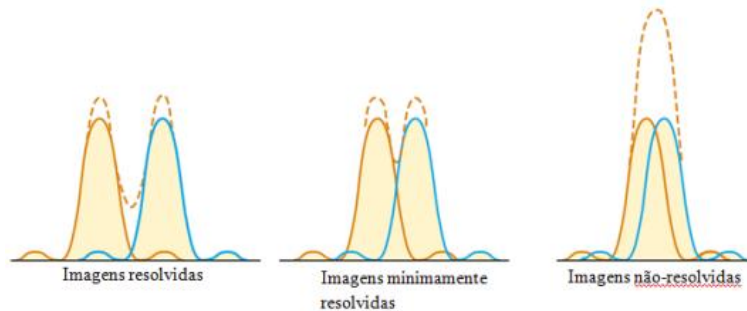
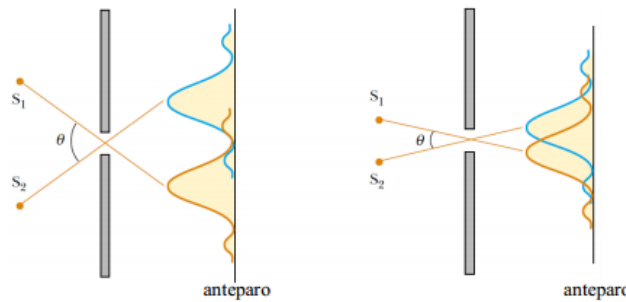


Na última aula vimos:

- **Resolução de Imagens:** segundo o critério estabelecido por Rayleigh que “quando o máximo central devido à difração das ondas do primeiro objeto se superpor ao primeiro mínimo de difração do outro, as imagens estarão minimamente resolvidas”.



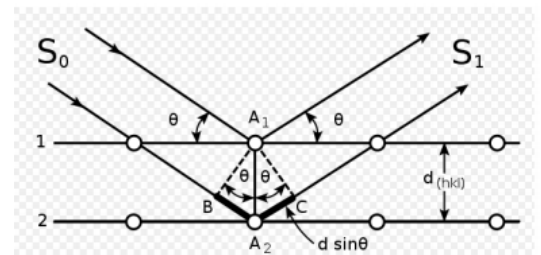
- O **ângulo crítico de abertura** para as imagens estarem resolvidas:



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{(i) fenda simples: } \theta_{\min} = \frac{\lambda}{a}; \text{ } a \equiv \text{largura da fenda} \\ \text{(ii) abertura circular: } \theta_{\min} = 1,22 \frac{\lambda}{D}; \text{ } D \equiv \text{diâmetro do orifício circular} \end{array} \right.$$

- Utilizando radiação eletromagnética do comprimento de onda dos raios-X ($\lambda_{RX} \sim 0,1nm$) consegue-se observar difração provocada pelos planos atômicos de uma rede cristalina.
- Critério para se obter interferência construtiva devido aos raios-X espalhados é dado pela **Lei de Bragg**:

diferença de percurso: $\delta = 2d \sin \theta = m\lambda_{RX}$



Revisão e Exercícios

➤ **Ótica geométrica:**

(i) Lei da Reflexão: $\theta_r = \theta_i$

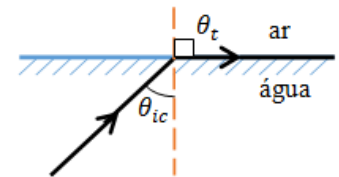
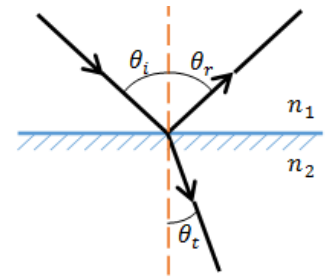
(ii) Lei de Snell: $n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t$

Sendo n_1 e n_2 os índices de refração dos meios 1 e 2: $n = c/v$

➤ Situação particular: $n_1 > n_2$

Satisfeita esta condição, teremos **reflexão total** quando $\theta_i = \theta_{ic}$ de forma que $\theta_t = 90^\circ$; ou seja:

$$n_1 \sin \theta_{ic} = n_2 \sin 90^\circ = n_2 \Rightarrow \theta_{ic} = \arcsin(n_2/n_1)$$



➤ **Exercício 33 – Cap25:** Uma fibra ótica com índice de refração n e diâmetro d é cercada de ar. Qual é o menor raio R que se pode dobrar a fibra sem que a luz escape?

