

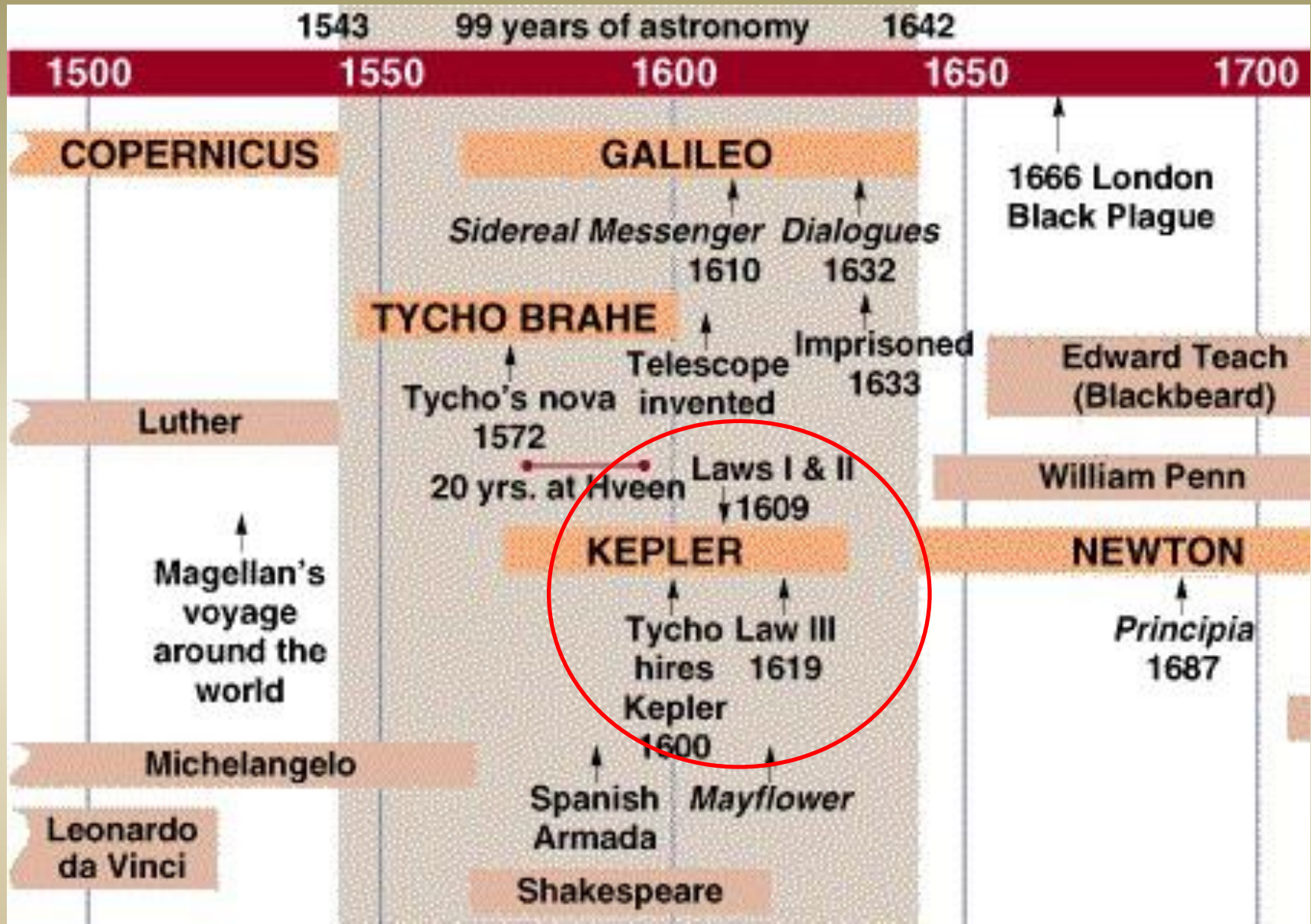
# Johannes Kepler e a construção do edifício para a Gravitação e as 3 leis dos movimentos planetárias (parte 1)



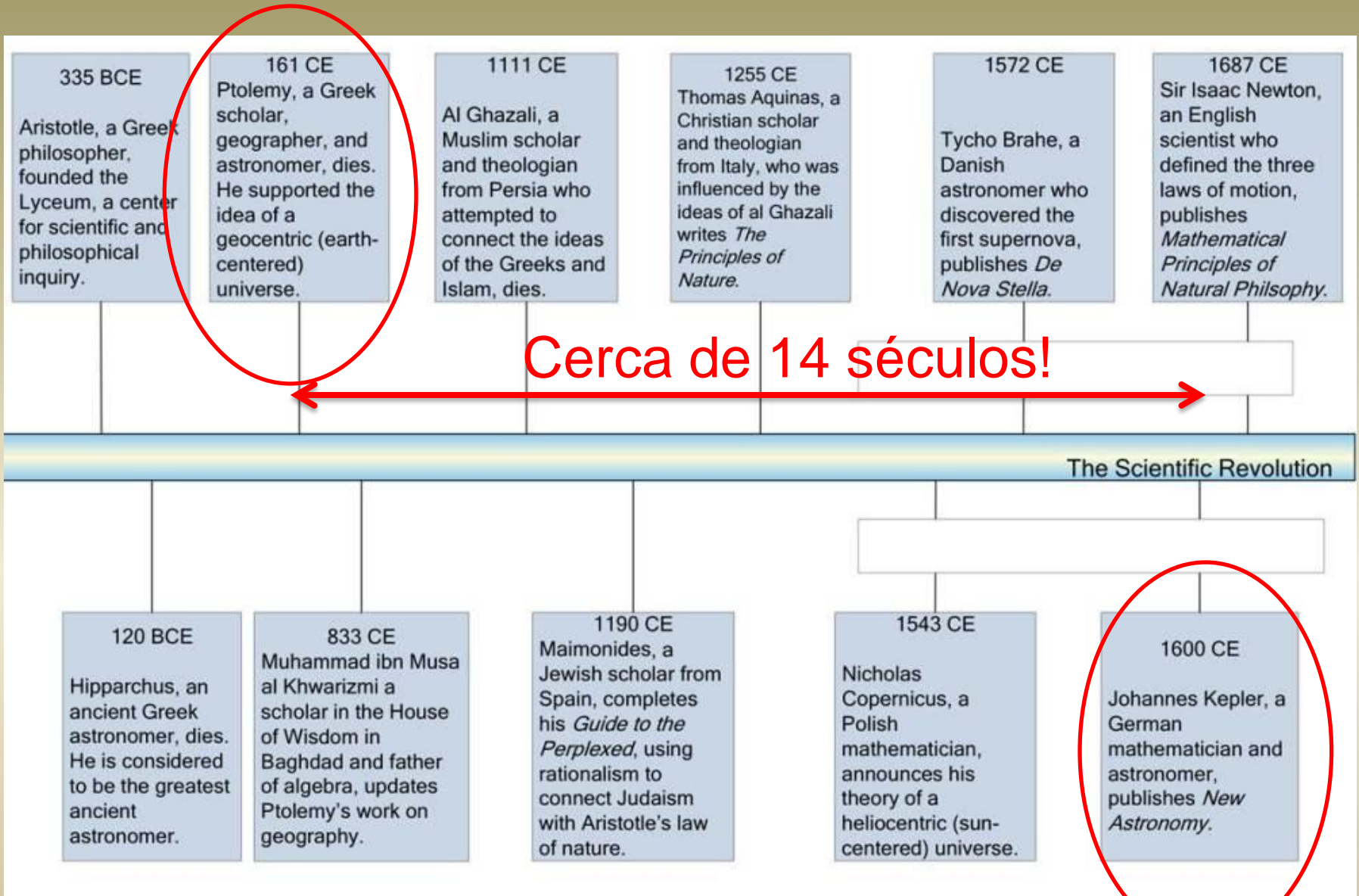
“Facetas” de Johannes Kepler

Por: Flávia Polati  
FEP 131: Gravitação 2016

# Linha do Tempo

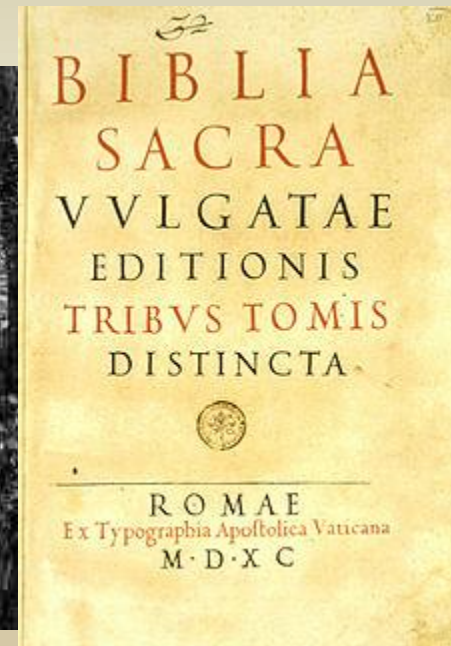
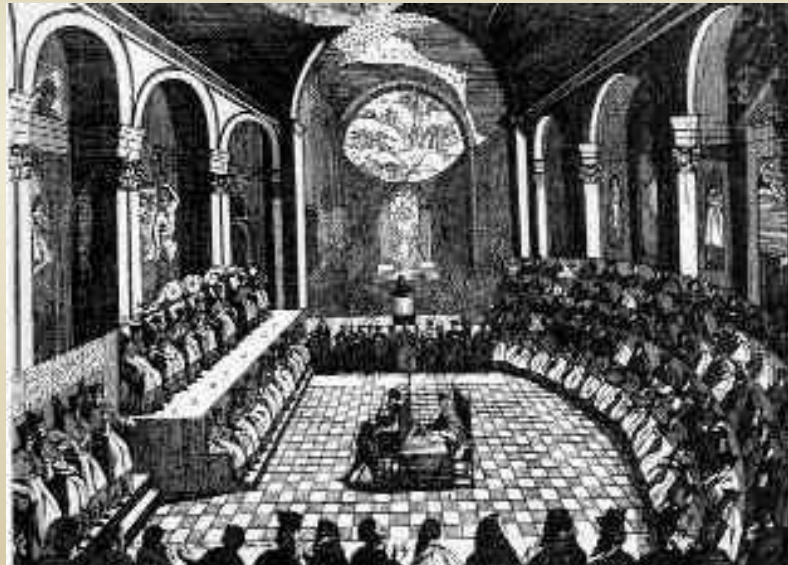


