Física IV para a Escola Politécnica (Engenharia Elétrica)

4320293 – TURMA 3

Professor: Dr. Marcos A. G. Alvarez

Departamento de Física Nuclear (DFN) – IFUSP

Edifício Oscar Sala – (sala 246)

Escaninho 22

malvarez@if.usp.br

LIVRO: Princípios de Física (Óptica e Física Moderna)

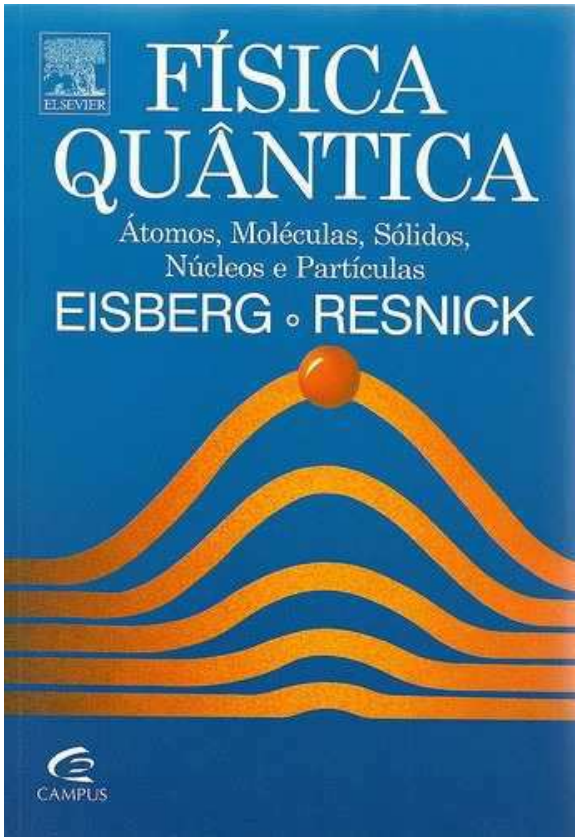
Raymond A. Serway / John W. Jewett Jr.

Volume 4

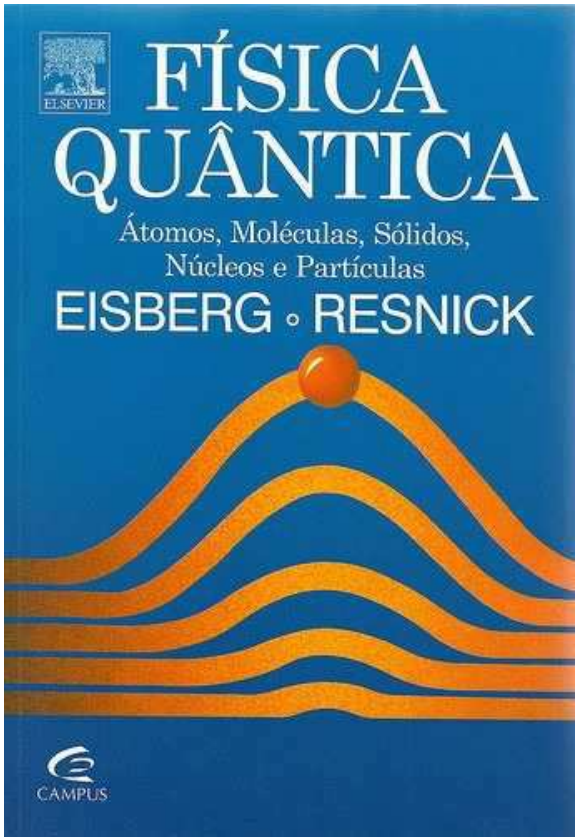
PROVA P2 – Capítulos 28 e 29 – Serway/Jewett vol. 4

CAPÍTULO 28: Física Quântica

- ❑ Radiação de corpo negro e a Teoria de Planck
- ❑ O Efeito Foto-Elétrico
- ❑ O Efeito Compton
- ❑ Fótons e Ondas Eletromagnéticas
- ❑ Propriedades Ondulatórias das Partículas
- ❑ A Partícula Quântica
- ❑ Experiência de Dupla Fenda



CAPÍTULO 28: Física Quântica



- ❑ O Princípio da Incerteza
- ❑ Mecânica Quântica
- ❑ Uma Partícula em uma Caixa
- ❑ A Equação de Schrödinger
- ❑ Tunelamento através de uma Barreira de Energia Potencial

Lista de exercícios sugerida – Capítulo 28:

28.4, .12, 13, 14, 15, 16, 19, 20, 21, 33, 35, 38, 42, 43, 52

- RADIAÇÃO DE CORPO NEGRO
- Catástrofe do Ultra-Violeta
- Teoria Clássica x Teoria “Quântica” de Planck

Radiação Térmica??? O que é?