➤ **Resolução:**

Note que se o raio (3) não escapar do interior da fibra, nenhum outro escapa.

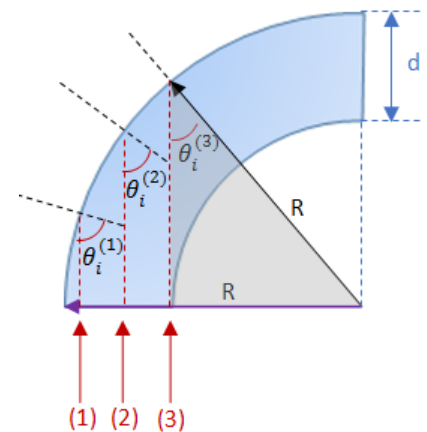
Condição limite para o raio (3) não escapar:

$$n \sin \theta_i^{(3)} = (1)(\sin 90^\circ); \text{ sendo que, do triângulo sombreado}$$

$$\text{na figura: } \sin \theta_i^{(3)} = \frac{R-d}{R}.$$

$$\text{Então: } \frac{nR-nd}{R} = 1 \Rightarrow nR - R = nd \Rightarrow R(n-1) = nd$$

$$\therefore R > \frac{nd}{n-1}; \left\{ \begin{array}{l} \text{para que toda luz permaneça} \\ \text{no interior da fibra ótica} \end{array} \right.$$

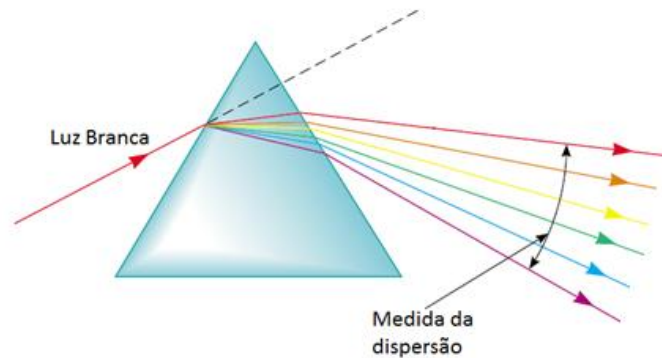


Comportamento da radiação em meios materiais dielétricos

➤ Das equações de Maxwell pode-se mostrar que a *frequência da onda não varia* quando passa de um meio dielétrico para outro, mas a sua *velocidade muda* de acordo com o índice de refração do meio ($n = c/v$); e seu *comprimento de onda diminui* para valores maiores do índice de refração:

$$\lambda = vT = \frac{v}{f} = \frac{c}{nf} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = \frac{c}{n_1 t} \\ \lambda_2 = \frac{c}{n_2 t} \end{cases} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{n_1}{n_2} \lambda_1 \Rightarrow \text{se } \underline{n_2 > n_1}, \underline{\lambda_2 < \lambda_1}$$

- Uma observação interessante (e quase sempre ignorada) é que o índice de refração dos materiais depende do comprimento de onda da radiação, fazendo com que a velocidade da onda seja diferente. Este efeito é chamado **dispersão**.
- O vidro comum (*crowm*), por exemplo, tem $n_{\lambda=400nm} \sim 1,53$ e $n_{\lambda=700nm} \sim 1,51$. Daí a razão de separarmos as componentes da luz branca nos seus vários comprimentos de onda (várias cores) utilizando um prisma:



