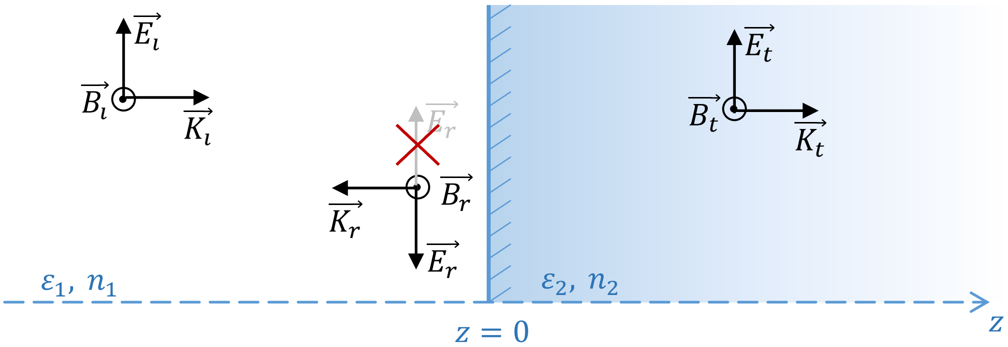
# Física IV – Poli – Engenharia Elétrica: *3ª Aula* (12/08/2014)

***Prof. Alvaro Vannucci***

---

**Na última aula vimos**:

- Uma onda eletromagnética incidindo perpendicularmente na interface de separação entre dois meios dielétricos:




- Se $\begin{cases} n_2 > n_1 & \Rightarrow \ \textit{campo elétrico da onda refletida inverte a fase} \\ n_2 < n_1 & \Rightarrow \ \textit{campo magnético da onda refletida inverte a fase} \end{cases}$

- Aplicando as condições de contorno: $\begin{cases} \boxed{E_{1//} = E_{2//}} \\ \boxed{B_{1//} = B_{2//}} \end{cases}$, obtivemos os **coeficientes de Fresnel**:

$$\begin{cases} r = \dfrac{E_r}{E_i} = \dfrac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \\ t = \dfrac{E_t}{E_i} = \dfrac{2n_1}{n_2 + n_1} \end{cases}$$

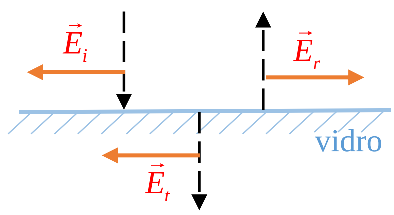
- De forma que a **Refletância** e a **Transmitância** são dadas por:

$$\begin{cases} R = \dfrac{I_r}{I_i} = r^2 \\ T = \dfrac{I_t}{I_i} = \dfrac{n_2}{n_1} t^2 \end{cases} \quad ; \quad I = \bar{S} \equiv \textit{energia / tempo / área}$$

- Devido à *Conservação de Energia*: $\boxed{R + T = 1}$

---

➢ **Exemplo:** Uma onda eletromagnética propaga-se no vácuo e incide perpendicularmente sobre uma placa de vidro com índice de refração $n_{vidro} = 1,5$.




**a)** Determine as amplitudes $E_{0r}$ e $E_{0t}$ em função de $E_{0i}$.

**b)** Ache as amplitudes $B_{0i}$, $B_{0r}$ e $B_{0t}$ em função de $E_{0i}$.

**c)** Indique na figura os vetores $\vec{B}_i$, $\vec{B}_r$ e $\vec{B}_t$, juntamente com os vetores de onda $\vec{K}_i$, $\vec{K}_r$ e $\vec{K}_t$.

**d)** Qual é a velocidade da onda no vidro?

**e)** Sendo $\lambda_0$ o comprimento de onda no vácuo, qual é o comprimento de onda e a frequência?

**f)** Calcule os valores médios dos módulos do vetor de Poynting $\bar{S}_i$, $\bar{S}_r$, $\bar{S}_t$ e verifique a conservação de energia.