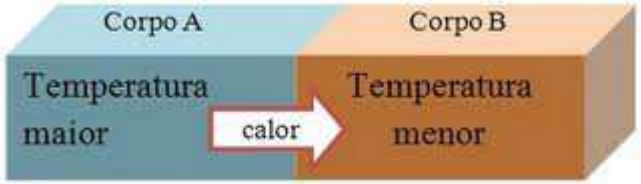
Radiação Térmica - Definição:

radiação emitida por um corpo devido à sua temperatura.

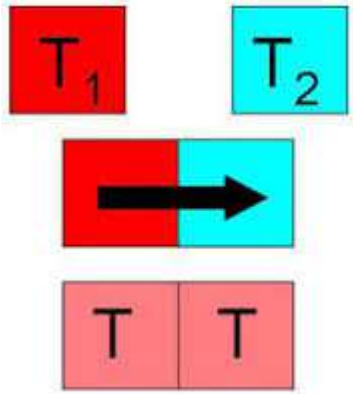
Todo corpo emite este tipo de radiação para o meio que o rodeia

A radiação térmica é uma radiação eletromagnética.
Portanto, sua energia (E) dependerá da frequência ou comprimento de onda (e como já foi visto, sua intensidade)

Conceito: se um corpo está inicialmente mais quente que o meio ele irá se resfriar porque a sua **taxa de emissão será superior à sua taxa de absorção**.

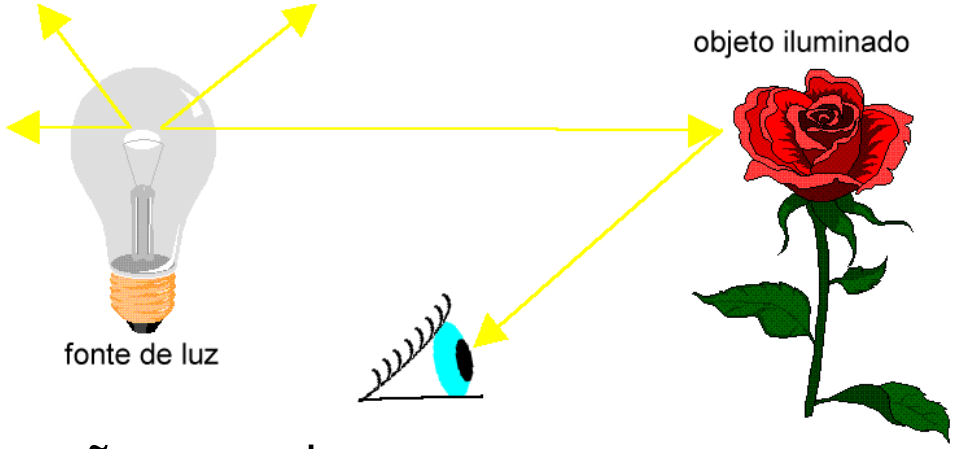


Quando o **equilíbrio térmico** é atingido, **as taxas de absorção e emissão são iguais.**



FATOS:

A temperaturas usuais, a maioria dos corpos é **visível** não pela luz que emitem (infra-vermelho),mas sim pela luz que refletem (frequências visíveis)