# Linha do Tempo



# Um pouco do contexto social e econômico do século XVI e XVII

- *Contra-reforma ou Reforma Católica*
- Artes e outros afetados nos anos 1530
- Clima de hostilidade (Kepler era protestante)



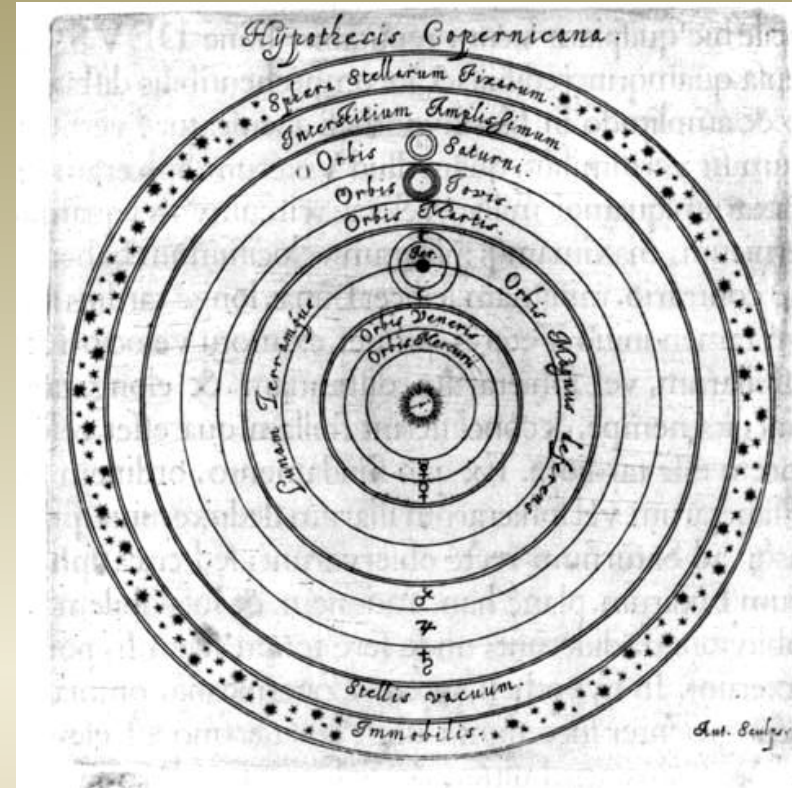
# A física e a astronomia no século XVI e XVII

- Paradigmas: física aristotélica e **movimento circular**
- Modelo Ptolomaico: baseado na física aristotélica; +usado e +adotado; decadência



# A física e a astronomia no século XVI e XVII

- Modelo Copernicano: proposto; não adotado e (pouco) lido
- Dados observacionais dos Árabes: imprecisão e erros já detectados
- Excesso de epiciclos e deferentes (não era mais simples que o Geocentrismo!)
- Uso ao recurso do equante



# Johannes Kepler (1571 - 1630)

- Nasceu em 1571 na cidade de Weil der Stadt (Alemanha);
- Era de família pobre;
- Problemas de saúde desde seu nascimento;
- Na infância, se interessou em estudar teologia;
- Péssimo relacionamento com seus colegas;



Lage der Stadt Weil der Stadt im Landkreis Böblingen



# Johannes Kepler (1571 - 1630)

- Dos 13 aos 17 anos frequentou o seminário teológico (curso inferior Adelberg e superior Maulbronn)
- Se formou na Faculdade de Artes na *Universidade de Tuebingen* (aos 20 anos)
- Voltou aos estudos teológicos, onde estudou por 4 anos



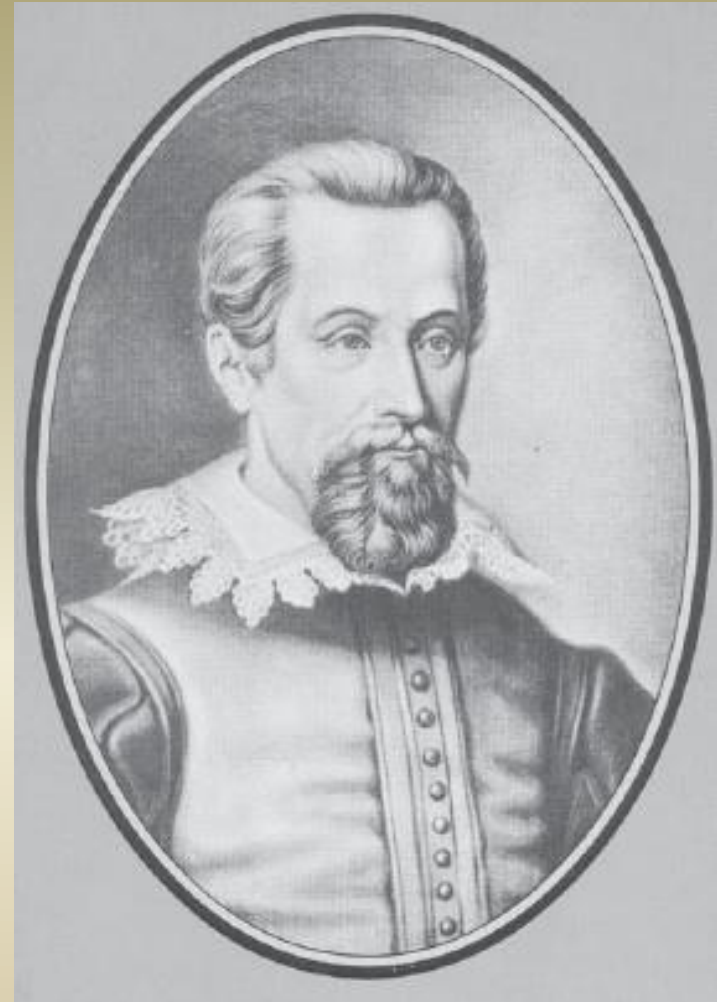
Lage der Stadt Weil der Stadt im Landkreis Böblingen





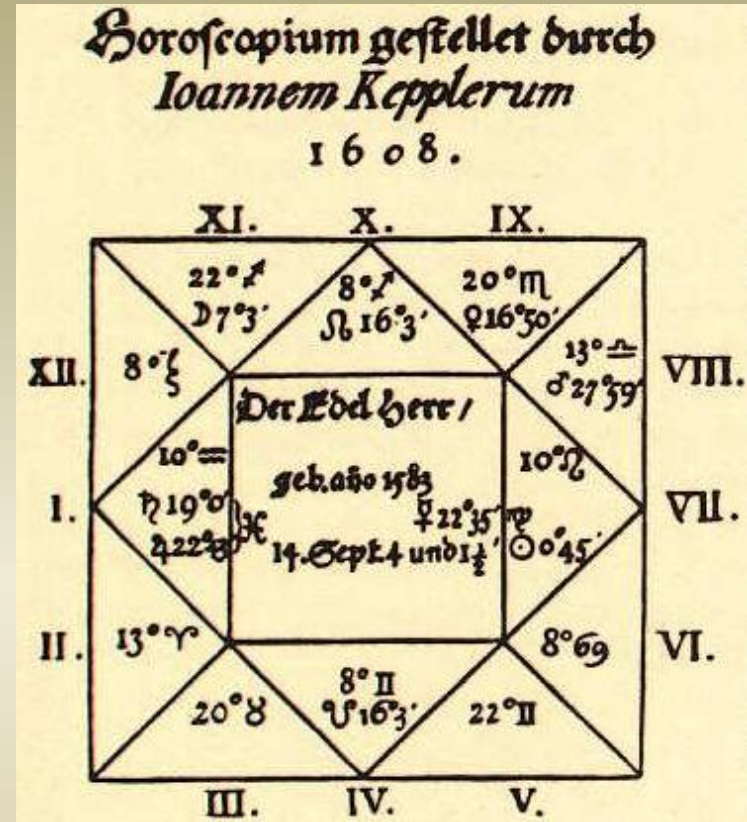
# Os primeiros trabalhos de Johannes Kepler

- Convite para professor de matemática e astronomia de Gratz, capital da Estíria –Austriaca;
- Bom raciocínio em matemática e nas previsões astrológicas.
- Era míope e um péssimo observador prático
- Tendeu a recusar o cargo pelo escasso conhecimento neste ramo
- Permaneceu em Gratz por quatro anos (1594 – 1598) – chegou com 24 anos



# Os primeiros trabalhos de Johannes Kepler

- Elaborou calendários de previsões astrológicas
  - obrigação do *Mathematicus Imperial* na Estíria
  - Boa remuneração
- Previu onda de frio e da invasão dos turcos
- Popularidade aumentou  
“A astrologia seria a entrada para a astronomia”
- Crenças da influencia dos astros nos fenômenos terrestres



Horóscopo feito por Kepler em 1608 para [General Wallenstein](#)

# Os primeiros trabalhos de Johannes Kepler

- Teve contato com as teses de Copérnico a partir de seu professor de matemática em Tuebingen, Michael Maestlin (1550 –1631).
- Seu interesse não se deu somente pelas implicações astronômicas, mas místicas do universo heliocêntrico.

*“Em Tuebingen muitas vezes defendi as opiniões de Copérnico na disputa dos candidatos e compus uma cuidadosa disputa sobre o primeiro movimento, o qual consiste na rotação da Terra; **acrescentei a esse o movimento da Terra em torno do Sol por motivos físicos ou, se preferir, por motivos metafísicos...**Se há criaturas vivas na Lua (questão que gostei de especular à maneira de Pitágoras e de Plutarco numa disputa escrita em Tuebingen em 1593), **é de supor que estejam adaptadas ao característico do seu país particular**”.*

*(apud KOESTLER, p.164)*

# Mysterium Cosmographicum

7/13.

Prodromus  
DISSERTATIONVM COSMOGRAPHICARVM,  
continens  
MYSTERIVM  
COSMOGRAPHICVM  
DE ADMIRABILI PROPORZIONE OR-  
bium cœlestium: deque causis cœlorum numeri, magni-  
tudinis, motuumque periodicorum ge-  
nuius & propriis,

*Demonstratum per quinque regularia corpora Geometrica.*

Libellus primum Tübingæ in lucem datus Anno Christi  
M. D. XCVI.

