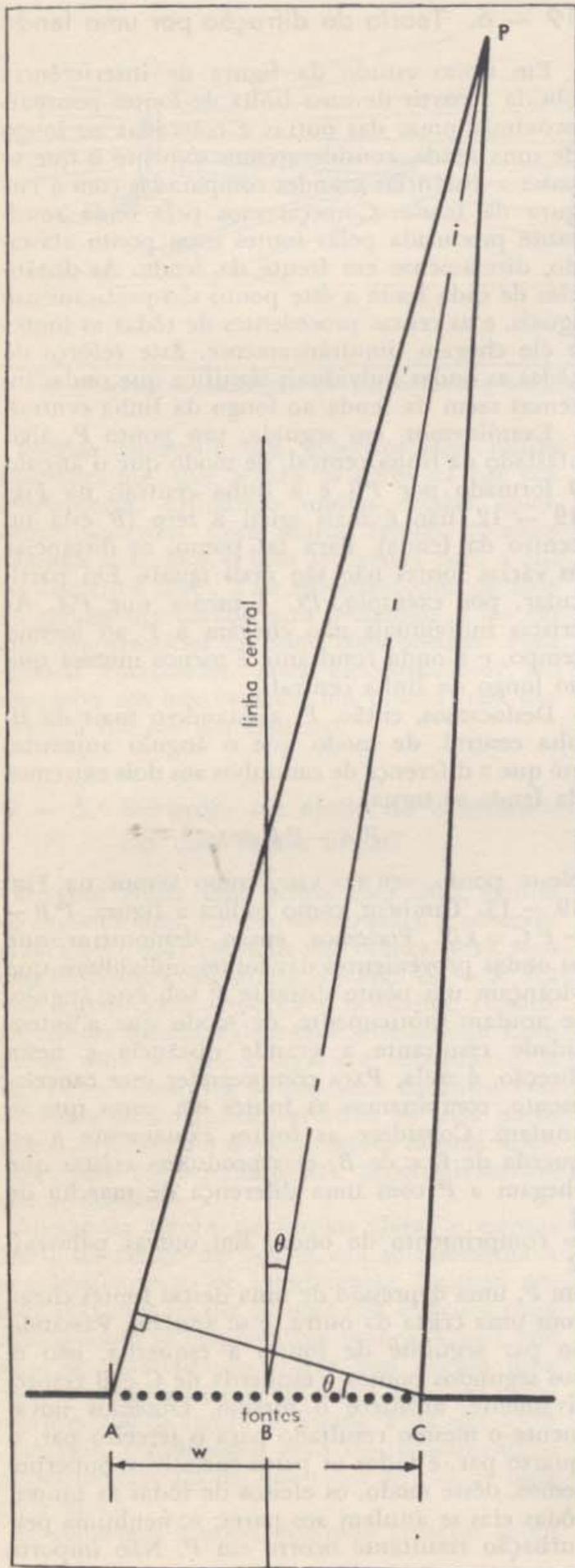
Examinemos, em seguida, um ponto P , algo afastado da linha central, de modo que o ângulo θ formado por PB e a linha central, na Fig. 19 — 12, não é mais igual a zero (B está no centro da fenda). Para tal ponto, as distâncias às várias fontes não são mais iguais. Em particular, por exemplo, PC é menor que PA . As cristas individuais não chegam a P ao mesmo tempo, e a onda resultante é menos intensa que ao longo da linha central.

Deslocamos, então, P , afastando-o mais da linha central, de modo que o ângulo aumenta, até que a diferença de caminhos aos dois extremos da fenda se torna

$$PA - PC = \lambda.$$

Neste ponto, $\sin \theta = \lambda/w$, como vemos na Fig. 19 — 13. Também, como indica a figura, $PB - PC = \lambda/2$. Podemos, então, demonstrar que as ondas provenientes das fontes individuais que alcançam um ponto distante P sob este ângulo, se anulam mutuamente, de modo que a intensidade resultante a grande distância e nesta direção, é nula. Para compreender este cancelamento, combinamos as fontes em pares que se anulam. Considere as fontes exatamente à esquerda de C e de B ; elas produzem cristas que chegam a P com uma diferença de marcha de $\frac{1}{2}$ comprimento de onda. Em outras palavras,

em P , uma depressão de uma destas fontes chega com uma crista da outra, e se anulam. Passando ao par seguinte de fontes à esquerda, isto é, aos segundos pontos à esquerda de C e B respectivamente, acontece o mesmo. Obtemos novamente o mesmo resultado para o terceiro par, o quarto par, e todos os pares sucessivos. Superpuzemos, deste modo, os efeitos de todas as fontes; todas elas se anulam aos pares; e, nenhuma perturbação resultante ocorre em P . Não importa



19 - 13. Quando $\text{sen } \theta = \frac{\lambda}{w}$, as ondas procedentes das fontes se anulam.

a ordem na qual somamos os efeitos de tôdas as fontes; devemos obter sempre o mesmo resultado. O recurso de somá-los em pares constitui apenas um modo fácil de compreender o resultado. Demonstramos, pois, que há uma anulação completa de ondas sob um ângulo θ dado por $\text{sen } \theta = \lambda/w$.

A medida que o ângulo θ se torna maior, a anulação não é mais perfeita, e a intensidade cresce. Ela passa por um máximo, e, então, cai a zero novamente, quando $\text{sen } \theta = 2\lambda/w$. Tomando como referência a Fig. 19 - 14, podemos entender a anulação sob este ângulo. Tôdas as fontes do intervalo 1 da figura podem ser acopladas com as do intervalo 2, de modo que todos os pares se anulam; e as fontes do intervalo 3 podem ser acopladas com as do intervalo 4, para produzir anulação completa. A intensidade nesta direção é, portanto, igual a zero.

É natural esperar uma intensidade máxima aproximadamente a meio caminho entre $\text{sen } \theta = \lambda/w$ e $\text{sen } \theta = 2\lambda/w$, próximo a $\text{sen } \theta = \frac{3}{2}\lambda/w$.

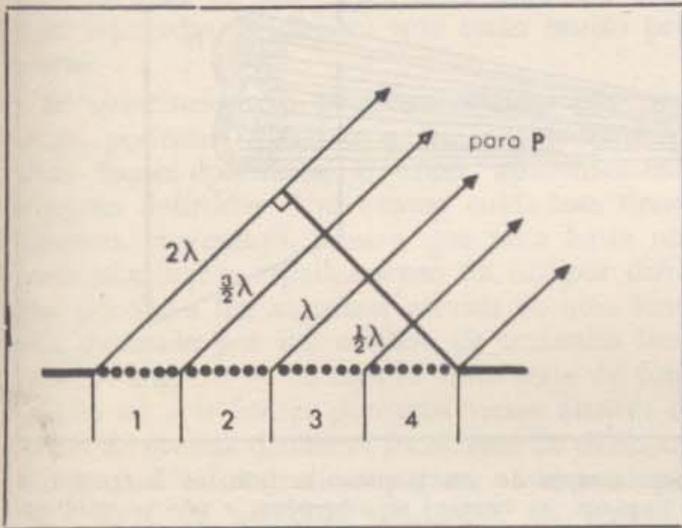
Para este ângulo (Fig. 19 - 15) podemos divi-

19 - 12. A intensidade de luz em P é menor que a ao longo da linha central, porque as distâncias das fontes a P não são iguais.

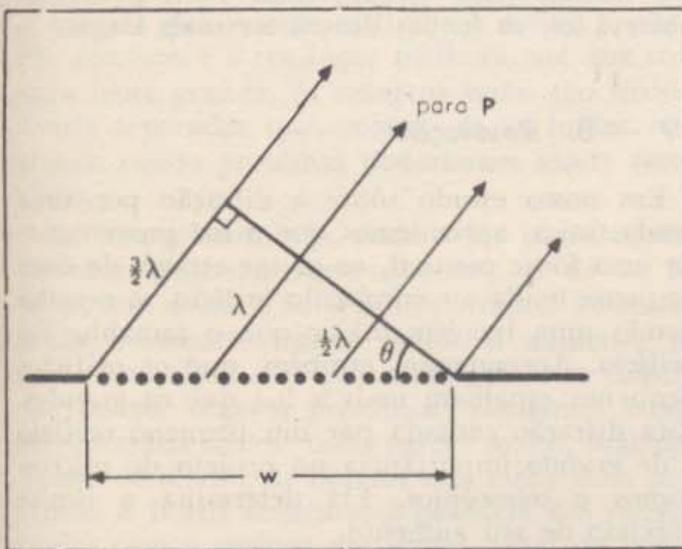
dir as fontes em três intervalos com uma diferença de caminho de $\frac{1}{2}\lambda$ entre seus extremos.

Acoplando as fontes nos dois intervalos da direita, verificamos que se anulam aos pares, como antes. Porém, o terceiro intervalo não foi ainda considerado. Os efeitos das fontes em cada extremo do terceiro intervalo se anulam. Não há, porém, outras fontes que possam formar pares deste modo; conseqüentemente, haverá, pelo menos, um reforço parcial. Concluimos que há um efeito resultante para $\text{sen } \theta = \frac{3}{2}\lambda/w$; a intensidade é menor, entretanto, que a que seria observada ao longo da linha central utilizando um terço das fontes na fenda. A intensidade

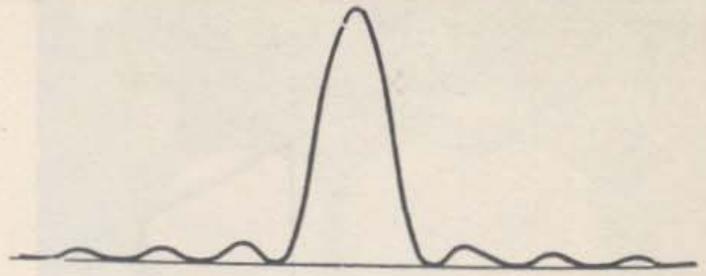
luminosa neste máximo é, portanto, consideravelmente menor que a no máximo ao longo da linha central, onde tôdas as fontes na fenda contribuem para um completo reforço.



19 - 14. Quando $\text{sen } \theta = \frac{2\lambda}{w}$, há anulação.



19 - 15. Quando $\text{sen } \theta = \frac{3\lambda}{2w}$, ocorre um reforço parcial.



19 - 16. Figura de difração em uma fenda única para luz de um comprimento de onda definido. Representa-se verticalmente a intensidade da luz em função da distância à linha central.

Mais além do nodo correspondente à $\text{sen } \theta = \frac{2\lambda}{w}$, quando $\text{sen } \theta$ aumenta, a intensidade cresce até um máximo ainda mais fraco, próximo a $\frac{5}{2}\lambda/w$, e cai a zero novamente para $3\lambda/w$.

Estas alternâncias prosseguem, à medida que cresce o ângulo, enquanto os máximos se tornam progressivamente mais fracos, como indica a Fig. 19 - 16.

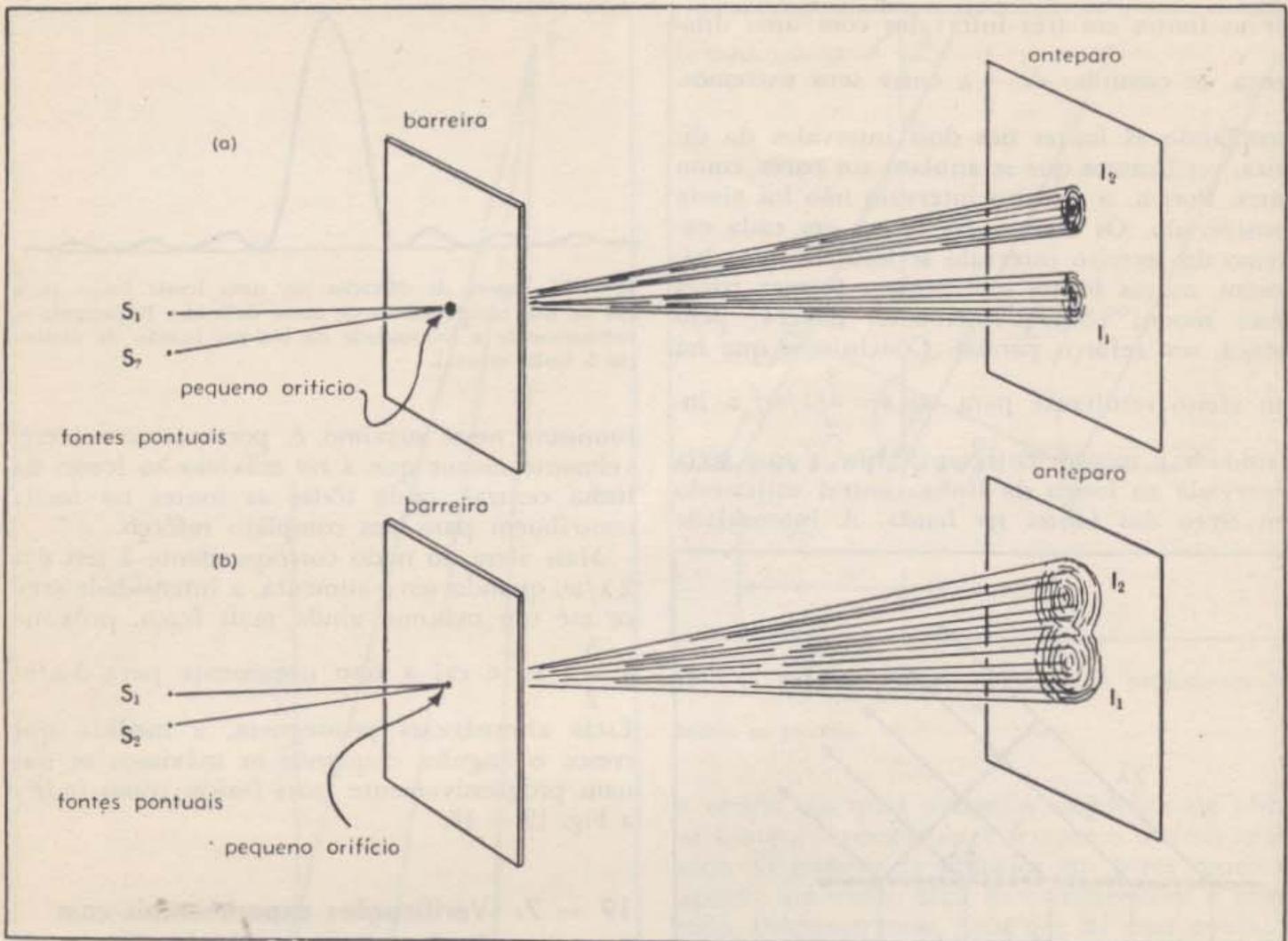
19 - 7. Verificações experimentais com fendas simples e duplas

19 - 7. Verificações experimentais com fendas simples e duplas

Temos agora uma teoria que relaciona o aspecto da figura de difração de uma fenda com a largura da fenda, e o comprimento de onda da luz. Esta teoria responde pelas observações reais? Para termos certeza, devemos construir fendas de largura precisamente conhecida, e medir as distâncias da linha central às regiões escuras que se apresentam na figura de difração da luz de uma só cor. Quando fazemos tais medidas, verificamos que é constante a distância entre os nodos nos lados da figura. Também, como era de se esperar, a largura da franja central brilhante é o dobro da distância entre os outros nodos. (Meça-a você mesmo na Fig. 19 - 10, oposta à páginas 360). Além disto, as intensidades dos máximos decrescem com a distância ao centro, como foi previsto pela teoria. Temos, portanto, razões para acreditar que a teoria é boa.

Finalmente, podemos determinar o comprimento de onda da luz medindo a distância existente entre o centro da configuração e o primeiro nodo. Usando

$$x/L = \text{sen } \theta = \lambda/w,$$



19 — 17. Quando a luz de duas fontes pontuais S_1 e S_2 passa através de um pequeno orifício, as imagens I_1 e I_2 são borradas, mas resolvidas. Quando o orifício é muito pequeno, as imagens se sobrepõem e não se resolvem.

determinamos os valores de λ para a luz de várias cores. Esses valores são iguais aos encontrados ao usar um espectrôscópio de duas fendas ou de muitas fendas. Nossa interpretação, tanto da experiência de Young como da difração em uma fenda única, é provavelmente correta.

Podemos perceber, agora, porque não precisávamos nos preocupar com a figura de difração por uma fenda única, quando discutimos a experiência de Young. Realizamos a experiência de Young com fendas muito estreitas (cortadas com duas lâminas de barbear). Para tais fendas, a região brilhante central da figura de difração de cada uma, abrange um ângulo bastante grande. Suficientemente longe das fendas, as regiões brilhantes centrais se sobrepõem amplamente, e nesta região de superposição, vemos a figura simples da fenda dupla. Os outros máximos da figura de difração por uma fenda única

estão muito distanciados lateralmente, e são fracos demais para serem vistos. Para podermos observá-los, as fendas devem ser mais largas.

19 — 8. Resolução

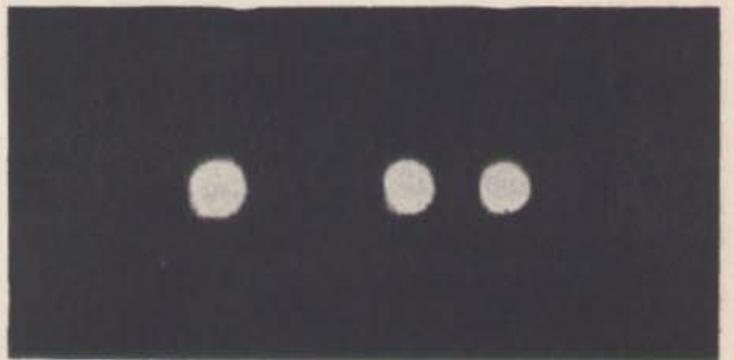
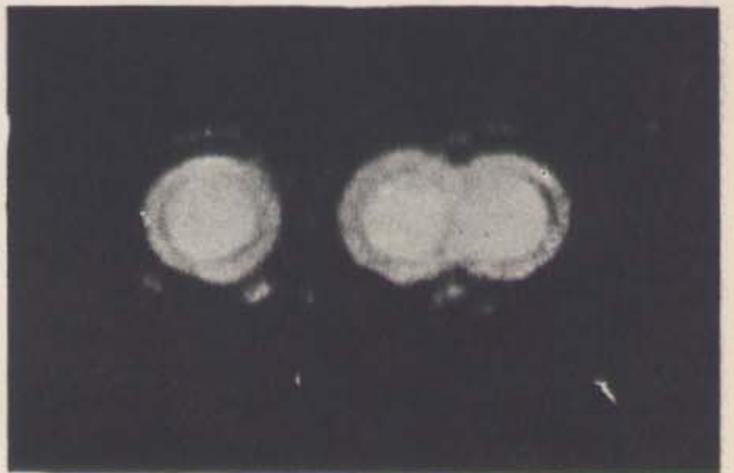
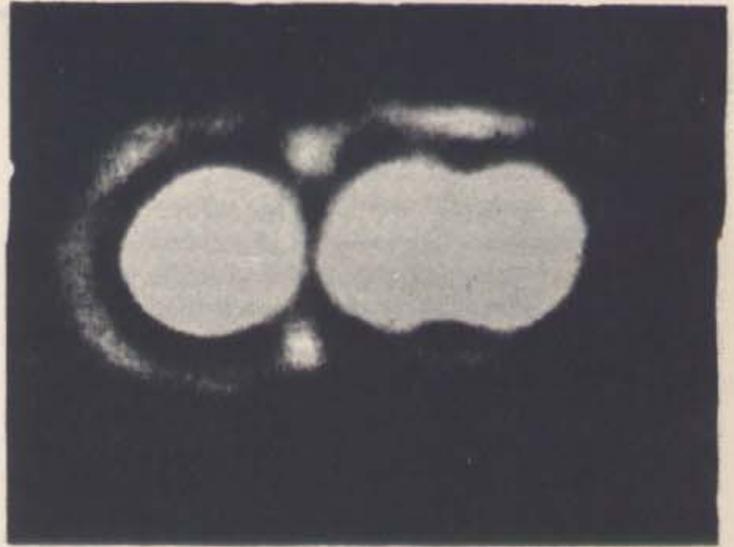
Em nosso estudo sobre a difração por uma fenda única, aprendemos que a luz proveniente de uma fonte pontual, ao passar através de uma pequena fenda ou minúsculo orifício, se espalha dando uma imagem maior que o tamanho do orifício. Aprendemos, também, que os orifícios pequenos espalham mais a luz que os grandes. Esta difração causada por um pequeno orifício é de grande importância no projeto de microscópios e telescópios. Ela determina o limite máximo de seu aumento.

Para ver porque a difração limita o aumento, consideremos o que acontece quando duas fontes

pontuais próximas enviam luz sobre um anteparo, através de um pequeno orifício. Na Fig. 19 — 17 (a), I_1 é a imagem da fonte S_1 , e I_2 , a de S_2 . Estas imagens são, realmente, figuras de difração produzidas pelo pequeno orifício, aparecendo grandes e indistintas. Na Fig. 19 — 17 (b), tudo é igual, apenas o orifício é menor. Isto espalha ainda mais a luz, e as imagens são agora tão grandes que se sobrepõem. É difícil decidir, observando o anteparo, se a figura é a de duas fontes separadas, ou a de uma fonte única de forma irregular. Quando o orifício é tão pequeno, ou as fontes estão tão próximas que as imagens não podem ser distinguidas, dizemos que as fontes não estão resolvidas. Quando podemos separá-las, dizemos que elas estão resolvidas. O *poder resolutivo* de um instrumento óptico é uma medida de sua capacidade para dar imagens separadas de objetos que estão muito próximos.

Se substituirmos o pequeno orifício por uma lente, podemos focalizar a luz proveniente de duas fontes pontuais, e obter aparentemente imagens definidas. Um exame cuidadoso dessas imagens, entretanto, mostra que uma lente não pode eliminar o espalhamento da luz por difração, porque a luz ao passar através de uma lente está passando por um orifício de tamanho limitado. A Fig. 19 — 18 mostra uma série de fotografias de três fontes pontuais vistas através de lentes de mesma distância focal, mas de diâmetro diferente. Na fotografia superior, a luz passa por uma lente de pequeno diâmetro; na segunda, passa através de uma lente maior, e na última, através de uma lente muito grande. Na fotografia superior, as imagens não estão resolvidas. À medida que a lente utilizada é maior, a difração decresce, e a resolução melhora, até que com uma lente grande, as imagens estão tão nitidamente separadas que, mesmo se as fontes estivessem muito próximas poderíamos ainda resolvê-las.

Em um microscópio, onde a luz passa através de uma pequena lente objetiva, é de se esperar que a difração seja importante. Podemos, proveitosamente, tornar maior o aumento de um microscópio até que a difração nos impeça de resolver objetos próximos. Tornando o aumento ainda maior, tudo parece maior, mas deixamos de distinguir objetos que estão mais próximos. É inútil aumentar a potência dos microscópios com a melhor das lentes, além do ponto no qual não são resolvidos os detalhes por causa da difração.



19 — 18. Figuras de difração de três fontes pontuais produzidas por lentes de diâmetros diferentes. À medida que o diâmetro aumenta (de cima para baixo), a resolução melhora (Cortesia: Francis Sears, "Principles of Physics, III"; Addison-Wesley Publishing Co.).

Os telescópios também estão sujeitos à difração. Quanto maior for o tamanho da objetiva, seja espelho ou lente, tanto melhor será a resolução. O grande telescópio Hale do Monte Palomar dá uma resolução suficientemente boa para resolver as estrelas individuais da Nebulosa de Andrômeda, feito este que os telescópios menores são incapazes de realizar.

19 — 9. Interferência em películas delgadas

Das muitas figuras de interferência que podemos ver, entre as mais comuns, estão as que observamos quando a luz incide sobre uma fina película de sabão. Quando a luz branca incide sobre uma película delgada, ela dá efeitos coloridos surpreendentes (Fig. 19 — 19 oposta à página 360).

Para estudar este efeito, examinaremos a figura obtida com uma única cor (Fig. 19 — 20 oposta à página 360). Na luz refletida pela película há uma ampla região escura, na parte superior. Nesta região, a película de sabão é muito fina porque a água escorreu para baixo, deixando prêsas para trás só algumas camadas moleculares. Se observarmos a película mais para baixo, notamos que a espessura aumenta, e, eventualmente, chegamos a uma espessura na qual a luz refletida é nitidamente visível. Mais abaixo ainda, para maior espessura, aparece na fotografia uma franja escura; não há reflexão. Prosseguindo, então, franjas brilhantes e escuras vão se alternando à medida que a espessura aumenta.

Confirma-se que a observação de uma franja brilhante ou escura depende realmente da espessura da película ao atentar para as franjas, enquanto uma película recém formada vai escorrendo. Quando a parte superior adquiriu certa espessura, forma-se ali uma franja brilhante. À medida que o escoamento continua, a franja se desloca para a parte inferior da película, e forma-se uma franja escura na região de cima, agora mais delgada. Uma franja após outra se desloca para baixo, cada uma acompanhando uma determinada espessura. Finalmente, quando a película é muito delgada, uma região escura invade a parte superior.

As experiências com películas em forma de cunha — ar entre placas de vidro, por exemplo — mostram ainda mais claramente a dependência com a espessura (Fig. 19 — 21 oposta à página 361). À medida que se reduz o ângulo da cunha, as franjas, que neste caso estão igualmente espaçadas, afastam-se, de modo que cada franja acompanha exatamente na cunha a espessura correspondente.

