

## 4

## Produção de Bens Públicos

Conforme se viu no Capítulo 1, a literatura sobre Finanças Públicas passa a distinguir três categorias de bens: públicos, semipúblicos e privados. Torna-se necessário, agora, definir cada uma dessas categorias com mais precisão, bem como apresentar as principais contribuições teóricas à análise da produção dos bens públicos.

### 4.1 NATUREZA DOS BENS PÚBLICOS

A principal característica dos bens públicos, e que os distingue dos privados, refere-se à impossibilidade de excluir determinados indivíduos ou segmentos da população de seu consumo, uma vez definido o volume de produção. Para um bem privado, o consumo por um indivíduo *A* automaticamente exclui a possibilidade de um indivíduo *B* consumir o mesmo bem. Se são produzidos anualmente 200 mil automóveis e há 500 mil indivíduos em condições de adquirir esse produto, significa que 300 mil indivíduos deixarão de fazê-lo, independentemente de suas preferências. O mecanismo de exclusão, nesse caso, é representado pelo sistema de preços, que atua no sentido de selecionar esses 200 mil cujo grau de preferência pelo produto impele-os a pagar o preço fixado pelo mercado.

O mesmo não se dá, entretanto, no caso de bens públicos. Se numa comunidade de um milhão de habitantes a produção de serviços de defesa custa anualmente 500 milhões de reais, enquanto o padrão ideal de atendimento a toda a população requer um montante de recursos duas vezes mais elevado, não é pos-

sível concluir que metade da população fica automaticamente excluída do consumo desse serviço. Teoricamente, toda a comunidade está habilitada a usufruir do serviço, embora uma oferta limitada possa implicar padrões insatisfatórios de atendimento.

A não-exclusão implica que o consumo de bens públicos é exercido coletiva e não individualmente. Assim, o fato de um indivíduo utilizar-se, em dado momento, do serviço que é oferecido, não significa reduzir fisicamente a oferta disponível para consumo dos demais indivíduos da comunidade. Suponha-se, por exemplo, que a oferta total de um bem público qualquer seja igual a  $T$ , e que o consumo desse bem por dois grupos de indivíduos *A* e *B* seja representado por  $T_a$  e  $T_b$ , respectivamente. Nesse caso, a indivisibilidade no consumo resulta em que tanto o consumo de *A* quanto o de *B* são iguais ao total da produção, isto é:

$$T_a = T$$

$$T_b = T$$

Já no caso de bens privados, como se viu, o consumo por parte de um indivíduo imediatamente reduz a quantidade disponível para consumo pelos demais. No caso do exemplo apresentado anteriormente, suponha-se agora que  $S$  represente a oferta total de automóveis e  $S_a$  e  $S_b$ , as quantidades consumidas por *A* e *B*, respectivamente. Se se supuser que *A* consome 120 mil unidades, o consumo de *B* ficaria naturalmente limitado a 80 mil unidades, de tal forma que:

$$S_a + S_b = S = 200 \text{ mil unidades}$$

Graficamente, a distinção é representada no Gráfico 4.1. No caso de bens privados, a curva de demanda total é obtida mediante a soma das quantidades que cada indivíduo deseja consumir a diferentes níveis de preço, e corresponde à soma horizontal das curvas individuais de demanda para cada indivíduo. Já no caso de bens públicos, supondo que se possam determinar curvas individuais de demanda semelhante às obtidas para bens privados, a demanda total é obtida pela soma vertical das demandas individuais, devido à indivisibilidade no consumo. Agora, vários indivíduos estariam dispostos a pagar preços diferentes pela mesma quantidade, sendo que a soma desses “preços individuais” corresponde ao “preço coletivo” do produto.

Embora o princípio de não-exclusão no consumo implique também que o mesmo bem é consumido coletivamente, a recíproca não é necessariamente verdadeira. Isto é, há bens de consumo coletivo em que o princípio de não-exclusão só se aplica até o ponto em que o consumo adicional fica prejudicado pelo fenômeno da congestão. Esse é, por exemplo, o caso da maioria dos logradouros públicos (ruas, parques, praias etc.), cuja utilização por parte de cada indivíduo não é independente do grau de utilização por outros indivíduos da mesma comunidade. Nessas condições, tais bens não se enquadrariam na definição de bens públi-

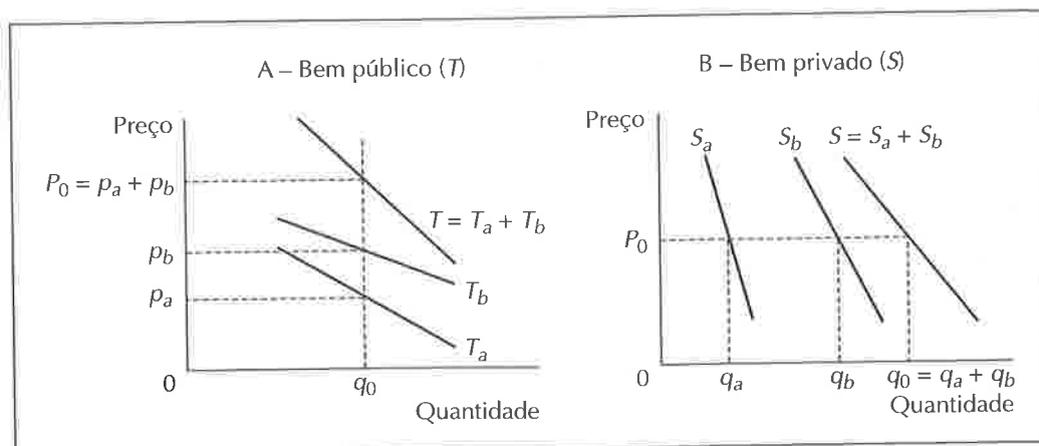


Gráfico 4.1 Derivação de curvas de demanda total a partir de curvas individuais de demanda.

cos “puros”, embora apresentem muitas de suas características e sejam freqüentemente considerados como tais.