M. IOANNE KEPLERO VVIRTEMBERGICO, TVNC TEMPO-  
ris Illustrissimum Styria Prævincialium Mathematico.

Nunc vero post annos 25. ab eodem authore recognitus, & Notis notabilissimis  
partim emendatus, partim explicatus, partim confirmatus: deniq; omnibus suis  
membris collatus ad alia cognati argumenti opera, quæ Author ex illo tem-  
pore sub duorum Imp. Rudolphi & Matthiæ auspiciis; etiamq; in  
Illustr. Ord. Austriæ Supr-Austriæ clientela  
diuersis locis edidit.

*Patissimum ad illustrandas occasiones Operis, Harmonice Mundi, distinctis,  
que progressum in materia & methodo.*

Addita est erudita NARRATIO M. GEORGII IOACHIMI RHETICI, de  
Libris Revolutionum, atque admirandis de numero, ordine, & distantis Sphæra-  
rum Mundi hypothesebus, excellentissimi Mathematici, totiusque Astronomiæ Re-  
stauratoris D. NICOLAI COPERNICI.

ITEM.

eiusdem IOANNIS KEPLERI pro suo Opere Harmonice Mundi APOLOGIA aduer-  
sus Demonstrationem Analyticam Cl. F. D. Roberti de Fluctibus, Me-  
dici Oxoniensis.

Cum Privilegio Cæsareo ad annos XV.



FRANCOFVRTI,  
Recusus Typis ERASMI KEMPFERI, sumptibus  
GODEFRIDI TAMPACHII.

Anno M. DC. XXI. Samuel Krook.

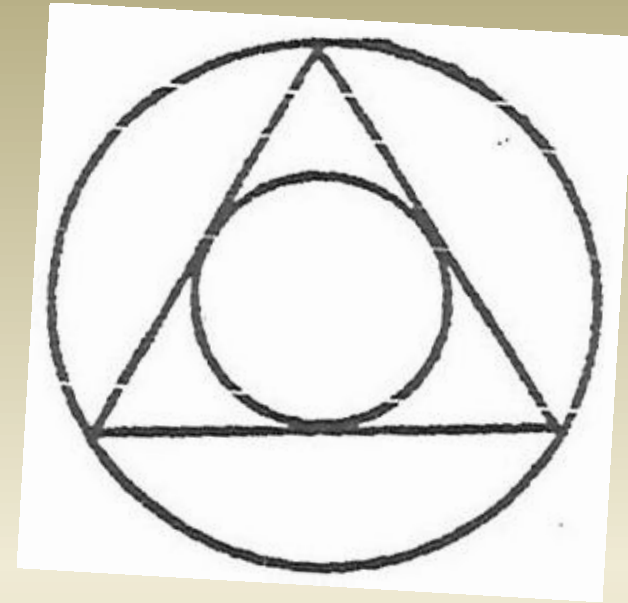
UPPSALA UNIVERSITETS  
ASTRONOMISKA OBSERVATORIUM

E. Humann.

- 1ª edição: 1596  
(aos 25 anos de idade)
- 2ª edição: 1622  
*Reformulado*  
(aos 51 anos de idade)  
(após sua obra  
*Astronomia Nova*)

# *Mysterium Cosmographicum*

- Ideia teria surgido em uma aula, em 09 julho de 1595:  
“o triângulo é a primeira figura da geometria. Tentei imediatamente inscrever no intervalo seguinte, entre Júpiter e Marte, um quadrado, entre Marte e a Terra, um pentágono, entre a Terra e Vênus, um hexágono (...)”
- Não deu certo
- Número de polígonos regulares num plano bidimensional é ilimitado
- *Porque são 6 os planetas? O que isso quer dizer?*



# Mysterium Cosmographicum

- Defende o modelo de Copérnico já na introdução
- Argumenta não haver contradição entre a tese de Copérnico e a Sagrada Escritura: *“...poder Deus criar apenas um mundo perfeito, e visto existirem apenas cinco sólidos simétricos, destinam-se a ser colocados entre as seis órbitas planetárias pois se ajustam perfeitamente...”*.

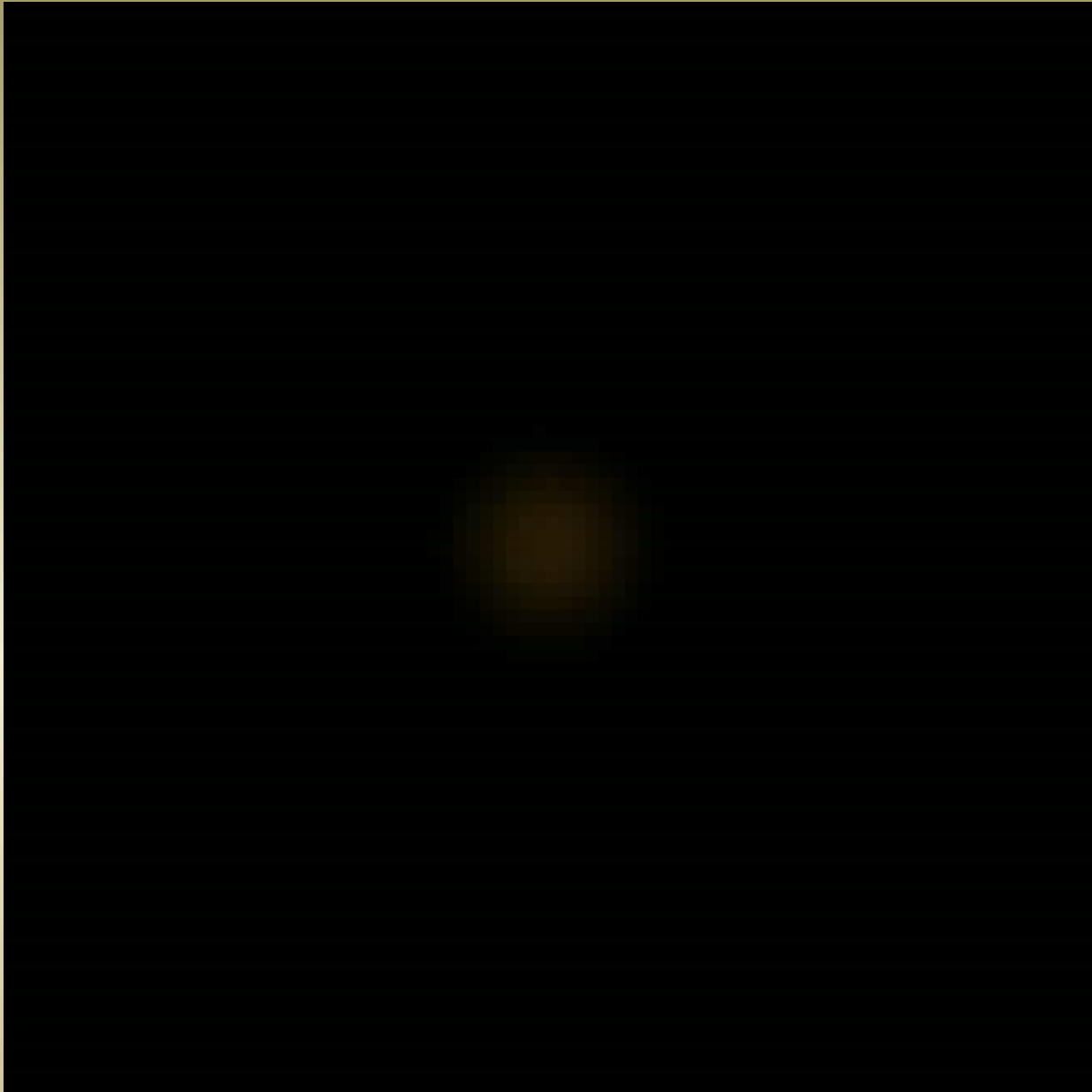


# Mysterium Cosmographicum

- desenvolvimento é feito nos capítulos III a VIII
- Inscrição e Circunscrição dos sólidos regulares nas órbitas esféricas dos planetas
- todos os vértices de cada sólido "tocassem" as esferas das órbitas.
- utilizou esta HIPÓTESE para obter:
  - as razões do por que existem apenas seis planetas (admitindo-se o copernicanismo);
  - o tamanho do mundo celeste;
  - por que os movimentos se dão da forma na qual os observamos