Como podemos explicar essas franjas alternadamente brilhantes e escuras? Elas são muito semelhantes às franjas alternadas da figura de interferência de Young, e sua explicação é quase a mesma. Quando a luz atravessa uma lâmina de material refringente, parte da luz se reflete na primeira superfície que encontra, e outra

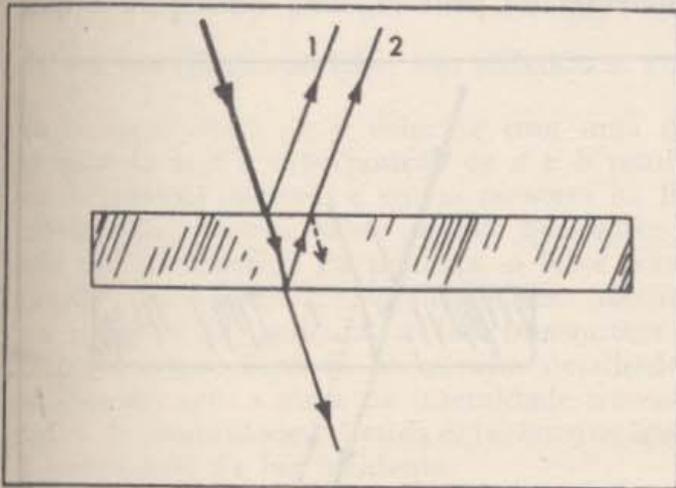
parte, se reflete na segunda superfície. Observe a Fig. 13 — 7, ou pense na formação de imagens pelo vidro de uma janela, estando você em uma sala iluminada, em uma noite escura. Se o vidro é espesso, as duas reflexões ficam suficientemente separadas para serem observadas. É claro, uma pequena parte da luz que se refletiu na parte posterior do vidro, será novamente refletida na parte anterior, ao invés de atravessá-lo (Fig. 19 — 22). Parte da luz pode se refletir parcialmente várias vezes dentro do vidro, mas para um material fracamente refletor, como o vidro ou uma película de sabão, são geralmente apreciáveis apenas a reflexão da luz incidente, e a primeira reflexão interior.

Do mesmo modo que a luz refletida por um vidro espesso, a luz refletida por uma película delgada de sabão é formada por dois feixes que percorreram trajetórias diferentes. Denominaremos o feixe refletido na superfície exterior de N.^o 1, e o feixe que passou através da película, e se refletiu na superfície interior, de N.^o 2 (Fig. 19 — 22). É a interferência entre estes dois feixes que produz as franjas brilhantes e escuras na luz refletida, se a cor for única, e os efeitos coloridos quando a luz incidente é branca.

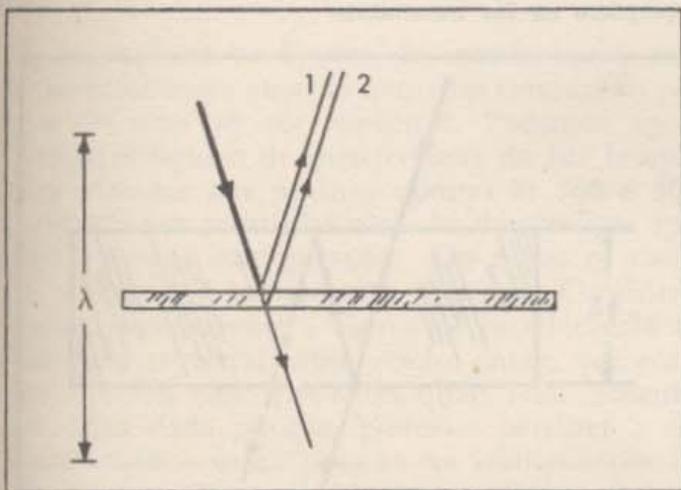
Para compreender as figuras de interferência com mais detalhes, começaremos analisando uma película muito delgada como a da parte superior da película de sabão, na Fig. 19 — 20. Como sabemos por experiências com monocamadas (Seção 7 — 12), mesmo se a película nesta região tem uma espessura de várias camadas moleculares, ela é ainda muito delgada, em comparação com o comprimento de onda da luz visível. Para a luz amarela, o comprimento de onda é de aproximadamente 6×10^{-7} metro, enquanto a espessura de uma película de 100 átomos de grossura é de somente 10^{-8} metro. Nossa película delgada está representada na Fig. 19 — 23. Por ser sua espessura muito menor que o comprimento de onda da luz, a diferença de caminhos entre os dois feixes é muito pequena comparada com um comprimento de onda, e podemos esperar que os dois feixes refletidos se somem, de modo que uma crista refletida em uma superfície, e uma crista refletida na outra, estejam quase superpostas. A luz refletida deveria, então, ser apreciável. Ao invés, vemos que não ocorre a reflexão. Tôda a parte superior da película de sabão está escura. Aparentemente as ondas nos dois feixes refletidos se anulam mutuamente, ao invés de se reforçarem.

Esta anulação pode parecer enigmática, mas, quando relembramos o comportamento das on-

das refletidas em molas, êle é menos surpreendente. Quando um pulso que se propaga ao longo de uma mola é refletido em uma mola mais pesada, na qual a velocidade das ondas é menor, êle se inverte. Quando um pulso é refletido em uma mola mais leve, onde a velocidade é maior, êle não se inverte (Seção 16 - 4). Aqui, no caso da luz, temos uma situação análoga. O feixe de luz refletido na parte exterior da película de sabão o faz em um material mais refringente, no qual as ondas se movem lentamente, enquanto que o feixe de luz refletido dentro da película delgada, o faz no ar, um meio menos refringente, no qual as ondas se movem rapidamente. Podemos, talvez, comparar o meio mais refringente a uma mola pesada. Então, as ondas de luz refletidas no exterior da película e que originam o feixe N.º 1 deveriam se inverter.



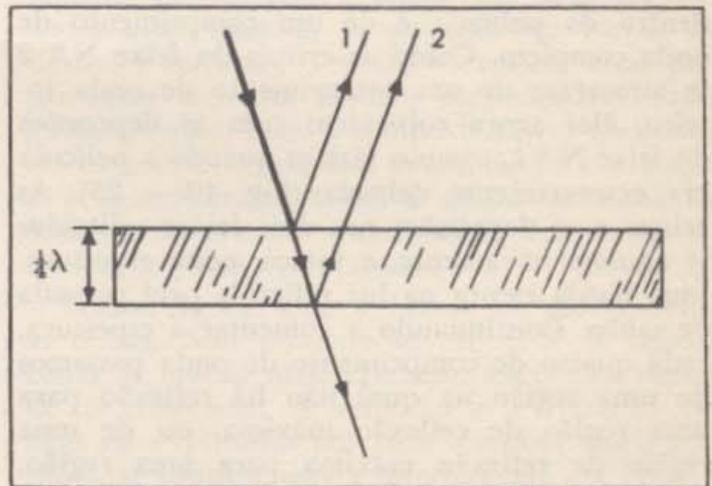
19 - 22. Os raios 1 e 2 representam as duas reflexões mais importantes em uma película delgada.



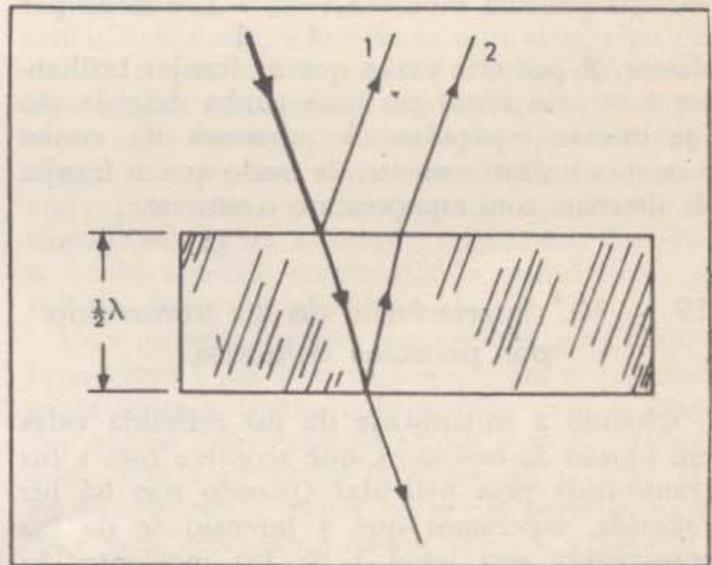
19 - 23. Apesar de haver uma diferença desprezível de caminhos entre o feixe N.º 1 refletido na face superior de uma película muito delgada e o feixe N.º 2 refletido na face inferior, os dois feixes refletidos se anulam devido à inversão de fase no feixe N.º 1.

Uma crista incidente se converte em uma depressão refletida. Por outro lado, uma crista incidente, refletida dentro da película, produz uma crista no feixe refletido N.º 2. Como uma onda se inverteu e a outra não, as duas ondas se anulam, e não vemos luz refletida.

Consideremos, agora, o que acontece quando a película de sabão se torna mais espessa. O feixe N.º 2, que penetra e volta através da película de sabão, percorre um caminho mais comprido que o feixe refletido na superfície superior. No feixe N.º 2, portanto, as cristas se atrasam cada vez mais, à medida que a espessura aumenta. Quando a espessura se torna igual a um quarto



19 - 24. Luz refletida na face superior e na face inferior de uma película que tem uma pessão de $\lambda/4$. Devido à trajetória extra $\lambda/2$ do feixe N.º 2, e devido ao fato das ondas do feixe N.º 1 estarem invertidas na reflexão, dois raios refletidos se reforçam.



19 - 25. Dois raios refletidos quando a película tem uma espessura de meio comprimento de onda. A diferença de caminhos é λ , e o feixe N.º 1 se inverte na reflexão. Eles se anulam.

de comprimento de onda, o caminho na película de sabão vale meio comprimento de onda; e, as cristas neste feixe se atrasaram de meio comprimento de onda (Fig. 19 — 24). Ao invés de coincidirem com as depressões do feixe N.º 1, como o fazem com uma película muito delgada, elas, agora, se atrasaram até coincidir com as cristas. As cristas nos dois feixes se somam, e a intensidade da luz refletida resultante passa por um máximo*.

À medida que prosseguimos aumentando a espessura da película de sabão, as cristas do feixe refletido internamente se atrasam mais ainda. Quando a película tem a espessura de meio comprimento de onda, a trajetória percorrida dentro da película é de um comprimento de onda completo. Como as cristas do feixe N.º 2 se atrasaram de um comprimento de onda inteiro, eles agora coincidem com as depressões do feixe N.º 1, como o faziam quando a película era extremamente delgada (Fig. 19 — 25). As cristas e as depressões nos dois feixes refletidos se anulam novamente, e vemos, nesta espessura, uma franja escura na luz refletida pela película de sabão. Continuando a aumentar a espessura, cada quarto de comprimento de onda passamos de uma região na qual não há reflexão para uma região de reflexão máxima, ou de uma região de reflexão máxima para uma região, novamente, sem reflexão. Não há reflexão na

película quando sua espessura é de $\frac{1}{2}\lambda, \lambda, \frac{3}{2}\lambda,$ etc. A reflexão máxima ocorre quando a espessura da película é de $\frac{1}{4}\lambda, \frac{3}{4}\lambda, \frac{5}{4}\lambda,$ e assim por diante. É por esta razão que as franjas brilhantes e escuras vistas em uma cunha delgada são igualmente espaçadas. A espessura da cunha aumenta uniformemente, de modo que as franjas se alternam com espaçamento constante.

19 — 10.* Interferência da luz transmitida por películas delgadas

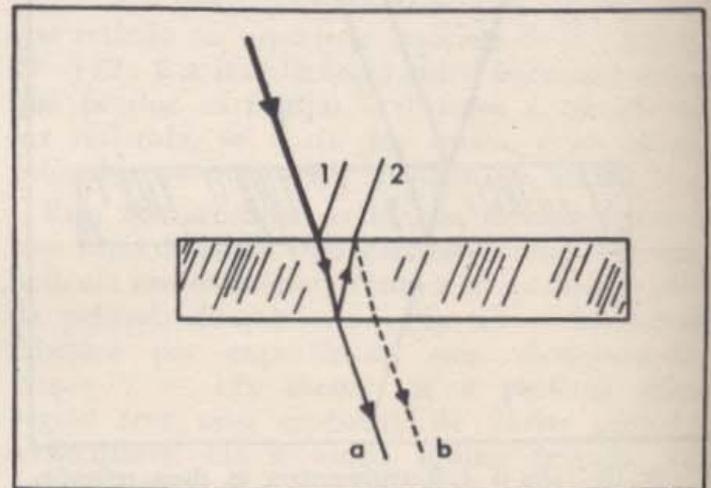
Quando a intensidade da luz refletida varia em função da espessura, que acontece com a luz transmitida pela película? Quando não há luz refletida, esperamos que a intensidade da luz transmitida seja igual à da luz incidente. As experiências concordam com nossa expectativa.

* Naturalmente, o comprimento de onda que estamos utilizando é o comprimento de onda na película de sabão.

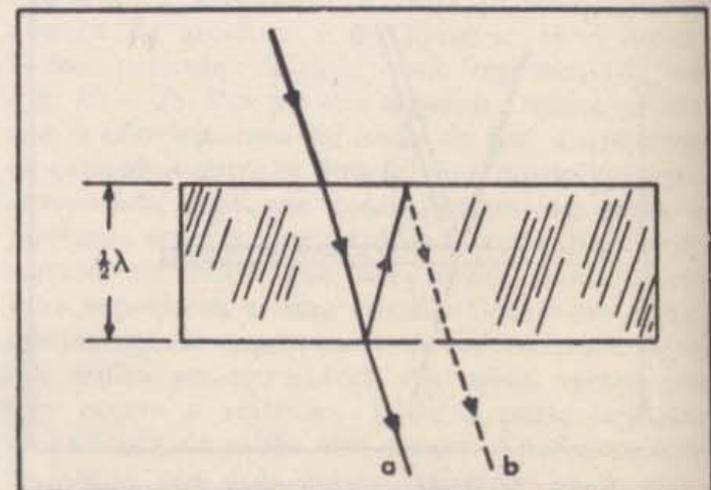
As espessuras $\frac{1}{2}\lambda, \lambda, \frac{3}{2}\lambda,$ etc., toda a luz é transmitida. Além disto, naquelas espessuras para as quais ocorre reflexão, a intensidade da luz transmitida é desfalcada exatamente do valor da intensidade da luz refletida.

Podemos compreender em termos de interferência porque a luz transmitida decresce quando a luz refletida aumenta. Tal como a luz refletida, a luz transmitida é formada por dois feixes que interferem. Um deles é o feixe de luz que passa diretamente através da película sem qualquer reflexão, e o outro, é o feixe de luz que se reflete internamente duas vezes (Fig. 19 — 26). Outras reflexões internas dão feixes fracos demais para serem considerados.

Examinemos agora como os dois feixes *a* e *b*, da Fig. 19 — 26, se somam para duas espessuras diferentes da película, uma delas para a qual



19 — 26. O raio não refletido *a* e o raio bi-refletido, *b*, se superpõem na luz transmitida.



19 — 27. O raio transmitido e o raio bi-refletido se reforçam quando a película tem uma espessura de $\lambda/2$. A distância extra percorrida por *b* é λ .

não há reflexão, e outra para a qual há reflexão máxima. Não há reflexão quando a espessura da película vale $\frac{1}{2}\lambda$. Neste caso (Fig.

19 — 27), a onda bi-refletida b está atrasada de um comprimento de onda completo, em relação à onda não refletida a , por causa do seu caminho extra dentro da película. Portanto, uma crista da onda bi-refletida, aparece na parte inferior da película junto com uma crista da onda não refletida. As duas cristas devem ser somadas, e o efeito resultante é o de produzir cristas na luz transmitida, e que são maiores que as do feixe não refletido.

Por outro lado, quando há um máximo de reflexão, na espessura de $\frac{1}{4}\lambda$ por exemplo, a onda bi-refletida b percorre uma distância extra de $\frac{1}{2}\lambda$, em relação ao feixe não refletido a . Por-

tanto, uma crista de b coincide com uma depressão de a , e a superposição de a e b resulta em depressões menores e cristas menores na luz transmitida. Vemos, deste modo, que quando não há luz refletida da película, o feixe transmitido é mais intenso; e, quando há um máximo na reflexão da película, a luz transmitida é menos intensa. Fazendo os cálculos detalhados, verificamos que a soma da intensidade transmitida e da intensidade refletida é, realmente, igual à intensidade da luz incidente.

19 — 11. Efeitos de cor na interferência

Ao explicar as figuras de interferência, concentramos nossa atenção naquelas produzidas por luz de uma só cor espectral. Podemos agora voltar às figuras de interferência da luz branca, apresentadas nas páginas opostas às 360 e 361, e explicar as múltiplas cores brilhantes que aparecem nessas configurações. Em todos os casos, a explicação é basicamente a mesma. Consideramos separadamente a figura de interferência de cada cor espectral; observando, então, que cores do espectro estão presentes quais estão ausentes em uma dada posição, podemos prever a cor que veremos nesta posição na configuração da luz branca. Por exemplo, se em uma posição a luz azul está ausente, mas a luz vermelha é intensa, veremos no extremo vermelho do espectro uma cor — amarela ou vermelha. Se, em outra posição, só estão presentes luz azul e luz verme-

lha, veremos a cor púrpura. O procedimento está ilustrado na Fig. 19 — 28 e no texto correspondente, oposto à página 361. Ali, é aplicado à figura de difração da luz branca em uma fenda única. Você pode aplicar o mesmo procedimento à figura de interferência de Young, às figuras de interferência de películas delgadas, e, na verdade, a qualquer outra figura de interferência.

19 — 12. Conclusão

Nesta parte do curso, examinamos o comportamento da luz. Começamos com suas propriedades mais simples, propagação no vácuo, reflexão, e refração. Tentamos explicar estas propriedades com um modelo corpuscular. Prosseguimos, então, com o comportamento ondulatório característico da luz, examinando a difração e a interferência. Com a ajuda da cuba de ondas, observamos diretamente este tipo de comportamento ondulatório.

Vemos, agora, que a luz se comporta como as ondas. Não somente se reflete e se refrata como as ondas, mas, também, apresenta efeitos de interferência. A reflexão e a refração podem ser explicadas por meio de uma teoria corpuscular simples, mas a interferência é a característica que identifica as ondas. Desde que foi demonstrada a interferência luminosa, não se duvidou mais da natureza ondulatória da luz.

Apesar da luz ser um assunto antigo, novos aspectos estão ainda sendo descobertos. Já em nosso século, mostramos que os raios X são ondas luminosas, e medimos seus comprimentos de onda pela observação de figuras de interferência. Mas descobrimos também que a luz apresenta algo do comportamento corpuscular. Podemos mesmo, em certas circunstâncias, contar essas partículas, como veremos na Parte IV. Começamos agora a compreender como descrever o duplo aspecto, corpuscular e ondulatório, da luz, em uma única teoria.

Você provavelmente tem muitas perguntas a fazer sobre a luz. Por exemplo, como se relaciona exatamente a intensidade medida com a altura das ondas? Não responderemos a esta pergunta aqui, mas você pode aprender algo sobre ela. Provavelmente, a maior parte das perguntas que você fará, intrigaram outras pessoas, e algo já é conhecido a respeito. Algumas deram lugar a desenvolvimentos surpreendentes. Tome um exemplo: em que meio se propaga a luz? Sua propagação é influenciada por vários materiais, mas

ela atravessa o vácuo. Se admitimos a existência de um meio para propagação da luz no vácuo (foi ele denominado "éter"), verificamos depois que é impossível detetar esse éter. O fracasso das medidas projetadas para mostrar a existência do éter foi um dos enigmas importantes que levaram Einstein a formular sua teoria da relatividade.

Podemos estudar mais sobre a luz, e podemos também estudar mais sobre as ondas em geral. A relação entre a altura da onda e a intensidade é realmente uma questão geral. Do mesmo modo, existem muitas outras. Para ilustrar, tomaremos um último exemplo.

Você deve ter observado que algumas salas (geralmente as de paredes de grandes áreas contínuas) têm "pontos mortos", onde é muito difícil ouvir uma nota de certa frequência. Na vizinhança, esta mesma nota pode ser claramente audível. Você pode demonstrar facilmente este efeito com um assobio de alta frequência. Isto ocorre por causa da interferência entre as ondas diretas provenientes da fonte e as ondas refletidas nas paredes. Para algumas frequências, os nodos e os máximos formam na sala uma configuração fixa, comumente denominada sistema de ondas estacionárias.

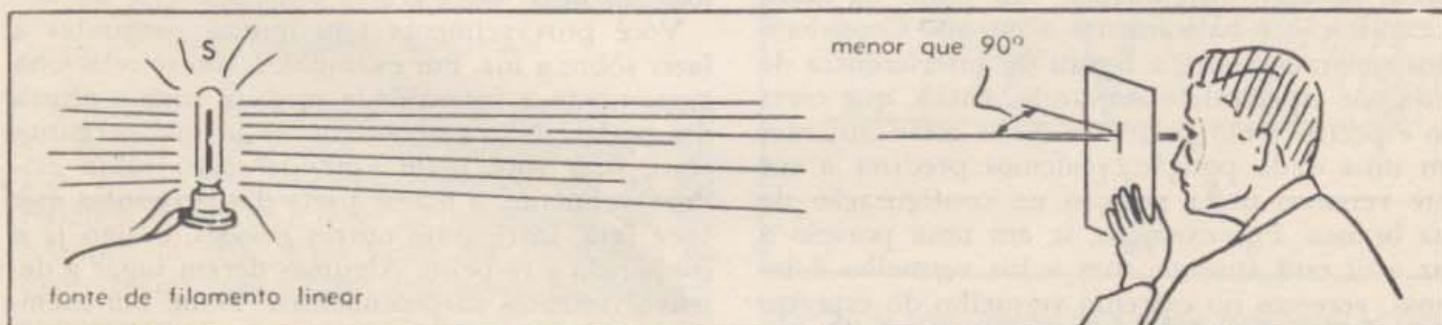
Na cuba de ondas, você certamente viu ondas incidindo frontalmente numa barreira refletora e voltando em direção oposta. Se as ondas inci-

entes e refletidas são aproximadamente da mesma altura, próximo à barreira você pode ver regiões regularmente espaçadas, de nenhum movimento, alternando com zonas onde a água se move para baixo e para cima. Nesta zona não vemos ondas em movimento, propagando-se em qualquer direção. Temos aqui novamente um exemplo de um sistema de interferência de ondas estacionárias. Ondas estacionárias ocorrem com todos os tipos de ondas. Voltaremos a elas brevemente na Parte IV, ao estudarmos ondas associadas à matéria.

Em que ponto estamos agora? Aprendemos o suficiente sobre as ondas para reconhecer seu comportamento. Sabemos porque acreditamos na natureza ondulatória da luz. Há, entretanto, muita coisa sobre as ondas e sobre a luz que ainda podemos estudar. Nesta seção final mencionamos perguntas adicionais sobre a luz e as ondas, para as quais são conhecidas respostas (pelo menos, respostas parciais). Além das perguntas respondidas sobre a luz, há sempre algumas sem resposta, e há provavelmente muitas questões sobre a luz e as ondas que ainda não aprendemos a perguntar. A formulação de perguntas novas e adequadas constitui frequentemente, a chave de uma física nova e interessante. Talvez *você* venha a formular uma pergunta chave.

PARA CASA, CLASSE, E LABORATÓRIO

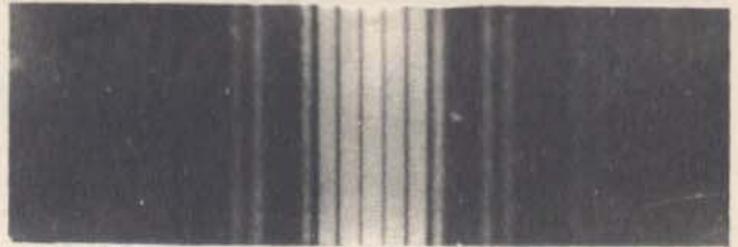
1. Por que não podemos ver a interferência de luz proveniente de duas fontes luminosas independentes?
2. Em uma figura de interferência produzida por luz branca que passa através de duas fendas estreitas, a distância entre as franjas pretas é de 0,32 cm. A distância entre as fendas é de aproximadamente 0,02 cm, e a distância ao anteparo no qual as franjas são observadas vale 130 cm. Determine o comprimento de onda médio da luz branca.
3. Uma fonte de luz vermelha produz interferência através de duas fendas estreitas separadas por uma distância $d = 0,01$ cm. A que distância das fendas deveríamos situar um anteparo de modo que as primeiras franjas



19 - 29. Para o Problema 8. Os raios de luz passam obliquamente através de uma fenda única.

de interferência, estivessem distanciadas entre si de 1 cm? Qual seria, então, o espaçamento das franjas se utilizássemos luz violeta?