- Estudando em detalhe o que ocorre com a onda eletromagnética ao incidir na interface que separa dois meios dielétricos, vimos que as condições de contorno para os campos elétrico e magnético da onda (obtidas diretamente das equações de Maxwell; e escrevendo que $\underline{E = vB}$) nos levaram aos resultados:

$$\boxed{E_n = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} E_i} \quad \text{e} \quad \boxed{E_t = \frac{2n_1}{n_2 + n_1} E_i}$$

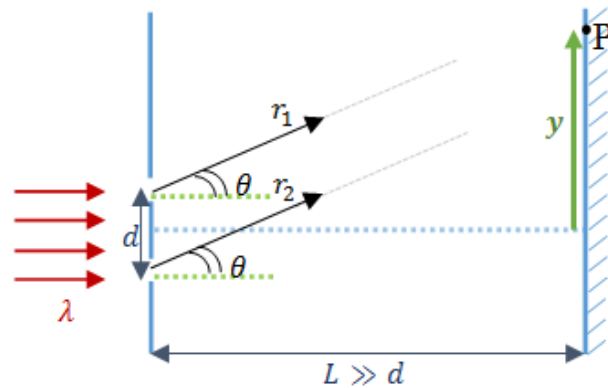
- E como $\boxed{I = \vec{S} = |\vec{E} \times \vec{H}| = \frac{n}{2\mu_0 c} E_0^2} \Rightarrow \boxed{I \propto nE_0^2}$; então, obtivemos que a **intensidade** das ondas *refletida* e *transmitida*, em função da intensidade da onda *incidente* será:

$$\begin{cases} R = \frac{I_r}{I_i} = r^2 = \left(\frac{E_r}{E_i}\right)^2 & \text{(Refletância)} \\ T = \frac{I_t}{I_i} = \frac{n_2}{n_1} t^2 = \left(\frac{n_2}{n_1}\right) \left(\frac{E_t}{E_i}\right)^2 & \text{(Transmitância)} \end{cases}$$

- De forma que $R + T = 1$ (conservação de energia)

← Veja exercício que resolvemos na 3ª aula!

Experiência da *Fenda Dupla* de Thomas Young



- Diferença de percurso: $\delta = d \sin \theta = m\lambda$; para que ocorra *interferência construtiva*.

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

- Para *interferência destrutiva*: $d \sin \theta = (m + 1/2)\lambda$

- Se condição $L \gg d$ é satisfeita $\Rightarrow \sin \theta \sim \tan \theta$ e, portanto,

$$\left\{ \begin{array}{l} y_{\text{máx}} = m \frac{\lambda L}{d} \\ y_{\text{mín}} = \left(m + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda L}{d} \end{array} \right.$$

- **Exercício 2 – Cap27:** Uma onda sonora, que viaja a 354m/s e que tem uma frequência $f = 2\text{Khz}$, incide em um sistema de duas fendas separadas por 30cm.

a) Qual o ângulo do primeiro máximo?

b) Se a onda sonora for substituída por micro-ondas de $\lambda = 3,0\text{cm}$, qual separação entre as fendas fornecerá o mesmo ângulo para o primeiro máximo?

- **Resolução:**

a) 1° máximo:

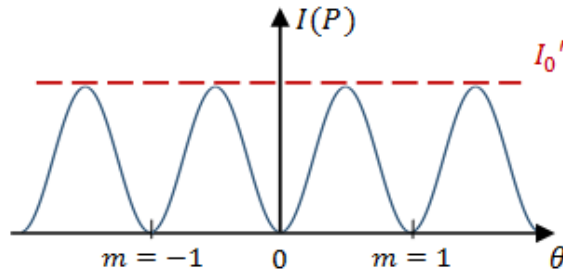
$$d \sin \theta = m\lambda; \quad m = 1 \Rightarrow \sin \theta_1 = \frac{\lambda}{d} = \frac{v}{fd} = \frac{354}{(2 \times 10^3)(0,3)} \Rightarrow \theta_1 = \arcsin(0,59) = 36,2^\circ$$

$$\text{b) } d_\mu = \frac{\lambda_\mu}{\sin 36,2^\circ} = \frac{0,03}{0,59} = \underline{5,1\text{cm}}$$

