Física IV – Poli – Engenharia Elétrica: *20ª Aula* (04/11/2014)

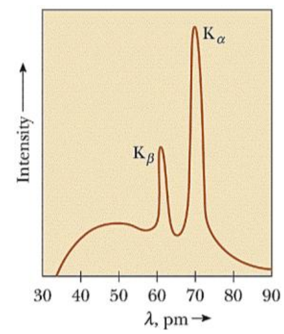
Prof. Alvaro Vannucci

Na última aula vimos:

- Átomos multi-eletrônicos: as energias dos estados quânticos podem ser avaliadas através da expressão:

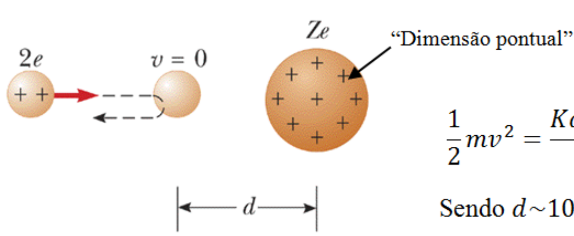
$$\boxed{E_n = \frac{-13{,}6}{n^2} Z_{ef}^2 \ (eV)}$$

- A produção de raios-X é usualmente realizada fazendo-se incidir um feixe de elétrons energéticos em um alvo metálico.



- A parte contínua do espectro (ver figura) corresponde à emissão de radiação devido ao freamento dos elétrons pelo meio (*bremsstrahlung*), e os picos do espectro representam as energias dos fótons emitidos quando um elétron em uma camada mais externa do átomo preenche uma vacância na camada K ($n = 1$).
- Se o elétron que se desloca da camada L (para preencher a camada $n = 1$), então a radiação é chamada K_α ; se o elétron se desloca da camada M, então é K_β , e assim por diante.
- As emissões de radiação pelo núcleo atômico, mais significativas, são de três tipos: ***raios α*** (núcleos de hélio), ***raios β*** (elétrons energéticos) e ***raios γ*** (fótons muito energéticos).
- Representação de um núcleo atômico: ${}_Z^A X$; sendo Z o número atômico e A a massa atômica do elemento X.
- Pode-se expressar as massas nucleares tanto pela unidade de massa u ($\underline{1u = 1{,}660559 \times 10^{-22} kg}$) quanto em MeV (lembrando que $E = mc^2$).
- O raio médio pode ser obtido da expressão $\boxed{\langle r \rangle = r = r_0 A^{1/3}}$; sendo que $\underline{r_0 = 1{,}2 \times 10^{-15} m}$, correspondente ao raio do átomo de hidrogênio.

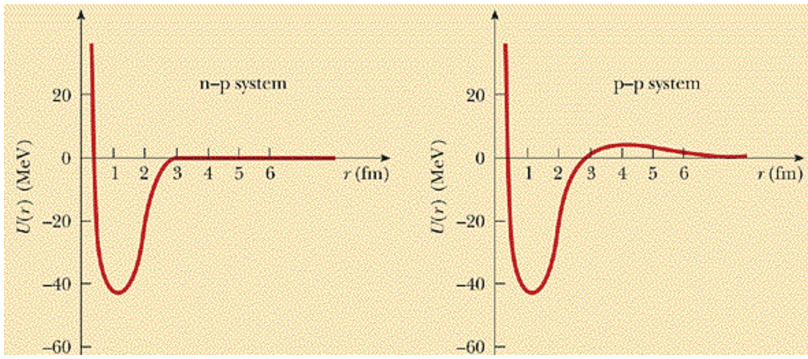
➢ Uma primeira estimativa das dimensões do núcleo atômico foi feita por Rutherford, lançando partículas α com energias (velocidades) conhecidas e estimando, para cada caso, a distância de menor aproximação (d).