4. Que acontecerá à figura de interferência da experiência de Young se a fonte não estiver exatamente na linha central entre as fendas?
5. Quando se utiliza uma fonte luminosa de comprimento de onda λ em uma experiência de duas fendas, com fendas estreitas separadas por uma distância d , sob que ângulos espera você encontrar os máximos de intensidade da luz na figura de interferência?
6. Sugira um método óptico para medir a largura de uma fenda estreita.
7. Calcule o período da luz amarela. Quantos comprimentos de onda existem aproximadamente na onda luminosa correspondente a um pulso de luz emitido por um único átomo?
8. Que acontece com a difração produzida por uma fenda única se você gira a fenda como indica a Fig. 19 — 29, ao invés de manter a abertura perpendicular à trajetória da luz? Por quê?
9. (a) Quando a luz amarela atravessa uma fenda de 1 mm de largura, sob que ângulos estão os três primeiros nodos na figura de difração?
(b) E se a fenda é 10 vezes mais larga?
(c) E se sua largura é 1/10 da original?
10. Quando são usadas duas fendas idênticas, bastante largas, para produzir uma figura de interferência, estando elas separadas por uma distância comparável com sua largura, a configuração resultante combina as características de uma figura de difração de uma fenda única e a figura de interferência entre as duas fendas. A Fig. 19 — 30 indica uma fotografia de tal configuração. Identifique as regiões escuras que resultam da figura de difração de cada fenda e as franjas escuras provenientes da interferência entre as fendas.
11. Demonstre que, quando uma fonte de comprimento de onda λ é usada com três fendas, cada uma separada de sua vizinha pela distância d , você obtém o máximo de intensidade sob os mesmos ângulos que com somente duas fendas.
12. (a) Considerando quatro fendas estreitas separadas pela distância d , verifique quais dos



19 — 30. Para o Problema 10. Cortesia de Bruno Rossi, "Optics", Addison-Wesley, Pub. Co. 1957.

ângulos, determinados por $\sin \theta = 0, \lambda/4d, \lambda/2d, 3\lambda/4d, \text{ e } \lambda/d$, correspondem a máximos, e quais correspondem a nodos de intensidade luminosa, na figura de interferência. Os diagramas (Fig. 19 — 31) e a idéia de acoplamento em pares podem auxiliá-lo.

(b) Quais desses ângulos correspondem a um nodo na figura de duas fendas? Quais a um máximo?

13. Os microscópios nos quais o objeto é iluminado por luz ultravioleta podem dar aumentos maiores que os que usam luz visível.

(a) Como explica você isto?

(b) Como são vistas as imagens se não se usa luz visível?

(c) Desde que o vidro é opaco à luz ultravioleta, como pode ser feito tal microscópio?

14. Duas imagens podem ser resolvidas quando o máximo central de uma incide sobre o primeiro nodo da outra.

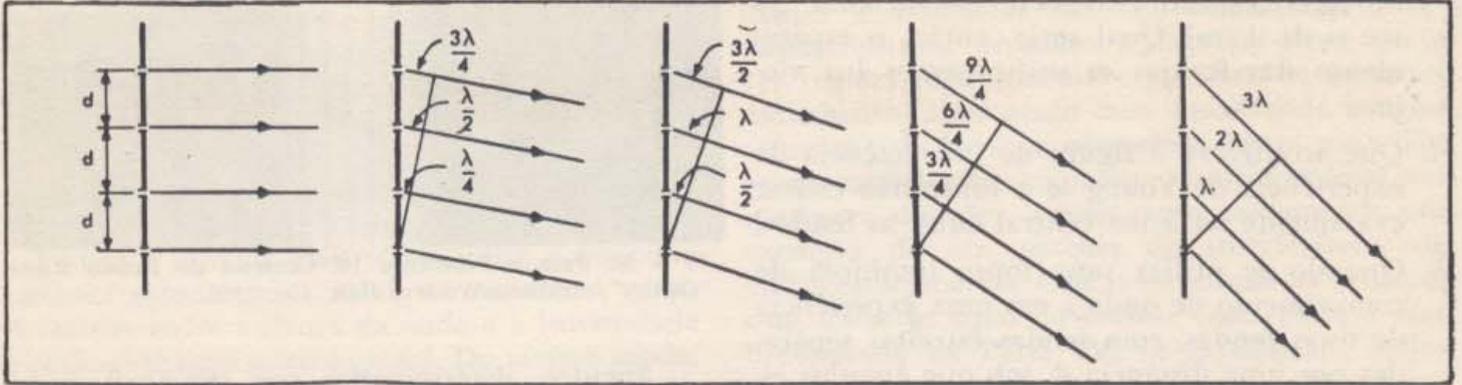
(a) Demonstre que a resolução de uma fenda estreita depende de λ/w , onde w é a largura da fenda.

(b) A cerca de que distância podem ser aproximadas duas fontes retilíneas para que ainda sejam resolvidas, se são observadas através de uma fenda de 0,01 cm (aproximadamente o menor tamanho que você pode fazer com facilidade), distante 3 metros das fontes?

15. As estrelas são freqüentemente fotografadas através de um filtro azul. Qual é a vantagem disto?

16. A partir da fotografia de uma película de sabão, na parte superior da Fig. 19 — 20, faça um gráfico da espessura da película em função da distância vertical ao longo da mesma.

17. Duas placas de vidro de 10 cm de comprimento formam uma cunha de ar (Fig. 19 —



19 — 31. Para o Problema 12. Luz que emerge, em ângulos diferentes, de quatro fendas espaçadas de uma distância d .

- 21). As placas estão separadas em um extremo por um fio de cabelo humano de 0,09 mm de diâmetro. Observa-se a figura de interferência da luz refletida, olhando em uma direção perpendicular à superfície das placas.
- Qual é o espaçamento das franjas se a luz incidente é azul?
 - Quantas franjas brilhantes são vistas por centímetro, se a luz incidente é vermelha?
 - A luz refletida pelo extremo onde as placas estão em contacto, é um máximo ou um mínimo?
 - Podê você dizer, a partir desta experiência, quais as ondas refletidas que sofrem inversão?
18. As lentes são freqüentemente revestidas com uma película delgada para reduzir a intensidade da luz refletida.
- Se o índice de refração do revestimento vale 1,3, qual é a menor espessura que dará reflexão mínima de luz amarela?
 - Tais lentes freqüentemente mostram uma fraca cor púrpura à luz refletida. Por que?
19. Dois alto-falantes de 3 polegadas emitem um som permanente de frequência 1.000 vibrações por segundo. Estas fontes estão em fase, e separadas pela distância de 2 metros.
- Sob que ângulos espera você não ouvir som algum? (A velocidade do som é de aproximadamente 300 m/s).
 - Que aconteceria se você tentasse esta experiência em uma sala com paredes cujas superfícies fôssem feitas de material duro?
20. Pode você sugerir as razões pelas quais não se observa interferência quando a luz se reflete nas duas superfícies de um vidro de janela?

LEITURA COMPLEMENTAR

- EINSTEIN, A., e INFELD, L., *The Evolution of Physics*. Simon & Schuster, 1938 (págs. 110 — 126).
- LAND, EDWIN, "Experiments in Color Vision". *Scientific American*, Maio, 1959.
- MAGIE, W. F., *A Source Book in Physics*. MacGraw-Hill, 1935. (Veja especialmente Thomas Young).
- ROBERTSON, J. K., *Introduction to Optics, Geometrical and Physical*. Van Nostrand, Quarta Edição, 1954.
- VAN BERGEIJK, W.; PIERCE, J.; DAVID, E. E., Jr., *Waves and the Ear*. Doubleday, 1959: Uma publicação da Science Study Series.

DISCUSSÃO DA FÓRMULA DOS FABRICANTES DE LENTES

Quando a luz proveniente de uma fonte é focalizada por uma lente, as várias porções de uma crista da onda devem convergir para o foco ao mesmo tempo. Este é o modo pelo qual a luz se concentra neste ponto. Por outro lado, como sabemos do nosso estudo sobre interferência, a superposição de cristas e depressões, que chegam simultaneamente, resultará em anulação. Suponha que na disposição ilustrada na Fig. (a) há uma fonte de luz, bastante afastada, à esquerda. Então, a crista da onda proveniente daquela fonte chegará no mesmo instante, ao longo de toda a linha cinzenta. À medida que a onda se desloca para a direita, as diversas porções da crista percorrem trajetórias diferentes, e finalmente aquelas porções da crista que passam através da lente se concentram no foco, à direita. Como estas porções chegam ao foco no mesmo instante, elas devem levar o mesmo tempo para se deslocar da linha verde ao foco.

Para determinar a relação entre a forma da lente e a distância focal f , consideraremos duas trajetórias. É possível seguir o movimento da crista da onda ao longo de todas as trajetórias dentro da lente, mas duas são suficientes para determinar a relação que procuramos. As trajetórias escolhidas estão indicadas na figura pelas linhas pontilhadas. Uma passa pelo centro da lente, e a outra pelo seu bordo exterior. Como você pode ver na Fig. (a), a porção da crista que se desloca pelo bordo exterior da lente, propaga-se no ar em quase todo seu percurso. Ela percorre uma distância igual a $l_1 + f + \delta$, de modo

que o tempo que leva para alcançar o foco é

$$\frac{l_1 + f + \delta}{v_a},$$

onde v_a é a velocidade da onda no ar. Por outro lado, a porção da onda que se desloca através do centro da lente percorre a distância $l_1 + l_2$ através do vidro, e, então, alcança o foco depois de percorrer a distância $f - l_2$ pelo ar. O tempo que leva através do vidro é

$$\frac{l_1 + l_2}{v_v},$$

onde v_v é a velocidade da onda no vidro; e o tempo que leva para percorrer o resto da distância é

$$\frac{f - l_2}{v_a}.$$

A soma destes dois tempos (o tempo para passar através do vidro e através do ar) deve ser igual ao tempo gasto na trajetória pelo bordo da lente, isto é,

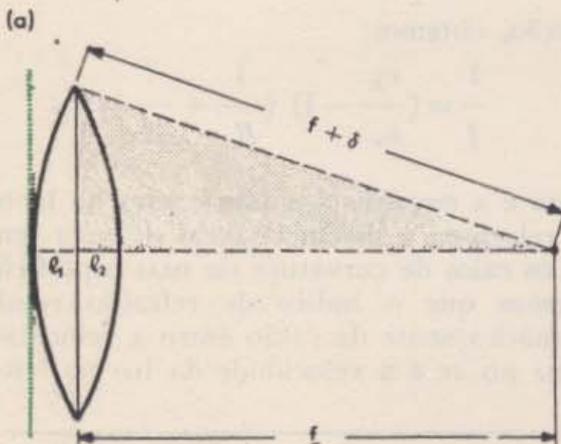
$$\frac{l_1 + f + \delta}{v_a} = \frac{l_1 + l_2}{v_v} + \frac{f - l_2}{v_a}.$$

Multiplicando ambos os membros desta equação por v_a , e agrupando os termos semelhantes, obtemos

$$\delta = \left(\frac{v_a}{v_v} - 1 \right) (l_1 + l_2). \quad (1)$$

Como $f + \delta$ é a distância do bordo da lente ao foco, δ é o excesso desta distância quando comparada com a distância focal. A última equação, portanto, relaciona esta distância extra com a espessura $l_1 + l_2$ da lente.

A distância focal propriamente dita pode ser determinada a partir do raio r da lente e da distância extra δ . O raio r da lente e a distância focal f são os lados de um triângulo retângulo de hipotenusa $f + \delta$. Este triângulo foi sombreado na figura. O teorema de Pitágoras permitir-nos-á determinar a relação



COLEÇÃO
MINISTRO COSTA MANTO
SÃO PAULO

entre δ , o raio da lente, e sua distância focal. Como o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos, temos

$$(f + \delta)^2 = f^2 + r^2.$$

Pode-se escrever o primeiro membro desta equação sob a forma

$$f^2 + 2f\delta + \delta^2.$$

E, subtraindo f^2 de ambos os membros da equação, obtemos

$$\delta(2f + \delta) = r^2.$$

Sempre que o raio da lente for pequeno comparado com a distância focal, δ também será pequeno em relação à distância focal, podendo ser desprezado no parêntesis da última equação. Obtemos, desta maneira, um bom valor aproximado de δ . Ele é

$$\delta = \frac{r^2}{2f} \quad (2)$$

Podemos também relacionar as espessuras l_1 e l_2 no centro da lente, com o raio r da lente e os raios R_1 e R_2 das superfícies da lente. l_1 é determinado pelo raio da superfície esquerda, e l_2 pelo raio da superfície direita. As relações são deduzidas, quase do mesmo modo empregado para deduzir a relação entre δ e a distância focal f . A figura (b) mostra como procedemos para obter a relação entre l_1 e R_1 . Vemos aqui que R_1 é a hipotenusa de um triângulo retângulo, que tem como catetos o raio r da lente e o segmento $R_1 - l_1$. Aplicando o teorema de Pitágoras obtemos, então,

$$R_1^2 - (R_1 - l_1)^2 = r^2$$

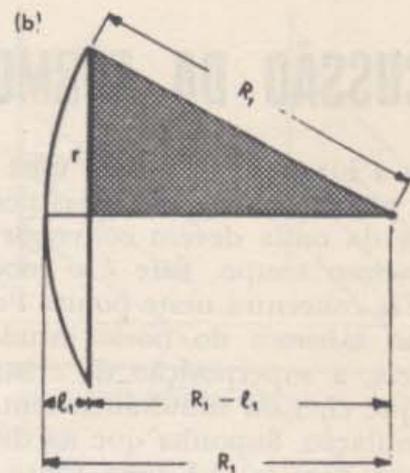
E, substituindo $(R_1 - l_1)^2$ por

$$R_1^2 - 2R_1l_1 + l_1^2$$

obtemos

$$l_1(2R_1 - l_1) = r^2.$$

Sempre que l_1 for pequeno em relação a R_1 , de modo que dispomos de uma lente del-



gada, podemos desprezar l_1 comparado com $(2R_1)$ no parêntesis da última equação. Obtemos, portanto, um bom valor aproximado para l_1

$$l_1 = \frac{r^2}{2R_1} \quad (3)$$

Exatamente o mesmo procedimento nos dá

$$l_2 = \frac{r^2}{2R_2} \quad (4)$$

onde R_2 é o raio da superfície direita da lente.

Podemos agora reescrever a Equação (1) substituindo o valor δ dado na equação (2), e os valores de l_1 e l_2 dados nas equações (3) e (4). Obtemos

$$\frac{r^2}{2f} = \left(\frac{v_a}{v_v} - 1\right) \left(\frac{r^2}{2R_1} + \frac{r^2}{2R_2}\right).$$

Cancelando $\frac{r^2}{2}$ em ambos os membros da equação, obtemos:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{v_a}{v_v} - 1\right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

Esta é a equação dos fabricantes de lentes, que relaciona a distância focal de uma lente com os raios de curvatura de suas superfícies.

Vemos que o índice de refração resulta automaticamente da razão entre a velocidade da luz no ar e a velocidade da luz na lente.

GUIA DE LABORATÓRIO

PARTE



II — 1. Reflexão em um espelho plano

Segure um lápis verticalmente à distância do braço estendido. Na outra mão, segure um outro lápis aproximadamente 15 cm mais perto de você que o anterior. Sem modificar a posição dos lápis, olhe para eles enquanto movimentar sua cabeça de um lado para o outro. Em que direção parece deslocar-se o lápis mais próximo, relativamente ao que está atrás dele, quando você move a cabeça para a esquerda? Aproxime, então, os dois lápis e observe o movimento relativo aparente entre eles, conforme você move a cabeça. Em que posição devem estar os lápis para que não haja movimento relativo, aparente, isto é, para que não haja paralaxe, entre eles?

Usaremos, agora o paralaxe para localizar a imagem de um prego visto em um espelho plano. Mantenha um espelho plano sobre uma mesa, em posição vertical, prendendo-o com um elástico a um bloco de madeira. Coloque um prego, de cabeça para baixo, em frente ao espelho, à distância de aproximadamente 10 cm. Onde imagina você está a imagem do prego? Mova sua cabeça de um lado para o outro, olhando para o prego e para a imagem. Está a imagem em frente, no mesmo lugar, ou atrás do prego real? Localize a posição da imagem do prego, deslocando, em torno dela, um outro prego, até que não mais se observe paralaxe entre este e a imagem do primeiro prego. Operando desta forma, localize a posição da imagem para diversas posições do objeto. Como se comparam entre si as distâncias da imagem e do objeto em relação à superfície refletora?

Podemos, também, localizar a posição de um objeto traçando raios que indicam a direção seguida pela luz, a partir do objeto até nossa vista. Espete um alfinete verticalmente em um pedaço de papel apoiado numa folha de papelão

macio. O alfinete será o objeto. Determine a direção seguida pela luz que parte do alfinete e chega à sua vista, espetando no papel dois alfinetes auxiliares, ao longo da linha de visão. Sua vista deverá estar à distância de um braço dos alfinetes quando você os espetar corretamente, de forma que os três alfinetes estarão nitidamente em foco, ao mesmo tempo. Observe o alfinete-objeto de várias direções, bem diferentes umas das outras, e, usando mais alfinetes, marque as novas linhas de visão ao objeto. Onde se interceptam estas linhas?

Podemos usar o mesmo método para localizar uma imagem. Localize num novo pedaço de papel, a posição da imagem de um alfinete visto em um espelho plano, traçando, pelo menos, três raios que partem de direções pronunciadamente diferentes. Antes de remover o espelho, marque sua posição no papel por meio de uma linha reta. Para onde convergem as linhas de visão?

Trace raios indicativos do caminho seguido pela luz a partir do alfinete-objeto aos pontos no espelho onde a luz foi refletida para sua vista. Que conclui você sobre os ângulos formados entre a superfície especular e os trajetos da luz?

Disponha, sobre o papel, dois espelhos formando um ângulo reto, e, entre eles em qualquer lugar, situe um prego, que funciona como objeto. Localize todas as imagens por meio de paralaxe. Com o que aprendeu nesta experiência sobre reflexão, demonstre que estas imagens estão onde você esperava encontrá-las.

II — 2. Imagens formadas por um espelho côncavo

Observe sua imagem em um espelho côncavo. É ela direita ou invertida? Há modificação no

tamanho e na posição da imagem se você aproxima ou afasta o espelho de si?

Para procurar, de um modo sistemático, as imagens formadas por um espelho côncavo, disponha um espelho e uma lâmpada de lanterna, acesa, sobre uma tira comprida de papel, como indica a Fig. 1. Inicie com a lâmpada situada em um extremo da tira, e localize sua imagem por paralaxe. A imagem é direita ou invertida?

Movimente, então, o objeto, pouco a pouco em direção ao espelho, marcando e registrando as posições tanto do objeto como da imagem, à medida que efetua a experiência. Prossiga operando, até que a imagem saia do extremo da tira, e não mais possa ser registrada. Como se confrontam as mudanças na posição da imagem e do objeto? Onde (na sua tira) espera você esteja a imagem, se o objeto dista de, pelo menos, alguns metros? Verifique-o. Você perceberá que, estando o objeto distante, é mais fácil localizar sua imagem procurando focalizá-la num pedacinho de papel (de 1 ou 2 cm).

Quando o objeto está situado remotamente, a posição da imagem constitui o foco principal do espelho.

Coloque, então, a lâmpada o mais perto possível do espelho, e localize a imagem por paralaxe. É ela direita ou invertida? Torne a afastar, gradativamente, o objeto do espelho, marcando e registrando as posições do objeto e da imagem, até que a imagem não mais se encontre na tira.

Meça, para os pares de pontos, as distâncias do foco principal ao objeto e à imagem, respectivamente S_o e S_i . Desde que S_i diminui nitidamente, à medida que S_o aumenta, experimente representar graficamente S_i como uma função

de $1/S_o^2$, bem como S_i em função de $\frac{1}{S_o}$. Que conclusões você sobre a relação matemática entre S_o e S_i ?

Onde estará a imagem se o objeto for colocado no foco principal? Pode você vê-la?

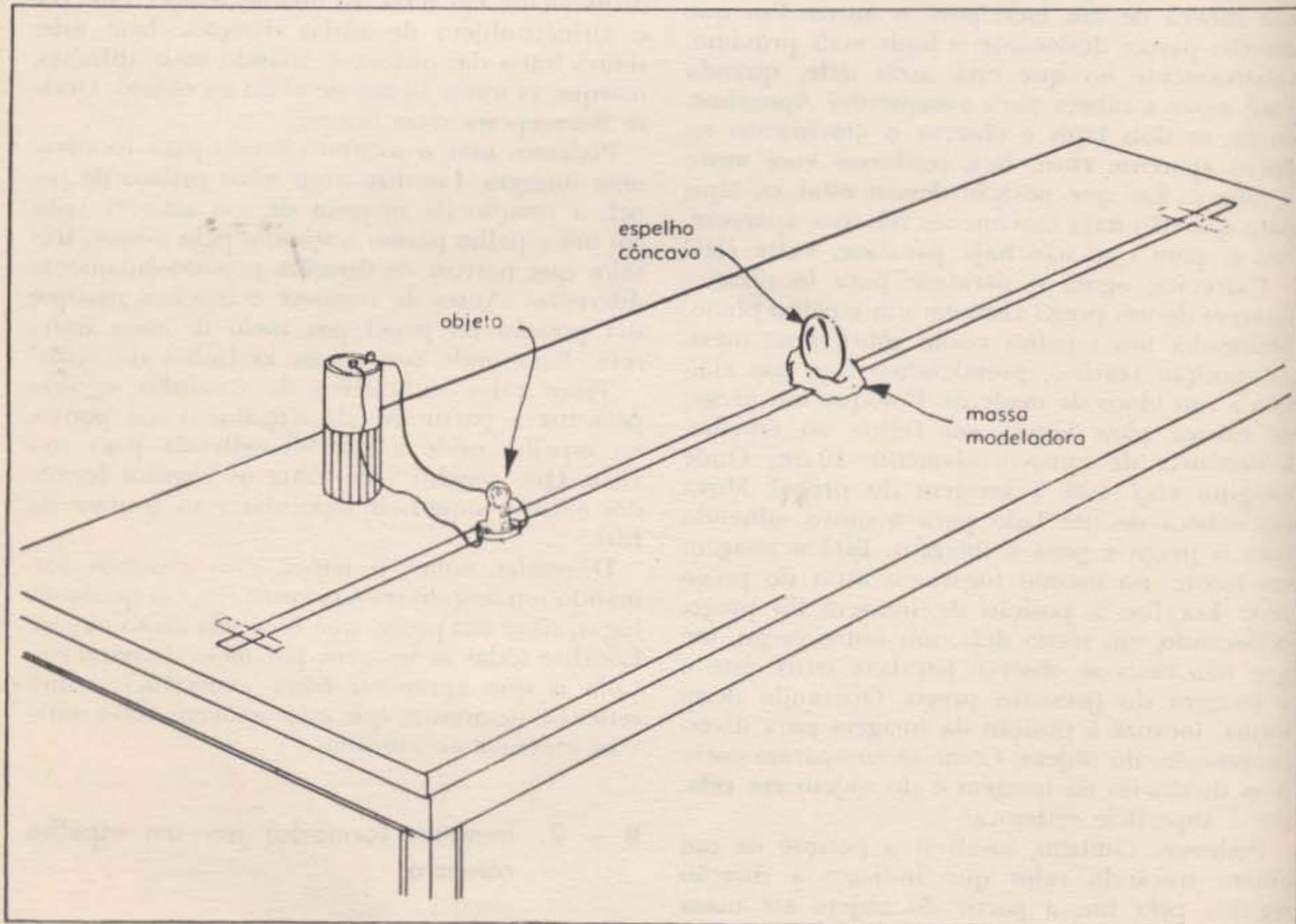


Fig. 1

II - 3. Refração

É conveniente estudar a refração da luz em termos do ângulo de incidência e do ângulo de refração. Quando a luz passa do ar para a água, por exemplo, o ângulo de refração é aquele compreendido entre um raio na água e a normal à superfície da água. Tentaremos estabelecer, nesta experiência, a relação entre este ângulo e o ângulo de incidência.

Risque, com um alfinete, uma linha vertical na parte média do lado plano de uma caixa semi-circular, de plástico transparente. Ponha água até à metade da caixa, e alinhe-a num pedaço de papel milimetrado, apoiado sobre papelão mole, como indica a Fig. 1, fazendo com que o extremo da linha vertical da caixa coincida com a interseção de duas linhas no papel.

Espete um alfinete na linha que passa embaixo do centro da caixa, conforme indica a figura. Assegure-se que o alfinete está em posição vertical.

Observe, então, o alfinete através da água pela parte curva, e mova sua cabeça até ver alinhados o alfinete e o traço vertical na caixa. Marque, com outro alfinete, esta linha de visão. Que conclui você sobre a mudança de direção da luz quando ela passa do ar para a água, e da água para o ar sob um ângulo de incidência de 0° ?