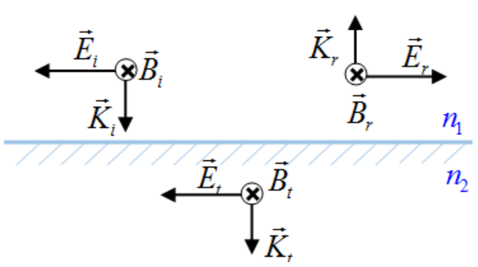
➢ **Resolução:**

**a)** $$\begin{cases} E_t = \dfrac{2n_1}{n_2+n_1} E_i = \dfrac{2}{2,5} E_i \Rightarrow E_{0t} = 0,8E_{0i} \\ E_r = \dfrac{n_2-n_1}{n_2+n_1} E_i = \dfrac{0,5}{2,5} E_i \Rightarrow E_{0r} = 0,2E_{0i} \end{cases}$$

**b)** No vácuo: $B_{0i} = \dfrac{E_{0i}}{c}$ e $B_{0r} = \dfrac{E_{0r}}{c} = \dfrac{0,2E_{0i}}{c}$

No vidro: $B_{0t} = \dfrac{E_{0t}}{v} = \left(\dfrac{n_2}{c}\right)(0,8E_{0i}) = \dfrac{1,2}{c} E_{0i}$

**c)** $\vec{S} = \dfrac{\vec{E}\times\vec{B}}{\mu_0}$




**d)** $n = \dfrac{c}{v} = 1,5 \Rightarrow v = \dfrac{c}{n} = 2\times10^8\, m/s$

**e)** Em $z = 0$, a condição de contorno $E_{1//} = E_{2//}$ impõe que:

$\underline{E_{0i}\cos\omega_i t - E_{0r}\cos\omega_r t = E_{0t}\cos\omega_t t}$; ***que deve valer para qualquer instante t***!

Portanto, a igualdade só será satisfeita para qualquer valor de *t* quando $\boxed{\omega_i = \omega_r = \omega_t}$.

Dado que $\lambda_0$ é o comprimento de onda no meio 1 (vácuo), e como $\lambda_0 = c/f_0$ neste caso, então multiplicando e dividindo por $2\pi$:

$$\lambda_0 = \frac{2\pi c}{2\pi f_0} = \frac{2\pi c}{\omega_0} \quad \Rightarrow \quad \omega_0 = \omega_i = \omega_r = \omega_t = \frac{2\pi c}{\lambda_0}$$

Agora, como $\lambda_{vidro} = \dfrac{v}{f} = \left(\dfrac{c}{n_2}\right)\left(\dfrac{2\pi}{\omega}\right) = \underbrace{\left(\dfrac{2\pi c}{\omega_0}\right)}_{=\lambda_0}\left(\dfrac{1}{n_2}\right) \Rightarrow \boxed{\lambda_{vidro} = \dfrac{\lambda_0}{n_2}}$

Ou seja, como o índice de refração dos dielétricos é sempre maior que a unidade, então o $\lambda_{meio} < \lambda_{vácuo}$, sempre.

**f)**

$$\bar{S} = \frac{\overline{EB}}{\mu} = \frac{1}{2\mu_0 v} E_0^{\ 2} \Rightarrow \begin{cases} \bar{S}_i = \dfrac{1}{2\mu_0 c} E_{0i}^{\ 2} \\ \bar{S}_n = \dfrac{1}{2\mu_0 c} E_{0r}^{\ 2} = \left(\dfrac{1}{2\mu_0 c}\right)(0,2E_{0i})^2 = \left(\dfrac{1}{2\mu_0 c}\right)(0,04E_{0i}^{\ 2}) \\ \bar{S}_t = \dfrac{1}{2\mu_0 c} E_{0r}^{\ 2} = \left(\dfrac{1}{2\mu_0 c}\right)\underbrace{\left(\dfrac{n_2}{c}\right)}_{=1,5}(0,8E_{0i})^2 = \left(\dfrac{1}{2\mu_0 c}\right)(0,96E_{0i}^{\ 2}) \end{cases}$$

$$\therefore \quad \bar{S}_r + \bar{S}_t = \frac{1}{2\mu_0 c}(0,04+0,96)E_{0i}^{\ 2} = \frac{1}{2\mu_0 c}E_{0i}^{\ 2} = \bar{S}_i$$

---

## *Interferência de Ondas*

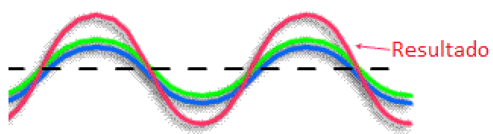
- A natureza intrínseca da luz sempre foi objeto de muitas indagações e discussões.