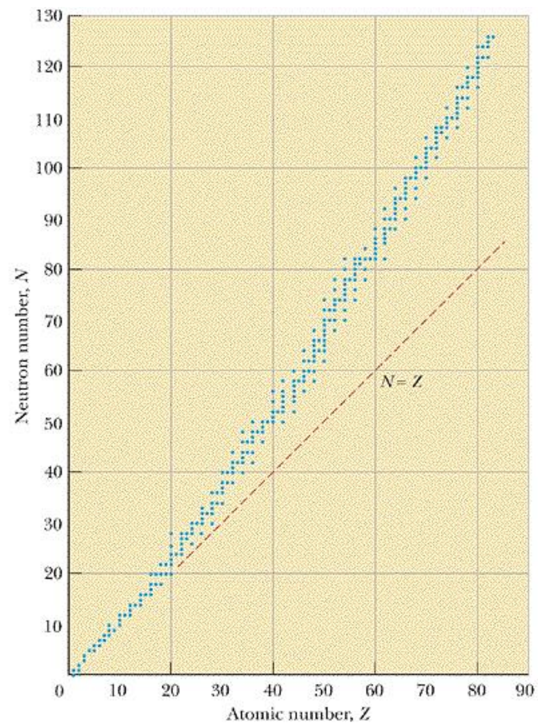
$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{Kq_1q_2}{r} = \frac{K(2e)(Ze)}{d} \rightarrow \boxed{d \sim \frac{4KZe^2}{mv^2}}$$

Sendo $d \sim 10^{-14} m$ o "raio máximo" do núcleo

- A força nuclear de curto alcance que "segura" os núcleons e mantém a estabilidade dos núcleos atômicos pode ser representada por um *poço de potencial* adequado. Nos casos de interações próton-próton e nêutron-próton teremos:



- A diferença observada nas duas curvas deve-se à contribuição da repulsão coulombiana; e nota-se o caráter de curto alcance desta força.



- Já foram identificados da ordem de 260 núcleos estáveis e centenas de outros não-estáveis, como pode-se ver na figura ao lado:

- Os nêutrons desempenham o papel de ajudar na estabilidade nuclear, mas a partir de $Z = 83$ (83 prótons), as forças repulsivas entre os prótons não são mais compensadas por adição de mais nêutrons e, portanto, elementos com $Z > 83$ não são estáveis e sofrem algum tipo de decaimento/desintegração.

- É interessante notar que núcleos com certos valores de *Z* e *N* apresentam estabilidade muito grande e esses valores (denominados *números mágicos*) são:

$$Z \text{ ou } N = 2,\ 8,\ 20,\ 28,\ 50,\ 82,\ 126$$

- Finalmente, os núcleos demonstram possuir também um momento angular resultante, devido aos spins intrínsecos dos prótons e nêutrons que obedecem às mesmas regras quânticas já estudadas no caso atômico.

- De forma que o momento angular é dado por: $\boxed{S = \sqrt{I(I+1)}\hbar}$; sendo que $I = 1,\ 1/2,\ 2,\ 3/2, \ldots$ (número inteiro ou semi-inteiro).

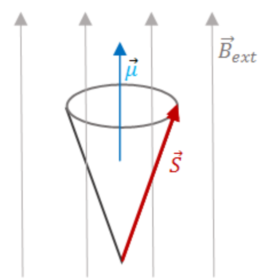
- E, novamente, podemos associar à componente L_Z do momento angular uma componente do momento de dipolo magnético denominado *Magnéton Nuclear*:

$$\underline{\mu_n = \frac{e\hbar}{2m_p} = 5,05 \times 10^{-27}\, J/T}$$

- Como visto no curso de Física III, uma espira com corrente I e área A (e, consequentemente, formando um dipolo magnético com momento de dipolo $\vec{\mu} = I\vec{A}$), ao ser submetida a um campo magnético externo, passa a ter uma energia potencial associada (segundo a sua orientação com relação ao $\vec{B}_{ext}$) pela expressão:

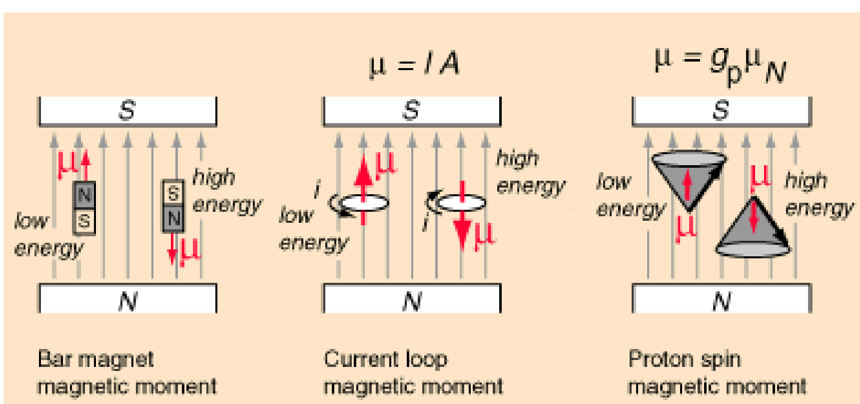
$$\underline{U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}_{ext}}$$

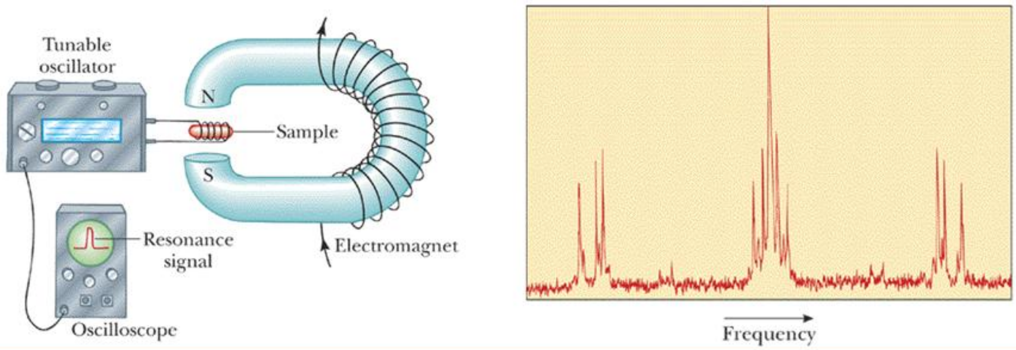
- No caso do momento angular de spin nuclear (que possui associado a ele um momento de dipolo magnético), quando um campo magnético externo intenso é aplicado, ocorre um alinhamento (parcial, por causa do princípio da incerteza, como já discutimos no caso atômico) do tipo *spin para cima* e *spin para baixo*; e o núcleo poderá estar em apenas em um destes dois estados permitidos.



- Sob ação do campo magnético externo, o estado de menor energia é geralmente aquele no qual o núcleo se encontra, ou seja, quando o *spin* está alinhado com o campo.

- Quando um campo eletromagnético intenso é igualmente aplicado sobre uma amostra nuclear, acaba ocorrendo que alguns dos núcleos da amostra são excitados para o nível de energia mais alto e, quando decaem, emitem uma radiação eletromagnética característica deste decaimento.





À esquerda um aparato experimental para ressonância magnética nuclear. À direita, um espectro NMR do ^{31}P

- Ao se medir esta radiação devido ao *relaxamento nuclear*, obtém-se informação sobre a amostra, e esta é a base das imagens de tecidos biológicos obtidas através da técnica *NMR* (*Ressonância Magnética Nuclear*).

- O termo *ressonância* advém do fato de que a amostra é submetida a um campo eletromagnético de <u>frequência variável</u>, o que permitirá a identificação do *spin nuclear* (relacionado com um tipo de tecido orgânico) que possuirá aquela determinada frequência de ressonância.

- Como os fótons associados ao campo eletromagnético aplicado (na região da radiofrequência - RF) têm energias baixas, $E \sim 10^{-7}\,eV$ (enquanto que as energias de ligação moleculares são da ordem de 1 *eV*), a técnica pode, a princípio, ser considerada bastante segura (não causa danos às células orgânicas).

- Uma constatação experimental importante é que a massa de repouso de um <u>núcleo</u> é sempre menor que a soma das massas de repouso dos <u>nucleons</u> que o compõe.

