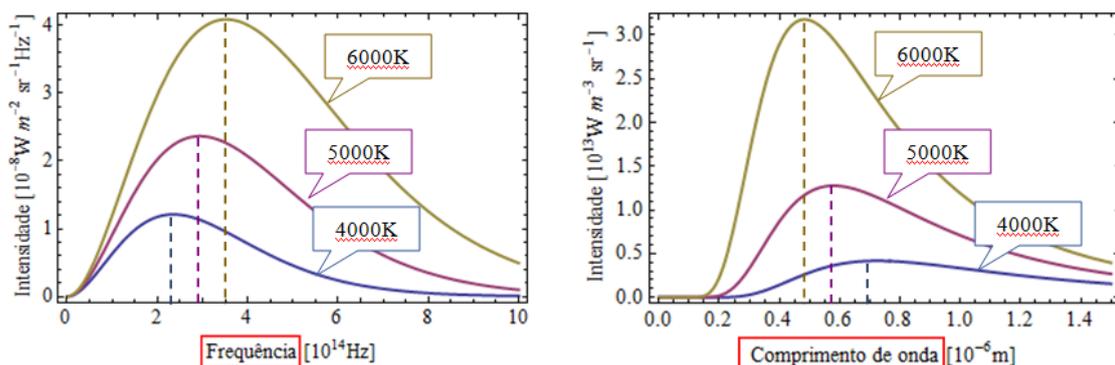


Introdução à Física Moderna

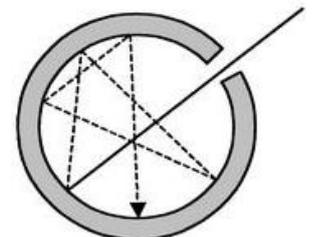
- No final do século XIX já se conheciam as equações de Maxwell mas não se tinha ainda uma concepção sólida a respeito da estrutura da matéria.
- Naquela época, havia também um grande interesse sobre o fenômeno da “*radiação térmica*” emitida por corpos aquecidos.
- Por exemplo, um alfinete sob uma chama: no início do aquecimento irradia na região do infravermelho; depois passa a brilhar na cor vermelha. Muito mais quente ainda, irradia na cor branca (soma de todas as cores)!
- Observações como esta sugerem um espectro de emissão contínuo (do infravermelho ao ultravioleta), cujo máximo de emissão ocorre para uma frequência (um comprimento de onda) que depende da temperatura do corpo.
- A forma detalhada do espectro de radiação térmica, dada pela intensidade da radiação em função da frequência da radiação emitida (ou do comprimento de onda correspondente), depende ainda do material que compõe o corpo.
- Porém, no caso ideal do chamado *corpo negro* esta dependência se dá apenas com relação à temperatura do corpo; lembrando ainda que a intensidade é dada por

$$I = \bar{S} \equiv \text{energia} / \text{área} / \text{tempo}$$

Espectros de radiação do Corpo Negro



- Uma *idealização física* do corpo negro corresponde a uma cavidade com orifício, de forma que toda a radiação que penetra é totalmente absorvida pelas paredes (após múltiplas reflexões).
- Quando em equilíbrio térmico, a uma dada temperatura T, um corpo negro emite energia na mesma taxa que a absorve, permitindo que a sua temperatura seja conhecida.



➤ Características importantes de um corpo negro:

1•) Comparado com um outro corpo qualquer, à mesma temperatura, um corpo negro irradia igual ou mais energia.

2•) A irradiação ocorre difusa e isotropicamente (sem direção preferencial).

➤ No final do século XIX, Josef Stefan (1835-1893) observou que as áreas sob as curvas de distribuição (ver figura acima) eram sempre proporcionais a T^4 ; ou seja, a potência de radiação total emitida pode ser escrita como:

$$P = \sigma A e T^4 \quad \text{Lei de Stefan (ou Stefan – Boltzmann) ,}$$

onde A é a área superficial do corpo à temperatura absoluta T , σ é a constante de Stefan ($\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{K}^4)$) e $e = 1$ para o caso de um corpo negro.

➤ Por outro lado, outro cientista, Wilhelm Wien também notou que o máximo de cada curva de distribuição se deslocava com a temperatura T do corpo, de forma que em 1893 ele propôs:

$$\lambda_{\text{máx}} T = 2,898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K} \quad \text{Lei de Deslocamento de Wien ,}$$

onde $\lambda_{\text{máx}}$ é o valor do comprimento de onda em que a distribuição atinge seu valor de máximo (valor de pico).