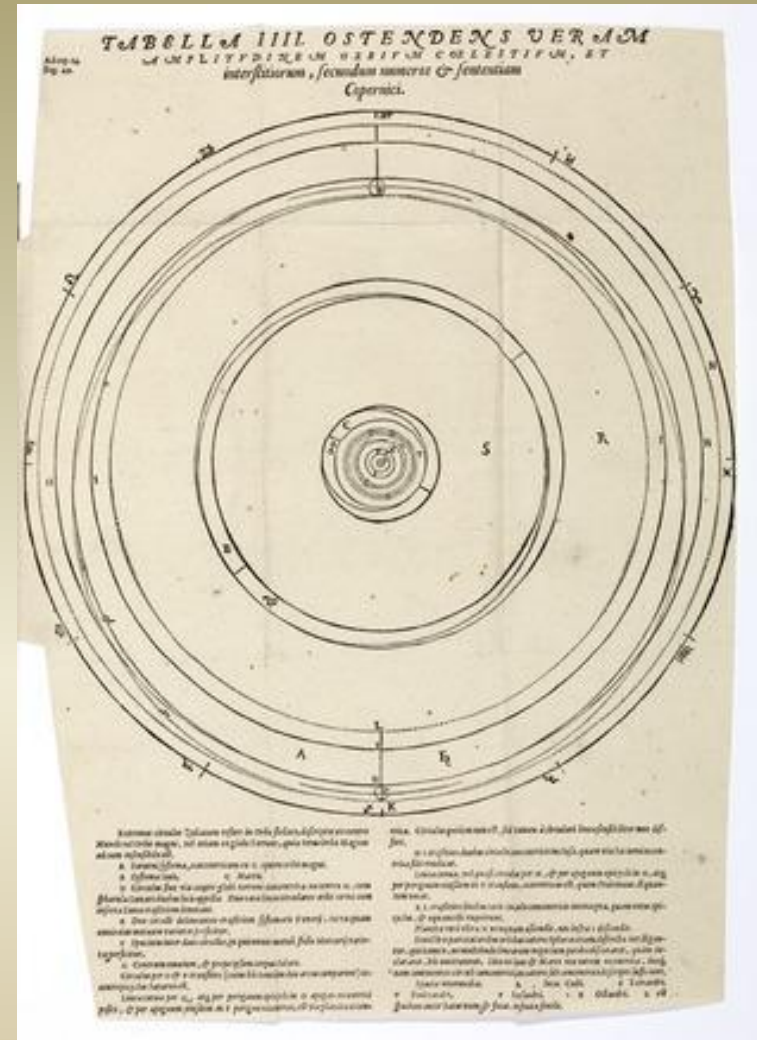
# *Mysterium Cosmographicum*





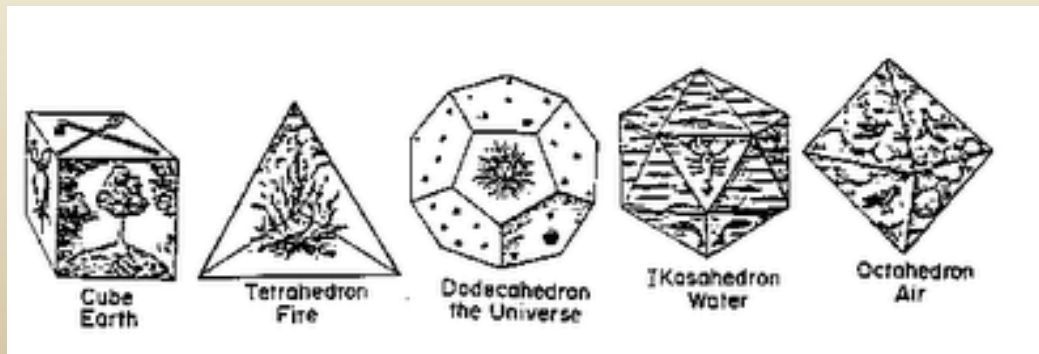
# Mysterium Cosmographicum

- 1ª parte do livro especulativa, propositiva
- Experimentou relações entre a distâncias dos planetas ao Sol (2x, 3x 4x...) - plana
- Razões entre órbitas de saturno e Júpiter são as mesmas (planetas externos)



# *Mysterium Cosmographicum*

- Relações 3D que seguem proporções
- 5 sólidos regulares:
- Tetraedro (pirâmide), Cubo; Octaedro (oito triângulos equiláteros); dodecaedro (doze pentágonos); icossaedro (vinte triângulos equiláteros)
- Sólidos platônicos e elementos naturais



# Mysterium Cosmographicum

- 2ª parte do livro confronto das proporções de seu modelo com dados observados
- Boa concordância para as órbitas de Marte, Terra e Vênus
- Mas, Júpiter e Mercúrio não encaixavam no modelo
- E Órbita da Lua, deveria ser incluída?



# Mysterium Cosmographicum

- Descobriu erros nos dados de Copérnico (Réthicus já sabia)
- Sol no centro do Sistema Solar (no modelo de Copérnico, Sol estava próximo ao centro)
- Inspirações pitagóricas (Sol é o fogo central)
- 1ª resposta: **força motriz emanando do Sol, que diminui com a distância (força da Luz)!**

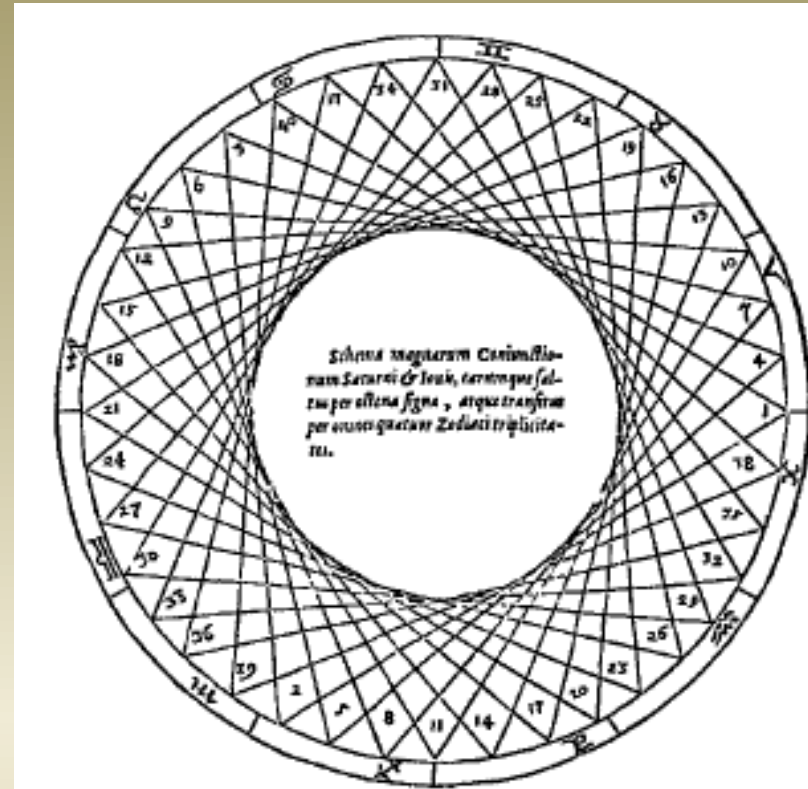


FIGURE 7.67. Kepler's diagram of the great conjunctions of Jupiter and Saturn in *Mysterium cosmographicum*.

# Pensando sobre a ciência

Imagine que você escreva um livro com uma hipótese matemática embasada em sua visão de mundo muito clara para descrever um fenômeno, e deseja testá-la, com fatos observacionais.

*Quais caminhos você adotaria para testar sua hipótese?*

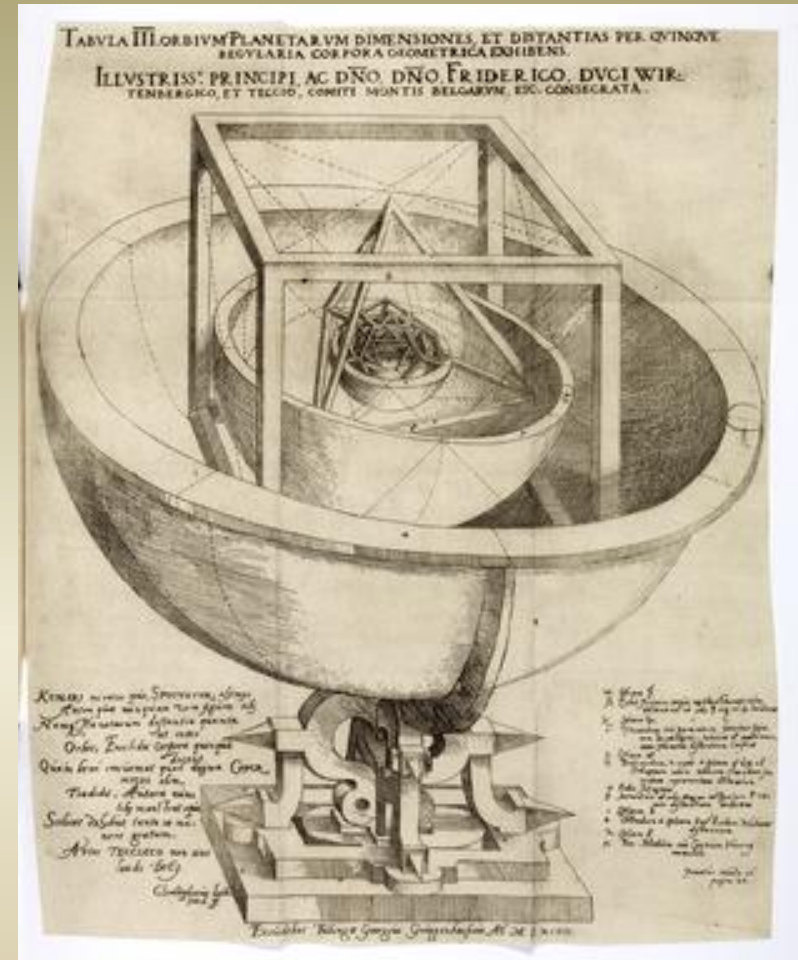
*Se sua previsão não corroborasse com os dados, o que você faria?*

*Descartaria as hipóteses?*

*Ou descartaria (obteria novos) dados empíricos?*

# Mysterium Cosmographicum

- Falsa inspiração! (??)
- Busca pela **harmonia do mundo** ficou com ele até o fim de sua vida;
- Não acreditava na existência dos sólidos no espaço (realismo?)
- Abriu reflexões sobre as relações **astronômicas e físicas** entre os 5 planetas observados