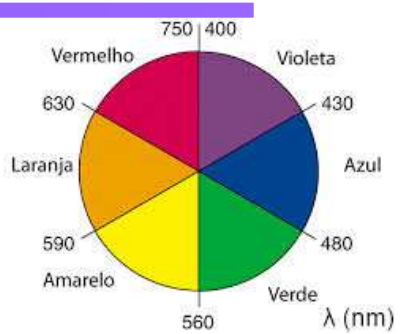


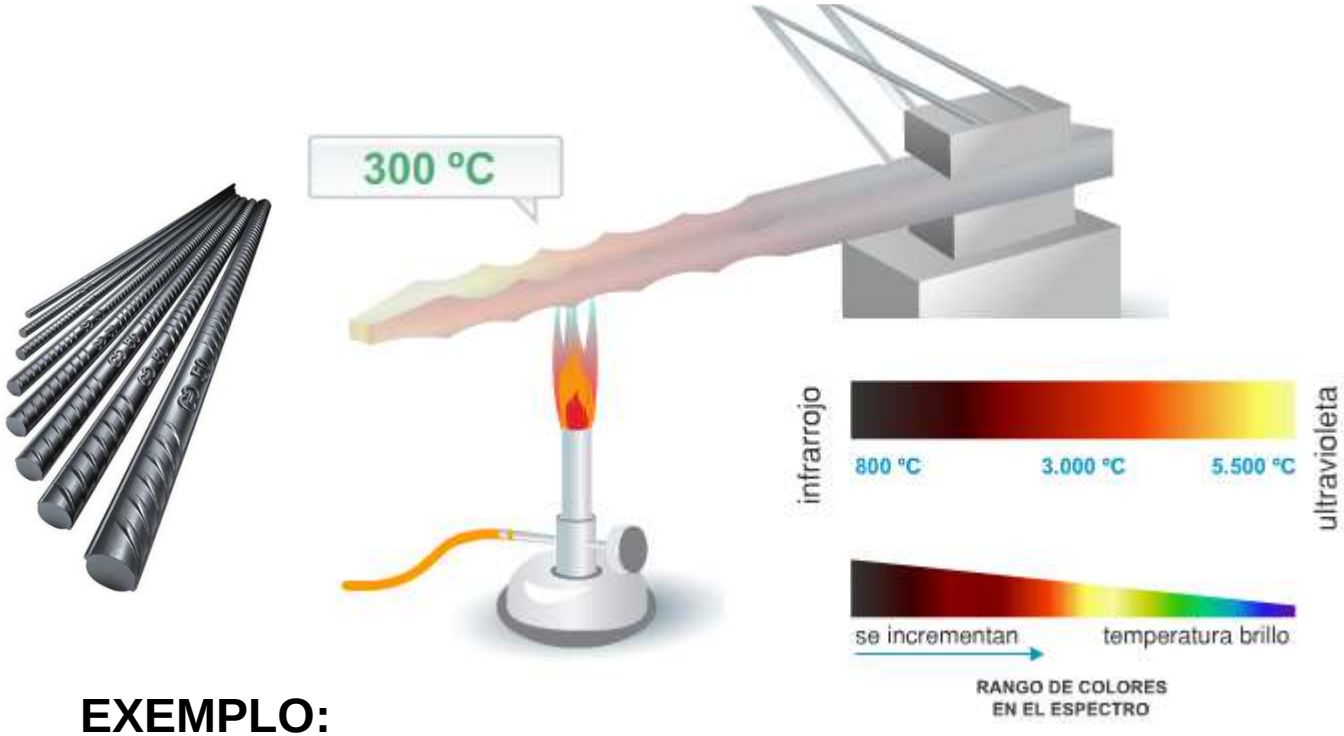
- Se nenhuma luz incidir sobre eles, não os podemos ver.

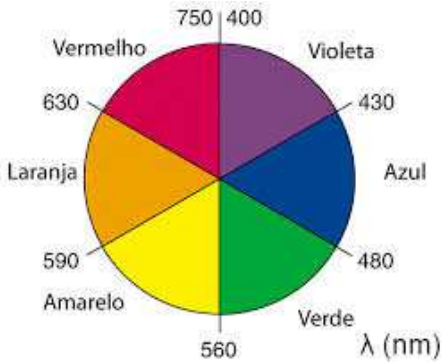
- **A temperaturas muito altas, os corpos têm luminosidade própria.** (podemos vê-los brilhar num quarto escuro.)

- Portanto, corpos com luminosidade própria são **muito quentes**.

Mesmo a temperaturas da ordem de muitos milhares de graus Kelvin (K) bem mais de 90% da **radiação térmica** emitida **é invisível**, estando na região do infra-vermelho.