➤ Porém, a questão mais importante era saber por quais mecanismos físicos a emissão de radiação se originaria.

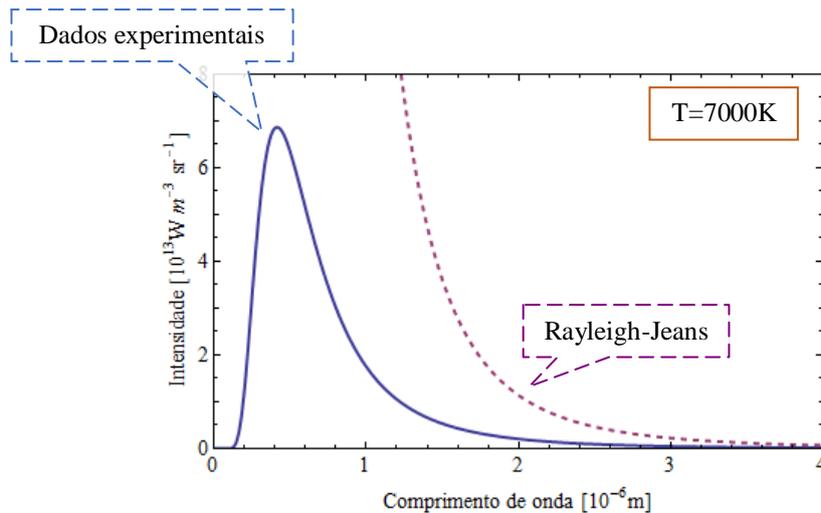
➤ Do ponto de vista clássico, a emissão da radiação deveria acontecer devido à agitação térmica das cargas que compõem os átomos/moléculas do corpo à temperatura absoluta T (cargas aceleradas é que irradiam).

➤ No início do século XX os físicos britânicos Lord Rayleigh e Sir James Jeans deduziram uma expressão clássica para a radiação emitida por um corpo negro, supondo os átomos que compõem as paredes como sendo osciladores que poderiam emitir em todos os comprimentos de onda, para uma certa temperatura T do corpo:

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi c K_B T}{\lambda^4} \quad \text{Lei de Rayleigh – Jeans}$$

sendo $K_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J}/\text{K} \equiv$ constante de Boltzmann

➤ Ao se fazer o gráfico desta equação, porém, verificou-se que os dados experimentais só eram razoavelmente bem ajustados na região correspondente a valores muito grandes de λ . Para $\lambda \rightarrow 0$, porém, obtinha-se que $I \rightarrow \infty!$. Este comportamento ficou conhecido com “*Catástrofe do Ultravioleta*”.



- Em 1900, o físico alemão Max Planck apresentou uma equação que ele obteve simplesmente através de um ajuste adequado dos dados experimentais:

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5 (e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1)} \quad ; \quad \text{ou} \quad I(f, T) = \frac{2\pi f^3}{c^2 (e^{\frac{hf}{k_B T}} - 1)}$$

Equações de Planck para a Radiação do Corpo Negro

onde $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \equiv$ constante de Planck

- Agora, como o princípio básico para a explicação do fenômeno da irradiação deveria ainda corresponder à emissão pelos osciladores das paredes internas do corpo negro (procedimento teórico proposto e seguido por Rayleigh-Jeans), então só se chega teoricamente às equações de Planck considerando que os osciladores não irradiam em todos os comprimentos de onda mas em apenas algumas bem específicas.
- Ou seja, os átomos/moléculas do corpo negro, de acordo com o modelo de Planck, teriam valores discretos (*quantizados*) de energia:

$E_{\text{oscilador}} = nhf$;	$n = 0, 1, 2, 3, \dots$	n	E_n
			⋮	⋮
			3	— $3hf$
			2	— $2hf$
			1	— hf
			0	— 0

número quântico

- Assim, o átomo/molécula que se encontrar em um dos estados permitidos, para passar a um outro de menor energia, ele terá que emitir (irradiar) esta diferença, este *quanta de energia* (posteriormente designado por Einstein como um *fóton*), que corresponderia a $E = hf$

➤ **Exemplo:** Determine os valores máximos do comprimento de onda e frequência correspondentes à irradiação térmica emitido pelo corpo humano ($T = 35^\circ C = 308K$)

