

Física IV – Poli – Engenharia Elétrica: 10ª Aula (19/08/2014)

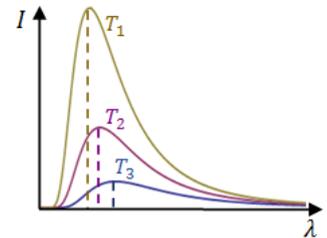
Prof. Alvaro Vannucci

Na última aula vimos:

➤ Espectro de radiação do *corpo negro*:

(i) Lei de Stefan: $P = \sigma AT^4$; $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W / (m}^2 \text{ K}^4)$

(ii) Lei de Deslocamento de Wien: $\lambda_{\text{máx}} T = 2,898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$



➤ Adotando o modelo clássico de emissão de radiação devido aos osciladores nas paredes do corpo negro, Rayleigh e Jeans chegaram na expressão:

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi c K_B T}{\lambda^4}; \quad K_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J / K} \equiv \text{constante de Boltzmann}$$

➤ Esta expressão, no entanto, não ajustava os dados experimentais nas regiões de média e alta frequências (*catástrofe do ultravioleta*).

➤ O ajuste adequado do espectro de radiação só foi conseguido posteriormente por Max Planck:

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5 (e^{\frac{hc}{\lambda K_B T}} - 1)} \quad \text{ou} \quad I(f, T) = \frac{2\pi hf^3}{c^2 (e^{\frac{hf}{K_B T}} - 1)}$$

onde $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \equiv \text{constante de Planck}$

➤ Só que agora os estados de energia dos osciladores necessariamente envolvem *frequências discretizadas*:

número quântico	n	E _n
	⋮	⋮
$E_{\text{oscilador}} = nhf$	3	3hf
	2	2hf
	1	hf
	0	0

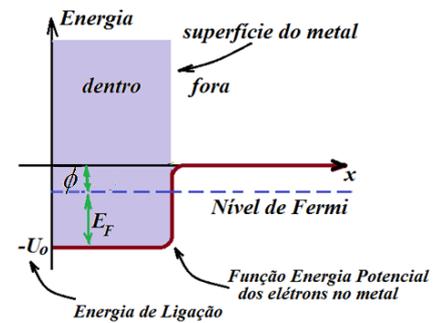
(modelo de Planck)

➤ Quando o oscilador que se encontra em um certo estado permitido, passa para um outro de energia menor, ele **emite um fóton** correspondente a este “quantum” de energia: $E = hf$

➤ **Efeito Fotoelétrico**: Quando fótons com energia $E = hf$ atingem uma superfície metálica observa-se que os elétrons livres arrancados têm um valor de energia cinética máxima dada por:

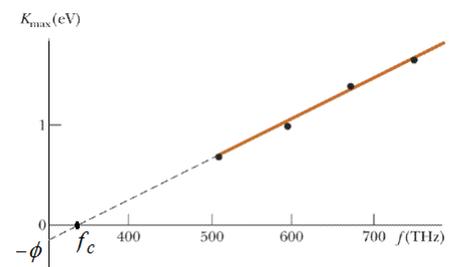
$$K_{\text{máx}} = hf - \phi; \quad \phi \equiv \text{função trabalho} \quad (\text{que corresponde à energia de ligação do elétron no metal})$$

- No metal, os elétrons livres ocupam todos os estados energéticos disponíveis, até o chamado “*Nível de Fermi*”, com energia correspondente E_F .
- Um fóton, com energia $E = \phi$ (*função trabalho*) é capaz de arrancar um elétron que esteja no nível de Fermi (e este desprende-se do metal com energia cinética nula); mas não remove elétrons com energia abaixo do *Nível de Fermi*.



- Se a energia dos fótons ($E = hf$) incidentes for maior que a função trabalho (ϕ) então outros elétrons são arrancados (os do *Nível de Fermi* e também outros com energias logo abaixo), de forma que a energia cinética máxima que pode ser medida dos elétrons removidos será dada pela equação acima.
- Em laboratório, iluminando uma placa metálica com radiação de diferentes frequências, e medindo-se o $K_{máx}$ dos fotoelétrons, obtém-se curvas características como as do gráfico ao lado.

equação da reta: $K_{máx} = hf - \phi$



coeficiente angular da reta

Efeito Compton

- Em 1919, Einstein propôs que um fóton com energia $E = hf$ (comportamento corpuscular) também deveria transportar momento linear:

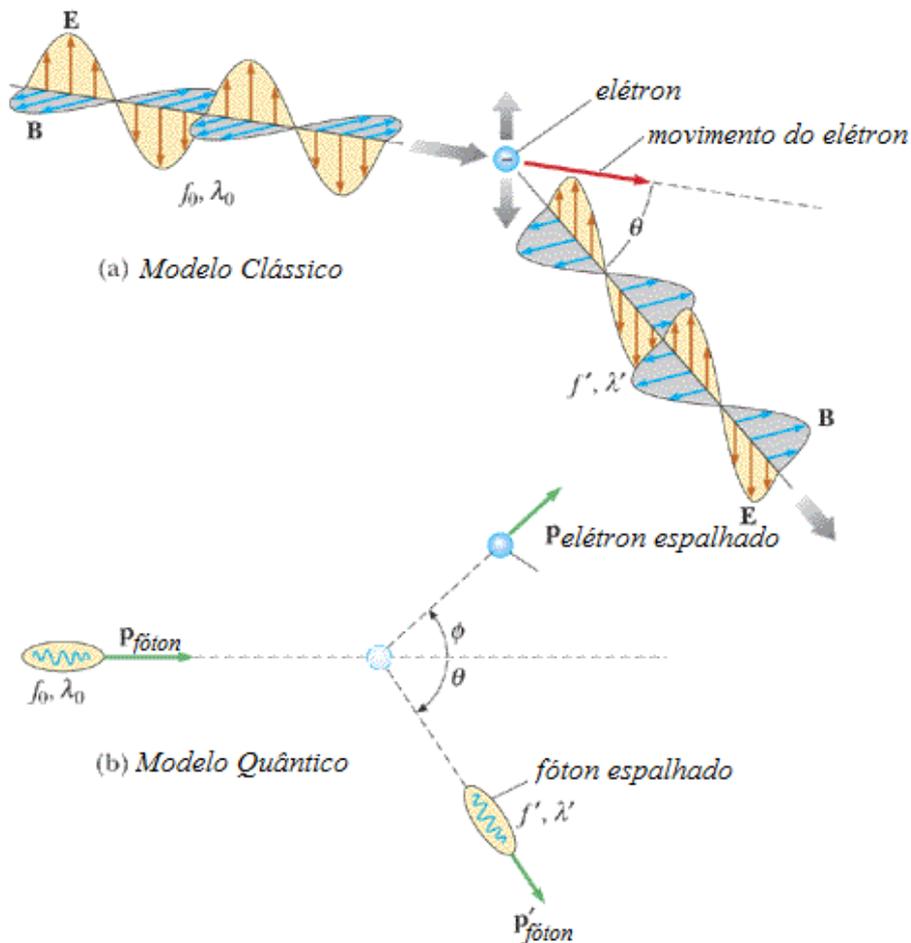
$$p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}; \text{ ou } p = \hbar K; \begin{cases} \hbar = h/2\pi \\ K = 2\pi/\lambda \end{cases}$$

- Vale lembrar que, da Relatividade Especial:

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4}$$

= 0, pois $m_0 = 0$ (o fóton não tem massa de repouso)

- Em 1923, Arthur Compton propôs que os resultados experimentais obtidos com o espalhamento de raios-x por elétrons podiam ser explicados considerando-os como fótons com energia $E = hf$ e momento linear $p = h/\lambda$, em cálculos semelhantes aos realizados em colisões elásticas entre corpos (bolas de bilhar, por ex).
- Este procedimento tratava-se de uma abordagem alternativa à física clássica já que, pelas equações de Maxwell, o elétron-alvo deveria ser impulsionado pela onda em uma única direção, decorrente da pressão de radiação (incidente).



diferenças entre o modelo clássico e quântico do fenômeno

- De qualquer forma, utilizando as leis de conservação de energia e de momento linear, Compton demonstrou que o comprimento de onda (λ') dos fótons espalhados (após a colisão com elétrons), em função do ângulo de espalhamento (θ) podia ser obtido da expressão:

$$\lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) \quad (\text{Lei de Compton})$$

sendo que θ determina a direção do fóton espalhado em relação à do fóton de raio-x incidente, m_e é a massa do elétron e $\frac{h}{m_e c}$ é o **comprimento de onda Compton** do elétron (λ_C).

- **Exercício 13 – capítulo 28:** Raios-X com energia de 100KeV incidem em um alvo e que, após o espalhamento, são medidos por um detector posicionado a 37° em relação à direção do feixe incidente. Determine:
 - O deslocamento Compton ($\Delta\lambda = \lambda' - \lambda_0$) para este ângulo.
 - A energia do raio-X espalhado.
 - A energia do elétron que recua.

➤ **Resolução:**

$$\text{a) } \Delta\lambda = \lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) = \frac{6,63 \times 10^{-34}}{(9,1 \times 10^{-31})(3 \times 10^8)} (1 - \cos 37^\circ) \Rightarrow \underline{\Delta\lambda = 4,9 \times 10^{-13} \text{ m}}$$

$$\text{b) } E_f^{RX} = \frac{hc}{\lambda'}; \lambda' = \Delta\lambda + \lambda \text{ sendo que } E_0^{RX} = \frac{hc}{\lambda} = 300 \times 10^3 \text{ eV} = 4,8 \times 10^{-14} \text{ J}$$

$$\therefore \lambda = \frac{(6,63 \times 10^{-34})(3 \times 10^8)}{4,8 \times 10^{-14}} = 4,14 \times 10^{-12} \text{ m}$$

$$\text{então: } \lambda' = (4,14 + 0,49) \times 10^{-12} = 4,63 \times 10^{-12} = \frac{hc}{E_f^{RX}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_f^{RX} = \frac{(6,63 \times 10^{-34})(3 \times 10^8)}{4,63 \times 10^{-12}} \therefore \underline{E_f^{RX} = 4,3 \times 10^{-14} \text{ J} = 268,5 \text{ KeV}}$$

c) Por conservação de energia:

$$E_0^{RX} = E_f^{RX} + E_e \Rightarrow E_e = 300 \text{ KeV} - 268,5 \text{ KeV} = \underline{\underline{31,5 \text{ KeV}}}$$