EXEMPLO:

Com o aumento da temperatura, a barra de ferro emite mais radiação térmica em uma frequência cada vez maior.

$$\uparrow T(K) \Rightarrow \uparrow \nu(Hz) \Rightarrow \downarrow \lambda(m)$$

Na verdade há um **espectro contínuo da radiação emitida**, mas o olho vê principalmente a cor correspondente à emissão mais intensa na **região do visível**.

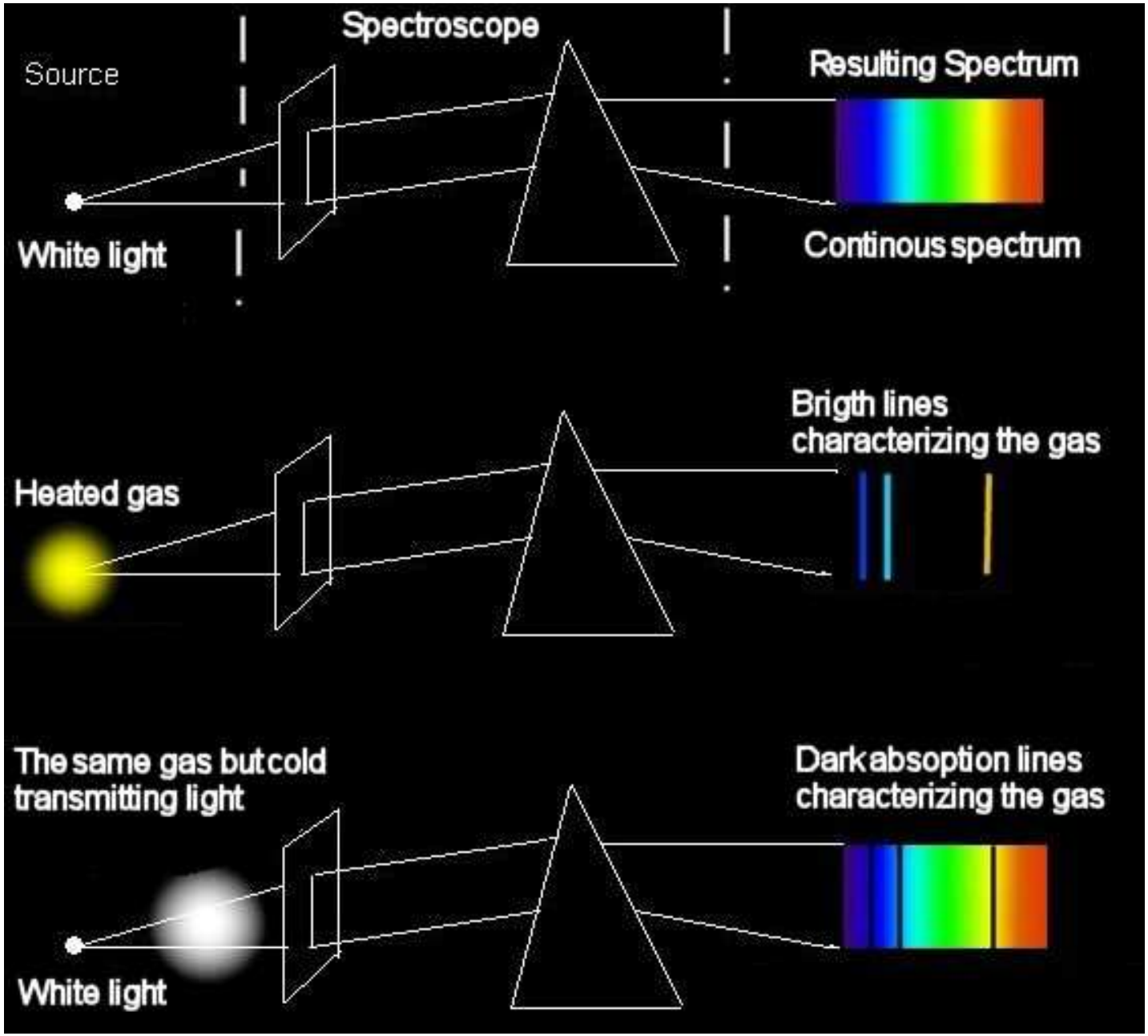
Alguns exemplos de radiação térmica:

Como você pode distinguir a natureza (atômica ou térmica) de uma luz amarela, seja ela de uma vela ou de uma lâmpada?