➤ **Resolução:** Pela Lei de Deslocamento de Wien: $\lambda_{m\acute{a}x} T = 2,898 \times 10^{-3} m \cdot K$

$$\text{ent\~{a}o: } \lambda_{m\acute{a}x} = \frac{2,9 \times 10^{-3}}{308} = 9,4 \mu m = 9400 nm \text{ (infravermelho distante)}$$

$$\text{Quanto \~{a} frequ\~{e}ncia, como } \lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow f = \frac{3 \times 10^8}{9,4 \times 10^{-6}} \Rightarrow \underline{f = 3,2 \times 10^{13} Hz}$$

➤ **Exercício 2 – capítulo 28:** O raio do Sol é $R_s = 6,96 \times 10^8 m$ e ele emite uma potência total $P = 3,77 \times 10^{26} W$.

a) Supondo que ele irradia como um corpo negro, determine a temperatura na superfície.

b) Encontre $\lambda_{m\acute{a}x}$ para o Sol a partir do item anterior.

➤ **Resolução:**

$$\text{a) Lei de Stefan: } \underline{P = \sigma AT^4} \Rightarrow T^4 = \frac{3,77 \times 10^{26}}{(5,67 \times 10^{-8})(4\pi)(6,96 \times 10^8)^2} = 1,09 \times 10^{15}$$
$$\therefore \underline{T = 5750K}$$

$$\text{b) } \lambda_{m\acute{a}x} = \frac{2,9 \times 10^{-3}}{T} = \frac{2,9 \times 10^{-3}}{5750} \Rightarrow \underline{\lambda_{m\acute{a}x}^{Sol} = 504 nm} \text{ (região do amarelo)}$$

➤ **Exemplo:** Um corpo $m = 2kg$ está preso a uma mola de massa desprezível e constante elástica $K = 25N/m$. A mola é esticada a $x_0 = 0,4m$ da sua posição de equilíbrio e depois é solta.

a) Determine a energia total e a frequência do sistema do ponto de vista clássico.

b) Admita a quantização da energia e calcule o número quântico n do sistema.

c) Qual a variação de energia do sistema quando o oscilador efetua uma transição ao próximo estado quântico de nível mais baixo?

➤ **Resolução:**

$$\text{a) } E = E_c + E_{pot} = \frac{1}{2} K x_0^2 = \left(\frac{1}{2}\right)(25)(0,4)^2 \Rightarrow \underline{E = 2J}$$

Quanto à frequência, como sabemos: $f_{osc.} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{25}{2}} \Rightarrow \underline{f = 0,56Hz}$

$$b) E = E_n = nhf \Rightarrow n = \frac{2}{(6,63 \times 10^{-34})(0,56)} \Rightarrow \underline{n = 5,4 \times 10^{33}}$$

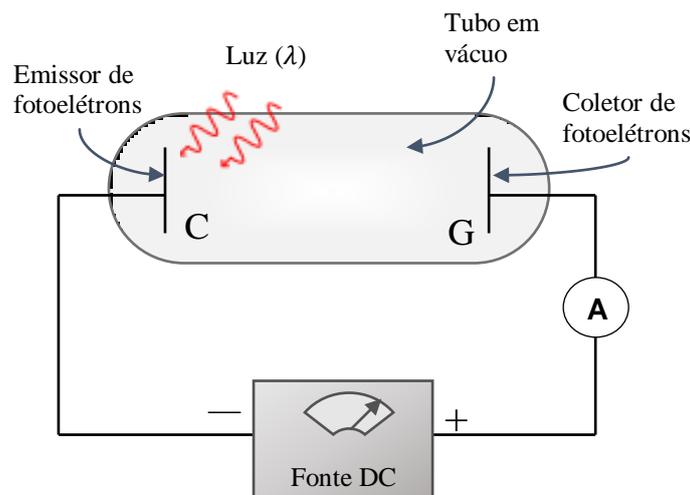
$$c) \Delta E = E_n - E_{n-1} = nhf - (n-1)hf = hf$$