Na prática, exemplos de bens públicos puros são difíceis de encontrar. O exemplo mais tradicional é representado pela produção de serviços de segurança relacionados à preservação da Ordem Interna e da Defesa Nacional, que constituem uma das mais primitivas funções do Estado. Um exemplo mais moderno é fornecido por programas que visam combater a poluição ambiental – e preservar o meio ambiente. Outro exemplo bastante freqüente refere-se a serviços de Segurança Pública, enquanto relacionados à preservação indiscriminada da segurança coletiva.

Um caso intermediário entre os bens públicos e os privados é representado pelos bens “semipúblicos”, ou “bens meritórios”. Tais bens, embora submetidos ao princípio de exclusão, são freqüentemente – e cada vez com mais intensidade – produzidos publicamente, tendo em vista a importância que a sociedade atribui a sua produção. Inclui-se nessa categoria a maior parte dos “serviços sociais”, como Educação, Saúde, Nutrição e Saneamento Básico.

A característica essencial dos bens semipúblicos é seu elevado conteúdo de externalidades, isto é, os benefícios advindos de seu consumo não são totalmente internalizados pelo indivíduo que os consome, espalhando-se uma parcela considerável deles por toda a coletividade. Assim, por exemplo, o consumo de serviços de vacinação contra moléstias infecto-contagiosas beneficia tanto o indivíduo que se submete à vacinação quanto toda a coletividade, que fica menos exposta ao contágio. Vantagens para a comunidade de um maior consumo individual de educação são também freqüentemente assinaladas, com base em melhoria na produtividade e elevação dos padrões culturais.

A discussão a respeito da natureza das externalidades e das tentativas para sua quantificação constitui a parte mais importante da análise custo-benefício, que será abordada no Capítulo 5.

## 4.2 OFERTA E DEMANDA DE BENS PÚBLICOS

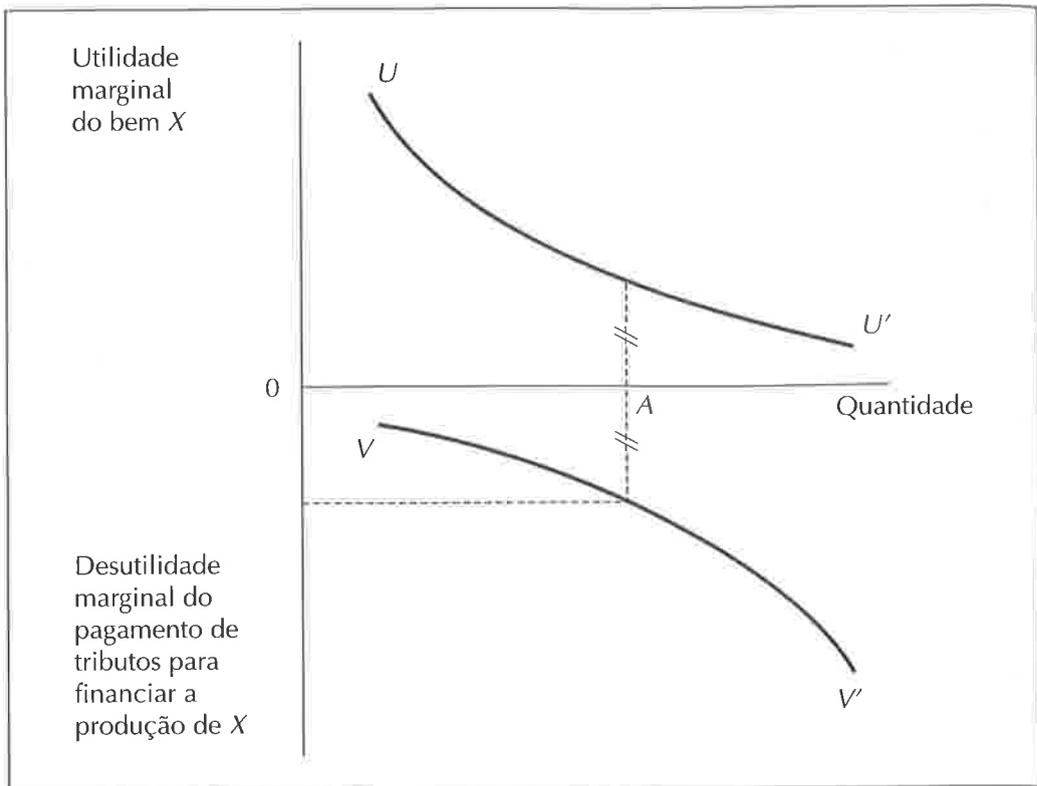
No caso de bens privados, os níveis ótimos de produção são teoricamente determinados pelo mercado, conhecidas as curvas de oferta e demanda pelo produto respectivo. A aplicação de critério semelhante para o caso de bens públicos depende da possibilidade de se aplicarem a essa categoria de bens conceitos semelhantes de demanda e de oferta. Tentativas nesse sentido baseiam-se em aplicações da teoria marginalista à análise da oferta e demanda de bens públicos, assim como em sugestões de utilizar a ciência política para averiguar as preferências individuais por bens de consumo coletivo.

O primeiro obstáculo à aplicação da teoria microeconômica para determinação de níveis ótimos de produção, no caso de bens públicos, refere-se ao fato de que o custo marginal de produção é igual a zero. O custo total associado à construção de um logradouro público – uma ponte, por exemplo – não se altera se, em vez da estimativa média de 100 usuários/dia, o número de usuários alcançar 101 ou 102 pessoas em determinados dias do mês.<sup>1</sup> É claro que, embora o custo marginal de produção seja nulo, o preço desse bem não pode ser também igual a zero, porque os custos fixos de produção são positivos. Assim, o nível de produção não pode ser fixado pela regra básica de igualar receita e custos marginais, requerendo outra espécie de solução.

Para tanto, é necessário examinar o lado da demanda. Da mesma forma que no caso de um bem privado, o consumo de um bem público envolve duas reações de sentidos opostos. Uma corresponde à satisfação derivada do próprio consumo, que depende da utilidade que o indivíduo atribui ao bem em questão. Outra refere-se ao sacrifício associado à contribuição individual para o financiamento da produção desse mesmo bem. Numa análise parcial, o equilíbrio seria obtido quando, na margem, satisfação e sacrifício fossem iguais, isto é, quando a utilidade marginal do consumo fosse igual à “desutilidade” marginal para o indivíduo, decorrente do acréscimo de produção. A “desutilidade”, no caso, refere-se ao sacrifício representado pelo pagamento de tributos para financiar o acréscimo na produção de bens públicos, o qual implica reduzir a renda disponível para o consumo de bens privados.