Modifique a posição do primeiro alfinete para obter um ângulo de incidência de aproximadamente 20° . Marque, com o segundo alfinete, o trajeto seguido pela luz para ir, através da água, do primeiro alfinete à linha vertical da caixa. Repita o processo para ângulos de incidência

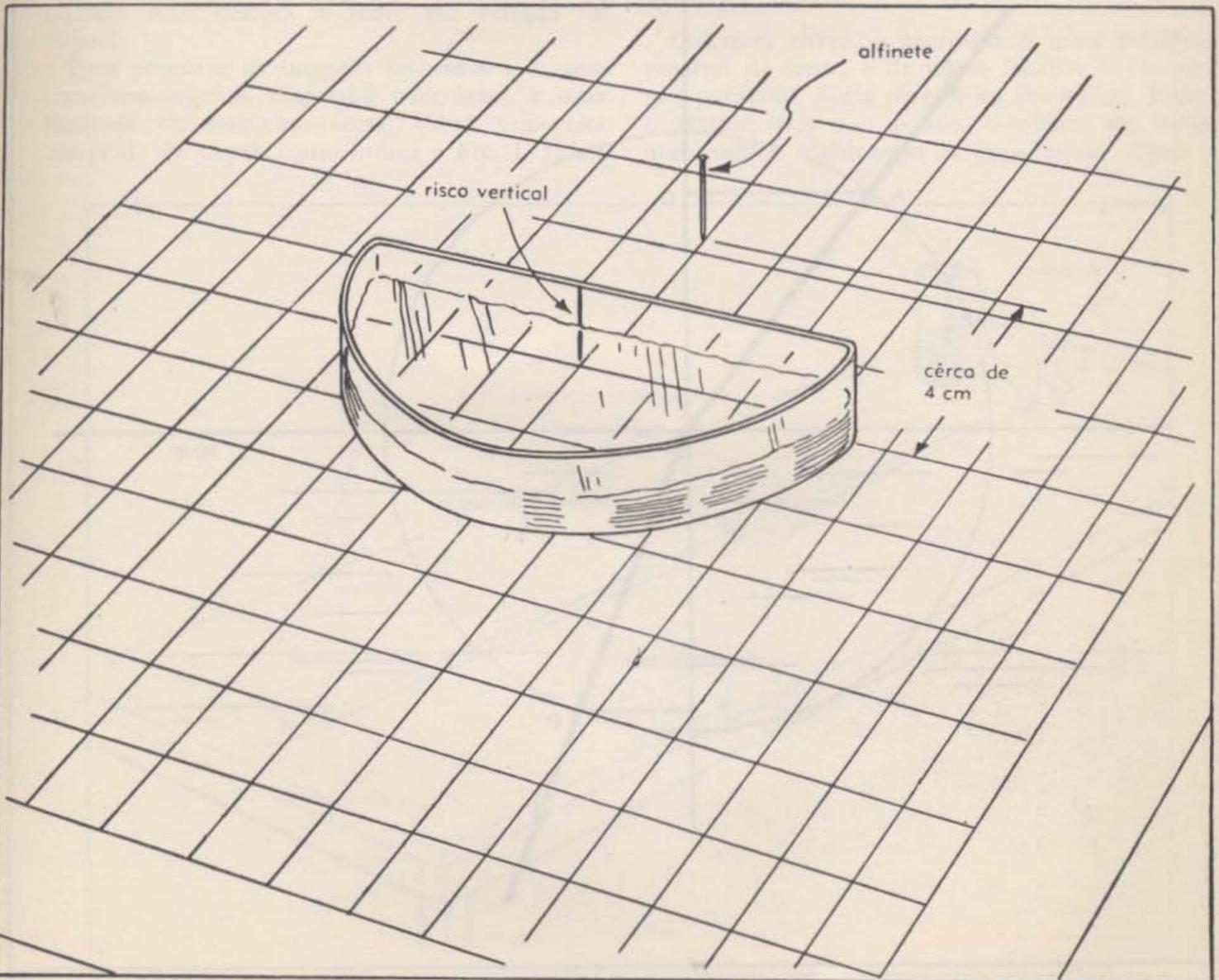


Fig. 1

até aproximadamente 80° . A fim de assegurar a obtenção de uma imagem nítida do primeiro alfinete para grandes ângulos, nunca deverá ele estar situado a mais de 4 cm da linha vertical da caixa. (Os furos dos alfinetes dão um registro permanente dos ângulos).

É constante a diferença entre os ângulos de incidência e de refração? Sua relação é constante?

Trace uma circunferência de grande diâmetro, fazendo centro no ponto onde os raios luminosos atingem a água, e estabeleça, para cada caso, a relação entre a semi-corda AC e a semi-corda FD (veja Fig. 2). Como a relação entre as

semi-cordas é igual à relação entre o seno do ângulo de incidência e o seno do ângulo de refração, é mais simples determinar esta relação medindo os ângulos e calculando a relação entre seus senos.

Represente gráficamente a relação entre os senos em função do ângulo de incidência. Represente, também, no mesmo gráfico, a relação entre os ângulos em função do ângulo de incidência. Qual das relações é aproximadamente constante? Que relação matemática simples, em sua opinião, melhor representa a refração da luz?

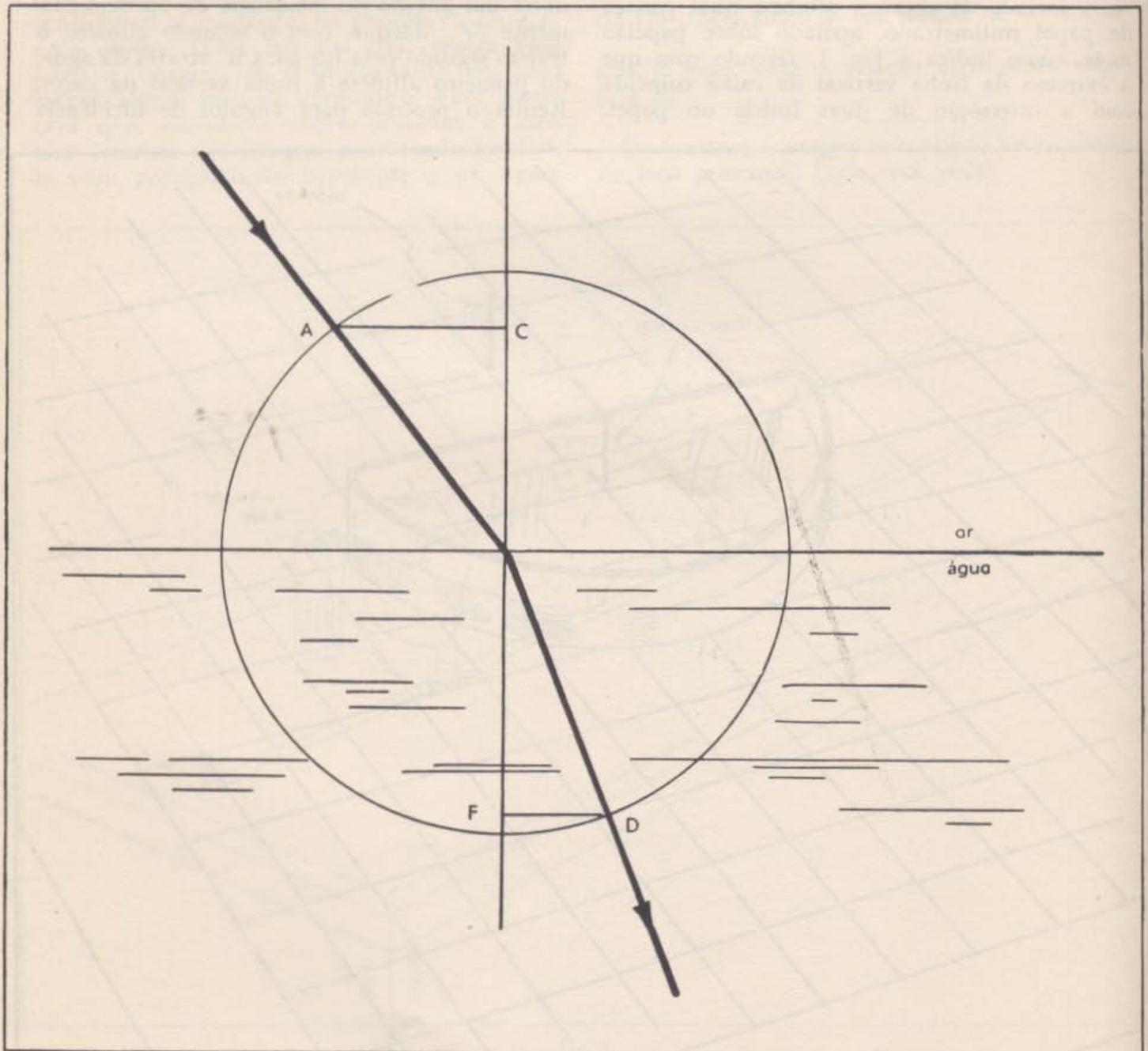


Fig. 2

O trajeto da luz na água é o mesmo, se seu sentido é invertido? Verifique-o com seu aparelho.

Pode você prognosticar qual será a mudança de direção se a luz atravessar obliquamente um bloco de vidro de faces paralelas?

Repita a experiência, com outro líquido na caixa, e represente gráficamente as relações entre os senos dos ângulos. Este líquido refrata a luz diferentemente da água?

II — 4. Imagens produzidas por uma lente convergente

Olhe para um objeto através de uma lente convergente. A imagem que vê é maior ou menor que o objeto? É ela direita ou invertida? O tamanho e a posição da imagem se modificam quando você desloca a lente em relação ao objeto?

Para procurar as imagens formadas por uma lente convergente, disponha uma lente e uma lâmpada de lanterna, acesa, sobre uma tira comprida de papel, como indica a Fig. 1. Inicie

com a lâmpada situada em um extremo da tira, e localize sua imagem por paralaxe. A imagem é direita ou invertida?

Aproxime, então, gradativamente, o objeto da lente, marcando e registrando as posições tanto do objeto como da imagem, à medida que você efetua a experiência. Prossiga operando, até que a imagem fique fora da tira, não mais podendo ser registrada. Como se confrontam as mudanças na posição da imagem e do objeto? Onde (na sua tira) espera você esteja a imagem, se o objeto dista de, pelo menos, alguns metros? Verifique-o. Você perceberá que, estando o objeto distante, é mais fácil localizar sua imagem num pedaço de papel. Quando o objeto está muito longe, a posição da imagem constitui o foco principal da lente. Como pode você certificar-se de que a lente tem dois focos principais, um de cada lado e à mesma distância do centro?

Coloque, então, a lâmpada o mais próximo possível da lente, e de novo, localize a imagem por paralaxe. É ela direita ou invertida? Torne a afastar, pouco a pouco, o objeto da lente, marcando e registrando as posições do objeto e

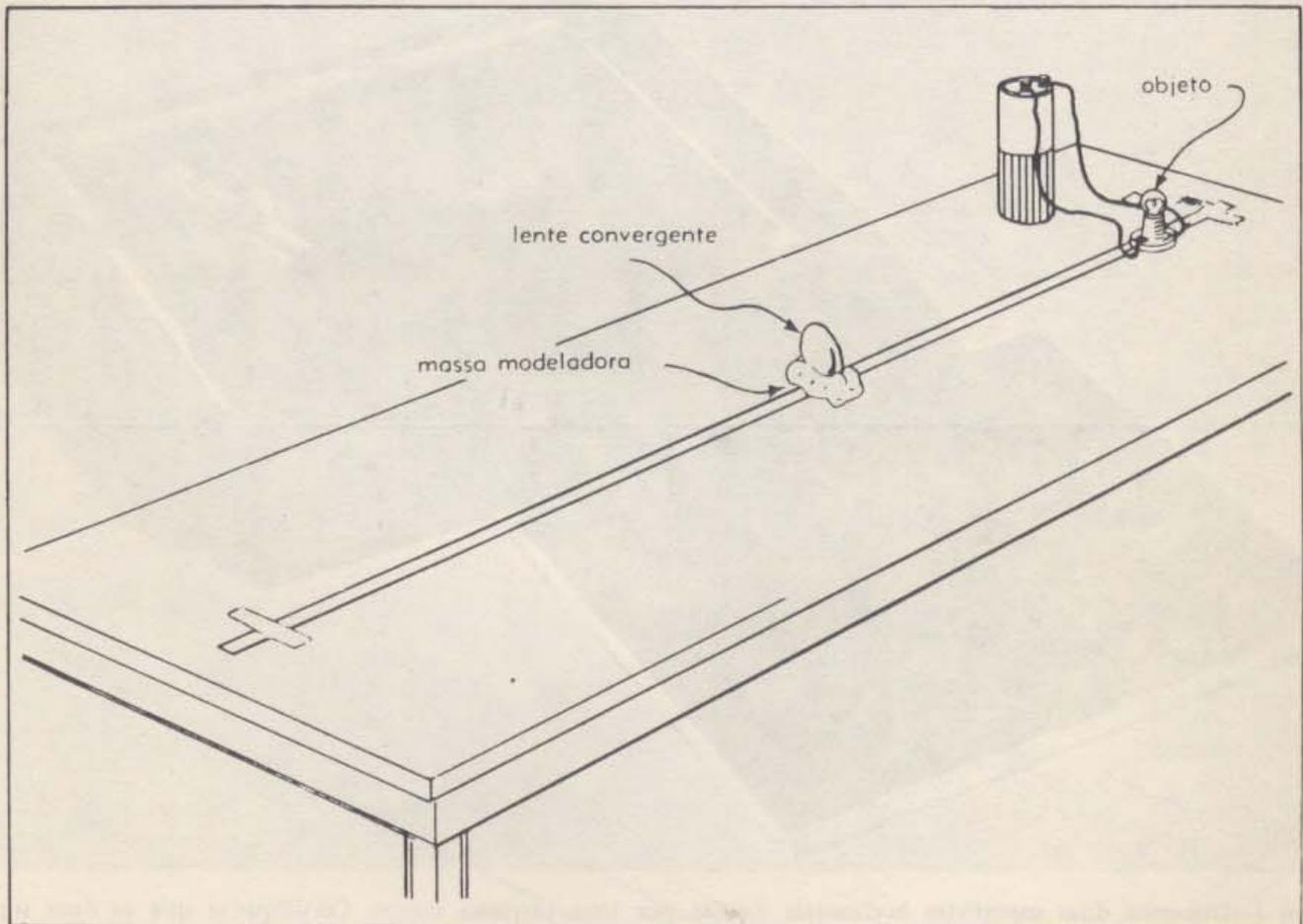


Fig. 1

da imagem, até que a imagem não mais se encontre na tira.

Meça, para os pares de pontos, a distância dos focos principais ao objeto e à imagem, respectivamente S_o e S_i . (Mede-se a distância S_o a partir do foco principal da lente, no lado onde se situa o objeto, e S_i é sempre medida a partir do foco principal no lado oposto àquele onde está o objeto). Como S_i diminui nitidamente, à medida que S_o aumenta, experimente representar gráficamente S_i em função de $1/S_o$. Que conclui você sobre a relação matemática entre S_o e S_i ?

Onde estará a imagem se o objeto fôr colocado no foco principal? Pode você vê-la?

II — 5. A "refração" de partículas

Uma esfera de aço, que rola ao longo de uma superfície horizontal, movimenta-se em

linha reta, com velocidade praticamente constante. Se a esfera intercepta uma rampa obliquamente, o ganho em velocidade, à medida que ela desce a rampa, modificará sua direção. A esfera deixará a base da rampa em linha reta, numa direção diferente da primitiva.

O trajeto descrito por uma esfera, movimentando-se desta forma, assemelha-se ao seguido pela luz quando se refrata ao passar, por exemplo, do ar para o vidro. Quando passa da parte superior para a base da rampa, a esfera muda de direção; na superfície de separação de dois meios, a luz muda de direção. No modelo, portanto, o plano superior corresponde a um meio (ar), o plano inferior ao outro meio (vidro), e a rampa representa a superfície de separação dos meios. Usando o aparelho indicado na Fig. 1, analisaremos os trajetos das partículas "refratadas", para verificar se a mudança de sua direção obedece à lei de Snell.

Faça uma esfera de aço rolar por tãda a guia do bloco-rampa auxiliar, no plano superior, de forma a atingir a rampa obliquamente. Re-

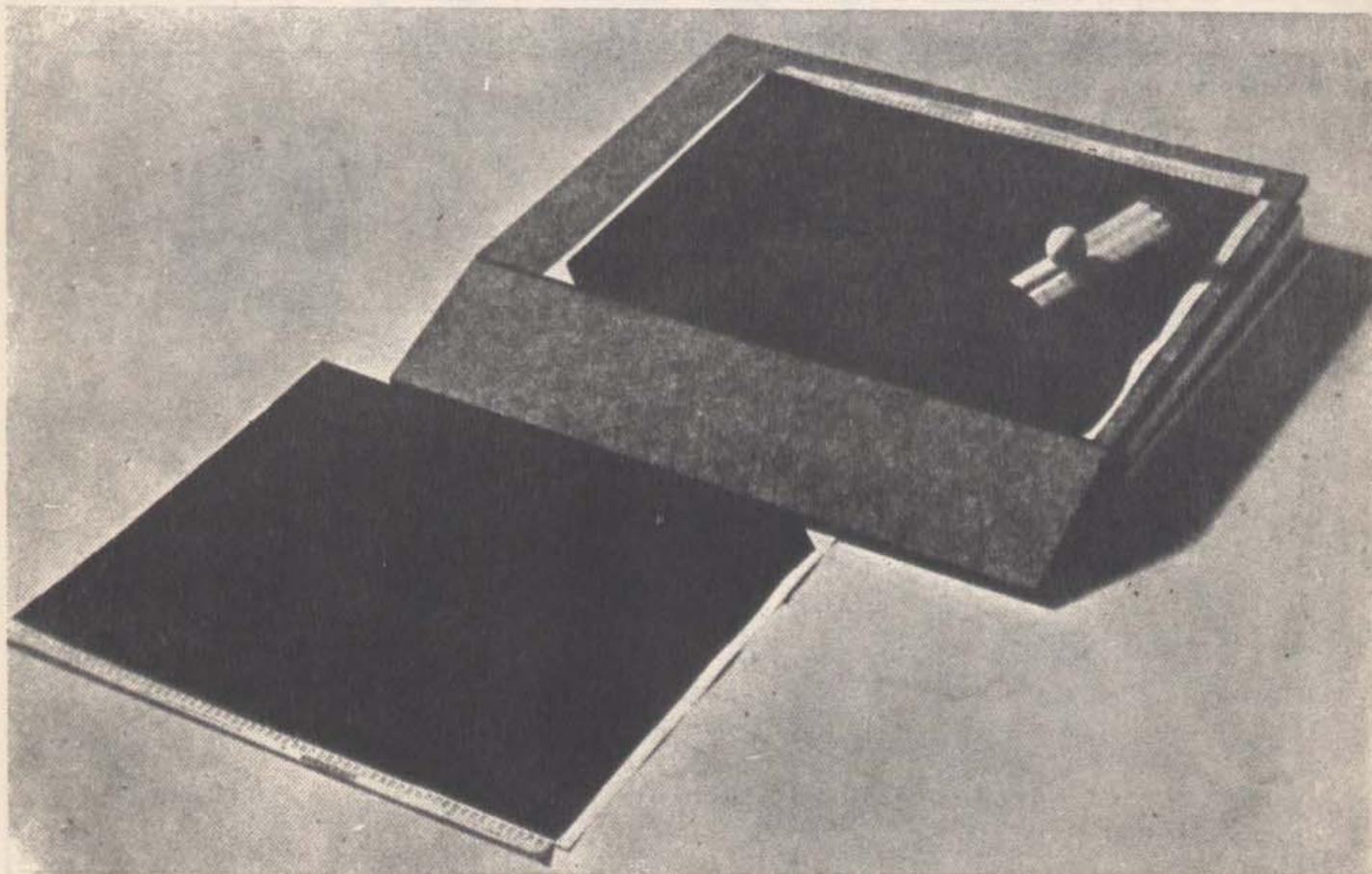


Figura 1. Disponha duas superfícies horizontais ligadas por uma pequena rampa. Certifique-se que as duas superfícies estão niveladas. Prenda, em cada superfície, uma fôlha de papel branco, de modo que seus bordos coincidam com os extremos da parte superior e da base da rampa, e cubra as fôlhas brancas com fôlhas de papel carbono fino.

movia o papel carbono e, para identificação, assinale as marcas feitas pela esfera nos planos superior e inferior. Repita o procedimento cinco ou seis vezes, para diferentes ângulos de incidência, tomando sempre o cuidado de que a posição de partida da esfera no bloco-rampa seja a mesma, para dar-lhe, em todos os casos a mesma velocidade inicial.

Meça e anote os ângulos de incidência e de refração, considerados a partir de normais aos extremos horizontais da rampa. Pode esta mudança na direção da esfera ser descrita pela lei de Snell? O que prediz este modelo corpuscular da luz sobre a velocidade da luz na água confrontada com sua velocidade no ar?

Poderia você fazer uma "lente" que focalizasse esferas em movimento?

II — 6. A intensidade de iluminação em função da distância

O modelo corpuscular da luz prediz que a intensidade de iluminação devida a uma fonte pontual será inversamente proporcional ao quadrado da distância à fonte. Testaremos esta previsão, medindo a iluminação a diferentes distâncias de uma fonte de luz.

Quando situamos um lápis entre um anteparo e duas fontes de luz *A* e *B*, dispostas como na Fig. 1, ambas as fontes projetarão, no anteparo, uma sombra do lápis; cada fonte iluminará a sombra produzida pela outra. Estando as duas sombras próximas ou ligeiramente sobrepostas, podem suas iluminações ser confrontadas precisamente. Se movimentamos a fonte *B*, aproximando-a ou afastando-a do anteparo, até que

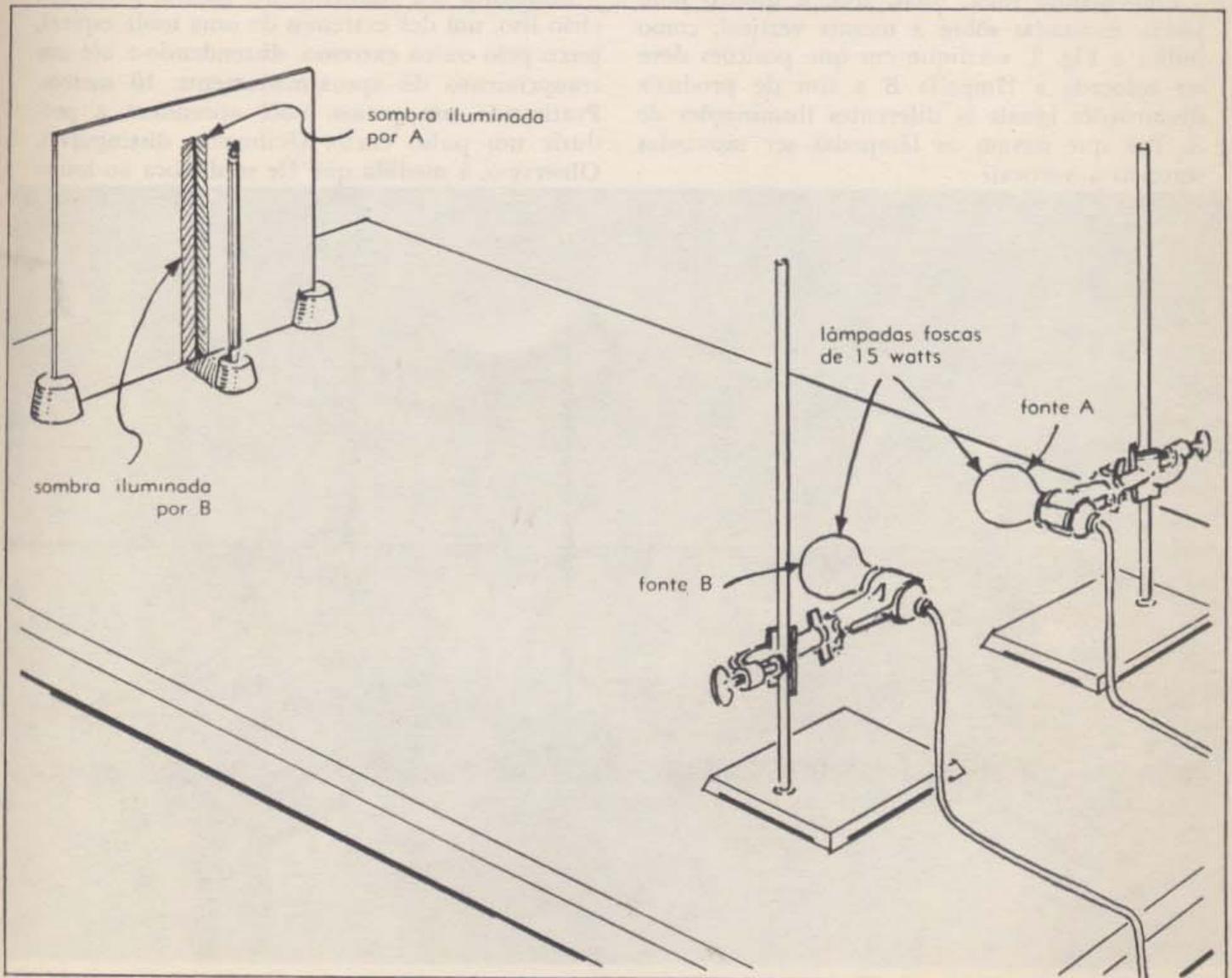


Fig. 1

as duas sombras se mostrem igualmente iluminadas, a iluminação de *A* será, então, igual à de *B*.

Se colocamos em *A* duas lâmpadas idênticas, presumiremos que a iluminação no anteparo devida a *A* é o dobro da iluminação produzida por uma lâmpada. Precisamos, então, aproximar *B* do anteparo para obter sombras igualmente iluminadas. Se empregamos três lâmpadas em *A*, precisamos aproximar *B* ainda mais, para obter sombras igualmente iluminadas. Modificando, por múltiplos conhecidos, a iluminação produzida por *A* no anteparo, podemos descobrir como varia a iluminação de *B* com sua distância ao anteparo.

Certifique-se, antes de iniciar a experiência, que todas as lâmpadas que você utilizará em *A*, fornecem a mesma iluminação no anteparo. Como fará você isto?

Empregando uma, duas, três, e quatro lâmpadas, montadas sobre a mesma vertical, como indica a Fig. 2, verifique em que posições deve ser colocada a lâmpada *B* a fim de produzir iluminações iguais às diferentes iluminações de *A*. Por que devem as lâmpadas ser montadas segundo a vertical?