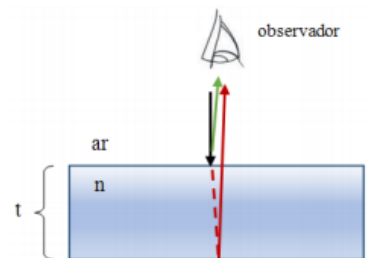
- Para determinarmos a intensidade em cada ponto do anteparo, *somamos* os campos elétricos das ondas emergentes das duas fendas (através de um *diagrama de fasores*) e obtivemos:

$$I_{\text{fenda dupla}} = 4I_0 \cos^2(\phi/2); \quad \phi = Kd \sin \theta \equiv \text{diferença de fase das ondas no ponto } P$$

- Graficamente:



- Depois, iluminando perpendicularmente uma película delgada de espessura t e índice de refração n , vimos que o critério de *interferência construtiva/destrutiva* será determinado não apenas pela *diferença de percurso* $2t$, mas também pelo número de vezes que a onda *inverte de fase nas reflexões* (quando $n_2 > n_1$).



$$\begin{cases} 2nt = m\lambda^{ar} \\ 2nt = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda^{ar} \end{cases}; \quad m = 0, 1, 2, 3 \dots \text{ e onde já foi substituído } \lambda_{meio} = \frac{\lambda^{ar}}{n}$$

- **Exercício 14 – Cap27:** Para dificultar a detecção de um avião por ondas de radar de $\lambda = 3,0\text{cm}$, pretende-se revesti-lo com um polímero anti-refletor de índice de refração $n = 1,50$. Qual a mínima espessura do revestimento?

- **Resolução:**

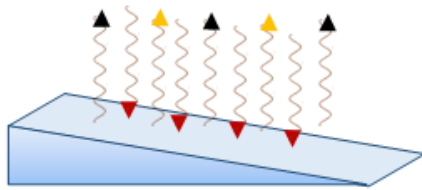
Se houver inversão de fase *nas duas reflexões*, a condição de interferência destrutiva será:

$$2nt = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \Rightarrow t_{\min} = \frac{0,03}{(4)(1,5)} \Rightarrow \underline{\underline{t_{\min} = 5\text{mm}}}$$

Se o material do caso do avião tiver índice de refração menor que 1,5, então haverá apenas *uma inversão de fase nas reflexões* e agora a condição de interferência destrutiva será:

$$2nt = m\lambda \Rightarrow \underline{\underline{t_{\min} = 2,5\text{mm}}}$$

- **Película em forma de cunha:** se um material tem índice de refração n é iluminado com radiação monocromática de comprimento de onda λ , e se encontra em ar, então irá surgir uma série alternada de franjas claras e escuras, relacionadas com a



espessura t variável:

Veja exercício resolvido na 5ª aula
(da medição do fio de cabelo)

- Incidindo **radiação em uma fenda única**, temos no anteparo a **figura de difração**, de forma que os pontos de mínimo são dados por: $a \sin \theta = m\lambda$; $m = \cancel{0}, \pm 1, \pm 2, \dots$