Para dado indivíduo e determinado bem, uma possível situação de equilíbrio seria, assim, a representada pelo ponto A no Gráfico 4.2. Ali, a curva  $UU'$  repre-

1. Exclui-se no caso a possibilidade de que um acréscimo muito grande no número de usuários provoque congestão.



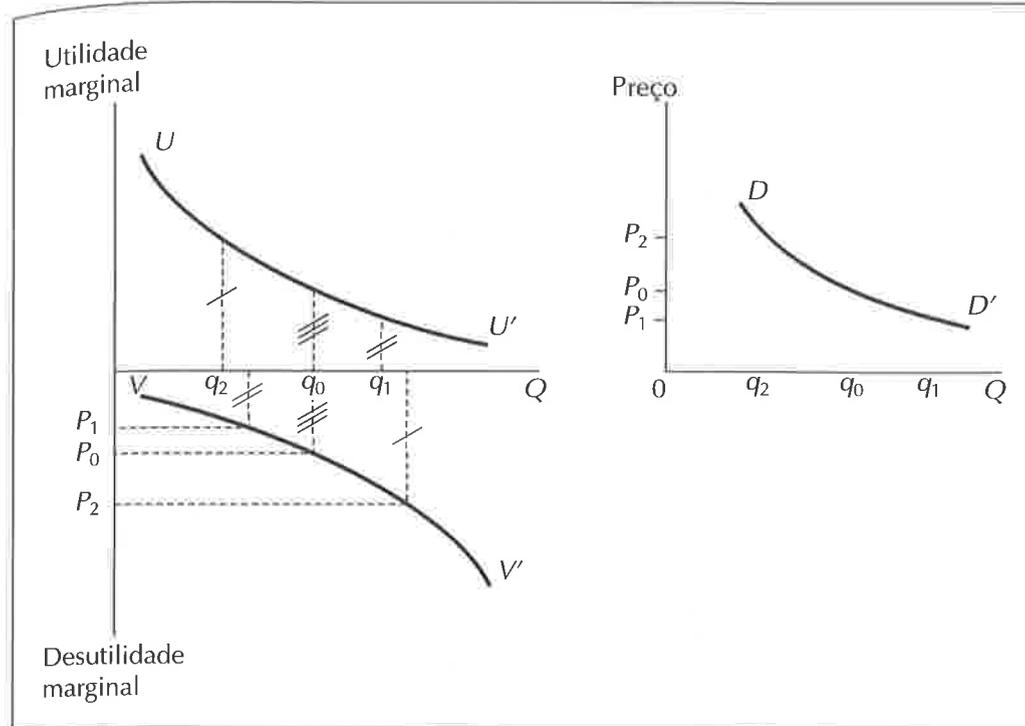
Fonte: Adaptado de HERBER, Bernard P. *Modern public finance: the study of public sector economics*. Homewood, Ill. : Richard D. Irwin, 1971. p. 64.

Gráfico 4.2 Equilíbrio na produção de bens públicos: bem público e um indivíduo.

senta a utilidade marginal do bem público X para o indivíduo A, e  $V'$  a desutilidade marginal para o mesmo indivíduo para diferentes quantidades de X.

Satisfação e sacrifício, no entanto, são conceitos subjetivos. Dois indivíduos diferentes avaliariam de modo totalmente diverso a utilidade marginal associada a um aumento na produção de serviços de segurança, não sendo possível agregar curvas individuais de utilidade para extrair daí uma curva de demanda para a sociedade. Para tanto, é necessário adicionar algum critério a fim de avaliar de maneira mais concreta as preferências individuais relativas a consumo de bens públicos e que desempenhe um papel semelhante ao desempenhado pelos preços no caso de bens privados.

Uma primeira alternativa consiste em supor que os preços sejam representados pelo imposto que cada indivíduo se dispõe a pagar para diferentes quantidades produzidas do bem público X. Nessas condições, o pagamento do imposto estaria representando, para o indivíduo, o preço associado ao consumo de determinada quantidade de X. Quanto maior for a utilidade atribuída por esse indivi-



Fonte: Derivado do Gráfico 4.2.

Gráfico 4.3 Derivação de curvas individuais de demanda por bens públicos.