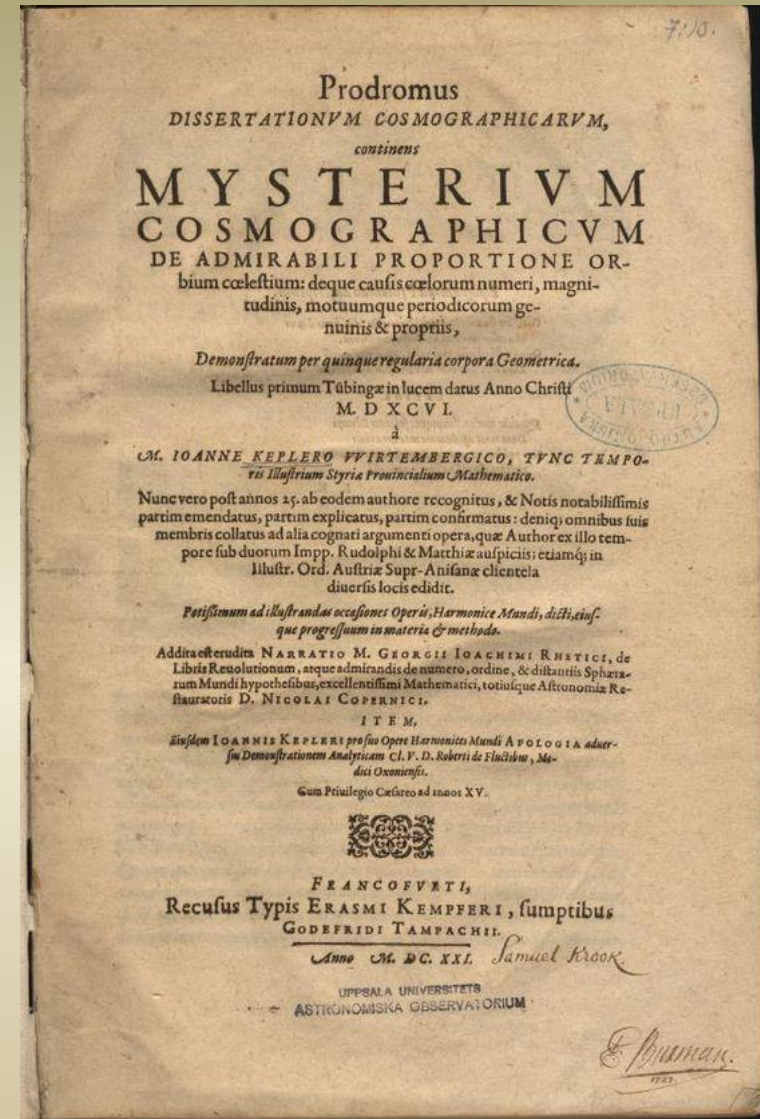
# *Mysterium Cosmographicum*

- Maestlin editou e imprimiu os exemplares do Mysterium (algumas dezenas)
- Distribuído aos mais notáveis astrônomos e matemáticos da época;
- Tycho Brahe rejeitou; Galileu congratulou;
- 2ª edição do Mysterium (22 anos mais tarde aos 51 anos):

*Embora pudesse ter visto isso desde o início, não quis privar o leitor deste estímulo a outros esforços. Oh, se pudéssemos viver para ver o dia em que os dois conjuntos de números concorde... O meu único objetivo é o de que outros se sintam impelidos a pesquisar a solução para a qual abri o caminho Vivemos para ver tal dia depois de vinte e dois anos e nos rejubilamos; pelo menos foi o que fiz; espero que Maestlin e muitos outros...partilhem do meu contentamento. (apud Koestler, p.177)*

# Mysterium Cosmographicum

- 1ª metade do livro é medieval, apriorística e mística (astrologia, numerologia, simbolismo geométrico do zodíaco, harmonia pitagórica)
- 2ª metade é moderna e empírica: primeira metade era probabilística, devendo ser verdade ou mentira decidida pelos fatos observacionais (?)
- Reformulou suas hipóteses astronômicas





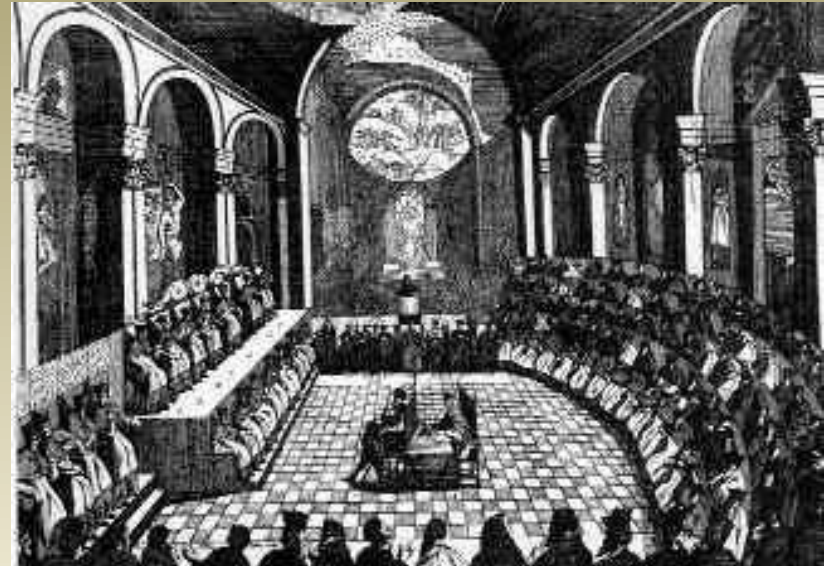
# Conclusões

- Escreveu o *Mysterium Cosmographicum* aos 25 anos!
- Coexistência do lado **místico e empírico** de Kepler
- Modelo como **hipotético para a busca da harmonia do mundo**
- Introduziu explicações **físicas (força emanada do Sol)**
- Retomou **explicações causais** para os movimentos dos planetas



# Caminhos tortuosos nos anos seguintes

- Perseguição dos protestantes na Contra-Reforma católica
- Protestantes expulsos da província da Estíria
- Kepler obteve exceção e retornou do exílio em 1599
- Filhos morreram
- Em 1598, fechada a universidade em que Kepler trabalhava
- Podia dedicar-se mais às especulações sobre a harmonia das esferas.



# Tycho e Kepler

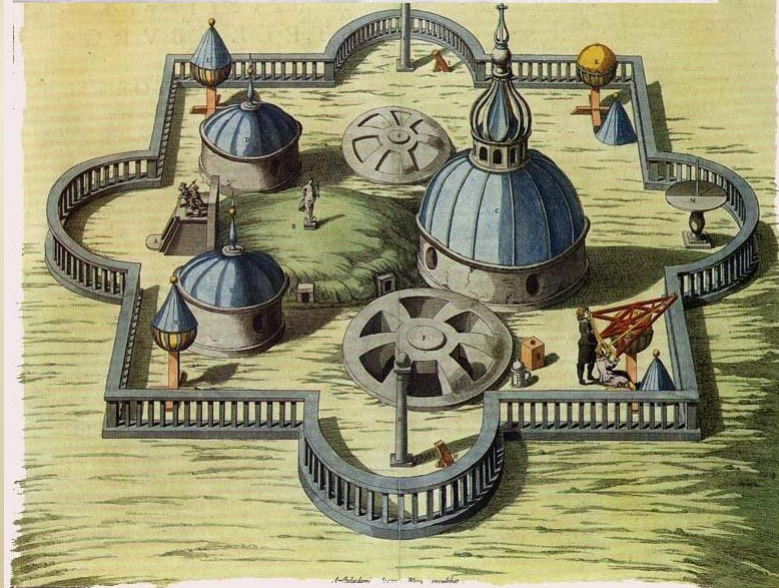
- Tycho Brahe astrônomo nobre renomado na época
- Kepler passa a almejar voltar a Tuebigen (Maestlin o rejeita) ou trabalhar com Tycho
- Em 1º de janeiro de 1600 Kepler viaja a Praga para se encontrar com Tycho
- Em 4 de fevereiro de 1600 se encontram (Tycho com 53 anos e Kepler com 29 anos)



Tycho Brahe (1546-1601)

# Tycho e Kepler

- Kepler tornara-se assistente de Tycho em Castle Benatky (Tycho foi exilado de Praga)
- Incumbido de estudar Marte (Longomontanus, assistente de confiança de Tycho, não queria mais estudá-lo - complexidade)
- Tycho não facilitou a obtenção dos dados à Kepler (divergências pessoais)
- Kepler retorna à Gratz em julho 1600, mas é expulso por ser protestante



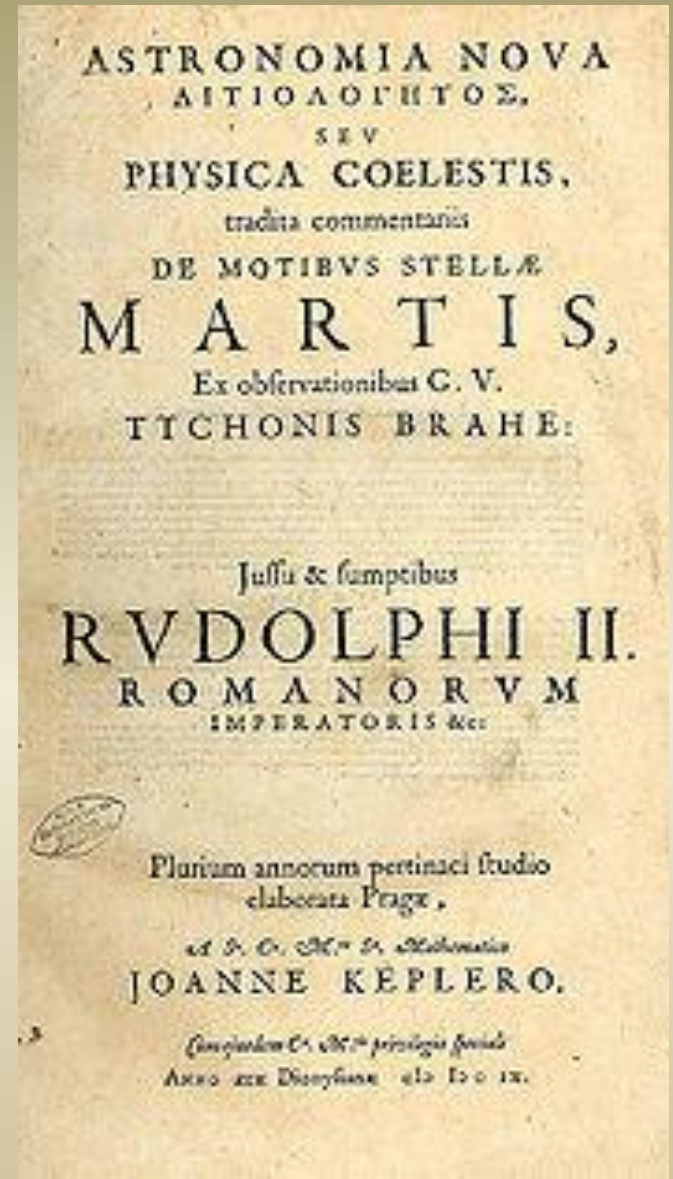
# Tycho e Kepler

- Tycho Brahe morre em 1601 (após 18 meses de convivência com Kepler)
- **Pede a Kepler que construísse o novo universo, seguindo seu modelo**
- Kepler torna-se *Mathematicus Imperial* (herda o posto e os dados observacionais de Tycho)
- Entre 1601 e 1612 trabalha como matemático imperial em Praga até a morte do Rei Rodolfo II