Como você pode distinguir a natureza (atômica ou térmica) de uma luz amarela, seja ela de uma vela ou de uma lâmpada?

Fazendo passar a luz por uma rede de difração e analisando seu espectro com um espectrômetro:

Se o **espectro for contínuo**: **origem térmica** (vela)
Se o **espectro for discreto** (linhas espectrais): **origem em transições atômicas**


Spectroscope
Source
Resulting Spectrum
White light
Continous spectrum
Brigth lines
characterizing the gas
Heated gas
The same gas but cold
transmitting light
Dark absoption lines
characterizing the gas
White light

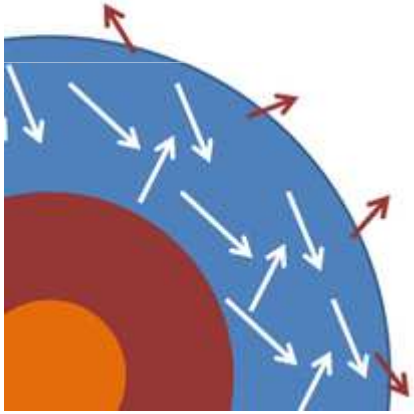
De uma **maneira geral**, **o espectro da radiação térmica emitida por um corpo quente depende da composição desse corpo**.

Há um **tipo de corpo quente** que emite **espectros térmicos** **de carácter universal**:

São os chamados: **CORPOS NEGROS**

Definição:

Corpos que absorvem toda radiação térmica incidente sobre eles.
Corpos que, por exemplo, não refletem a luz.

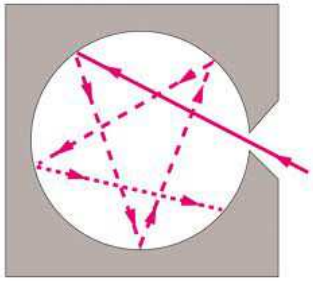


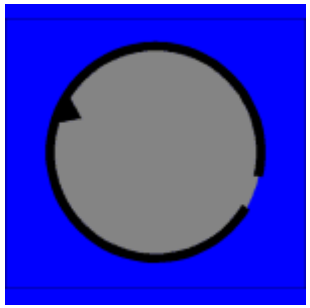
Todos os **corpos negros** **à mesma temperatura** **emitem radiação térmica com o mesmo espectro**.

Uma boa aproximação para um **corpo negro** é um **pequeno furo que leva ao interior de um corpo oco:**

$$E(x,t) = E_0 \cos(kx - \omega t)$$

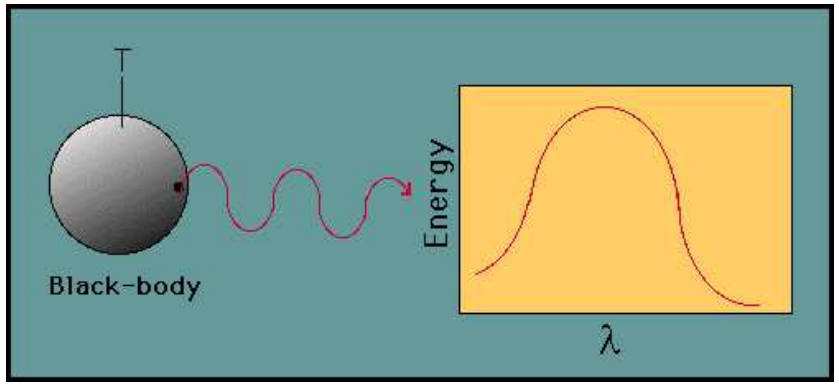
ondas estacionárias na cavidade





A natureza da **radiação emitida pelo furo** depende apenas da **temperatura** das paredes internas da cavidade.