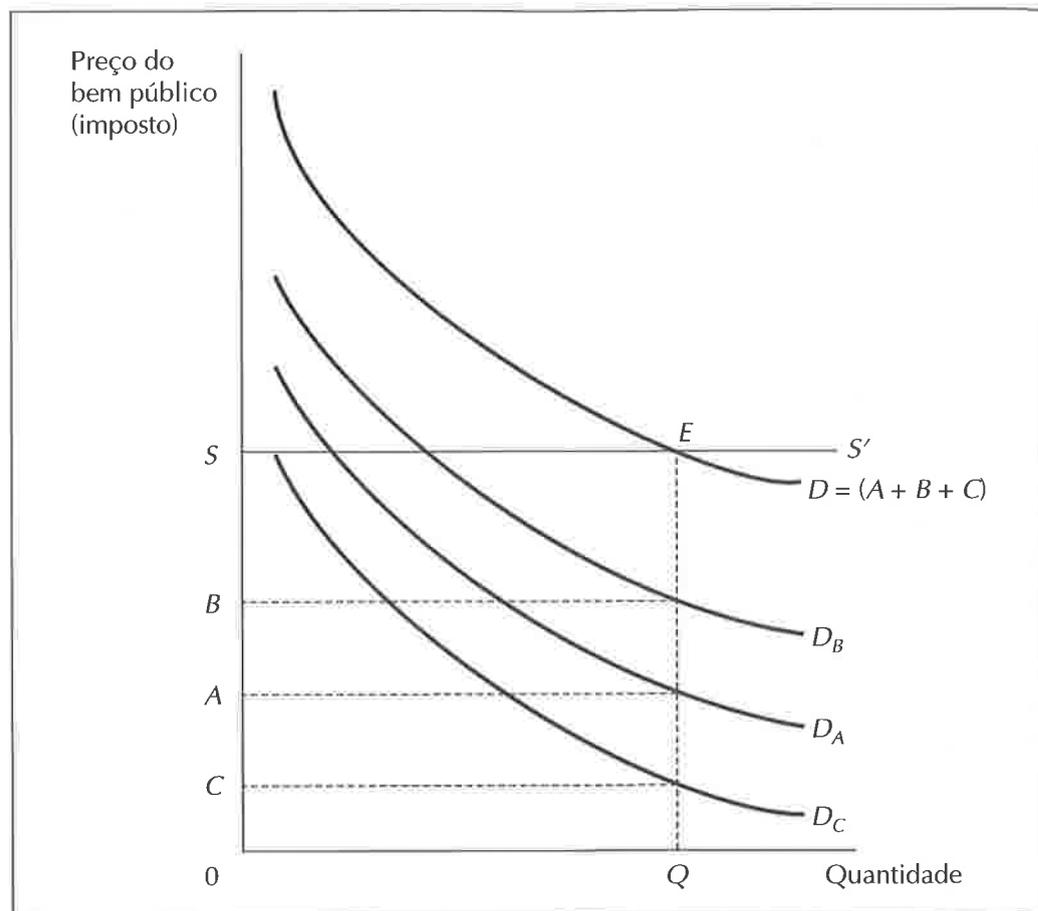
duo ao bem em questão, maior será o imposto (preço) que ele estará disposto a pagar para a produção desse bem.<sup>2</sup>

Uma curva de demanda pode então ser obtida a partir das informações reunidas no Gráfico 4.3. Agora, ao mesmo gráfico apresentado anteriormente, é acrescentada uma outra curva, que passa a representar a demanda do indivíduo pelo bem público X para diferentes valores de imposto a pagar (preços). Como se viu anteriormente, a combinação  $Q_0, P_0$  representa o ponto inicial de equilíbrio (A). Como se supõe que a utilidade marginal de X é decrescente, uma quantidade maior só seria "procurada" em um nível de "preço" mais baixo ( $P_1$ ), de tal forma que a utilidade marginal do consumo para uma quantidade de X igual a  $q_1$  seja igual à desutilidade marginal correspondente ao pagamento de um imposto igual a  $P_1$  por quantidade produzida. Da mesma forma, uma quantidade  $q_2 < q_0$  admitiria uma contribuição unitária mais elevada ( $P_2$ ), de forma a igualar na margem a satisfação do consumo ao sacrifício imposto pela tributação.

2. Ver LINDAHL, Erik. Just taxation: a positive solution. In: MUSGRAVE, Richard A., PEACOCK, Alan T. (Eds.). *Classics in the theory of public finance*. Londres : Macmillan, 1967. p. 168-176.

A curva  $DD'$ , obtida a partir desses pares de informações, passa então a representar a curva de demanda do bem  $X$  pelo indivíduo  $A$ . Uma escala ordinal de utilidade é assim transformada em uma escala cardinal de valores monetários de imposto (preço), possibilitando agregar demandas individuais para fins de obter-se uma curva de demanda total pelo bem em questão.

É fácil demonstrar que um outro indivíduo  $B$ , cuja preferência pelo bem  $X$  seja maior do que a apresentada pelo indivíduo  $A$ , apresentaria uma curva de demanda localizada à direita e acima de  $DD'$  (nesse caso, ambas as curvas de utilidade e desutilidade marginal para o indivíduo  $B$  estariam acima de  $UU'$  e  $VV'$ , respectivamente). Inversamente, um indivíduo  $C$ , cuja preferência por  $X$  fosse menor do que a de  $A$ , apresentaria uma curva de demanda localizada à esquerda e abaixo de  $DD'$ , conforme mostra o Gráfico 4.4.



Fonte: Adaptado de HERBER, Bernard P. *Modern...* Op. cit. p. 67.

Gráfico 4.4 Produção de bens públicos segundo o modelo de equilíbrio parcial.

Como se viu anteriormente, a demanda total seria obtida pela soma vertical das demandas individuais, representada no Gráfico 4.4 por  $D$  ( $A + B + C$ ). Supondo, agora, que os custos de produção do bem público  $X$  sejam constantes, pode-se adicionar ao Gráfico 4.4 uma curva de oferta representada pela reta  $SS'$ . Como é usual, o nível de equilíbrio da produção seria obtido por meio da intersecção dessa curva de oferta com a curva de demanda total, representada no Gráfico 4.4 pelo ponto  $E$ .  $OQ$  representaria, então, a quantidade a ser produzida, e  $OS$  o montante de imposto necessário por unidade de produção. A distribuição desse imposto pelos indivíduos seria determinada pelas preferências reveladas pelas respectivas curvas de demanda. Assim, a contribuição do indivíduo  $C$  seria igual a  $OC$ , a do indivíduo  $A$  igual a  $OA$ , e a de  $B$  igual a  $OB$ , de tal forma que  $OC + OA + OB = OS$ .

Vale a pena notar que, nesse modelo, todos consomem simultaneamente a mesma quantidade (uma das características anteriormente atribuídas aos bens públicos), mas pagam “preços” diferentes, na medida das preferências individuais pelo consumo desse bem. A premissa básica, portanto, é a de que os indivíduos estariam dispostos, voluntariamente, a revelar essas preferências *a priori*, especificando o montante de contribuição tributária que eles estariam dispostos a efetuar em troca da produção de um bem público qualquer. Entretanto, uma vez que a quantidade consumida será a mesma para todos os indivíduos, independentemente das respectivas contribuições, não há nenhum incentivo para tal procedimento.