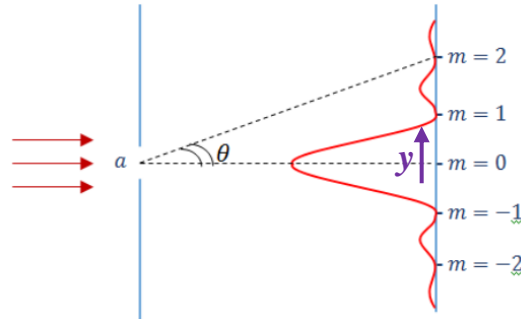
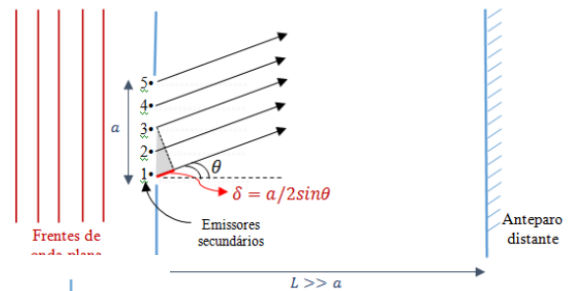
- A intensidade em cada ponto do anteparo:

$$I = I_0 \left[\frac{\sin(\phi/2)}{\phi/2} \right]^2$$

; sendo a diferença fase

$$\phi = Ka \sin \theta$$

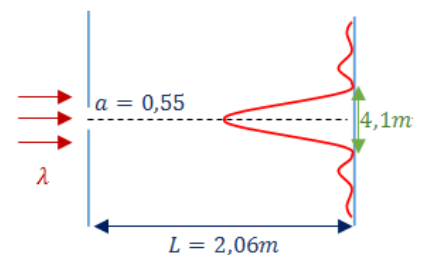
- Fazendo o gráfico correspondente:



- Se $L \gg a \Rightarrow \sin \theta \sim \text{tg} \theta = y/L \Rightarrow$ pontos de mínimo serão

$$y_{\min} = m \frac{\lambda L}{a}$$

- **Exercício 18 – Cap27:** Luz laser verde incide em uma fenda $a = 0,55\text{mm}$ formando um padrão de difração em um anteparo a $2,06\text{m}$ da fenda, de forma que a distância entre os dois mínimos ao lado da franja central brilhante é de $4,1\text{mm}$. Qual é o comprimento de onda da luz do laser?



- **Resolução:**

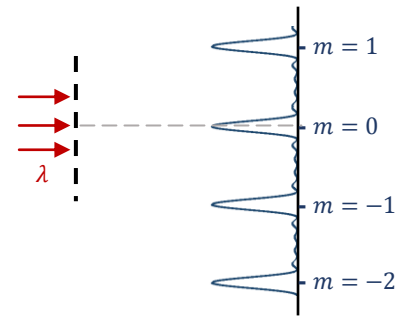
$$\underline{\underline{y_{1^\circ \min} = \frac{\lambda L}{a}}} \Rightarrow \lambda = \left(\frac{4,1 \times 10^{-3}}{2} \right) \left(\frac{0,55 \times 10^{-3}}{2,06} \right) = 547\text{nm}$$

- Finalmente, no caso de uma **rede de difração** com um número N muito grande de fendas (riscos em placa transparente):

se $d \sin \theta = m\lambda \Rightarrow$ *Interferência construtiva*
 $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

- Figura de interferência no anteparo, dada pela equação de intensidade:

$$I = I_0 \frac{\sin^2(N\phi/2)}{\sin^2(\phi/2)}; \text{ sendo } \phi = Kd \sin \theta$$



- **Exercício 32 – Cap27:** Luz com comprimento de onda $\lambda = 500\text{nm}$ incide normalmente em uma rede de difração. Se o máximo de terceira ordem é observado a 32° , qual é o número de linhas por centímetro da rede?

- **Resolução:**

Máximo de terceira ordem ($m = 3$): $d = \frac{(3)(500 \times 10^{-9})}{\underbrace{\sin 32^\circ}_{0,53}} = 2,8 \times 10^{-6} \text{ m} = 2,8 \times 10^{-4} \text{ cm}$

$$d = \frac{\text{comprimento}}{\text{n}^\circ \text{ de linhas}} = \frac{1 \text{ cm}}{N} \Rightarrow N = \frac{1}{2,8 \times 10^{-4}} \Rightarrow \underline{\underline{N = 3570 \text{ linhas / cm}}}$$