$$\therefore \Delta E = (6,63 \times 10^{-34})(0,56) = 3,7 \times 10^{-34} J$$

Em uma transição atômica/molecular, esta seria a energia do fóton irradiado

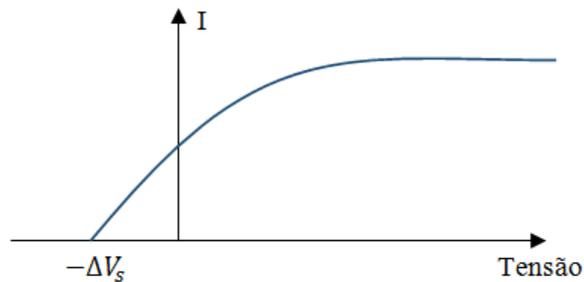
Efeito Fotoelétrico

- Fenômeno que envolve a emissão de elétrons (*fotoelétrons*) por superfícies metálicas, quando iluminadas com radiação de frequências acima de um certo limiar.
- Esta observação foi primeiramente realizada por Hertz (1887), e depois devidamente explicada por Einstein (em 1905), tornando-o o ganhador do prêmio Nobel de 1921.



- Entendendo o fenômeno:
 - 1) Tubo de vidro, em vácuo, tem uma placa metálica C ligada ao terminal (-) de uma fonte de tensão variável e G é uma placa metálica mantida no potencial (+) da fonte.
 - 2) Sem incidência de luz, a leitura do amperímetro (A) é zero; e quando luz monocromática ilumina a placa C observa-se a passagem de corrente pelo circuito, ou seja, há fluxo de cargas entre C e G.
 - 3) Aplicando uma diferença de potencial entre as placas C(-) e G(+) (a fonte de tensão ajustável é ligada) mais e mais elétrons são coletados conforme a diferença de potencial vai sendo aumentada até que uma corrente limite é atingida.

- 4) Quando a polaridade da fonte de tensão é invertida, os fotoelétrons passam a ser repelidos pela placa negativa C; e somente aqueles com energia $E_{cin} \geq (e)(\Delta V)$ conseguem alcançar a placa G. (lembrar: $W = -q \int \vec{E} \cdot d\vec{l} = (q)(\Delta V) = \Delta E_{cin}$)
- 5) Finalmente, tornando a placa G cada vez mais negativa, a corrente no circuito torna-se cada vez menor até que o *potencial de frenagem* (ΔV_s) é atingido e a corrente vai a zero.

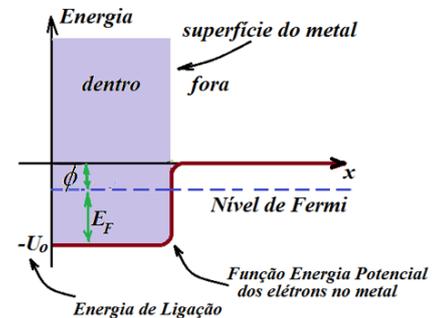


- **Explicação:** Os elétrons da placa metálica C, ao absorverem energia da radiação incidente, usam parte (ou o total) desta energia para libertarem-se das forças que os mantêm presos ao metal; e o restante é transformado em energia cinética, de forma que o valor máximo ($K_{máx}$) será:

$$K_{máx} = hf - \phi$$

onde a *função trabalho* ϕ corresponde à energia mínima de ligação dos elétrons no metal.

- Modelo fenomenológico do efeito fotoelétrico: os elétrons no metal estão submetidos a uma “Energia Potencial negativa” (um poço de potencial) que os mantêm presos ao meio.
- Na figura, todos os elétrons livres ocupam todos os estados energéticos disponíveis, até o chamado “Nível de Fermi”, com energia correspondente E_F .



- Um fóton, com energia $E = \phi$ (*função trabalho*) é capaz de arrancar um elétron que esteja no nível de Fermi (e este desprende-se do metal com energia cinética nula); mas não remove elétrons com energia abaixo do *Nível de Fermi*.
- Se a energia dos fótons ($E = hf$) incidentes for maior que a função trabalho (ϕ) então outros elétrons são arrancados (os do *Nível de Fermi* e também outros com energias logo abaixo), de forma que a energia cinética máxima que pode ser medida dos elétrons removidos será dada pela equação acima.