O problema da revelação das preferências individuais e coletivas por bens públicos é abordado também pela ciência política. Segundo esse ramo das ciências sociais, tais preferências poderiam ser reveladas – e quantificadas – pelo voto, com base no qual seriam tomadas as decisões sobre produção de bens públicos. Knut Wicksell demonstrou que a ocorrência de absoluta unanimidade com respeito à decisão de produzir determinada quantidade de bens públicos é equivalente à eficiência obtida nas decisões tomadas em um mercado competitivo.<sup>3</sup> Isto é, se todos os indivíduos votam pela alocação de 10% dos recursos disponíveis na produção de bens públicos, significa que todos admitem que essa solução melhora seu respectivo nível de bem-estar, constituindo, portanto, uma solução ótima do ponto de vista do critério de eficiência de Pareto. É certo, entretanto, que a unanimidade não é um critério operacional para a tomada de decisões, uma vez que a opinião contrária de apenas um indivíduo numa comunidade de um milhão poderia bloquear as decisões sobre aumento na produção. Várias outras alternativas para revelação das preferências individuais por meio do voto são exploradas

3. WICKSELL, Knut. A new principle of just taxation. In: MUSGRAVE, Richard A., PEACOCK, Alan T. (Eds.). *Classics in the theory of public finance*. Londres: Macmillan, 1958. p. 72-118.

na análise política, embora uma solução definitiva para esse problema ainda não tenha sido formulada.<sup>4</sup>

### 4.3 MODELO DE SAMUELSON

O modelo anterior constitui uma abordagem parcial à análise da produção de bens públicos. No entanto, dada a escassez de recursos na economia, as decisões a respeito da produção de bens públicos e de bens privados não são independentes. A decisão de produzir uma quantidade  $q_0$  do bem público  $X$  implica uma transferência de recursos reais do setor privado para o setor público. Tal transferência pode provocar um aumento no preço dos bens privados anteriormente produzidos, de sorte a modificar as avaliações individuais a respeito do sacrifício representado pela substituição de uma parcela de bens privados por públicos em sua estrutura de consumo. Isso significa que a curva de demanda desloca-se, deslocando, portanto, o próprio nível de equilíbrio da produção.

Samuelson<sup>5</sup> procura corrigir essa deficiência inserindo a análise da produção de bens públicos no contexto de uma análise do equilíbrio geral. Para tanto, considera dois tipos básicos de bens: um bem público  $X$  e um bem privado  $Y$ . Como foi visto anteriormente, se as quantidades produzidas de  $X$  e  $Y$  forem iguais a  $X_t$  e  $Y_t$ , a igualdade entre consumo e produção será estabelecida da seguinte forma:

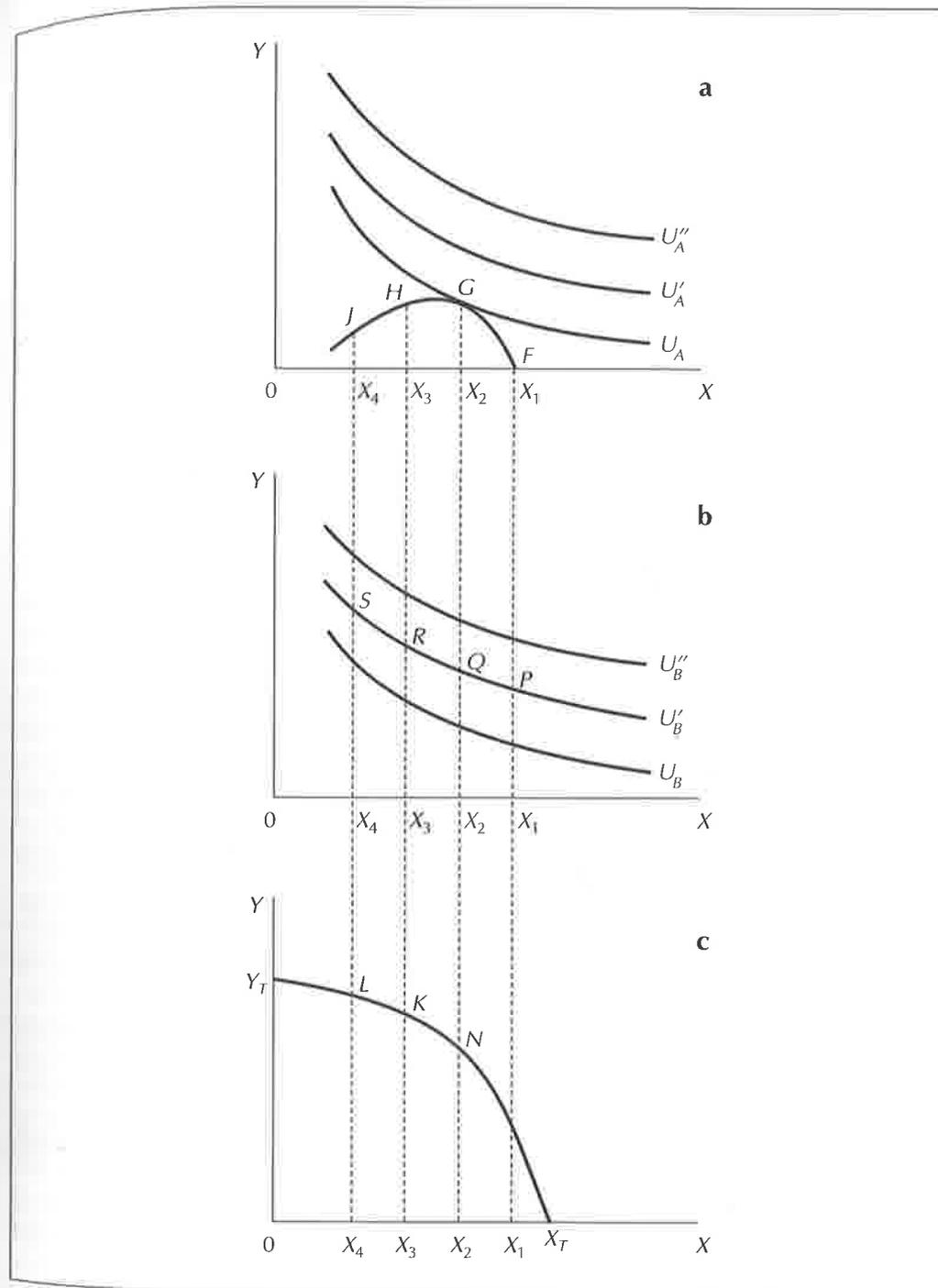
$$X_a = X_b - X_t$$

e

$$Y_a + Y_b = Y_t$$

onde  $X_a$ ,  $Y_a$  representam o consumo de  $X$  e de  $Y$  pelo indivíduo  $A$ , e  $X_b$ ,  $Y_b$ , o mesmo para o indivíduo  $B$ .