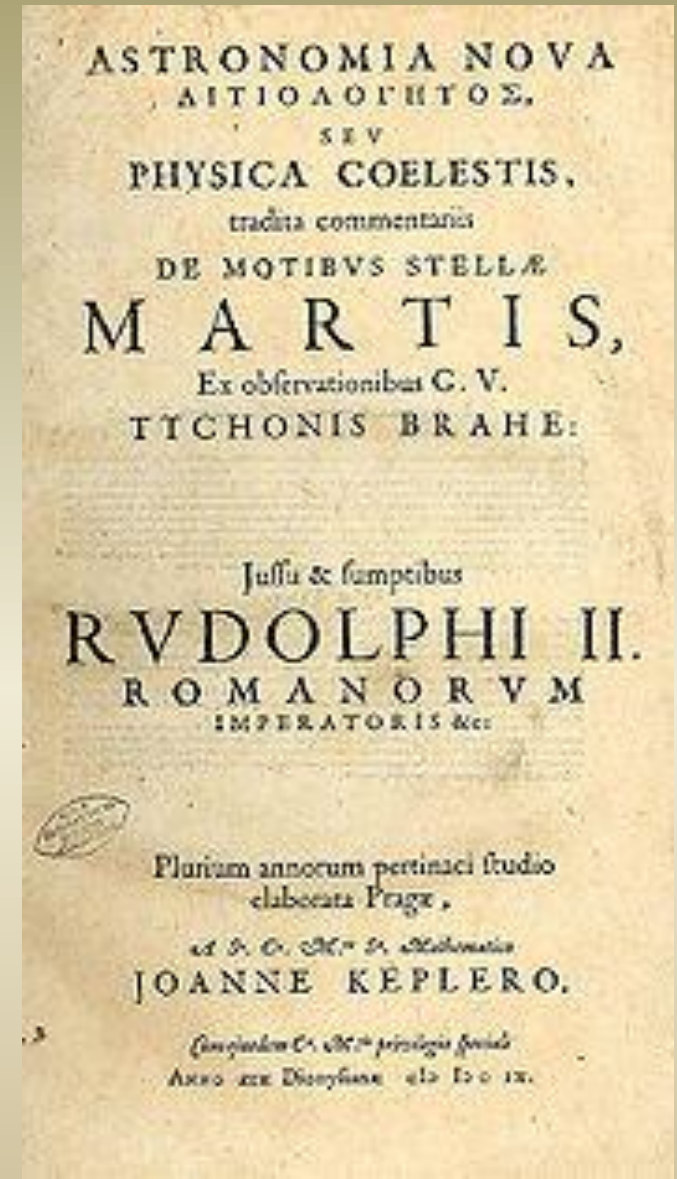
# Astronomia Nova

- Kepler trabalho nela entre 1600 e 1605 (publicou em 1609)  
*“Nova astronomia baseada nas causas ou física do céu derivada das investigações dos movimentos do astro Marte fundamentada nas observações do nobre Tycho Brahe”* (tradução Koestler)
- Apresenta as 1ª e 2ª leis de Kepler: **rompe com o movimento uniforme** apresenta **uma nova leitura física** dos movimentos



# Astronomia Nova

- 3 principais inovações:
  - Sol no centro do sistema solar;
  - órbitas dos planetas não no mesmo plano (pequenos ângulos);
  - exclusão do movimento uniforme dos planetas
- Rejeita os dois movimentos circulares de Marte (introduzidos por Copérnico);
- Introduz um “equante” porque os movimentos dos planetas são irregulares e “aparentam” uniforme só para este ponto;



# ***Astronomia Nova***

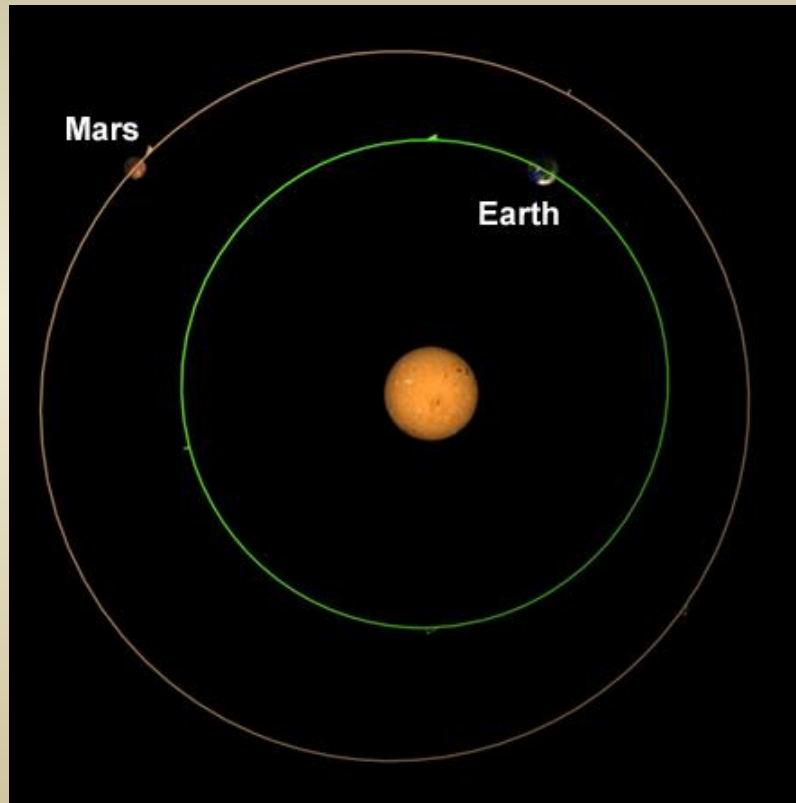
- Análise do planeta Marte: grande desafio
- Determinar Órbita, raio do círculo, direção do eixo e velocidades;
- Selecionou 4 posições de Marte em oposição ao Sol;





# *Astronomia Nova*

- Testar se a relação entre a velocidade do planeta e sua distância do Sol (mais perto, mais veloz)
- Erro de 2' de arco nas posições medidas por Tycho.
- Encontrou erro de 8' de arco nas previsões das posições futuras...



# Questões para Pensar

Os dados observacionais de Tycho apresentavam uma precisão altíssima, dentre os dados astronômicos disponíveis no século XVI. Kepler analisou profundamente estes dados.

*Qual(is) teoria(s) vocês usariam para interpretar estes dados?*

*Se os dados não corroborasse com esta teoria, o que você faria?*

# ***Astronomia Nova***

*"Mas quanto a nós, que pela bondade divina, podemos dispor de um observador tão exato como Brahe, convém que reconheçamos essa dádiva divina e a usemos (...). Logo irei para o alvo segundo as minhas próprias ideias, porque se tivesse acreditado podermos ignorar os oitos minutos, teria aceitado, de acordo, a minha hipótese. Visto, porém, não ser possível ignorá-los, esses oitos minutos apontam o caminho para uma completa reforma da astronomia; toma-se o material de construção de grande parte desta obra"*

# Astronomia Nova

- Kepler decidira abandonar (no livro II) sua teoria da relação entre a distância de Marte ao Sol e sua velocidade/período
- 2ª vez que abandona sua hipótese (1ª no *Mysterium Cosmographicum*)
- Devoção aos dados observacionais?
- Perfeição ou crença na revolução?

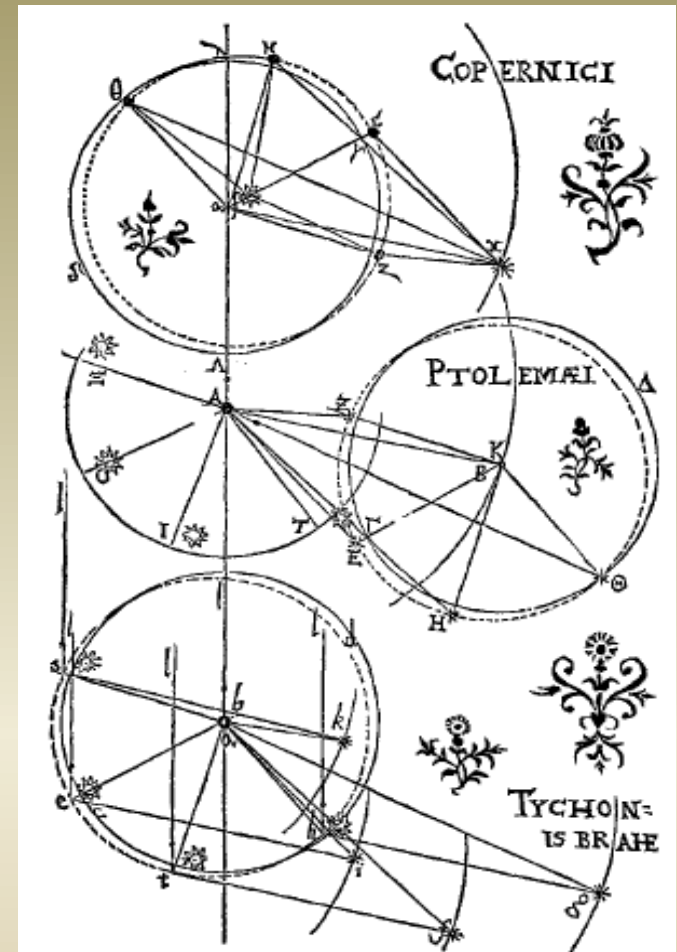


FIGURE 7.70. Kepler's diagram from *Astronomia nova* illustrating the necessity of bisecting the eccentricity of the Earth's orbit and, thus, of treating the Earth in the same way as the other planets.