- A diferença destas massas corresponde à ***energia de ligação*** ($E = mc^2$) que mantém a estabilidade nuclear:

$$E_{ligação}(MeV) = \left[Z M(H) + \mathrm{N} \mathrm{M}_n - M\left({}^{A}_{Z}X\right) \right] \times 931{,}5\,\frac{MeV}{u}$$

massa atômica do hidrogênio

massa atômica (total) do elemento ${}^{A}_{Z}X$ (prótons, nêutrons e elétrons)

- **Exemplo:** Sendo a massa atômica do deutério (1 próton + 1 nêutron) $M_D = 2{,}014102\,u$, qual é a energia de ligação nuclear correspondente? Dado: $M(H) = 1{,}007825\,\mathrm{u}$ e $M_n = 1{,}008665\,u$

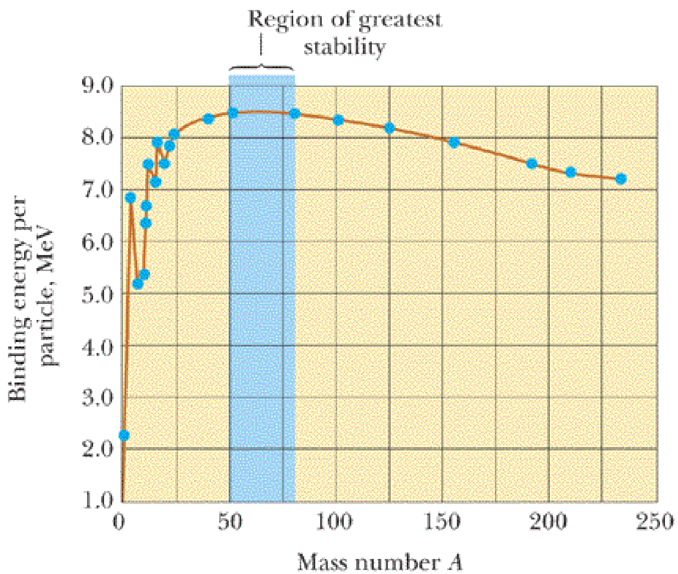
Resolução:

$$\Delta M = M(H) + M_n - M(D) = (1{,}007825 + 1{,}008665 - 2{,}014102)u \;\Rightarrow\; \underline{\underline{\Delta M = 0{,}002388\,u}}$$

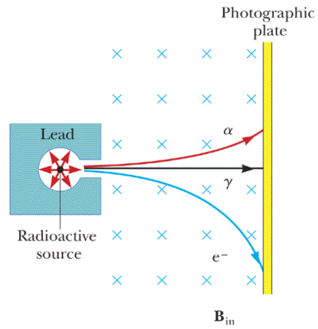
$$\therefore\; E_{lig} = \left(0{,}002388\,\cancel{u}\right)\left(931{,}5\frac{MeV}{\cancel{u}}\right) = 2{,}22\,MeV$$

\

- O gráfico a seguir mostra a energia de ligação por núcleon em função do número de massa para os vários núcleos estáveis.



Radioatividade



- Vários elementos atômicos são instáveis e decaem (se transformando em um outro elemento) através da emissão de radiação, sendo as mais comuns as emissões α, β e γ.

- A medida da carga e da massa dessas emissões pode ser feita de maneira relativamente simples, aplicando-se um campo magnético externo (ver figura ao lado).

- Observa-se experimentalmente que a *taxa de decaimento* dos processos radioativos que ocorrem naturalmente é proporcional ao número de núcleos em uma dada amostra, em um certo instante de tempo:

$$\boxed{\frac{dN}{dt} = -\lambda N}\ ; \ \lambda \equiv \text{constante de desintegração (ou de decaimento)}$$

taxa de decaimento

indica diminuição com o tempo

- Desta equação, podemos escrever:

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt \ \Rightarrow \ \int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt \ \Rightarrow \ \ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\lambda t \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ \boxed{N = N_0 e^{-\lambda t}}\ ; \text{ sendo } \begin{cases} N_0 \text{ o número de } \underline{\text{núcleos em } t = 0} \\ N \text{ o número de } \underline{\text{núcleos em um } t \text{ posterior qualquer}} \end{cases}$$

- Vamos definir a *atividade da amostra* R, a partir desta última expressão, como sendo:

$$\boxed{R = \left|\frac{dN}{dt}\right| = \lambda N = N_0 \lambda e^{-\lambda t} = R_0 e^{-\lambda t}}\ ; \text{ sendo } R_0 \text{ a atividade da amostra em t} = 0$$

- Observe que tanto N como R diminuem exponencialmente com o tempo.