Em sua versão gráfica,<sup>6</sup> o modelo é representado por um conjunto de três diagramas, que constituem o Gráfico 4.5. Os dois primeiros gráficos representam as preferências dos indivíduos  $A$  (Gráfico 4.5a) e  $B$  (Gráfico 4.5b), no que concerne ao consumo dos dois bens considerados. Como é usual, essas preferências são representadas mediante curvas de indiferença que refletem a avaliação relativa de utilidade de  $X$  e  $Y$  para os indivíduos  $A$  e  $B$ . O Gráfico 4.5c representa os limi-



Fonte: SAMUELSON, P. A. *Diagrammatic...* Op. cit. p. 351-352.

Gráfico 4.5 Produção de bens públicos segundo o modelo de equilíbrio geral (Samuelson).

4. Para um resumo das contribuições da ciência política à análise da tomada de decisões sobre a produção de bens públicos, ver HERBER, B. P. *Modern public finance...* Op. cit.; Capítulo 5. Ver também MUELLER, Dennis C. *Public choice: a survey.* *Journal of Economic Literature*, Nashville, v. 14, nº 2, p. 395-438, June 1978.

5. SAMUELSON, P. A. *Diagrammatic exposition of a theory of public expenditures.* *Review of Economics and Statistics*, Nov. 1955.

6. A versão algébrica desse modelo pode ser encontrada num apêndice, ao final deste capítulo.

tes de produção impostos pela disponibilidade de recursos, onde a curva  $Y_i X_i$  representa a familiar fronteira de possibilidades de produção.

A partir dessas informações, é possível, então, determinar os níveis ótimos de produção do bem público  $X$  e do bem privado  $Y$  e a repartição desse produto entre os indivíduos  $A$  e  $B$ , conforme o critério de eficiência de Pareto. Para tanto, basta fixar inicialmente um nível qualquer de utilidade para o indivíduo  $B$ , como, por exemplo, o representado pela curva de indiferença  $U_b$ . Como se sabe, qualquer ponto dessa curva representa combinações equivalentes para  $B$  em termos de utilidade de consumo. Dada a fronteira de possibilidades de produção (Gráfico 4.5c), a escolha de qualquer nível de consumo para o indivíduo  $B$  automaticamente determina o excedente disponível para consumo pelo indivíduo  $A$ . Assim, suponha-se que o consumo de  $B$  seja inicialmente determinado pelo ponto  $P$ , correspondendo a um consumo de  $OX_1$  de  $X$  e  $X_1P$  de  $Y$ . Segundo a fronteira de possibilidades de produção, se a produção do bem público  $X$  for igual a  $X_1$ , a de  $Y$  poderá ser, no máximo, igual a  $X_1M$ . Como  $X_1P$  é praticamente igual a  $X_1M$ , isso significa que o consumo de  $Y$  pelo indivíduo  $A$  seria nulo, e representado pelo ponto  $F$  no Gráfico 4.5.

O mesmo raciocínio poderia ser estendido para outras combinações de consumo de  $B$  na mesma curva de utilidade, de forma a obter uma curva de consumo para  $A$  sujeita à restrição de que o consumo de  $B$  se mantenha ao longo da curva de utilidade  $U_b$ . No ponto  $Q$ , o consumo de  $X$  seria igual a  $OX_2$ , e o de  $Y$ , igual a  $QX_2$ . A produção de  $Y$  para uma produção  $OX_2$  de  $X$  seria igual a  $NX_2$ . A diferença  $NX_2 - QX_2$  representaria, assim, a quantidade de  $Y$  disponível para consumo pelo indivíduo  $A$ , representada pelo ponto  $G$ . A repetição desse processo daria então a curva  $FGHJ$ , que representa as opções possíveis de consumo para o indivíduo  $A$ .

A posição de equilíbrio para o indivíduo  $A$  seria representada pelo ponto  $G$ , que corresponderia ao nível mais elevado de satisfação que poderia ser alcançado por  $A$  dentro das restrições fixadas inicialmente. Em termos de produção, a solução geral seria, portanto, representada pelo ponto  $N$ .  $OX_2$  representaria a produção do bem público  $X$ , e  $X_2N$ , a produção do bem privado  $Y$ .  $X_2Q$  representaria o consumo de  $Y$  pelo indivíduo  $B$  e  $X_2G$ , o consumo do mesmo bem pelo indivíduo  $A$  ( $X_2Q + X_2G = X_2N$ ). No caso do bem público, o consumo de cada indivíduo equivale ao total da produção ( $OX_2$ ).

Vale a pena notar, entretanto, que essa solução não é única. Existe uma infinidade de soluções ótimas nesse modelo, dependendo do ponto de partida. Isto é, fazendo variar a restrição inicial quanto ao nível de consumo do indivíduo  $B$ , naturalmente se deslocará a curva  $FJ$  no Gráfico 4.5a. Se se fixar inicialmente que o consumo de  $B$  deve situar-se ao longo da curva de utilidade  $U_b < U_b$ , o excedente de  $Y$  para consumo de  $A$  será maior em qualquer ponto da curva, representando um deslocamento para cima da curva  $FJ$ . A nova posição final de equilíbrio iria então localizar-se acima de  $G$ , representando diferentes combinações na produ-