Seus resultados confirmam a lei do inverso do quadrado, prevista pelo modelo corpuscular? Introduziria erros em seus resultados uma iluminação extemporânea do anteparo, como a da reflexão proveniente de uma camisa branca ou luz do aparelho de seu vizinho?

Pode você usar o aparelho para determinar se uma lâmpada de 60 watts é uma fonte quatro vezes mais intensa que uma lâmpada de 15 watts?

II — 7. Ondas numa mola espiral

Você provavelmente viu tipos diversos de ondas, não tendo com elas, porém, realizado experiências. Com a presente experiência, você iniciará um estudo detalhado de ondas.

Enquanto seu companheiro segura, sobre um chão liso, um dos extremos de uma mola espiral, puxe pelo outro extremo, distendendo-a até um comprimento de aproximadamente 10 metros. Praticando um pouco, você aprenderá a produzir um pulso curto, facilmente distinguível. Observe-o, à medida que ele se desloca ao longo

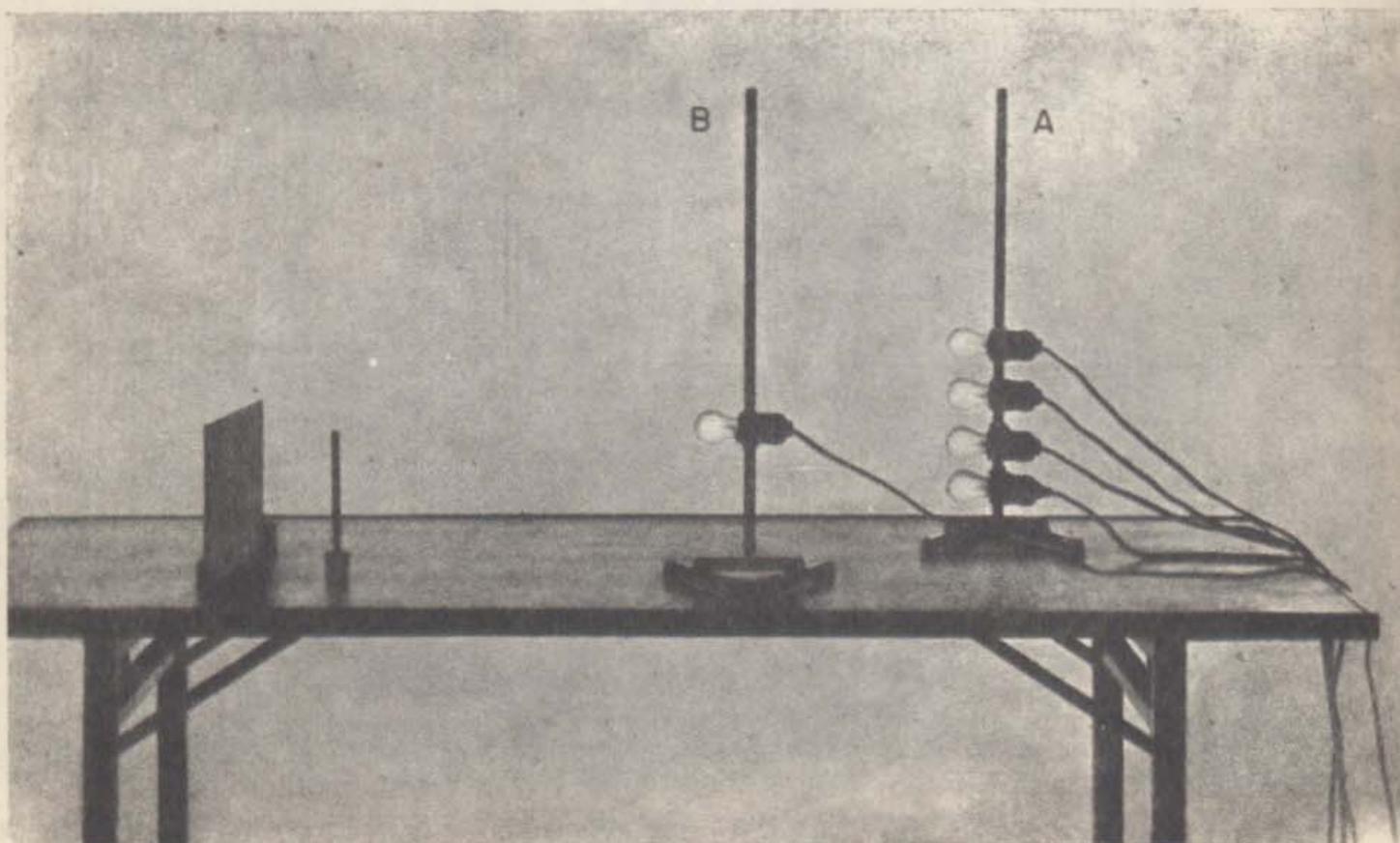


Fig. 2

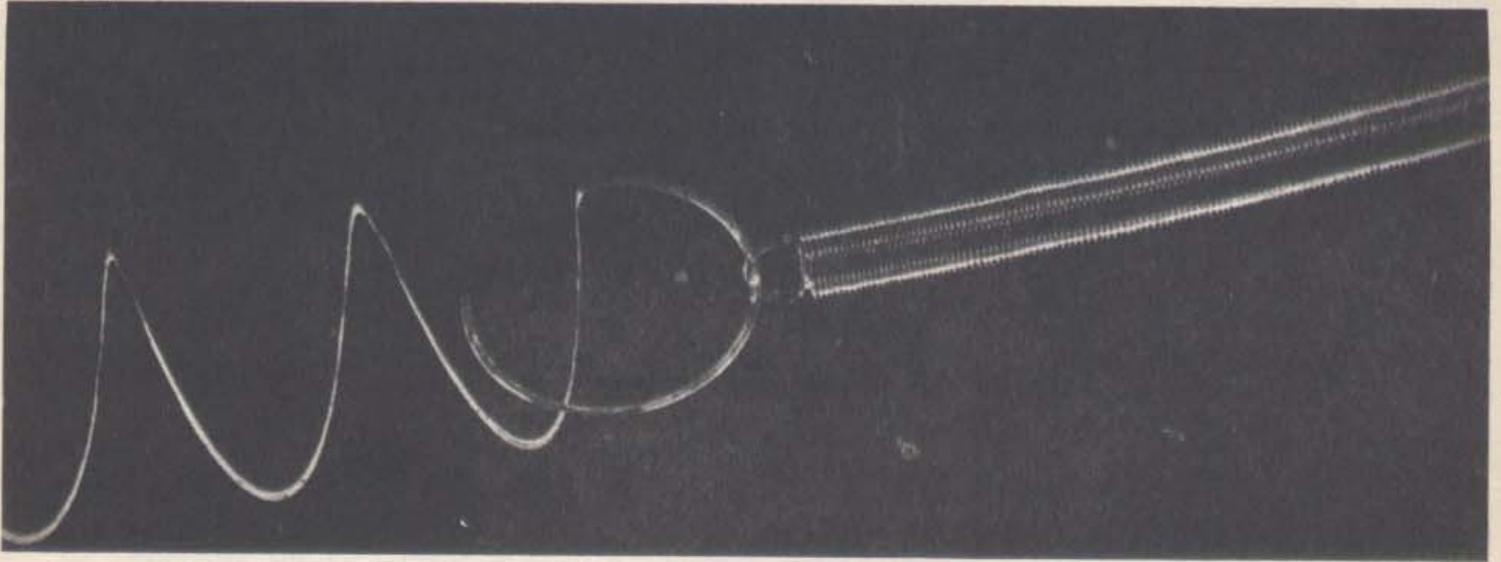


Fig. 1

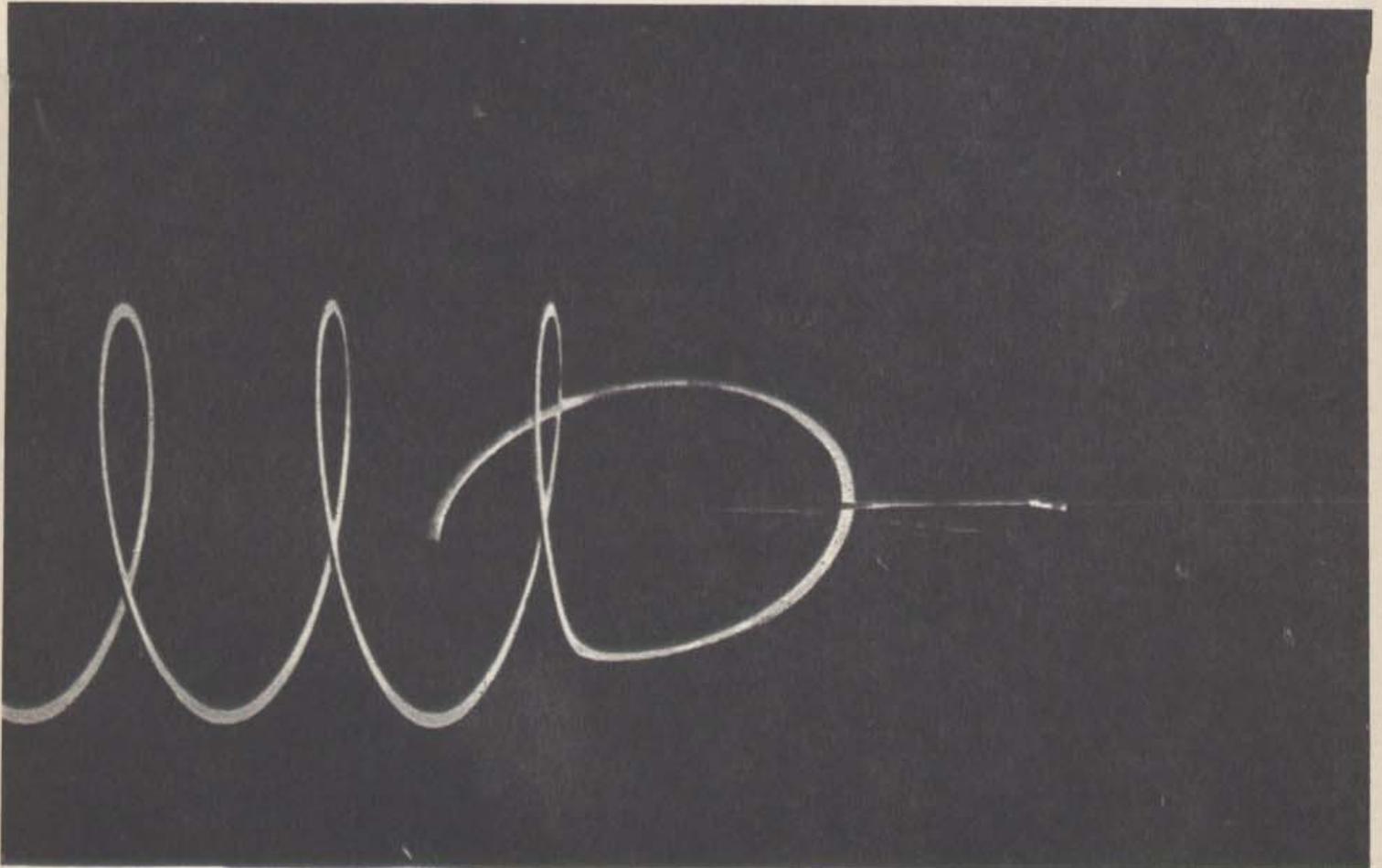


Fig. 2

da mola. Sua forma se modifica? Sua velocidade se altera?

Provoque alguns pulsos de tamanhos e formas diversas. A velocidade de propagação depende do tamanho do pulso? Para determinar a velocidade mais precisamente, deixe que o pulso volte e se adiante algumas vezes, supondo que sua velocidade não se altera com a reflexão. Como verifica você esta suposição?

Modifique a tensão da mola. Isto influi na velocidade do pulso? Consideraria você duas molas de mesmo material, distendidas em comprimentos diferentes, como sendo o mesmo meio, ou meios diversos?

Provoquem, você e seu companheiro, dois pulsos simultaneamente. Que acontece a eles quando colidem? Experimente-o com pulsos de diferentes tamanhos e formas, deslocando-se ao longo do mesmo lado e de lados opostos da mola.

Quando os pulsos se encontram, como se comparam o deslocamento máximo da mola com o deslocamento máximo de cada pulso independentemente? Você pode determinar o maior deslocamento de um pulso individual, movimentando sua mão numa distância definida, ao provocar o pulso. Um terceiro colega poderá marcar, com giz o maior deslocamento da mola quando os pulsos se encontram.

Podemos investigar a passagem de ondas de um meio para outro, juntando duas molas em espiral, nas quais as ondas se propagam com velocidades diferentes (Fig. 1). Mande um pulso inicialmente numa direção, e, depois, na outra. Que acontece quando os pulsos atingem a junção entre as duas molas?

Amarre um fio, longo e fino, a uma mola (Fig. 2). Como se reflete um pulso enviado ao longo da mola, quando atinge o fio? Como se compara esta reflexão com a que ocorre num extremo fixo? A velocidade do pulso no fio é maior ou menor que na mola?

II — 8. Pulsos em uma cuba de ondas

Monte uma cuba de ondas, anteparo, e fonte de luz, como está indicado na Fig. 1. Ponha água na cuba até uma altura de $\frac{1}{2}$ a $\frac{3}{4}$ cm, e meça esta altura nos quatro cantos, para certificar-se que o recipiente está nivelado.

Você dispõe, agora, de um instrumento muito conveniente para estudar o comportamento de ondas; ele apresenta uma vantagem em relação à mola espiral, por que a direção de propagação das ondas não está restrita a uma linha. Para verificá-lo, toque a água, levemente, com a ponta de seu dedo. Qual é a forma do pulso que você vê no anteparo? A velocidade do pulso é a mesma em tôdas as direções?

Você pode produzir, também, na cuba de ondas, pulsos retos, fazendo rolar, na água, um bastão comprido, numa fração de volta. (Ponha sua mão aberta sobre a superfície do bastão, e movimente-o para diante de, aproximadamente, um centímetro). Treine a produção de tais pulsos, até estar apto a formar alguns que dão imagens nítidas e brilhantes no anteparo. Os pulsos se mantêm retos enquanto se deslocam ao longo da cuba?

Coloque na cuba um obstáculo retilíneo, e produza pulsos que sobre ele incidem sob um ângulo de incidência de 0° . Em que direção eles se refletem? Faça refletir pulsos sob diversos ângulos de incidência. Os pulsos refletidos são retos? Qual a relação entre o ângulo de reflexão e o de incidência?

Ao invés de fazer medidas diretas para responder quantitativamente à última pergunta, você pode estudar algumas situações que demonstrarão claramente a relação entre os dois ângulos. Observe, por exemplo, como se reflete um pulso circular após colidir com um obstáculo retilíneo. Pode você localizar a fonte virtual do pulso refletido (a imagem da fonte do pulso incidente)? Como explicaria você o resultado?

Curve um pedaço de um tubo de borracha, de grande diâmetro, como mostra a Fig. 2. A forma que você lhe dará, é bem próxima à de uma parábola. Que observa quando usa este tubo, na cuba, como uma superfície refletora de pulsos retos? Localize o foco da parábola a partir da reflexão dos pulsos retos, e marque-o no anteparo. Tente seguir o movimento de vários pequenos segmentos do pulso. Como indicaria você a direção do movimento de cada segmento? Como se relaciona sua maneira de indicá-lo, com raios de luz? São paralelos os raios que representam a direção inicial do pulso?

Produza pulsos circulares no foco da parábola. Qual é a forma do pulso refletido? Há outros pontos que fornecerão o mesmo resultado? Para explicar suas observações, que deve você supor sobre a relação entre os ângulos de incidência e de reflexão?

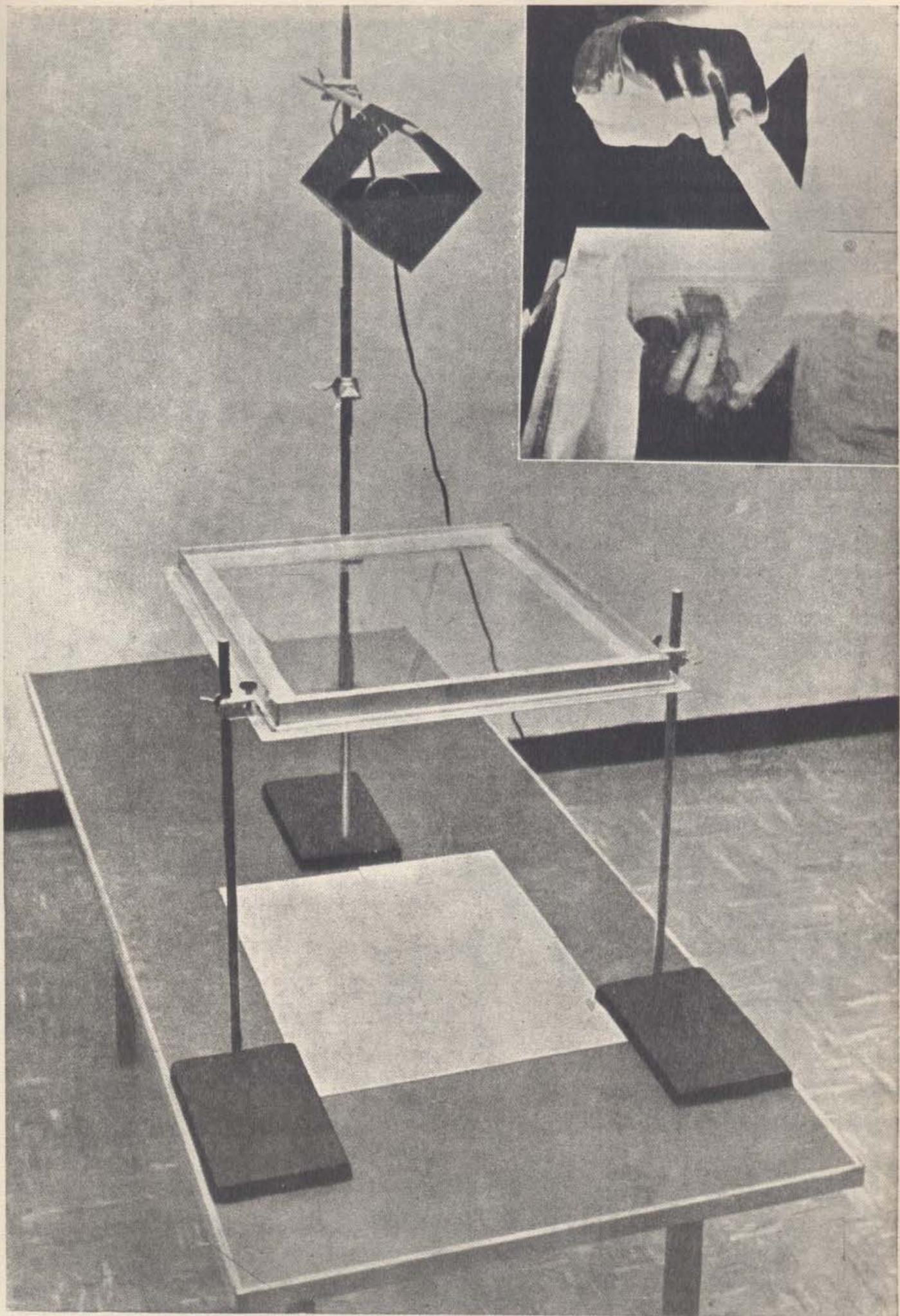


Fig. 1. (O detalhe mostra como deve ser colocado o amortecedor)

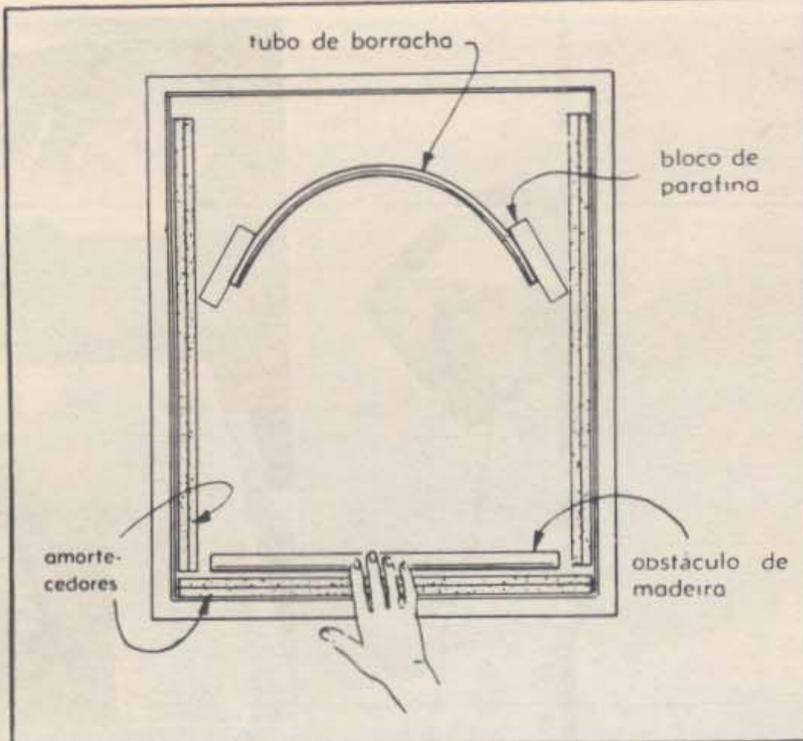


Fig. 2

II — 9. Ondas periódicas

A equação $v = f\lambda$, que relaciona a velocidade, a frequência, e o comprimento de onda de uma onda periódica é válida para todas as ondas periódicas. Aplicaremos, agora, esta relação para ondas produzidas na cuba de ondas e em uma mola espiral.

Monte o gerador de ondas retas, como está indicado na Fig. 1 (a altura de água deve ser de $\frac{1}{2}$ a $\frac{3}{4}$ cm). Treine, utilizando-o com frequências diversas. Observe as ondas através de seu estroboscópio (2 ou 4 fendas descobertas) e "pare" seu movimento.

Ajuste o gerador de ondas para alguma frequência baixa e peça a seu companheiro que o ajude a medir a frequência de rotação do estroboscópio, enquanto você "para" as ondas. Como se relaciona esta frequência com a das ondas?

Para determinar o comprimento de onda, "pare", com o estroboscópio, a figura de ondas, e peça ao seu companheiro que coloque dois lápis ou duas régua paralelamente às ondas, e distanciados de vários comprimentos de onda.

Faça diversas medidas da frequência e do comprimento de onda, e calcule a velocidade de propagação. Com que precisão você determinou a velocidade? Observe que você mediu

o comprimento de onda da imagem das ondas no anteparo. Como se relaciona este comprimento de onda aparente com o comprimento de onda real das ondas na água?

A figura de ondas também pode ser parada colocando um obstáculo no meio da cuba, como indica a Fig. 2. As ondas incidentes e refletidas se superpõem para dar uma figura estacionária — isto é, uma onda estacionária. Como se confronta a distância entre duas franjas brilhantes na onda estacionária com a distância na onda em movimento? Pode você medir o comprimento de onda a partir da figura de ondas estacionárias?

Pode você verificar uma modificação na velocidade, quando a altura de água é modificada para aproximadamente 2 cm?

Com um leve movimento de mão produza uma onda periódica numa mola espiral. Regule a frequência até que se forme uma onda estacionária. Medindo o comprimento de onda e a frequência, determine a velocidade da onda na mola.

Sem modificar o comprimento da mola, pode você produzir ondas estacionárias de comprimento de onda à sua escolha?