# *Astronomia Nova*

- Sol deslocado para o centro dos movimentos dos planetas (em Copérnico era o centro do movimento da Terra, apenas)
- Geométrico: Planetas giravam em torno do centro do universo
- Físico: atraídos por uma força emanada do Sol
- Embora ainda usou alguns equantes

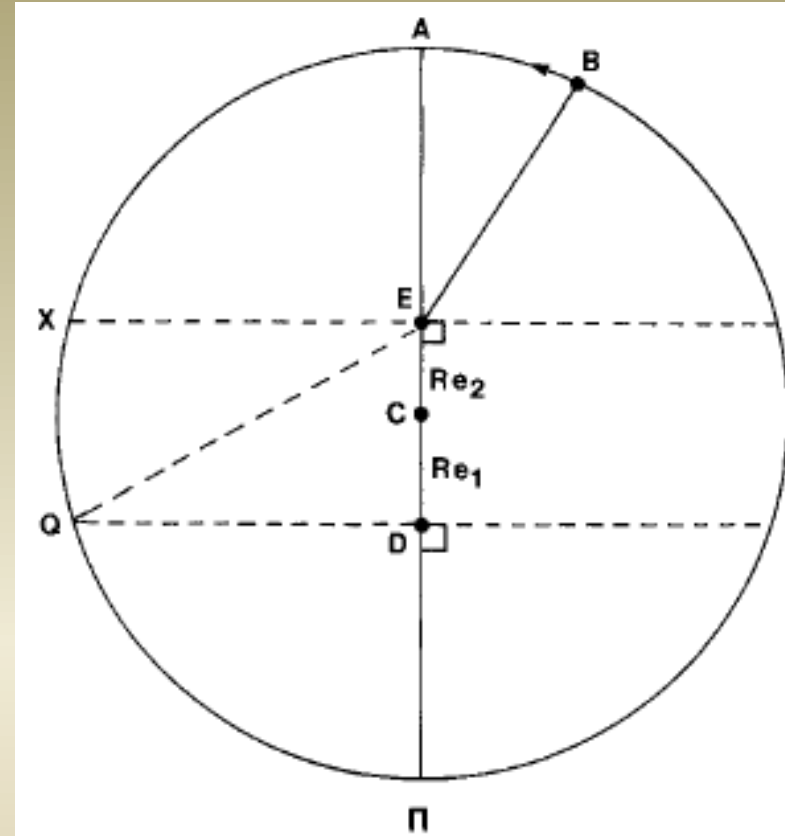
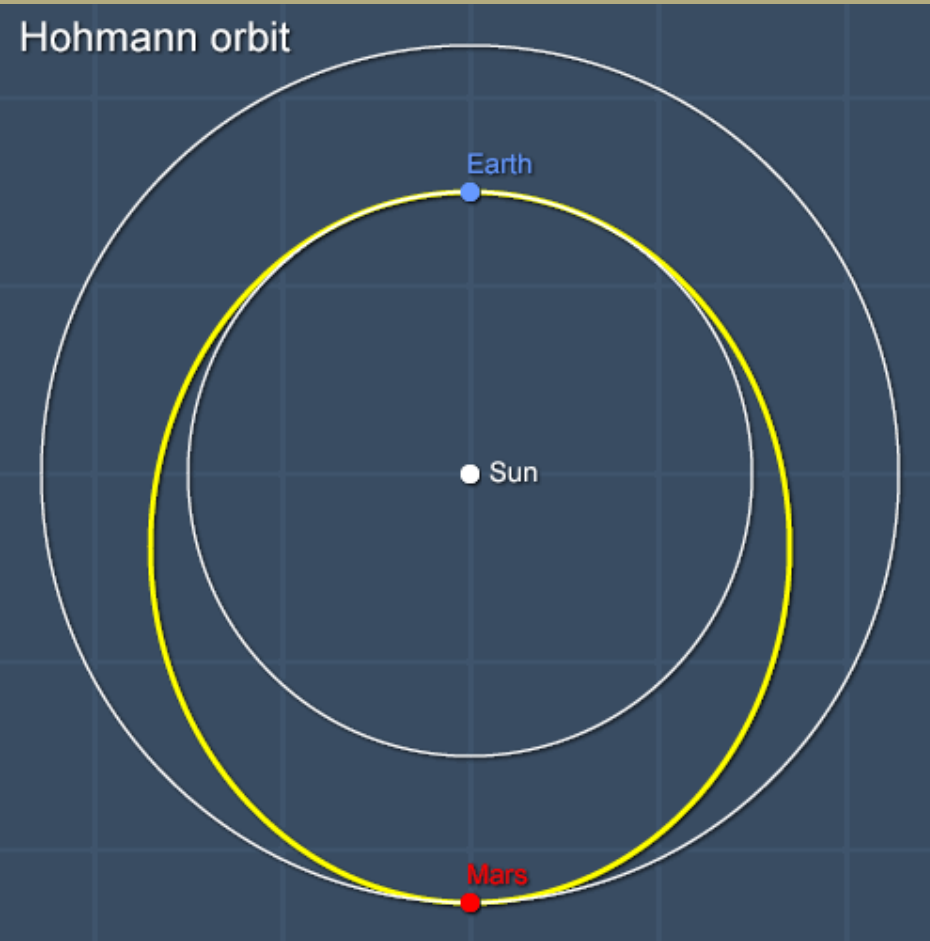


FIGURE 7.69. A generalized eccentric-and-equant model.

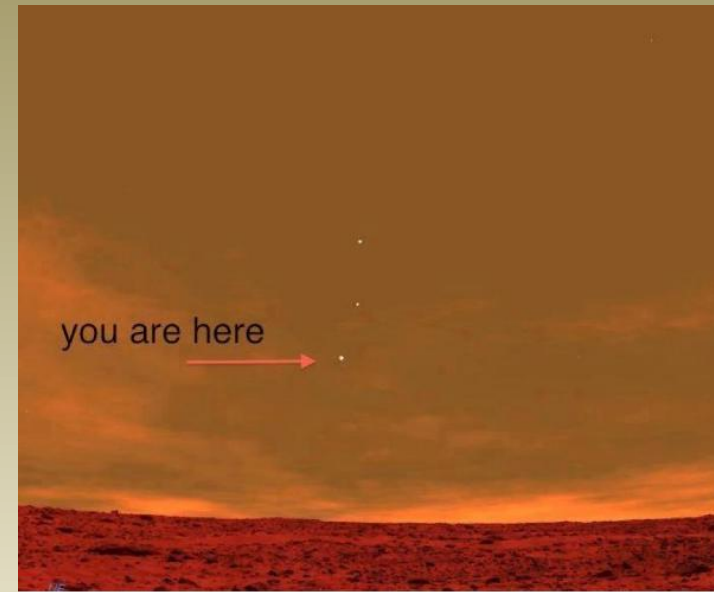
# Astronomia Nova



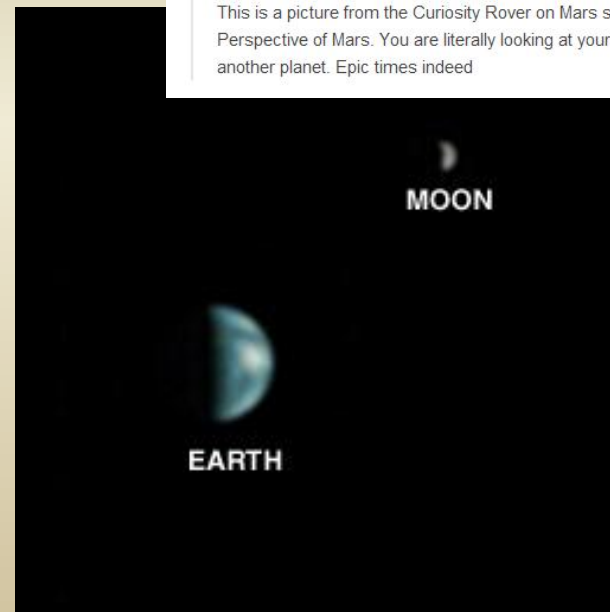
- Órbitas dos planetas não estão no mesmo plano
- Copérnico: plano de Marte oscilava
- Kepler: mostrou ter o plano de Marte um ângulo constante de  $1^{\circ}50''$  de arco em relação ao da Terra

# Astronomia Nova

- Analisou os movimentos da Terra (como?)
- Transfere o observador da Terra para Marte (astrônomo em Marte)
- Terra não se move com velocidade uniforme: **mais depressa ou devagar à distância que está do Sol!**
- Afélio e periélio: Terra está na razão inversa da distância

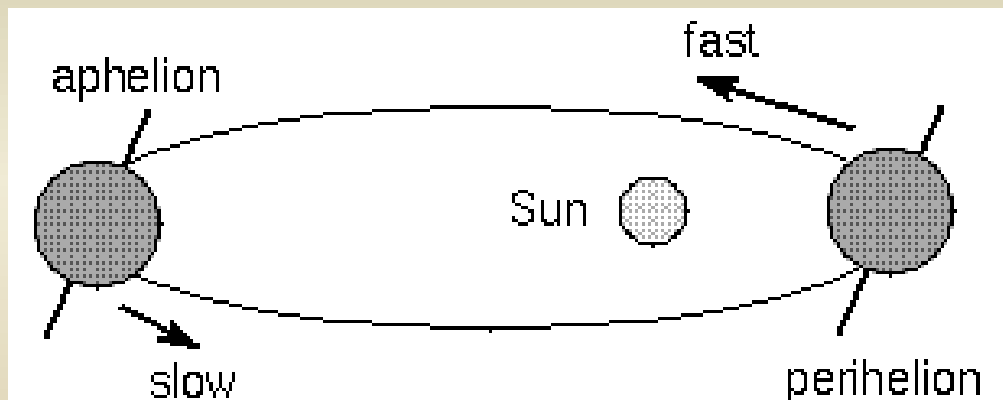


This is a picture from the Curiosity Rover on Mars showing Earth from the Perspective of Mars. You are literally looking at your home from the Perspective of another planet. Epic times indeed



# *Astronomia Nova*

- Excluiu o movimento uniforme: Velocidade inversamente proporcional à distância ao Sol
- Considerações físicas: força mais poderosa age próximo ao Sol (velocidade maior)
- **Isso é válido somente nos afélios e periélio** (Lei errada?)



Earth's orbital speed depends on its distance from the Sun. The change in the orbital speed produces variations in the length of the solar day. (Orbit shape is greatly exaggerated here.)