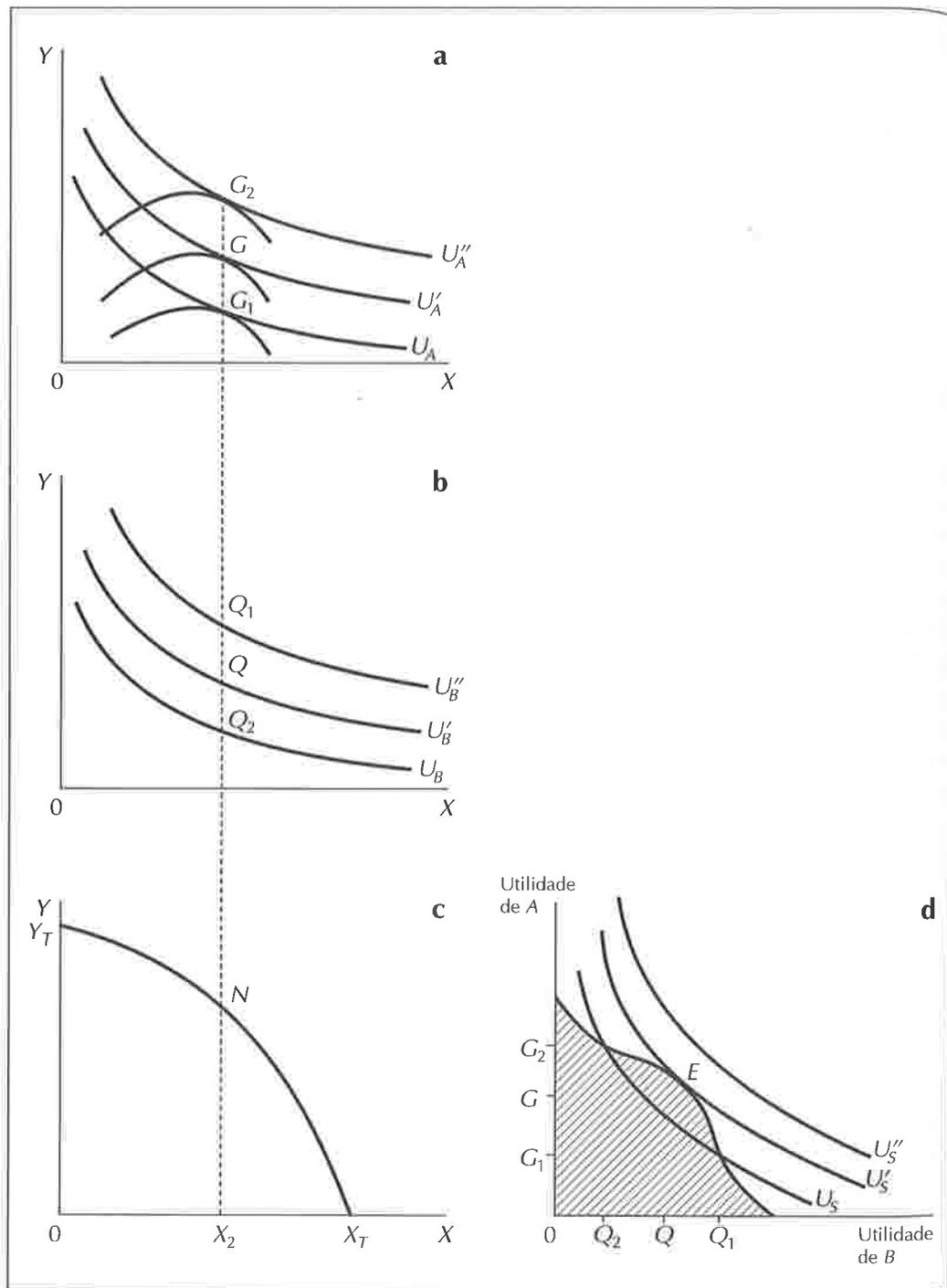
ção e no consumo do bem em questão. Em tais condições, qual dessas soluções ótimas, do ponto de vista do critério de eficiência de Pareto, seria preferível?

A resposta a essa pergunta depende de introduzir no modelo uma curva que represente a avaliação relativa da sociedade no que diz respeito a diferentes níveis de utilidade para  $A$  e para  $B$ . Como se viu, se foi fixado inicialmente um nível mais elevado de utilidade para  $B$ , o nível de utilidade que pode ser alcançado por  $A$  é menor, e vice-versa. Em termos de consumo, para dada fronteira de produção existe, portanto, um *trade-off* no sentido de que um aumento na utilidade alcançada por um indivíduo implica redução naquela atingida pelo outro. Tem-se agora um problema de distribuição da produção que, para ser resolvido, depende de uma função de bem-estar que estabeleça as preferências da sociedade quanto a padrões de consumo de  $A$  e de  $B$ .

Esse problema e a respectiva solução são representados no Gráfico 4.6, em que se repetem os três gráficos anteriores, com a finalidade de deduzir várias soluções eficientes de um ponto de vista alocativo. Tais soluções são representadas pelos pares de valores  $QG$  (conforme verificado no Gráfico 4.5),  $Q_1 G_1$  e  $Q_2 G_2$ , obtidos por um raciocínio semelhante.<sup>7</sup> Cada um desses pontos representa diferentes níveis de utilidades para os indivíduos  $A(G)$  e  $B(Q)$ . Esses pontos são então transpostos para o Gráfico 4.6d, permitindo traçar uma fronteira representativa de possíveis formas de distribuição da produção entre  $A$  e  $B$ , que correspondem, também, a soluções eficientes do lado da produção. Basta agora acrescentar a esse mesmo Gráfico 4.6d uma curva de indiferença que represente as preferências da sociedade no que diz respeito à distribuição da produção entre os dois indivíduos. Supondo que essas curvas são as representadas por  $U_s$  (utilidade social), a posição ótima de equilíbrio seria a representada pelo ponto  $E$ , onde a "fronteira de utilidades" tangencia a curva de utilidade social mais elevada.

Embora contribua para integrar a análise da produção de bens públicos na teoria econômica do bem-estar, o modelo de Samuelson não fornece uma ferramenta de uso prático para a elaboração e análise dos orçamentos de despesas governamentais. Primeiro, porque uma parcela cada vez maior dos bens produzidos pelo governo escapa aos rígidos limites empregados na definição de bens públicos. Segundo, porque também não fornece solução para o problema de revelação das preferências individuais e coletivas pelo consumo de bens produzidos pelo governo. Terceiro, porque não considera as restrições institucionais que interferem no processo de decisão orçamentária.