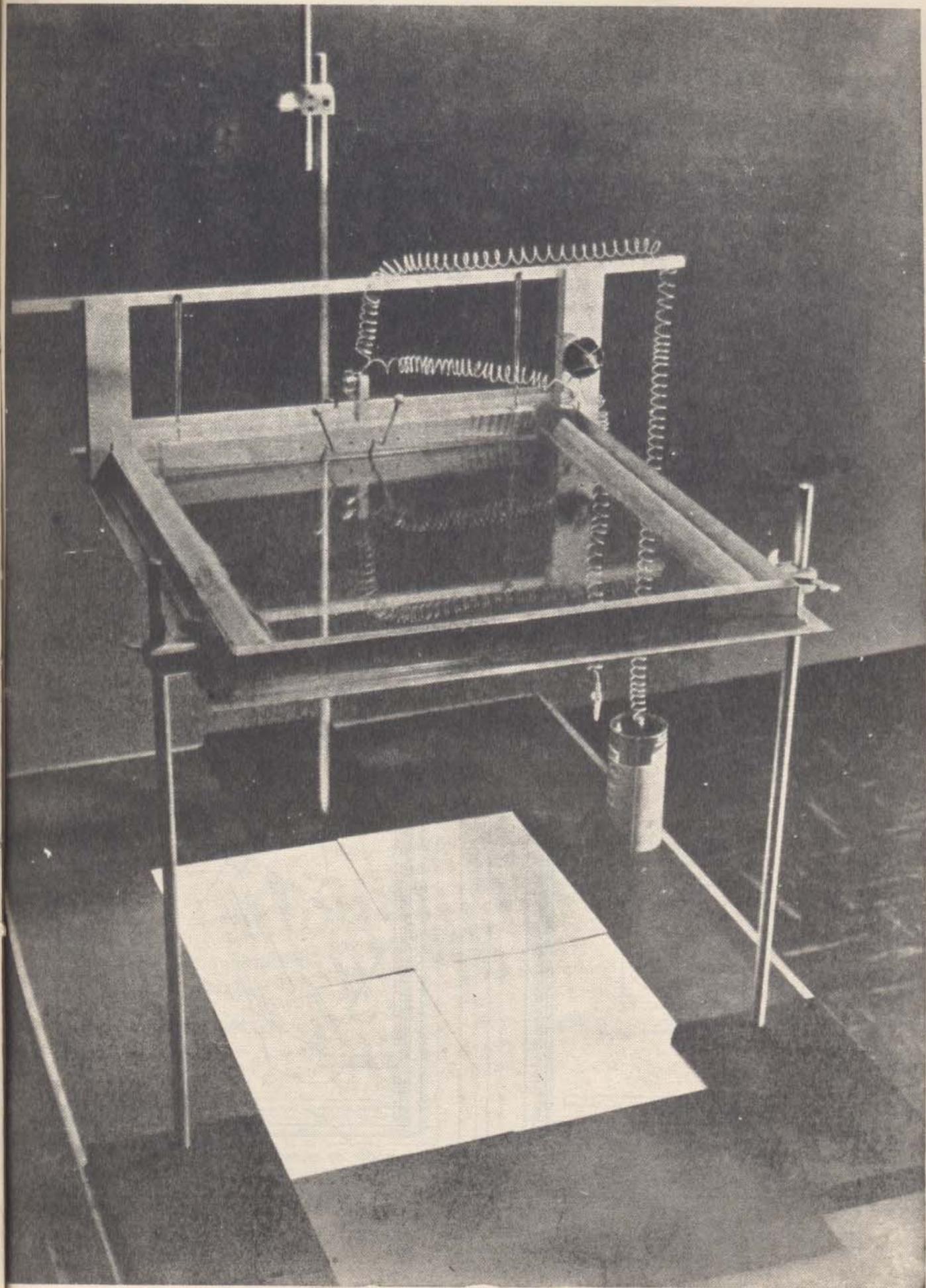


Fig. 1

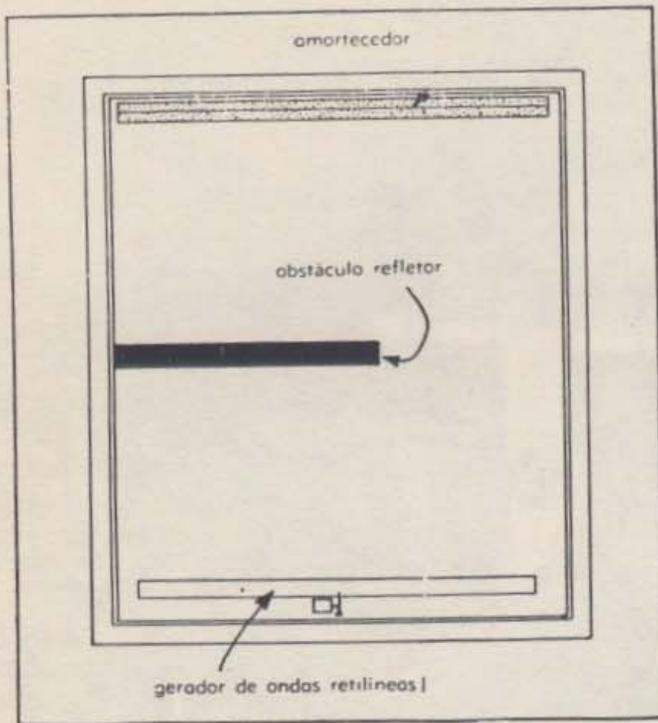


Fig. 2

Prenda, extremo a extremo, duas molas em espiral nas quais se propagam pulsos de velocidades diferentes. Experimente produzir, em am-

bas, uma onda estacionária. Fixe um extremo do par, e movimente o outro extremo. Como se confrontam, nos dois meios, as frequências, os comprimentos de onda, e as velocidades?

II — 10. Refração de ondas

Na Experiência II — 9, verificamos que a velocidade das ondas na água depende da altura da água. Duas profundidades diferentes de água constituem, portanto, dois meios diversos nos quais as ondas podem se propagar. Isto sugere que as ondas na água podem se refratar, se passarem, por exemplo, de água profunda para água menos profunda.

Coloque uma placa de vidro na cuba de ondas, de forma que sua superfície superior esteja, pelo menos, a 1,5 cm acima do fundo da cuba. Ponha mais água no recipiente, observando que a altura acima da placa não seja superior a 0,2 cm. Certifique-se da uniformidade da altura de água acima da placa de vidro.

Que acontecerá se ondas periódicas retas, originadas na água profunda passarem para a água mais rasa, sendo o limite entre os dois meios paralelo ao gerador de ondas (Fig. 1)? Verifique

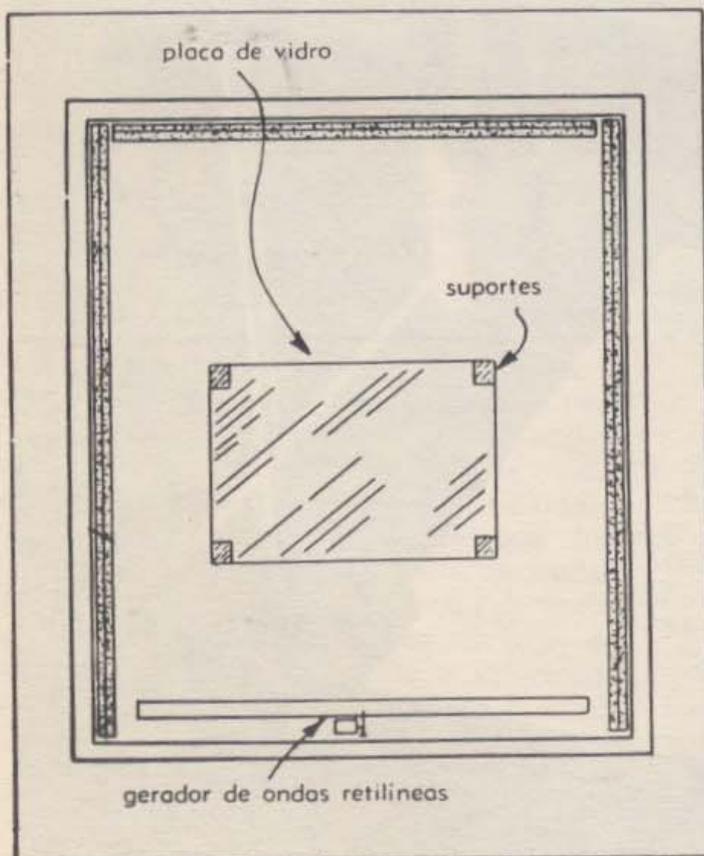


Fig. 1

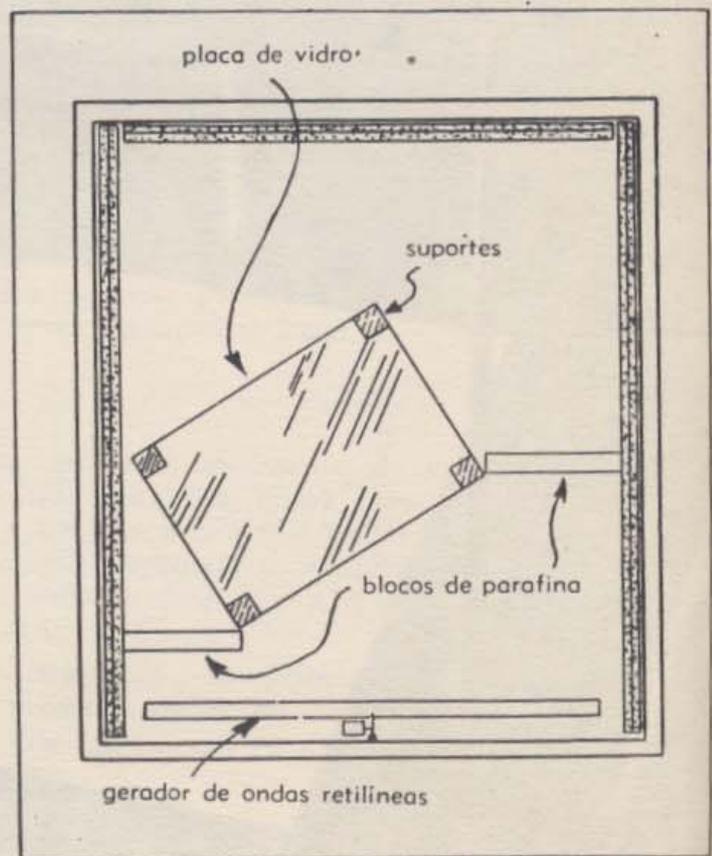


Fig. 2

sua previsão, considerando ondas de frequência muito baixa e usando um estroboscópio.

Gire, então, a placa de vidro, de forma que o limite não mais seja paralelo às ondas incidentes (Fig. 2). As ondas refratadas são retas? Como se compara o ângulo de refração com o ângulo de incidência? Como se comparam os comprimentos de onda nas duas seções? E, quanto às velocidades? Deixando o gerador em funcionamento (para manter a frequência constante), experimente outros ângulos de incidência.

Considerando em que meio a velocidade da luz é maior, um modelo ondulatório se ajusta melhor à refração da luz que um modelo corpuscular?

Estabelecer uma relação quantitativa entre os ângulos de incidência e de refração requer enorme cuidado. Mantendo a frequência constante, você pode medir o ângulo de refração correspondente e quatro ou cinco diferentes ângulos de incidência. Acima de que limite, escolheria você os ângulos de incidência? Que conclui de seus resultados?

II - 11. Ondas e obstáculos

Um objeto opaco, colocado no trajeto de um feixe paralelo de luz, projetará num anteparo situado atrás dele, uma sombra nítida. A sombra será do mesmo tamanho que o objeto. Que acontece quando colocamos um obstáculo no trajeto de uma onda reta?

Coloque, na cuba de ondas, um bloco de parafina, pequeno e liso, a aproximadamente 10 cm do gerador de ondas retas (Fig. 1), e produza ondas periódicas de comprimento de onda elevado. Continuam as ondas seu trajeto retilíneo, em ambos os lados do bloco? Poderia você suspeitar da presença do bloco observando a figura apenas nas proximidades do extremo mais afastado do anteparo? O bloco projeta uma sombra nítida?

Qual é o efeito sobre a figura, atrás do bloco, quando o comprimento de onda é reduzido pelo aumento de frequência? (Para obter ondas nítidas em alta frequência, deve o gerador ter sua superfície bem lisa. Certifique-se de que não há bôlhas em seu extremo). Para frequência elevada, a figura é melhor vista, observando-a através de um estroboscópio com tôdas as

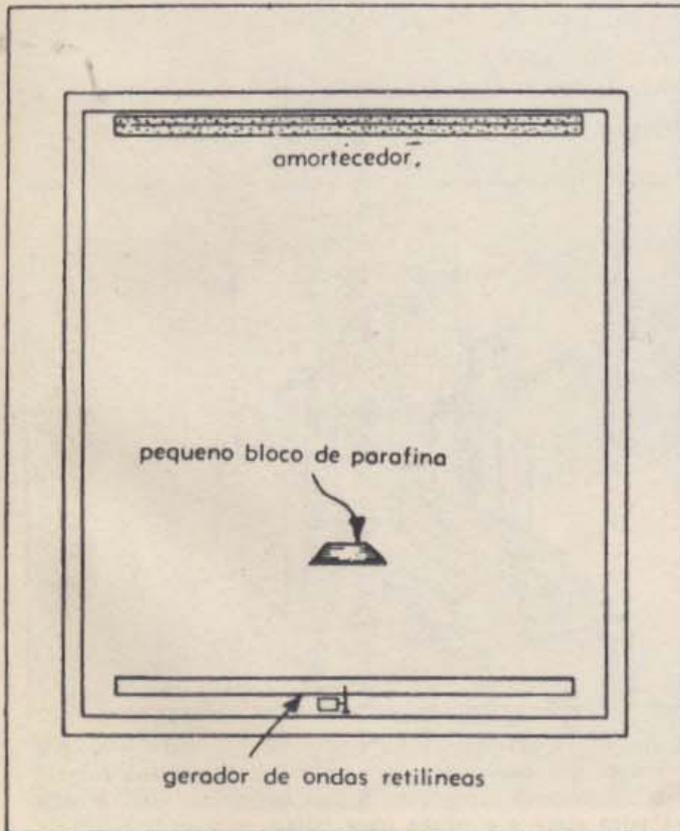


Fig. 2

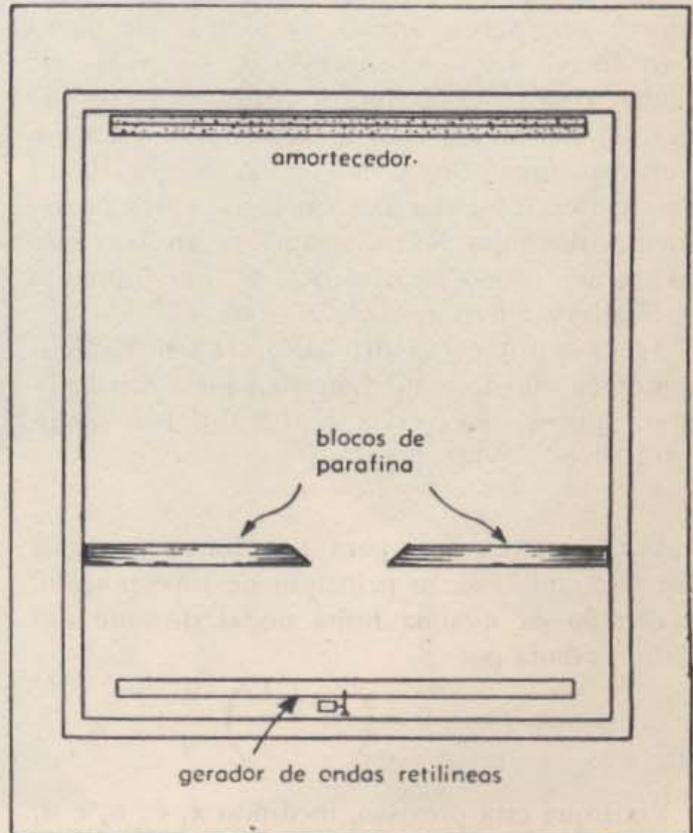


Fig. 1

fendas descobertas. Em que circunstâncias esperaria você uma sombra nítida projetada pelo bloco?

Façamos um feixe paralelo de luz atravessar uma pequena abertura. Sustentando um anteparo atrás da abertura, veremos uma mancha de luz de tamanho igual ao da abertura.

Você pode produzir uma situação análoga na cuba de ondas (Fig. 2). As ondas de grande comprimento de onda são ainda retas, além da fenda? As ondas continuam a se movimentar na sua direção primitiva? Que acontece se você diminui, pouco a pouco, o comprimento de onda? Mostre, em alguns desenhos, como a figura se modifica.

Agora que você observou o efeito do comprimento de onda sobre a figura de ondas atrás da fenda, como será afetada a figura com a mudança da largura da fenda? Experimente-o com um comprimento de onda médio. Como deve você regular o comprimento de onda para compensar a modificação na figura?

II — 12. Ondas de duas fontes pontuais

Que acontecerá se duas fontes pontuais, próximas, originarem ondas periódicas de igual frequência? Faça a experiência na cuba de ondas, com as duas fontes pontuais presas ao gerador de ondas retas, e distanciadas de aproximadamente 5 cm. Como descreveria a figura resultante? Há zonas nas quais as ondas provenientes das duas fontes sempre se anulam mutuamente? Como se modifica a figura quando você altera a frequência?

Mude a distância entre as fontes sem parar o motor (a fim de manter a frequência tão constante quanto possível). Como influi isto na figura?

Você aprendeu que para duas fontes pontuais em fase, aplicando o princípio de superposição, a direção da n -ésima linha nodal distante das fontes é dada por

$$\text{sen } \theta_n = \frac{x}{L} = \left(n - \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{d}$$

Verifique esta previsão, medindo x , L , n , e d , calculando o comprimento de onda a partir da

relação acima, e comparando o valor resultante com o obtido na medida direta do comprimento de onda.

Você lembra que as ondas retas passando por uma fenda estreita são fortemente difratadas. Se as fendas são suficientemente estreitas, elas atuarão como fontes pontuais. Pode você repetir a experiência em questão usando o gerador de ondas retas e duas fendas obtidas com blocos de parafina adequadamente dispostos?

II — 13. Interferência e fase

Na experiência anterior, investigamos a figura de interferência produzida por duas fontes pontuais em fase. Nesta experiência aprenderemos de que forma uma modificação na diferença de fase entre as duas fontes pontuais afeta a direção das linhas nodais na figura de interferência.

Na Fig. 1 mostra-se um gerador no qual pode ser regulada a diferença de fase. Escolha uma distância entre as fontes e um comprimento de onda igual aos usados na experiência anterior, e regule as fontes em fase. Obtém você o mesmo tipo de figura que resultou com seu gerador comum?

Modifique a fase, então, pouco a pouco, e observe a mudança na direção das linhas no-

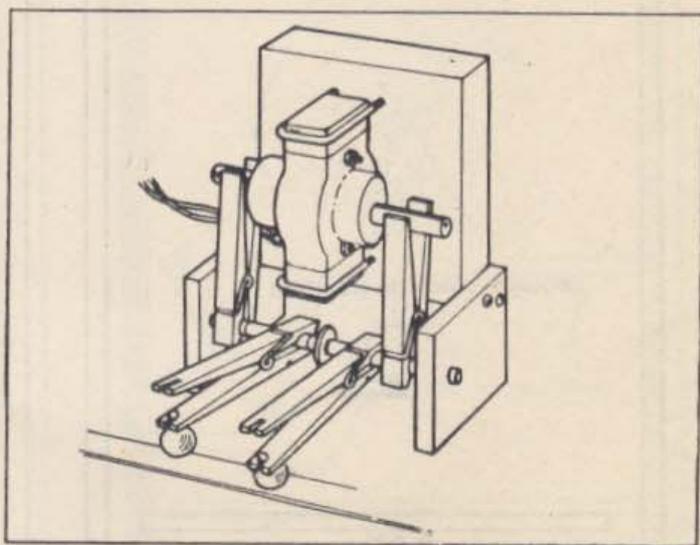


Figura 1. Acoplado ao eixo do motor, de cada lado, encontra-se um excêntrico. Se ambos estão situados para cima, ao mesmo tempo, as fontes estão em fase. Se um está para cima e o outro para baixo, o retardamento de fase é um meio.

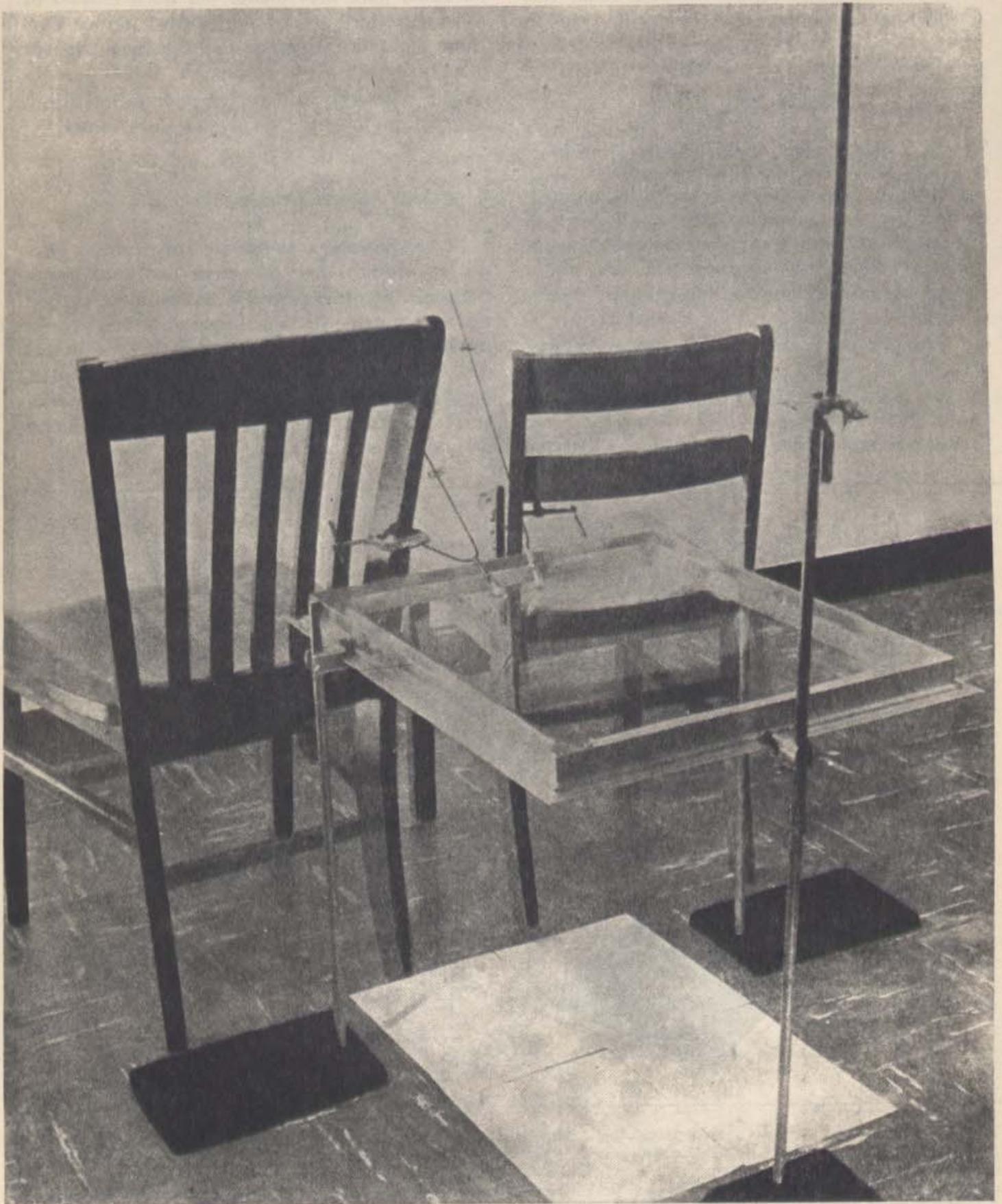


Figura 2. Cada fonte pontual consta de um cabide com uma esfera e um terminal "jacaré" ligados como mostra a figura. A movimentação dos cursores permite regular a frequência. É importante que as fontes estejam fortemente solidárias a bases pesadas.

uais. Valendo-se da figura em fase como referência, qual é a mudança na posição da primeira linha nodal, à medida que você altera de zero para um a diferença de fase? Como se modifica a posição da segunda linha nodal?

Se você pudesse mudar a fase das fontes enquanto o gerador está funcionando, que aspecto esperaria encontrar na figura de interferência?

Usando os dois geradores como está indicado na Fig. 2, você pode modificar a diferença de fase entre as duas fontes, valendo-se somente de uma interrupção muito curta das ondas. Movimente os extremos dos dois cabides: observe a formação de linhas nodais à medida que as ondas se alastram. São as linhas nodais estacionárias? Têm as duas fontes a mesma frequência?

Após ter regulado as frequências para que sejam iguais, movimente os extremos dos fios. Quando as ondas tiverem alcançado o extremo

da cuba, pare brevemente um fio e mova-o de novo. Alterou você a fase das duas fontes? Continue agitando os extremos dos cabides alternadamente. Que acontece com as linhas nodais?

Que esperaria você ver se pudesse modificar, muito rapidamente, a fase das duas fontes?

II — 14. Experiência de Young

Já verificamos a figura de interferência produzida, numa cuba de ondas, por duas fontes pontuais. Se observarmos duas fontes de luz em fase, esperamos ver, em certas direções, luz de intensidade máxima e, nenhuma luz em outras direções (as direções das linhas nodais). A partir da direção das linhas nodais e da distância entre as fontes, podemos calcular o comprimento de onda da luz.