- Enquanto Isaac Newton (1643-1727) defendia que a luz se propagaria de uma forma corpuscular, por exemplo, seu contemporâneo Christiaan Huygens (1629-1695) propunha um comportamento ondulatório para a luz.

- Esta "disputa" só foi resolvida em 1801 quando Thomas Young realizou sua famosa ***experiência de fenda-dupla***.

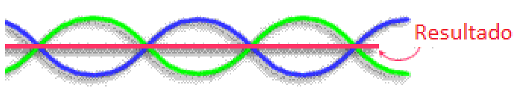
- Antes de discutirmos essa experiência, vamos lembrar que quando uma onda "interfere" com uma outra, o resultado desta "interferência" é regido pelo **Princípio da Superposição.**

Ondas em fase:




**Interferência Construtiva**

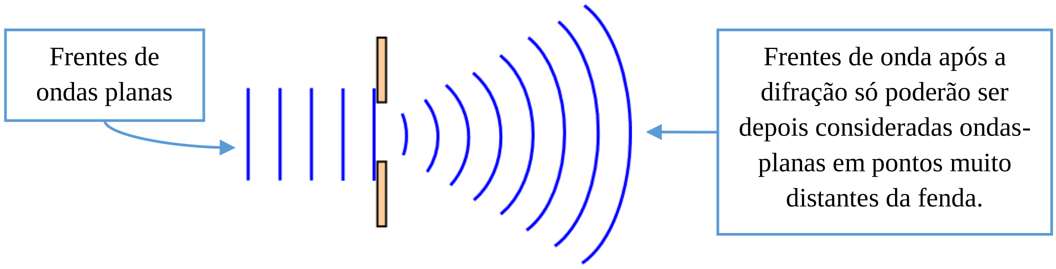
Ondas totalmente fora de fase:



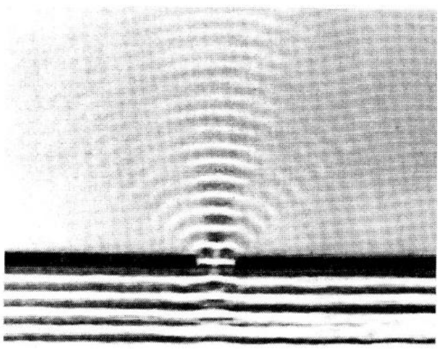

**Interferência Destrutiva**

- Além disso, se as ondas têm uma única e mesma frequência, elas são ditas ***monocromáticas***, e se são produzidas todas em fase, elas são ditas ***coerentes***.

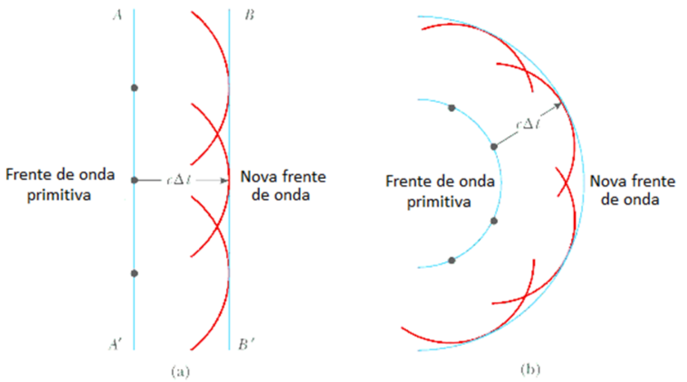
- Uma observação experimental comum é que as ondas quando encontram fendas ou obstáculos cujas dimensões são da ordem de grandeza do comprimento de onda $\lambda$, elas sofrem **difração**.




- A formação das frentes de onda após a fenda pode ser explicada através do *princípio de Huygens*.