7. Não necessariamente essas possíveis soluções de equilíbrio ocorreriam em um mesmo nível de consumo de bem público ( $X$ ), conforme mostra o Gráfico 4.6. Neste caso, isso se deve ao fato de se ter considerado que as preferências de  $A$  e  $B$ , no que diz respeito ao consumo das duas espécies de bens, fossem iguais.



Fonte: Gráfico 4.5.

Gráfico 4.6 Produção de bens públicos e preferências sociais (Samuelson).

### Anexo 4.1

## MODELO DE SAMUELSON DE DETERMINAÇÃO DO NÍVEL ÓTIMO DE GASTOS PÚBLICOS PARA A SOCIEDADE - VERSÃO ALGÉBRICA

Devem-se a Samuelson (1954 e 1955) os trabalhos pioneiros que definem teoricamente uma alocação eficiente dos recursos da economia na presença de bens públicos. Estes últimos conceituados a partir de duas características: não-exclusão e não-rivalidade no consumo. A primeira refere-se à condição de que os bens públicos puros, como por exemplo a Defesa Nacional, se são ofertados é impossível ou indesejável excluir seu consumo para algum indivíduo. Em alguns casos, a não-exclusão é apenas desejável, embora seja possível a um custo finito. É o caso de uma ponte sem congestionamento, onde a cobrança de um pedágio possa ser implementada. A segunda propriedade mostra que o consumo de um bem público por um indivíduo não reduz a disponibilidade desse bem para outros.

A existência dos bens públicos na economia constitui-se numa falha de mercado, pois sua provisão por um sistema de preços descentralizado leva a uma suboferta. Os consumidores (ou famílias) tenderão a não revelar suas preferências (grau de utilidade) por bens públicos na expectativa de que outros façam e montem um mecanismo de financiamento para ofertá-los. Nesse caso, verifica-se o problema do *free-rider* (carona).

Como Samuelson resolveu esse problema? A saída foi a utilização da hipótese do planejador central (governo) que conhece todas as preferências da sociedade. Nessa economia, há somente um bem público ( $G$ ) a ser ofertado para  $H$  famílias, que possuem a seguinte função-utilidade:

$$U^h = U^h(x^h, G), \text{ para } h = 1, 2, \dots, H. \quad (1)$$

onde:  $x^h$  é o vetor de consumo dos bens privados.

Observe-se que  $G$  aparece como argumento na função de utilidade de cada família, denotando que o consumo de  $G$  é não rival. Por outro lado, o conjunto de possibilidades de produção da economia é dada pela função  $F$ , que tem como argumentos o vetor  $X$  de bens privados e  $G$ :

$$F(X, G) \leq 0 \quad (2)$$

Para obter a alocação eficiente de recursos entre bens privados e bem público, o governo escolhe o vetor  $x^h$  que maximiza a utilidade da primeira família, dados os níveis de utilidade das demais famílias ( $\bar{U}^h$ ):

$$L = U^1(x^1, G) + \sum_{h=2}^H \mu^h [U^h(x^h, G) - \bar{U}^h] - \lambda F(X, G) \quad (3)$$

As condições necessárias de maximização podem ser obtidas derivando-se  $L$  com relação ao componente  $x_i^h$  do vetor de bens privados  $x^h$  e a  $G$  e igualando-se ambos a zero:

$$\frac{\partial L}{\partial x_i^h} = \mu^h \frac{\partial U^h}{\partial x_i^h} - \lambda \frac{\partial F}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial x_i} = \mu^h \frac{\partial U^h}{\partial x_i^h} - \lambda \frac{\partial F}{\partial X_i} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial G} = \sum_{h=1}^H \mu^h \frac{\partial U^h}{\partial G} - \lambda \frac{\partial F}{\partial G} = 0 \quad (5)$$

Na equação (5), supõe-se  $\mu^h = 1$  para  $h = 1$ . Isolando  $\mu^h$  na equação (4) e substituindo esse resultado na equação (5), obtêm-se as condições de alocação ótima entre o bem público e os bens privados:

$$\sum_{h=1}^H \frac{\frac{\partial U^h}{\partial G}}{\frac{\partial U^h}{\partial x_i^h}} = \frac{\frac{\partial F}{\partial G}}{\frac{\partial F}{\partial X_i}} \quad \text{para } i = 1, \dots, n \quad (6)$$

A equação (6) constitui-se na regra de Samuelson e mostra que a taxa marginal de substituição entre o bem público  $G$  e cada bem privado (no caso  $x_i$ ) para todas as famílias (lado esquerdo da equação) deve ser igual à taxa marginal de transformação entre  $G$  e  $x_i$ . De outro modo, o custo marginal de produção de  $G$  (lado direito da equação) deve ser igual ao somatório dos benefícios marginais proporcionados para cada família (benefício social) pelo acréscimo de uma unidade do bem público. A diferença da equação para a relação entre dois bens privados quaisquer é que, neste caso, uma unidade extra de  $x_i$  em detrimento de  $x_j$  vai ser apropriada privadamente por uma única família (em vez de todas as famílias, no caso de uma unidade extra de gastos públicos), fazendo desaparecer a expressão de somatório do lado esquerdo de (6).

O problema desse tipo de solução admitido pelo próprio Samuelson (1954:389) é:

“Dado o suficiente conhecimento, as decisões ótimas podem sempre ser encontradas verificando todos os estados do mundo atingíveis, selecionando o melhor, que está de acordo com a função de bem-estar ética postulada. A solução ‘existe’, o problema é como encontrá-la.”

Numa economia de mercado competitiva, os interesses individuais são sinalizados por meio do sistema de preços e canalizados pelas trocas entre os agentes econômicos. Por outro lado, no caso dos bens públicos, Samuelson (1954) utilizou-se de um artificialismo que na realidade econômica não encontra correspondência: a presença de um ente governamental que conhece todas as preferências, e, por meio de impostos do tipo *lump-sum*, financia a provisão de bens públicos e efetua as transferências de renda para encontrar o ótimo de Pareto.