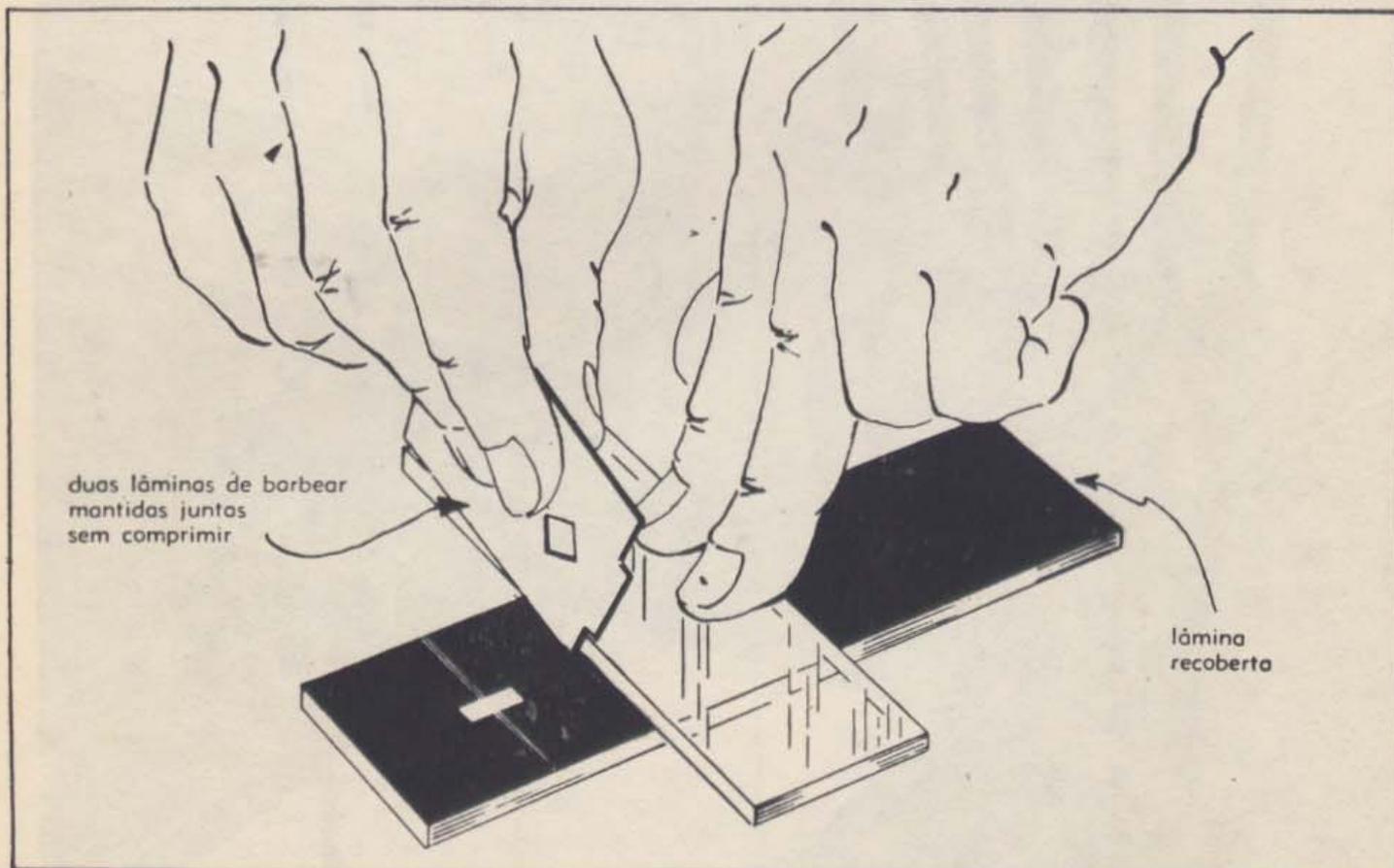


Figura 1. Cubra uma lâmina de vidro com uma suspensão coloidal de grafite, e deixe-a secar. Risque um par de fendas, como mostra a figura, segurando conjunta e levemente as lâminas de barbear, e fazendo pouca pressão. Prepare diversos pares de fendas. Selecione, para usar, aqueles que mostram claramente, pelo menos, três linhas brancas quando você olha para a lâmpada. Risque uma "janela" através de cada par de fendas. Isto lhe permitirá ver a figura através das fendas, e, simultaneamente, ler numa escala.

Para impedir estragos nas fendas, é conveniente cobrir com uma lâmina limpa a lâmina revestida, e juntá-las com papel gomado.

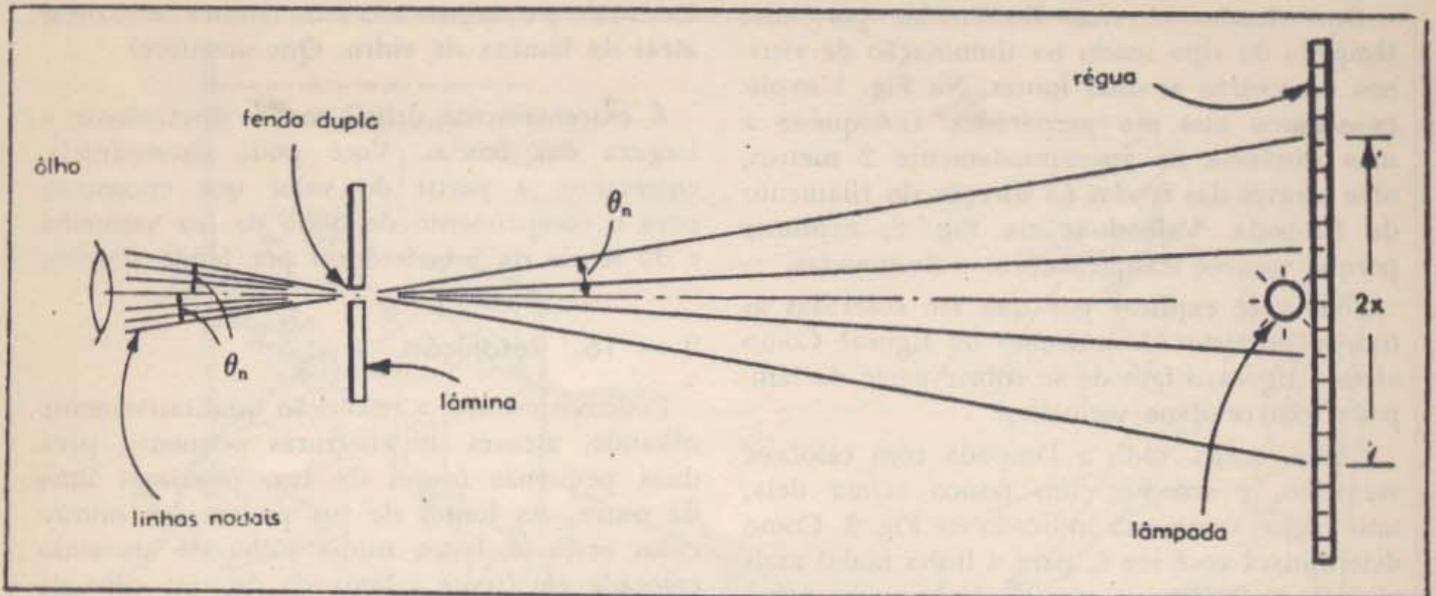


Fig. 2

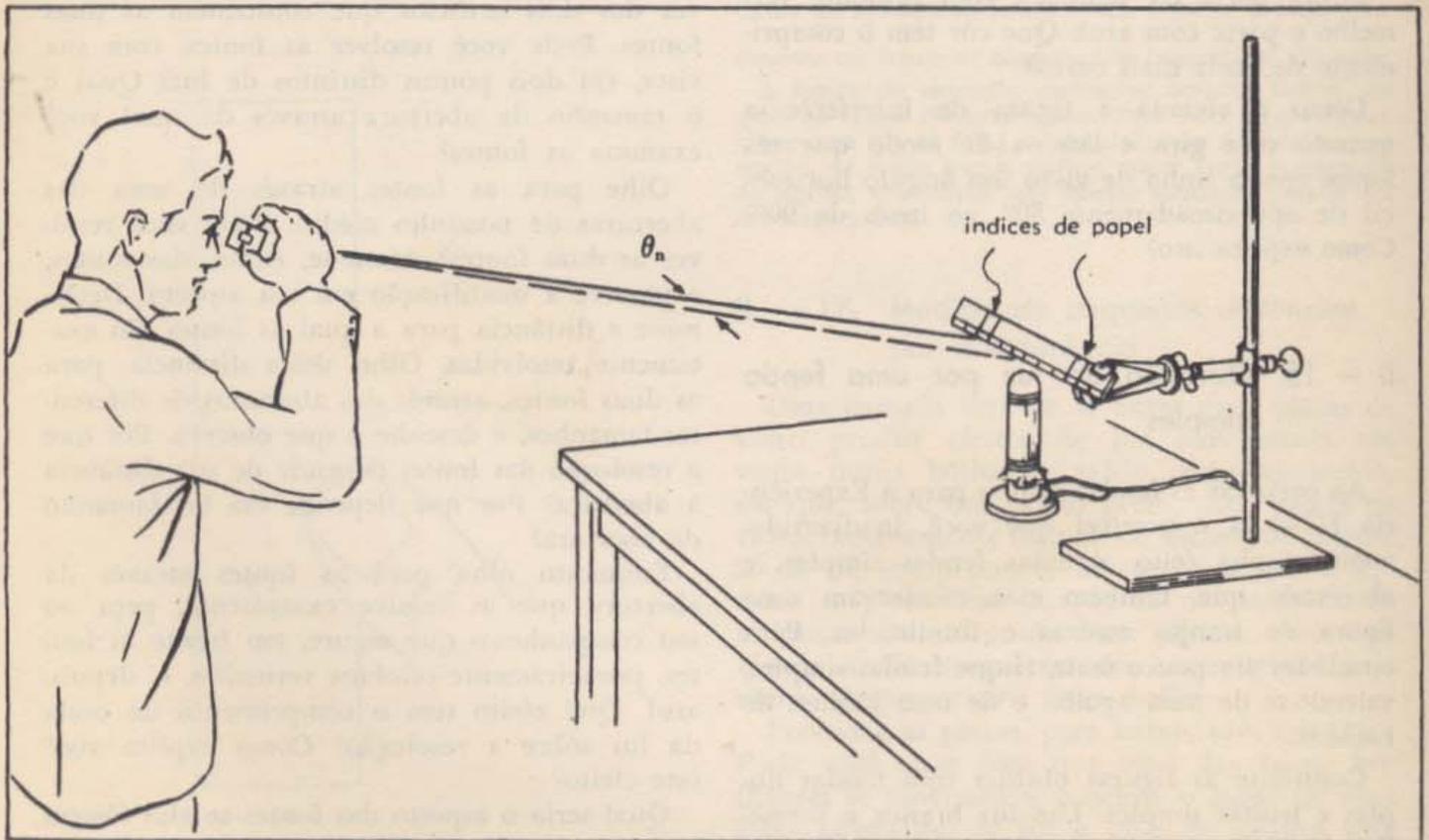


Figura 3. A figura de interferência e os índices de papel na régua podem ser vistos simultaneamente, olhando, ao mesmo tempo, através das fendas e da "janela". O celofane é prêso à lâmpada por elásticos.

Duas fendas estreitas iluminadas por uma lâmpada do tipo usado na iluminação de vitrines, fornecerão as duas fontes. Na Fig. 1 explica-se como elas são preparadas. Coloque-se a uma distância de aproximadamente 2 metros, olhe através das fendas na direção do filamento da lâmpada. Valendo-se da Fig. 2, explique porque você vê franjas escuras e iluminadas.

Pode você explicar por que são coloridas as franjas próximas do extremo da figura? Como afeta a figura o fato de se cobrir parte da lâmpada com celofane vermelho?

Cubra, então, toda a lâmpada com celofane vermelho, e coloque, um pouco acima dela, uma régua, como está indicado na Fig. 3. Como determinará você θ_n para a linha nodal mais afastada e facilmente visível? Você pode determinar a distância entre as fendas, medindo, por meio do micrômetro óptico, a espessura de uma das lâminas de barbear. Qual é o comprimento de onda da luz vermelha?

Repita suas medidas para verificar a origem do maior erro. Que precisão apresenta sua determinação do comprimento de onda?

Cubra parte da lâmpada com celofane vermelho e parte com azul. Que cor tem o comprimento de onda mais curto?

Como é afetada a figura de interferência quando você gira a lâmina de modo que ela forme com a linha de visão um ângulo horizontal de aproximadamente 30° , ao invés de 90° ? Como explica isto?

II — 15. Difração da luz por uma fenda simples

Ao preparar as fendas duplas para a Experiência II — 14 é possível que você, inadvertidamente, tenha feito algumas fendas simples, e observado que, também elas, mostravam uma figura de franjas escuras e iluminadas. Para estudá-las um pouco mais, risque fendas simples, valendo-se de uma agulha e de uma lâmina de barbear.

Confronte as figuras obtidas com fendas duplas e fendas simples. Use luz branca e vermelha. Enquanto olha para a lâmpada através de uma fenda dupla, experimente encobrir uma das

fendas do par, segurando uma lâmina de barbear atrás da lâmina de vidro. Que acontece?

É extremamente difícil medir diretamente a largura das fendas. Você pode determiná-la, entretanto, a partir do valor que encontrou para o comprimento de onda da luz vermelha e da teoria da interferência por fenda simples.

II — 16. Resolução

Podemos estudar a resolução qualitativamente olhando, através de aberturas pequenas, para duas pequenas fontes de luz, próximas uma da outra. As fontes de luz podem ser minúsculos orifícios feitos numa folha de alumínio colocada em frente à lâmpada de uma cuba de ondas, e as aberturas através das quais olhamos podem ser orifícios de diversos tamanhos praticados num outro pedaço de folha de alumínio. A Fig. 1 mostra uma montagem deste tipo.

Olhe para as duas fontes, com uma das vistas, de uma distância de aproximadamente um metro. Certifique-se que a luz forte, vinda diretamente do filamento, atinge sua vista através dos dois orifícios que constituem as duas fontes. Pode você resolver as fontes, com sua vista, em dois pontos distintos de luz? Qual é o tamanho da abertura através da qual você examina as fontes?

Olhe para as fontes através de uma das aberturas de tamanho médio. Pode você resolver as duas fontes? Afaste-se, então, das fontes, e observe a modificação em seu aspecto. Determine a distância para a qual as fontes são exatamente resolvidas. Olhe, desta distância, para as duas fontes, através das aberturas de diferentes tamanhos, e desenhe o que observa. Por que a resolução das fontes depende de sua distância à abertura? Por que depende ela do tamanho da abertura?

Enquanto olha para as fontes através da abertura que as resolve exatamente, peça ao seu companheiro que segure, em frente às fontes, primeiramente celofane vermelho, e, depois, azul. Que efeito tem o comprimento de onda da luz sobre a resolução? Como explica você este efeito?

Qual seria o aspecto das fontes se elas fossem maiores, mas a distância entre seus bordos internos permanecesse igual?

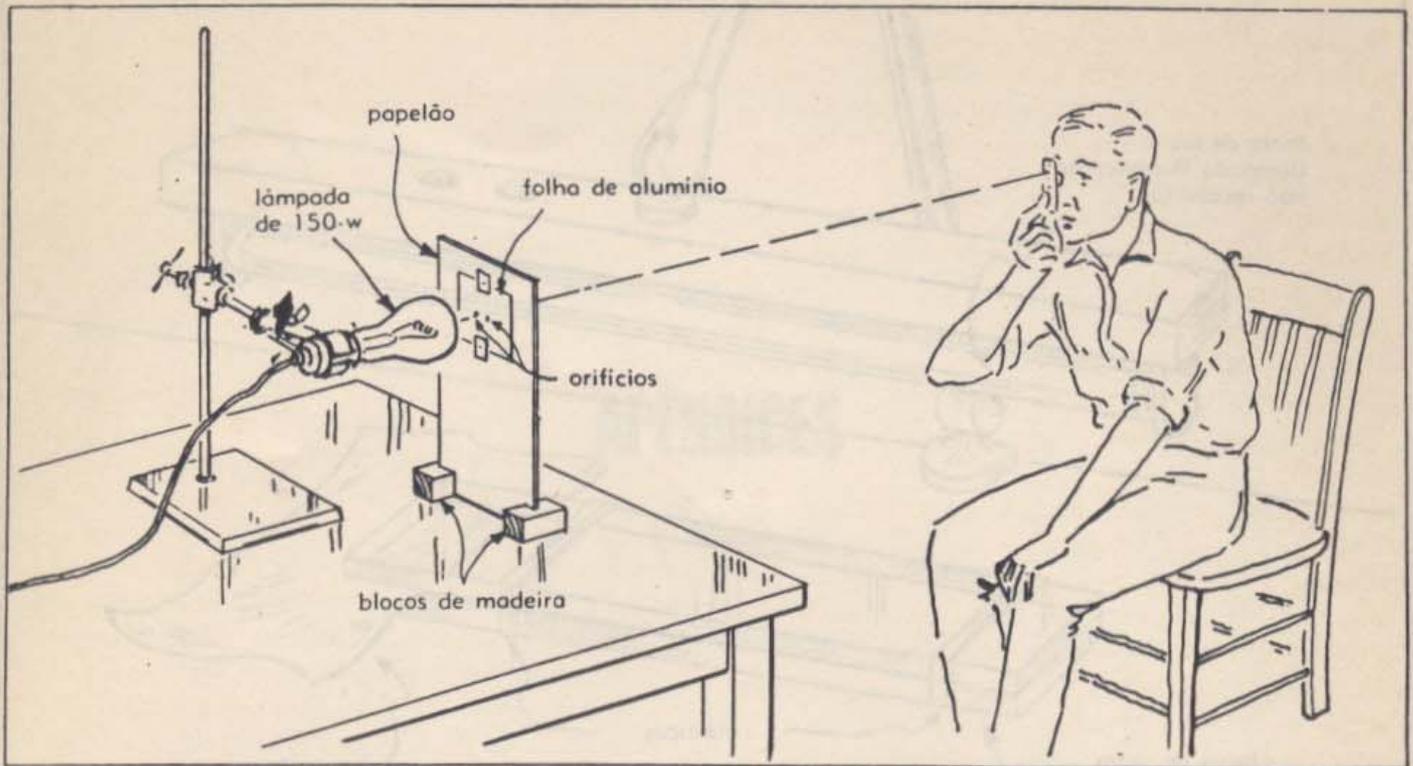
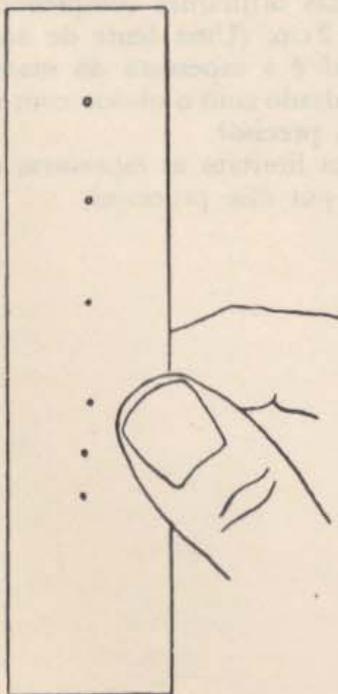


Figura 1. Para obter as fontes, faça com uma agulha, num pedaço de fôlha de alumínio, dois orifícios distanciados de aproximadamente $\frac{3}{4}$ cm. Coloque a fôlha diretamente em frente ao filamento da lâmpada de 150 watts.

A figura da esquerda mostra os orifícios através dos quais as fontes são examinadas. Para fazer estes orifícios, pique uma tira de fôlha de alumínio com a ponta de uma agulha, de modo que o orifício maior tenha a espessura da agulha, e o menor seja apenas suficiente para se ver luz através dêle.



II — 17. Medida de pequenas distâncias por interferência

Uma camada fina de ar entre duas placas de vidro produz efeitos de luz semelhantes aos vistos numa bôlha de sabão. Para verificá-lo, coloque, sôbre um fundo prêto, duas placas de vidro, recentemente limpas, de aproximadamente 20 cm de comprimento. Escureça a sala e ilumine a placa com luz verde ou amarela. Se as placas de vidro são bem planas, você verá alguns anéis irregulares de luz refletida pelo vidro. O que origina êstes anéis?

Pressione as placas, para baixo, com um lápis. Pode você fazer com que uma das faixas brilhantes se movimente, e ocupe o lugar de uma faixa adjacente? Se fôr o caso, de quanto você aproximou a placa superior da inferior no ponto considerado?

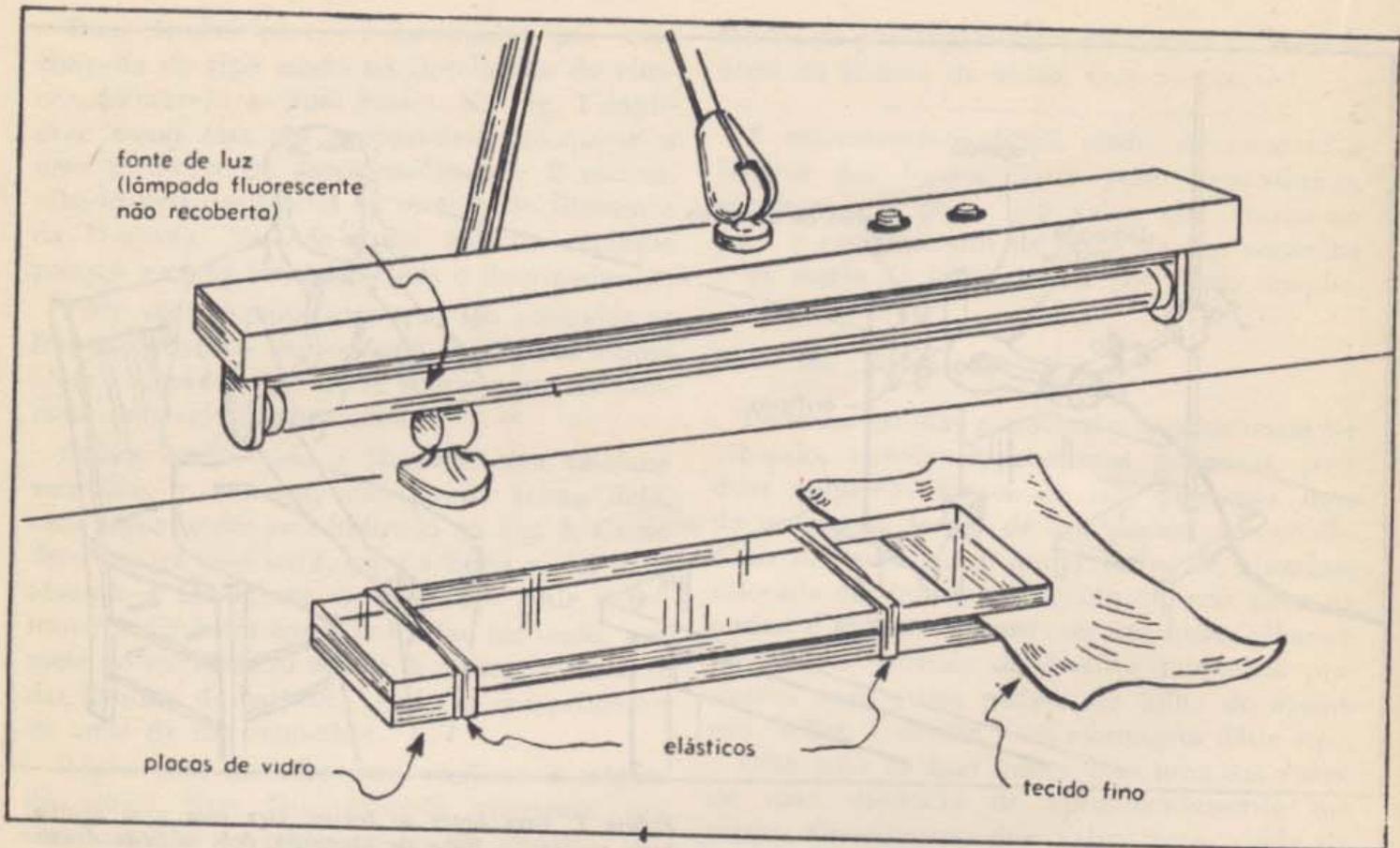


Fig. 1

Você pode medir a espessura de um pedaço de tecido muito fino, inserindo-o entre as placas, em um dos extremos (Fig. 1). Certifique-se que o tecido é liso, e que as placas estão bem limpas. (Mantenha as placas fortemente ajustadas, por meio de elásticos colocados perto de cada extremo).

De quanto varia a distância das placas entre

duas faixas brilhantes adjacentes? Conte o número de faixas brilhantes compreendidas numa extensão de 2 cm. (Uma lente de aumento ajudá-lo-á). Qual é a espessura do material? Compare seu resultado com o obtido com um palmer. Qual é mais preciso?

Que fatores limitam as espessuras que podem ser medidas por esse processo?