# Perguntas para Pensar

*Se você fosse Kepler, como faria para analisar a órbita da Terra tendo somente algumas medidas de suas posições planetárias? O que faria?*

*Caso encontrasse uma relação entre a velocidade e a distância da Terra ao Sol, você generalizaria tal relação para as órbitas dos demais planetas?*

*Por que?*

# Astronomia Nova

*Como a Terra já não executa um movimento uniforme, de que maneira podemos determinar sua posição em um dado tempo?*

- Kepler sabia que a velocidade dependia da distância ao Sol
- Dividiu em 360 graus e calculou a parte do arco do Sol ( $0^{\circ}85^{\circ}$ )
- Soma das distâncias era uma medida do tempo para o planeta lá chegar
- **Assumiu órbitas circulares!**

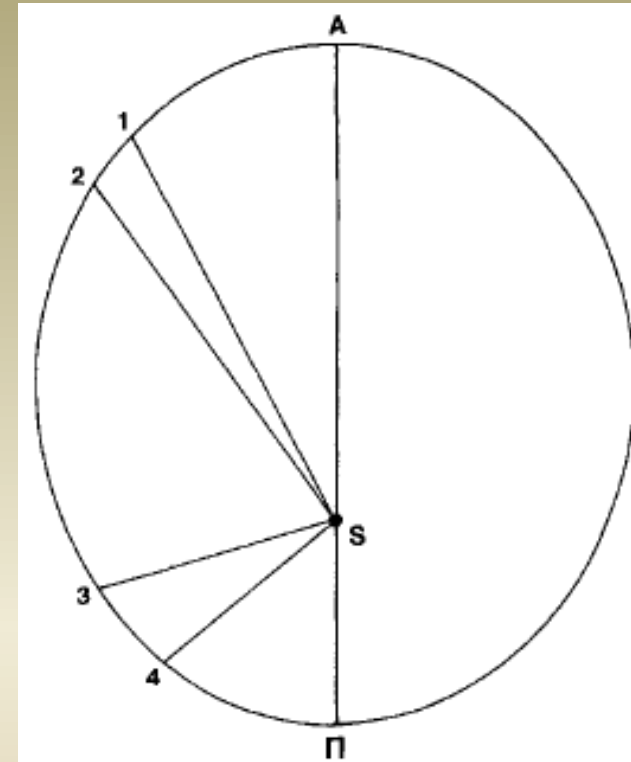


FIGURE 7.72. Kepler's law of areas.

# Astronomia Nova

*“Sabendo que há um número infinito de pontos na órbita e, por conseguinte em número infinito de distâncias (ao Sol), ocorreu-me a ideia de estar a soma de tais distancias contida na área da órbita, pois me lembrei de que da mesma maneira, também Arquimedes dividira a área do círculo num infinito número de triângulos” (Kepler, Astronomia Nova Livro III, Cap.40)*

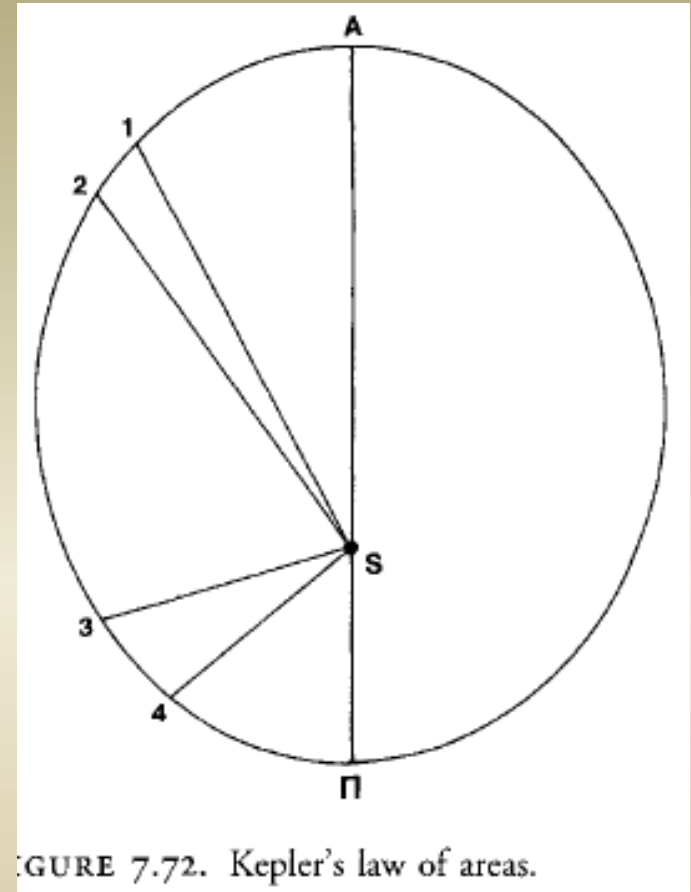
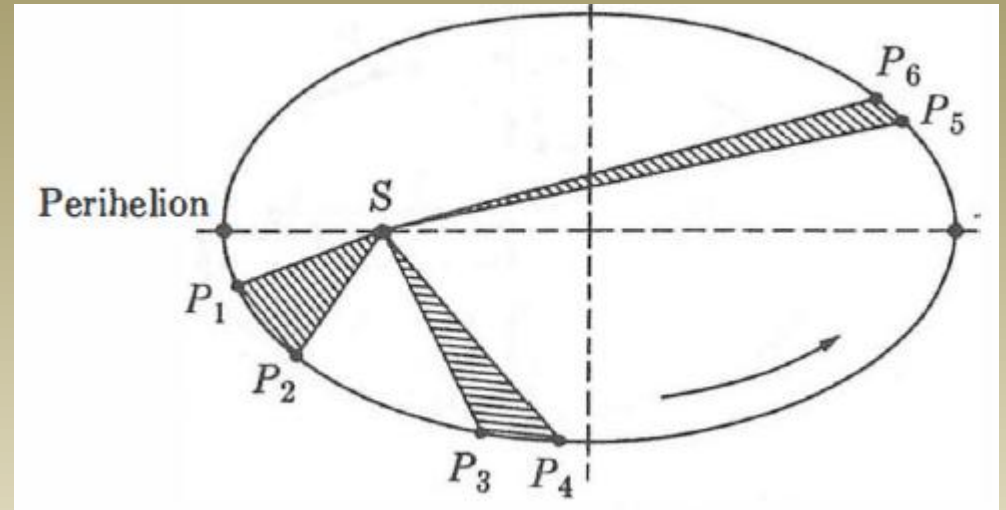
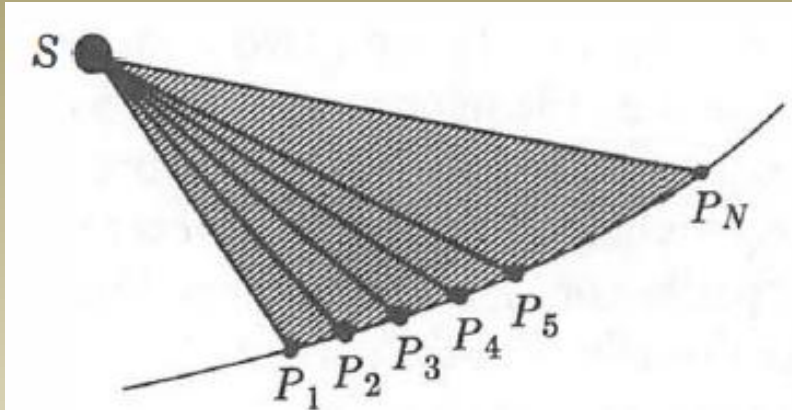


FIGURE 7.72. Kepler's law of areas.

# Astronomia Nova



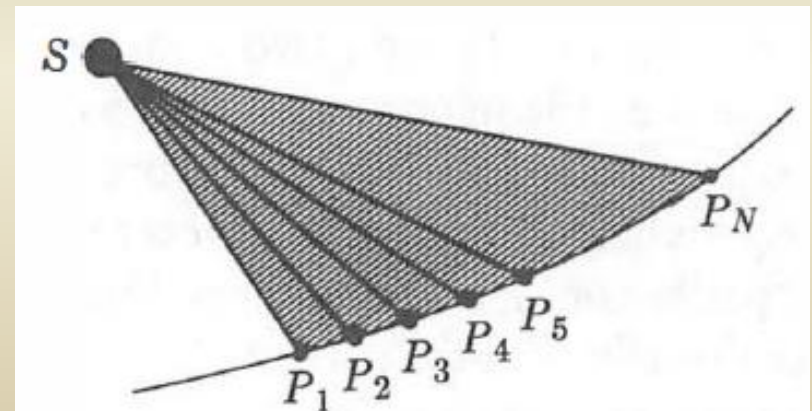
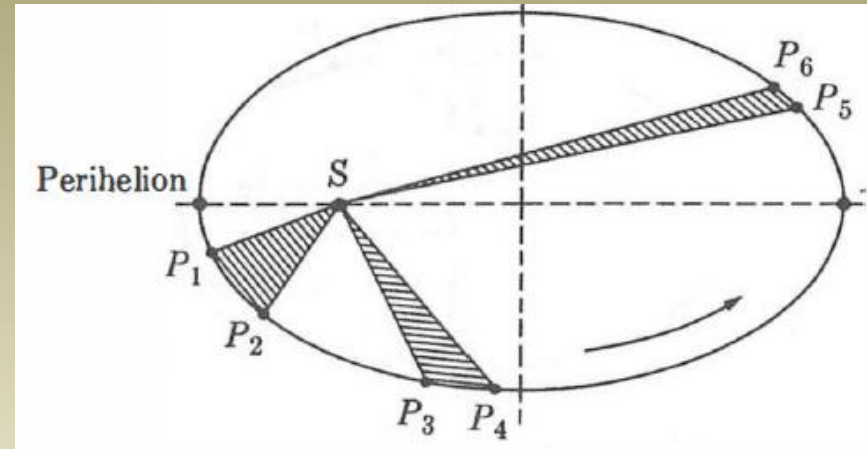
$$1^\circ - v \cong 1/r$$

2° - T período  $\cong$  área varrida pela linha de planeta-sol.

*A implicação do desenho é que a velocidade do planeta numa órbita é maior quando mais próximo do sol e menor quando mais distante. Isto está qualitativamente de acordo com o primeiro pressuposto, que Kepler utilizou para derivar a lei.*

# Conclusões

- Caminhos para a 2ª Lei foram tortuosos
  - Assumi a circularidade da órbita (erro?)
  - Não é permissível igualar uma área à soma de um infinito número de linhas vizinhas...
- Passos incorretos e uma defesa incorreta, caiu na lei correta.



# ***Próxima Aula***

## ***Continuação - Kepler***

Caminhos para a 1ª Lei  
(em *Astronomia Nova*)

Caminhos para a 3ª Lei  
(em *Harmonice Mundi*)

Harmonia musical