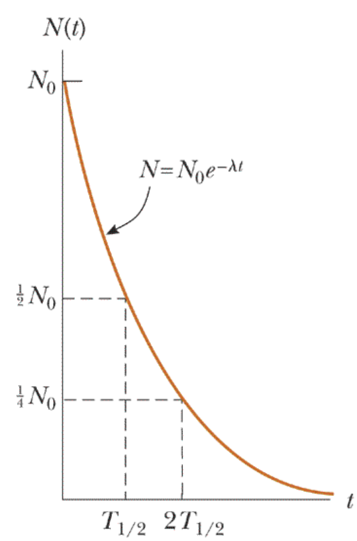
- Outro conceito importante é o de ***meia-vida*** de uma amostra radioativa ($T_{1/2}$) que corresponde ao tempo necessário para que metade dos núcleos presentes em uma amostra decaia (sofra uma desintegração).

- Ou seja, teremos $\underline{N = N_0/2}$ quando $\underline{t = T_{1/2}}$, de forma que:

$$\frac{\cancel{N_0}}{2} = \cancel{N_0} e^{-\lambda T_{1/2}} \Rightarrow 2 = e^{+\lambda T_{1/2}} \Rightarrow \boxed{T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}}$$

equação que relaciona a ***meia-vida*** com a ***constante de desintegração***

- Note que após $2T_{1/2}$ restarão $N_0/4$ núcleos para decaírem, após $3T_{1/2}$ restarão $1/2 \cdot 1/2 \cdot 1/2\, N_0 = N_0/8$ núcleos, e assim por diante.



- As unidades usualmente adotadas para a atividade radioativa (decaimento radioativo) são o ***Curie*** (***Ci***) e, no Si, o ***Becquerel*** (***Bq***); sendo que:

$$1 Ci \equiv 3 \times 10^{10} \text{ desintegrações por segundo}$$

(atividade de 1g do elemento rádio)

$$1 Bq \equiv 1 \text{ desintegração por segundo } (1 Ci = 3,7 \times 10^{10} Bq)$$

➢ **Exemplo:** Sabendo-se que $3,5\,\mu g$ de ${}^{11}_{6}C$ tem uma vida $T_{1/2} = 20,4\,\text{min}$, determine:

a) O número de núcleos inicialmente presente na amostra

b) A atividade desta amostra em $t = 0$ e em $t = 8h$

c) O número de núcleos que ainda não decaíram em 8 horas.

Resolução:

a) Como vimos, a massa atômica do ${}^{11}_{6}C$ é 11g, que contém um mol de átomos (núcleos), de forma que:

$$\begin{array}{lclcl} 1mol & \leftrightarrow & 6,02\times10^{23}\,núcleos & \leftrightarrow & 11g \\ & & N_0 & \leftrightarrow & 3,5\times10^{-6}\,g \end{array} \quad \Rightarrow \quad \underline{N_0 = 1,9\times10^{17}\,núcleos}$$

b) Atividade inicial: $\underline{R_0 = \lambda N_0}$; e como $T_{1/2} = 20,4\,\text{min} = 1224\ s$; e $T_{1/2} = \dfrac{0,693}{\lambda} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad \lambda = \frac{0,693}{1224} = 5,7\times10^{-4}\,s^{-1} \quad \therefore \underline{\underline{R_0 \approx 10^{14}\,\text{desintegrações/s}}}$$

Após $8\,horas = 28800s$:

$$R = R_0 e^{-\lambda t} = 10^{14} e^{-\left(5,7\times10^{-4}\right)(28800)} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{R(8h) \approx 8\times10^{6}\,\text{desintegrações/s}}}$$

c) Quero $N = N_0 e^{-\lambda t} = 1,9\times10^{17} e^{-\left(5,7\times10^{-4}\right)(28800)} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{N = 1,4\times10^{10}\,núcleos}}$