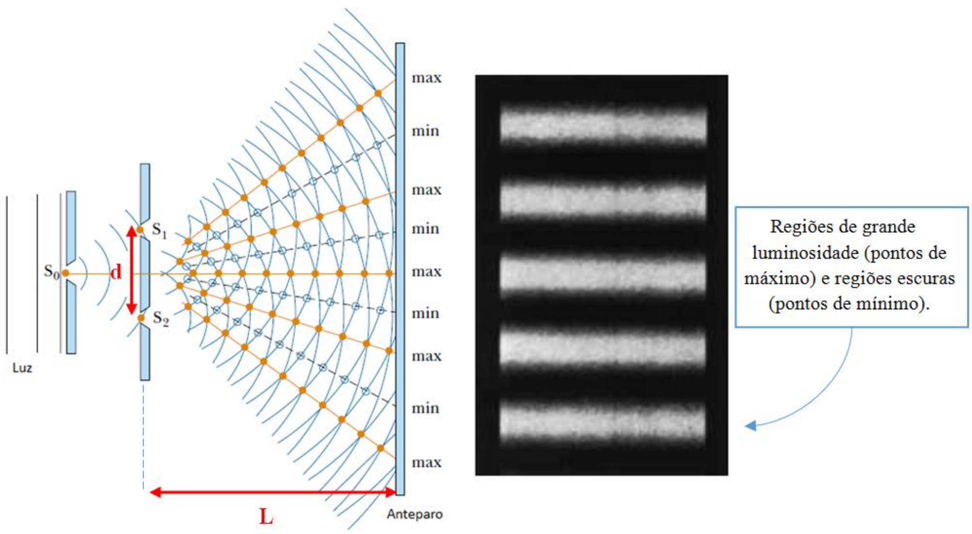


Ondas em um tanque de água.




Construção de Huygens (a) para uma frente de onda plana e (b) para uma onda esférica.

- Retornando à experiência de Thomas Young, ela consistiu em se construir um arranjo como o da figura abaixo (usando fendas com larguras ($a$) e distanciamento ($d$) de mesma ordem de grandeza do $\lambda$ das ondas) e observar a luminosidade resultante em um anteparo posicionado muito longe das fendas ($L >> d$).



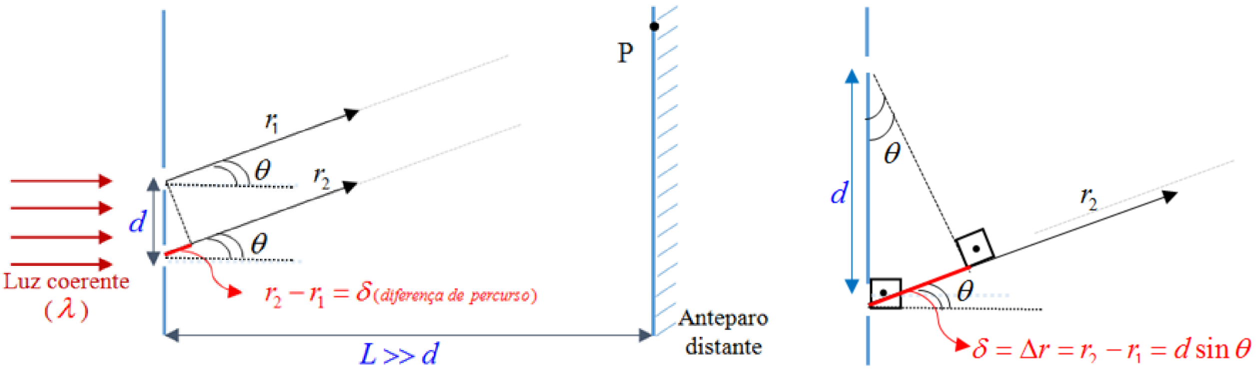
- Este resultado no anteparo indica que houve interferência entre as ondas que emergem de cada fenda, demonstrando, portanto, o caráter ondulatório da luz.

- A passagem da onda pela primeira fenda (antes da fenda dupla) é necessária para garantir que as ondas que emergem da fenda dupla estejam em fase (ondas *coerentes*).

- No entanto, em pontos P diferentes no anteparo, devido à ***diferença de percurso*** entre uma fenda e outra até o ponto P, fará com que sejam observas interferências construtivas/destrutivas.