- Cada metal possui um valor específico de ϕ , que são alguns elétron-Volts (eV); sendo que $1 eV = 1,6 \times 10^{-19} J$. Ver tabela ao lado

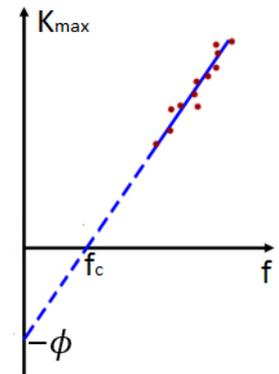
Metal	ϕ (eV)
Na	2,28
Al	4,08
Cu	4,70
Ag	4,73
Fe	4,50

➤ Procedimento experimental: conhecendo-se a frequência (cor) do fóton incidente ($E_f = hf$) e medindo-se a energia máxima dos fotoelétrons ($K_{máx}$), obtém-se o valor experimental da função-trabalho do metal.

➤ Na prática, o que se faz em laboratório é:

1•) Irradia-se a placa C com radiação eletromagnética de diferentes frequências (diferentes energias) determinando-se os $K_{máx}$ correspondentes e construindo o gráfico ao lado.

2•) No ponto em que a reta corta o eixo horizontal tem-se a *frequência de corte* (f_c), valor abaixo do qual a energia do fóton não é suficiente para arrancar qualquer elétron do metal ($E_{min} = hf_c = \phi$)



3•) Observando-se a expressão $K_{máx} = hf - \phi$ já apresentada (é equação de uma reta), nota-se que o coeficiente angular da reta do gráfico irá justamente fornecer o valor experimental da constante de Planck (h).

4•) Finalmente, tendo-se determinado do gráfico a frequência de corte f_c (quando $K_{máx} = 0$) então a função trabalho é determinada: $\phi_{metal} = hf_c$.

➤ Contradições com relação à Física Clássica (Equações de Maxwell):

1) Pela teoria ondulatória, a remoção dos elétrons do metal não deveria depender da frequência luminosa, mas sim da intensidade do feixe ($I \propto E_0^2$); ou seja, radiação de qualquer frequência (desde que intensa o suficiente) poderia arrancar elétrons. Mas experimentalmente observa-se que há uma frequência de corte!

2) Pela teoria ondulatória, a energia cinética dos elétrons arrancados dependeria da intensidade da radiação. Porém, experimentalmente se observa que apenas o número de fotoelétrons é que aumenta (desde que $f > f_c$), e que o $K_{máx}$ depende apenas da frequência da radiação incidente.

3) A física clássica prevê que sob ação do campo elétrico oscilatório da radiação incidente, o elétron no metal deveria ganhar energia suficiente apenas após algumas oscilações (necessitando de tempo para isto); mas experimentalmente observa-se que os fotoelétrons são arrancados quase que imediatamente ($\Delta t < 10^{-9} s$)

➤ Proposta de Einstein: trocar $(E_{onda} \propto E_0^2)_{Teoria Clássica} \rightarrow (E_{fóton} \propto f)_{Teoria Moderna}$

➤ Como aceitar isto, em vista do grande sucesso, visto anteriormente, das Equações de Maxwell?

➤ **Exemplo:** Uma placa de sódio é iluminada com radiação de comprimento de onda $\lambda = 300nm$. Sabendo-se que a função-trabalho é $\phi_{Na} = 2,28eV$, determine:

- a) A energia cinética máxima dos fotoelétrons
- b) O comprimento de onda limiar (λ_c) para o sódio
- c) A velocidade máxima dos fotoelétrons

➤ **Resolução:**

a) $K_{m\acute{a}x} = hf - \phi$ e $\lambda = \frac{c}{f}$ $\therefore K_{m\acute{a}x} = \frac{hc}{\lambda} - \phi$

$$K_{m\acute{a}x} = \frac{(6,63 \times 10^{-34})(3 \times 10^8)}{(300 \times 10^{-9})} - (2,28)(1,6 \times 10^{-19}) \Rightarrow \underline{K_{m\acute{a}x} = 3 \times 10^{-19} J = 1,86 eV}$$

b) Condição de Limiar: $K_{m\acute{a}x} = 0 \rightarrow \phi = hf_c = \frac{hc}{\lambda_c}$

$$\therefore \lambda_c = \frac{(6,63 \times 10^{-34})(3 \times 10^8)}{(2,28)(1,6 \times 10^{-19})} \Rightarrow \underline{\lambda_c = 545 nm}$$

c) $K_{m\acute{a}x} = 3 \times 10^{-19} = \frac{1}{2} m_e v_e^2 \Rightarrow v_e = 8,1 \times 10^5 m/s = 292000 Km/h!!$

$9,1 \times 10^{-31} kg$