APÊNDICE 1

Tábua de Funções Trigonômicas

sen (leia abaixo)

	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9		
0°	0,0000	0,0017	0,0035	0,0052	0,0070	0,0087	0,0105	0,0122	0,0140	0,0157	0,0175	89°
1°	0,0175	0,0192	0,0209	0,0227	0,0244	0,0262	0,0279	0,0297	0,0314	0,0332	0,0349	88°
2°	0,0349	0,0366	0,0384	0,0401	0,0419	0,0436	0,0454	0,0471	0,0488	0,0506	0,0523	87°
3°	0,0523	0,0541	0,0558	0,0576	0,0593	0,0610	0,0628	0,0645	0,0663	0,0680	0,0698	86°
4°	0,0698	0,0715	0,0732	0,0750	0,0767	0,0785	0,0802	0,0819	0,0837	0,0854	0,0872	85°
5°	0,0872	0,0889	0,0906	0,0924	0,0941	0,0958	0,0976	0,0993	0,1011	0,1028	0,1045	84°
6°	0,1045	0,1063	0,1080	0,1097	0,1115	0,1132	0,1149	0,1167	0,1184	0,1201	0,1219	83°
7°	0,1219	0,1236	0,1253	0,1271	0,1288	0,1305	0,1323	0,1340	0,1357	0,1374	0,1392	82°
8°	0,1392	0,1409	0,1426	0,1444	0,1461	0,1478	0,1495	0,1513	0,1530	0,1547	0,1564	81°
9°	0,1564	0,1582	0,1599	0,1616	0,1633	0,1650	0,1668	0,1685	0,1702	0,1719	0,1736	80°
10°	0,1736	0,1754	0,1771	0,1788	0,1805	0,1822	0,1840	0,1857	0,1874	0,1891	0,1908	79°
11°	0,1908	0,1925	0,1942	0,1959	0,1977	0,1994	0,2011	0,2028	0,2045	0,2062	0,2079	78°
12°	0,2079	0,2096	0,2113	0,2130	0,2147	0,2164	0,2181	0,2198	0,2115	0,2233	0,2250	77°
13°	0,2250	0,2267	0,2284	0,2300	0,2317	0,2334	0,2351	0,2368	0,2385	0,2402	0,2419	76°
14°	0,2419	0,2436	0,2453	0,2470	0,2487	0,2504	0,2521	0,2538	0,2554	0,2571	0,2588	75°
15°	0,2588	0,2605	0,2622	0,2639	0,2656	0,2672	0,2689	0,2706	0,2723	0,2740	0,2756	74°
16°	0,2756	0,2773	0,2790	0,2807	0,2823	0,2840	0,2857	0,2874	0,2890	0,2907	0,2924	73°
17°	0,2924	0,2940	0,2957	0,2974	0,2990	0,3007	0,3024	0,3040	0,3057	0,3074	0,3090	72°
18°	0,3090	0,3107	0,3123	0,3140	0,3156	0,3173	0,3190	0,3206	0,3223	0,3239	0,3256	71°
19°	0,3256	0,3272	0,3289	0,3305	0,3322	0,3338	0,3355	0,3371	0,3387	0,3404	0,3420	70°
20°	0,3420	0,3437	0,3453	0,3469	0,3486	0,3502	0,3518	0,3535	0,3551	0,3567	0,3584	69°
21°	0,3584	0,3600	0,3616	0,3633	0,3649	0,3665	0,3681	0,3697	0,3714	0,3730	0,3746	68°
22°	0,3746	0,3762	0,3778	0,3795	0,3811	0,3827	0,3843	0,3859	0,3875	0,3891	0,3907	67°
23°	0,3907	0,3923	0,3939	0,3955	0,3971	0,3987	0,4003	0,4019	0,4035	0,4051	0,4067	66°
24°	0,4067	0,4083	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4163	0,4179	0,4195	0,4210	0,4226	65°
25°	0,4226	0,4242	0,4258	0,4274	0,4289	0,4305	0,4321	0,4337	0,4352	0,4368	0,4384	64°
26°	0,4384	0,4399	0,4415	0,4431	0,4446	0,4462	0,4478	0,4493	0,4509	0,4524	0,4540	63°
27°	0,4540	0,4555	0,4571	0,4586	0,4602	0,4617	0,4633	0,4648	0,4664	0,4679	0,4695	62°
28°	0,4695	0,4710	0,4726	0,4741	0,4756	0,4772	0,4787	0,4802	0,4818	0,4833	0,4848	61°
29°	0,4848	0,4863	0,4879	0,4894	0,4909	0,4924	0,4939	0,4955	0,4970	0,4985	0,5000	60°
30°	0,5000	0,5015	0,5030	0,5045	0,5060	0,5075	0,5090	0,5105	0,5120	0,5135	0,5150	59°
31°	0,5150	0,5165	0,5180	0,5195	0,5210	0,5225	0,5240	0,5255	0,5270	0,5284	0,5299	58°
32°	0,5299	0,5314	0,5329	0,5344	0,5358	0,5373	0,5388	0,5402	0,5417	0,5432	0,5446	57°
33°	0,5446	0,5461	0,5476	0,5490	0,5505	0,5519	0,5534	0,5548	0,5563	0,5577	0,5592	56°
34°	0,5592	0,5606	0,5621	0,5635	0,5650	0,5664	0,5678	0,5693	0,5707	0,5721	0,5736	55°
35°	0,5736	0,5750	0,5764	0,5779	0,5793	0,5807	0,5821	0,5835	0,5850	0,5864	0,5878	54°
36°	0,5878	0,5892	0,5906	0,5920	0,5934	0,5948	0,5962	0,5976	0,5990	0,6004	0,6018	53°
37°	0,6018	0,6032	0,6046	0,6060	0,6074	0,6088	0,6101	0,6115	0,6129	0,6143	0,6157	52°
38°	0,6157	0,6170	0,6184	0,6198	0,6211	0,6225	0,6239	0,6252	0,6266	0,6280	0,6293	51°
39°	0,6293	0,6307	0,6320	0,6334	0,6347	0,6361	0,6374	0,6388	0,6401	0,6414	0,6428	50°
40°	0,6428	0,6441	0,6455	0,6468	0,6481	0,6494	0,6508	0,6521	0,6534	0,6547	0,6561	49°
41°	0,6561	0,6574	0,6587	0,6600	0,6613	0,6626	0,6639	0,6652	0,6665	0,6678	0,6691	48°
42°	0,6691	0,6704	0,6717	0,6730	0,6743	0,6756	0,6769	0,6782	0,6794	0,6807	0,6820	47°
43°	0,6820	0,6833	0,6845	0,6858	0,6871	0,6884	0,6896	0,6909	0,6921	0,6934	0,6947	46°
44°	0,6947	0,6959	0,6972	0,6984	0,6997	0,7009	0,7022	0,7034	0,7046	0,7059	0,7071	45°

cos (leia acima)

Tábua de Funções Trigonométricas

sen (leia abaixo)

	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9		
45°	0,7071	0,7083	0,7096	0,7108	0,7120	0,7133	0,7145	0,7157	0,7169	0,7181	0,7193	44°
46°	0,7193	0,7206	0,7218	0,7230	0,7242	0,7254	0,7266	0,7278	0,7290	0,7302	0,7314	43°
47°	0,7314	0,7325	0,7337	0,7349	0,7361	0,7373	0,7385	0,7396	0,7408	0,7420	0,7431	42°
48°	0,7431	0,7443	0,7455	0,7466	0,7478	0,7490	0,7501	0,7513	0,7524	0,7536	0,7547	41°
49°	0,7547	0,7559	0,7570	0,7581	0,7593	0,7604	0,7615	0,7627	0,7638	0,7649	0,7660	40°
50°	0,7660	0,7672	0,7683	0,7694	0,7705	0,7716	0,7727	0,7738	0,7749	0,7760	0,7771	39°
51°	0,7771	0,7782	0,7793	0,7804	0,7815	0,7826	0,7837	0,7848	0,7859	0,7869	0,7880	38°
52°	0,7880	0,7891	0,7902	0,7912	0,7923	0,7934	0,7944	0,7955	0,7965	0,7976	0,7986	37°
53°	0,7986	0,7997	0,8007	0,8018	0,8028	0,8039	0,8049	0,8059	0,8070	0,8080	0,8090	36°
54°	0,8090	0,8100	0,8111	0,8121	0,8131	0,8141	0,8151	0,8161	0,8171	0,8181	0,8192	35°
55°	0,8192	0,8202	0,8211	0,8221	0,8231	0,8241	0,8251	0,8261	0,8271	0,8281	0,8290	34°
56°	0,8290	0,8300	0,8310	0,8320	0,8329	0,8339	0,8348	0,8358	0,8368	0,8377	0,8387	33°
57°	0,8387	0,8396	0,8406	0,8415	0,8425	0,8434	0,8443	0,8453	0,8462	0,8471	0,8480	32°
58°	0,8480	0,8490	0,8499	0,8508	0,8517	0,8526	0,8536	0,8545	0,8554	0,8563	0,8572	31°
59°	0,8572	0,8581	0,8590	0,8599	0,8607	0,8616	0,8625	0,8634	0,8643	0,8652	0,8660	30°
60°	0,8660	0,8669	0,8678	0,8686	0,8695	0,8704	0,8712	0,8721	0,8729	0,8738	0,8746	29°
61°	0,8746	0,8755	0,8763	0,8771	0,8780	0,8788	0,8796	0,8805	0,8813	0,8821	0,8829	28°
62°	0,8829	0,8838	0,8846	0,8854	0,8862	0,8870	0,8878	0,8886	0,8894	0,8902	0,8910	27°
63°	0,8910	0,8918	0,8926	0,8934	0,8942	0,8949	0,8957	0,8965	0,8973	0,8980	0,8988	26°
64°	0,8988	0,8996	0,9003	0,9011	0,9018	0,9026	0,9033	0,9041	0,9048	0,9056	0,9063	25°
65°	0,9063	0,9070	0,9078	0,9085	0,9092	0,9100	0,9107	0,9114	0,9121	0,9128	0,9135	24°
66°	0,9135	0,9143	0,9150	0,9157	0,9164	0,9171	0,9178	0,9184	0,9191	0,9198	0,9205	23°
67°	0,9205	0,9212	0,9219	0,9225	0,9232	0,9239	0,9245	0,9252	0,9259	0,9265	0,9272	22°
68°	0,9272	0,9278	0,9285	0,9291	0,9298	0,9304	0,9311	0,9317	0,9323	0,9330	0,9336	21°
69°	0,9336	0,9342	0,9348	0,9354	0,9361	0,9367	0,9373	0,9379	0,9385	0,9391	0,9397	20°
70°	0,9397	0,9403	0,9409	0,9415	0,9421	0,9426	0,9432	0,9438	0,9444	0,9449	0,9455	19°
71°	0,9455	0,9461	0,9466	0,9472	0,9478	0,9483	0,9489	0,9494	0,9500	0,9505	0,9511	18°
72°	0,9511	0,9516	0,9521	0,9527	0,9532	0,9537	0,9542	0,9548	0,9553	0,9558	0,9563	17°
73°	0,9563	0,9568	0,9573	0,9578	0,9583	0,9588	0,9593	0,9598	0,9603	0,9608	0,9613	16°
74°	0,9613	0,9617	0,9622	0,9627	0,9632	0,9636	0,9641	0,9646	0,9650	0,9655	0,9659	15°
75°	0,9659	0,9664	0,9668	0,9673	0,9677	0,9681	0,9686	0,9690	0,9694	0,9699	0,9703	14°
76°	0,9703	0,9707	0,9711	0,9715	0,9720	0,9724	0,9728	0,9732	0,9736	0,9740	0,9744	13°
77°	0,9744	0,9748	0,9751	0,9755	0,9759	0,9763	0,9767	0,9770	0,9774	0,9778	0,9781	12°
78°	0,9781	0,9785	0,9789	0,9792	0,9796	0,9799	0,9803	0,9806	0,9810	0,9813	0,9816	11°
79°	0,9816	0,9820	0,9823	0,9826	0,9829	0,9833	0,9836	0,9839	0,9842	0,9845	0,9848	10°
80°	0,9848	0,9851	0,9854	0,9857	0,9860	0,9863	0,9866	0,9869	0,9871	0,9874	0,9877	9°
81°	0,9877	0,9880	0,9882	0,9885	0,9888	0,9890	0,9893	0,9895	0,9898	0,9900	0,9903	8°
82°	0,9903	0,9905	0,9907	0,9910	0,9912	0,9914	0,9917	0,9919	0,9921	0,9923	0,9925	7°
83°	0,9925	0,9928	0,9930	0,9932	0,9934	0,9936	0,9938	0,9940	0,9942	0,9943	0,9945	6°
84°	0,9945	0,9947	0,9949	0,9951	0,9952	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9962	5°
85°	0,9962	0,9963	0,9965	0,9966	0,9968	0,9969	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974	0,9976	4°
86°	0,9976	0,9977	0,9978	0,9979	0,9980	0,9981	0,9982	0,9983	0,9984	0,9985	0,9986	3°
87°	0,9986	0,9987	0,9988	0,9989	0,9990	0,9990	0,9991	0,9992	0,9993	0,9993	0,9994	2°
88°	0,9994	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	0,9998	1°
89°	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0°
	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0		

cos (leia acima)

Tábua de Funções Trigonométricas

tan (leia abaixo)

	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9		
0°	0,0000	0,0017	0,0035	0,0052	0,0070	0,0087	0,0105	0,0122	0,0140	0,0157	0,0175	89°
1°	0,0175	0,0192	0,0209	0,0227	0,0244	0,0262	0,0279	0,0297	0,0314	0,0332	0,0349	88°
2°	0,0349	0,0367	0,0384	0,0402	0,0419	0,0437	0,0454	0,0472	0,0489	0,0507	0,0524	87°
3°	0,0524	0,0542	0,0559	0,0577	0,0594	0,0612	0,0629	0,0647	0,0664	0,0682	0,0699	86°
4°	0,0699	0,0717	0,0734	0,0752	0,0769	0,0787	0,0805	0,0822	0,0840	0,0857	0,0875	85°
5°	0,0875	0,0892	0,0910	0,0928	0,0945	0,0963	0,0981	0,0998	0,1016	0,1033	0,1051	84°
6°	0,1051	0,1069	0,1086	0,1104	0,1122	0,1139	0,1157	0,1175	0,1192	0,1210	0,1228	83°
7°	0,1228	0,1246	0,1263	0,1281	0,1299	0,1317	0,1334	0,1352	0,1370	0,1388	0,1405	82°
8°	0,1405	0,1423	0,1441	0,1459	0,1477	0,1495	0,1512	0,1530	0,1548	0,1566	0,1584	81°
9°	0,1584	0,1602	0,1620	0,1638	0,1655	0,1673	0,1691	0,1709	0,1727	0,1745	0,1763	80°
10°	0,1763	0,1781	0,1799	0,1817	0,1835	0,1853	0,1871	0,1890	0,1908	0,1926	0,1944	79°
11°	0,1944	0,1962	0,1980	0,1998	0,2016	0,2035	0,2053	0,2071	0,2089	0,2107	0,2126	78°
12°	0,2126	0,2144	0,2162	0,2180	0,2199	0,2217	0,2235	0,2254	0,2272	0,2290	0,2309	77°
13°	0,2309	0,2327	0,2345	0,2364	0,2382	0,2401	0,2419	0,2438	0,2456	0,2475	0,2493	76°
14°	0,2493	0,2512	0,2530	0,2549	0,2568	0,2586	0,2605	0,2623	0,2642	0,2661	0,2679	75°
15°	0,2679	0,2698	0,2717	0,2736	0,2754	0,2773	0,2792	0,2811	0,2830	0,2849	0,2867	74°
16°	0,2867	0,2886	0,2905	0,2924	0,2943	0,2962	0,2981	0,3000	0,3019	0,3038	0,3057	73°
17°	0,3057	0,3076	0,3096	0,3115	0,3134	0,3153	0,3172	0,3191	0,3211	0,3230	0,3249	72°
18°	0,3249	0,3269	0,3288	0,3307	0,3327	0,3346	0,3365	0,3385	0,3404	0,3424	0,3443	71°
19°	0,3443	0,3463	0,3482	0,3502	0,3522	0,3541	0,3561	0,3581	0,3600	0,3620	0,3640	70°
20°	0,3640	0,3659	0,3679	0,3699	0,3719	0,3739	0,3759	0,3779	0,3799	0,3819	0,3839	69°
21°	0,3839	0,3859	0,3879	0,3899	0,3919	0,3939	0,3959	0,3979	0,4000	0,4020	0,4040	68°
22°	0,4040	0,4061	0,4081	0,4101	0,4122	0,4142	0,4163	0,4183	0,4204	0,4224	0,4245	67°
23°	0,4245	0,4265	0,4286	0,4307	0,4327	0,4348	0,4369	0,4390	0,4411	0,4431	0,4452	66°
24°	0,4452	0,4473	0,4494	0,4515	0,4536	0,4557	0,4578	0,4599	0,4621	0,4642	0,4663	65°
25°	0,4663	0,4684	0,4706	0,4727	0,4748	0,4770	0,4791	0,4813	0,4834	0,4856	0,4877	64°
26°	0,4877	0,4899	0,4921	0,4942	0,4964	0,4986	0,5008	0,5029	0,5051	0,5073	0,5095	63°
27°	0,5095	0,5117	0,5139	0,5161	0,5184	0,5206	0,5228	0,5250	0,5272	0,5295	0,5317	62°
28°	0,5317	0,5340	0,5362	0,5384	0,5407	0,5430	0,5452	0,5475	0,5498	0,5520	0,5543	61°
29°	0,5543	0,5566	0,5589	0,5612	0,5635	0,5658	0,5681	0,5704	0,5727	0,5750	0,5774	60°
30°	0,5774	0,5797	0,5820	0,5844	0,5867	0,5890	0,5914	0,5938	0,5961	0,5985	0,6009	59°
31°	0,6009	0,6032	0,6056	0,6080	0,6104	0,6128	0,6152	0,6176	0,6200	0,6224	0,6249	58°
32°	0,6249	0,6273	0,6297	0,6322	0,6346	0,6371	0,6395	0,6420	0,6445	0,6469	0,6494	57°
33°	0,6494	0,6519	0,6544	0,6569	0,6594	0,6619	0,6644	0,6669	0,6694	0,6720	0,6745	56°
34°	0,6745	0,6771	0,6796	0,6822	0,6847	0,6873	0,6899	0,6924	0,6950	0,6976	0,7002	55°
35°	0,7002	0,7028	0,7054	0,7080	0,7107	0,7133	0,7159	0,7186	0,7212	0,7239	0,7265	54°
36°	0,7265	0,7292	0,7319	0,7346	0,7373	0,7400	0,7427	0,7454	0,7481	0,7508	0,7536	53°
37°	0,7536	0,7563	0,7590	0,7618	0,7646	0,7673	0,7701	0,7729	0,7757	0,7785	0,7813	52°
38°	0,7813	0,7841	0,7869	0,7898	0,7926	0,7954	0,7983	0,8012	0,8040	0,8069	0,8098	51°
39°	0,8098	0,8127	0,8156	0,8185	0,8214	0,8243	0,8273	0,8302	0,8332	0,8361	0,8391	50°
40°	0,8391	0,8421	0,8451	0,8481	0,8511	0,8541	0,8571	0,8601	0,8632	0,8662	0,8693	49°
41°	0,8693	0,8724	0,8754	0,8785	0,8816	0,8847	0,8878	0,8910	0,8941	0,8972	0,9004	48°
42°	0,9004	0,9036	0,9067	0,9099	0,9131	0,9163	0,9195	0,9228	0,9260	0,9293	0,9325	47°
43°	0,9325	0,9358	0,9391	0,9424	0,9457	0,9490	0,9523	0,9556	0,9590	0,9623	0,9657	46°
44°	0,9657	0,9691	0,9725	0,9759	0,9793	0,9827	0,9861	0,9896	0,9930	0,9965	1,000	45°

cot (leia acima)

Tábua de Funções Trigonômétricas

tan (leia abaixo)

	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9		
45°	1,000	1,003	1,007	1,011	1,014	1,018	1,021	1,025	1,028	1,032	1,036	44°
46°	1,036	1,039	1,043	1,046	1,050	1,054	1,057	1,061	1,065	1,069	1,072	43°
47°	1,072	1,076	1,080	1,084	1,087	1,091	1,095	1,099	1,103	1,107	1,111	42°
48°	1,111	1,115	1,118	1,122	1,126	1,130	1,134	1,138	1,142	1,146	1,150	41°
49°	1,150	1,154	1,159	1,163	1,167	1,171	1,175	1,179	1,183	1,188	1,192	40°
50°	1,192	1,196	1,200	1,205	1,209	1,213	1,217	1,222	1,226	1,230	1,235	39°
51°	1,235	1,239	1,244	1,248	1,253	1,257	1,262	1,266	1,271	1,275	1,280	38°
52°	1,280	1,285	1,289	1,294	1,299	1,303	1,308	1,313	1,317	1,322	1,327	37°
53°	1,327	1,332	1,337	1,342	1,347	1,351	1,356	1,361	1,366	1,371	1,376	36°
54°	1,376	1,381	1,387	1,392	1,397	1,402	1,407	1,412	1,418	1,423	1,428	35°
55°	1,428	1,433	1,439	1,444	1,450	1,455	1,460	1,466	1,471	1,477	1,483	34°
56°	1,483	1,488	1,494	1,499	1,505	1,511	1,517	1,522	1,528	1,534	1,540	33°
57°	1,540	1,546	1,552	1,558	1,564	1,570	1,576	1,582	1,588	1,594	1,600	32°
58°	1,600	1,607	1,613	1,619	1,625	1,632	1,638	1,645	1,651	1,658	1,664	31°
59°	1,664	1,671	1,678	1,684	1,691	1,698	1,704	1,711	1,718	1,725	1,732	30°
60°	1,732	1,739	1,746	1,753	1,760	1,767	1,775	1,782	1,789	1,797	1,804	29°
61°	1,804	1,811	1,819	1,827	1,834	1,842	1,849	1,857	1,865	1,873	1,881	28°
62°	1,881	1,889	1,897	1,905	1,913	1,921	1,929	1,937	1,946	1,954	1,963	27°
63°	1,963	1,971	1,980	1,988	1,997	2,006	2,014	2,023	2,032	2,041	2,050	26°
64°	2,050	2,059	2,069	2,078	2,087	2,097	2,106	2,116	2,125	2,135	2,145	25°
65°	2,145	2,154	2,164	2,174	2,184	2,194	2,204	2,215	2,225	2,236	2,246	24°
66°	2,246	2,257	2,267	2,278	2,289	2,300	2,311	2,322	2,333	2,344	2,356	23°
67°	2,356	2,367	2,379	2,391	2,402	2,414	2,426	2,438	2,450	2,463	2,475	22°
68°	2,475	2,488	2,500	2,513	2,526	2,539	2,552	2,565	2,578	2,592	2,605	21°
69°	2,605	2,619	2,633	2,646	2,660	2,675	2,689	2,703	2,718	2,733	2,747	20°
70°	2,747	2,762	2,778	2,793	2,808	2,824	2,840	2,856	2,872	2,888	2,904	19°
71°	2,904	2,921	2,937	2,954	2,971	2,989	3,006	3,024	3,042	3,060	3,078	18°
72°	3,078	3,096	3,115	3,133	3,152	3,172	3,191	3,211	3,230	3,251	3,271	17°
73°	3,271	3,291	3,312	3,333	3,354	3,376	3,398	3,420	3,442	3,465	3,487	16°
74°	3,487	3,511	3,534	3,558	3,582	3,606	3,630	3,655	3,681	3,706	3,732	15°
75°	3,732	3,758	3,785	3,812	3,839	3,867	3,895	3,923	3,952	3,981	4,011	14°
76°	4,011	4,041	4,071	4,102	4,134	4,165	4,198	4,230	4,264	4,297	4,331	13°
77°	4,331	4,366	4,402	4,437	4,474	4,511	4,548	4,586	4,625	4,665	4,705	12°
78°	4,705	4,745	4,787	4,829	4,872	4,915	4,959	5,005	5,050	5,097	5,145	11°
79°	5,145	5,193	5,242	5,292	5,343	5,396	5,449	5,503	5,558	5,614	5,671	10°
80°	5,671	5,730	5,789	5,850	5,912	5,976	6,041	6,107	6,174	6,243	6,314	9°
81°	6,314	6,386	6,460	6,535	6,612	6,691	6,772	6,855	6,940	7,026	7,115	8°
82°	7,115	7,207	7,300	7,396	7,495	7,596	7,700	7,806	7,916	8,028	8,144	7°
83°	8,144	8,264	8,386	8,513	8,643	8,777	8,915	9,058	9,205	9,357	9,514	6°
84°	9,514	9,677	9,845	10,02	10,20	10,39	10,58	10,78	10,99	11,20	11,43	5°
85°	11,43	11,66	11,91	12,16	12,43	12,71	13,00	13,30	13,62	13,95	14,30	4°
86°	14,30	14,67	15,06	15,46	15,89	16,35	16,83	17,34	17,89	18,46	19,08	3°
87°	19,08	19,74	20,45	21,20	22,02	22,90	23,86	24,90	26,03	27,27	28,64	2°
88°	28,64	30,14	31,82	33,69	35,80	38,19	40,92	44,07	47,74	52,08	57,29	1°
89°	57,29	63,66	71,62	81,85	95,49	114,6	143,2	191,0	286,5	573,0	∞	0°
	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0		

cot (leia acima)

APÊNDICE 2

CONSTANTES FÍSICAS

Número de Avogadro: $N_0 = 6,0247 \times 10^{23}$

Unidade de massa atômica: $1 \text{ u.m.a.} = 1,660 \times 10^{-27} \text{ kg}$

Ponto de gelo: $273,15^\circ\text{K}$

Constante gravitacional: $G = 6,670 \times 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$

Constante de Boltzmann: $k = 1,3804 \times 10^{-23} \frac{\text{joules}}{^\circ\text{K}}$

Equivalente mecânico do calor: $1 \text{ cal} = 4,1855 \text{ joules}$

FEM: $1 \text{ volt} = 1,602 \times 10^{-19} \frac{\text{joules}}{\text{carga elem.}}$

Carga: $1 \text{ coulomb} = 6,2425 \times 10^{18} \text{ cargas elems.}$

Massa do electron: $m_e = 9,108 \times 10^{-31} \text{ kg}$

Constante de Planck: $h = 6,625 \times 10^{-34} \text{ joules}$

Velocidade da luz: $c = 2,99793 \times 10^8 \text{ m/s}$

Razão da massa do proton para a massa do electron: $\frac{m_p}{m_e} = 1836$

Constante da lei de Coulomb: $k = 2,3063 \times 10^{-28} \frac{\text{newton} \cdot \text{m}^2}{(\text{carga elem.})^2}$
 $= 8,9876 \times 10^9 \frac{\text{newton} \cdot \text{m}^2}{(\text{coulomb})^2}$

Constante na equação $F = K \frac{I_1 I_2 l}{d}$: $K = 5,1322 \times 10^{-45} \frac{\text{newton}}{(\text{carga elem.}/\text{s})^2}$
 $= 2 \times 10^{-7} \frac{\text{newton}}{(\text{ampère})^2}$
(valor exato, por definição)