- Considerando a distância entre as fendas e o anteparo ( $L$ ) muito maior que a separação entre as fendas ( $d$ ):

*Ampliando a Imagem*




- Da figura, temos que os campos elétricos das ondas que emergem das fendas 1 e 2 podem ser escritos da forma:

$$E_1 = E_{01}\cos(kr_1 - \omega t) \text{ e } E_2 = E_{02}\cos\left[k\left(r_1 + \Delta r\right) - \omega t\right] = E_{02}\cos\left(kr_1 - \omega t + \underbrace{k\Delta r}_{\substack{diferença \\ de\ fase\ \phi}}\right)$$

- Temos então que: $\boxed{\phi = Kd\sin\theta} \equiv \left(\begin{matrix} \textit{diferença de fase entre as ondas} \\ \textit{no ponto P definido por } \theta \end{matrix}\right)$

- Note agora que quando a diferença de percurso corresponder a *zero* ou a um *número inteiro de comprimento de onda*, as ondas chegarão no ponto P em fase e ocorrerá ***interferência construtiva***:

$$\delta = r_2 - r_1 = \boxed{d\sin\theta = m\lambda} \Rightarrow \textit{Interferência Construtiva} \text{ ; sendo que: } m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

- De forma que, quando:

$$\begin{cases} m=0 \ \ (\theta=0) \Rightarrow teremos\ o\ máximo\ principal\ (no\ anteparo) \\ m=\pm 1 \Rightarrow máximos\ de\ 1^{a}\ ordem \\ m=\pm 2 \Rightarrow máximos\ de\ 2^{a}\ ordem \\ \ \ \vdots \end{cases}$$

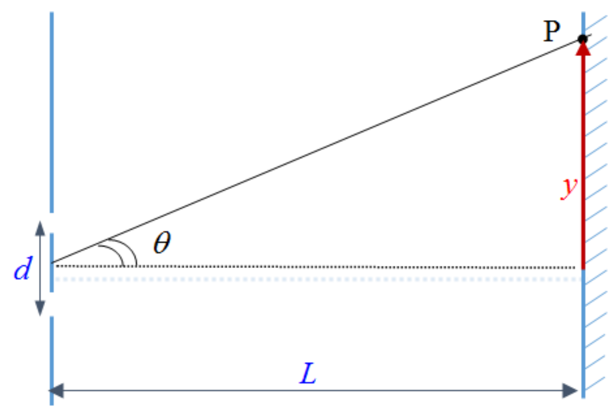
- Consequentemente, quando a diferença de percurso $\delta = d\sin\theta$ for um múltiplo ímpar de $\lambda/2$, teremos então ***interferência destrutiva***.

- Ou seja, para ocorrer ***interferência destrutiva***:

$$d\sin\theta = \begin{cases} \lambda/2 \\ 3\lambda/2 \\ 5\lambda/2 \\ \ \vdots \end{cases} \Rightarrow \boxed{d\sin\theta = (\mathrm{m}+1/2)\lambda}; \ \ m=0,\pm 1,\pm 2,\ldots$$

- Note que quando a condição $L >> d$ for realmente satisfeita (note que, afastando cada vez mais o anteparo, o ângulo $\theta$ que determina a posição do ponto P torna-se cada vez menor), teremos $\sin\theta \sim tg\theta \sim \theta$.

- Fica então fácil determinar as posições ($y$) dos pontos P no anteparo onde ocorrerão interferência construtiva/destrutiva.




- Ou seja, pontos brilhantes (interferência construtiva) no anteparo estarão localizados:

$$d\sin\theta = d\ tg\,\theta = (d)\left(\frac{y}{L}\right) = m\lambda \ \ \Rightarrow \ \ \boxed{y_{constr.} = m\frac{\lambda L}{d}}$$

Enquanto que os pontos escuros (interferência destrutiva):

$$\boxed{y_{destr.} = \left(m+\frac{1}{2}\right)\frac{\lambda L}{d}}$$

- Destas expressões, sabendo-se $L$ e $d$, e medindo-se as distâncias correspondentes aos pontos de máximo (ou mínimo) no anteparo, podemos determinar o comprimento de onda ($\lambda$) da radiação incidente.