A **distribuição da intensidade da radiação das cavidades**
(distribuição de energia irradiada)
varia com o comprimento de onda (frequência)
Podemos ilustrar a **distribuição de λ ou E(λ)** com a figura abaixo:

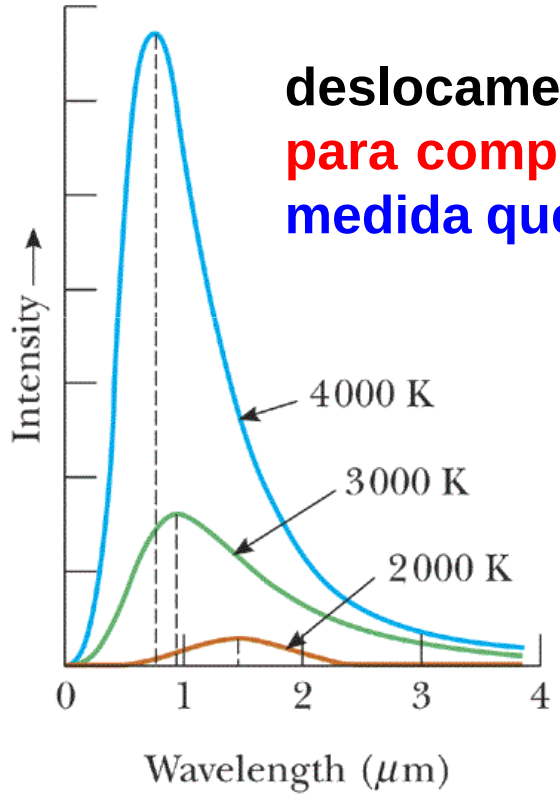


No entanto, essa distribuição **também varia com a temperatura**

MEDIDAS EXPERIMENTAIS

$$\lambda \downarrow \Rightarrow f \uparrow \Rightarrow T \uparrow \Rightarrow I(P) \uparrow \text{(intensidade)}$$

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 28.2

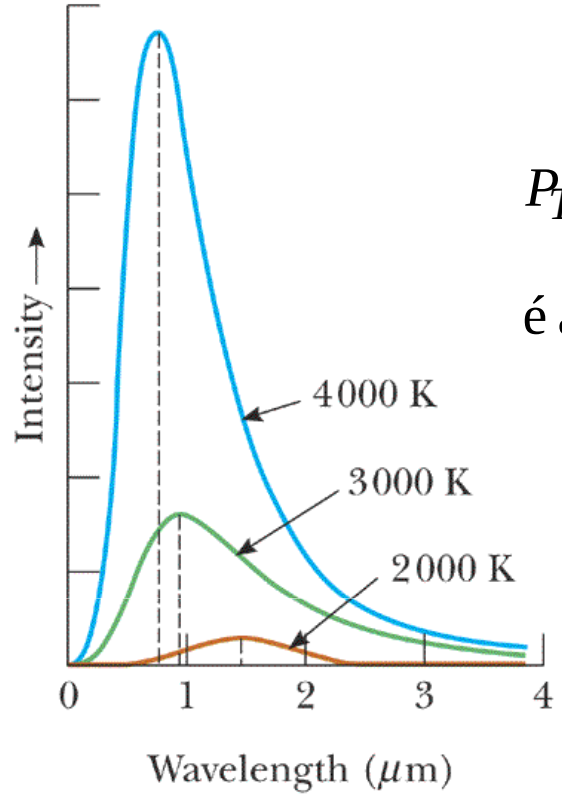


deslocamento no pico de intensidade para comprimentos de onda menores à **medida que a temperatura aumenta**

Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

Intensidade da radiação de corpo negro em função do comprimento de onda em três temperaturas.

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 28.2



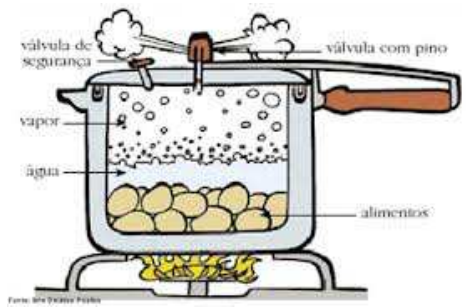
Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

$$\lambda \downarrow \Rightarrow f \uparrow \Rightarrow T \uparrow \Rightarrow I(P) \uparrow \text{(intensidade)}$$

$$P_T = \sigma T^4 \left(\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2 K^4} \cdot K^4 \right) \text{onde, } \sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \, W / m^2 K^4$$

é a chamada, constante de Stefan - Boltzmann

$$P_T = \int_0^\infty P_T(\nu) d\nu$$



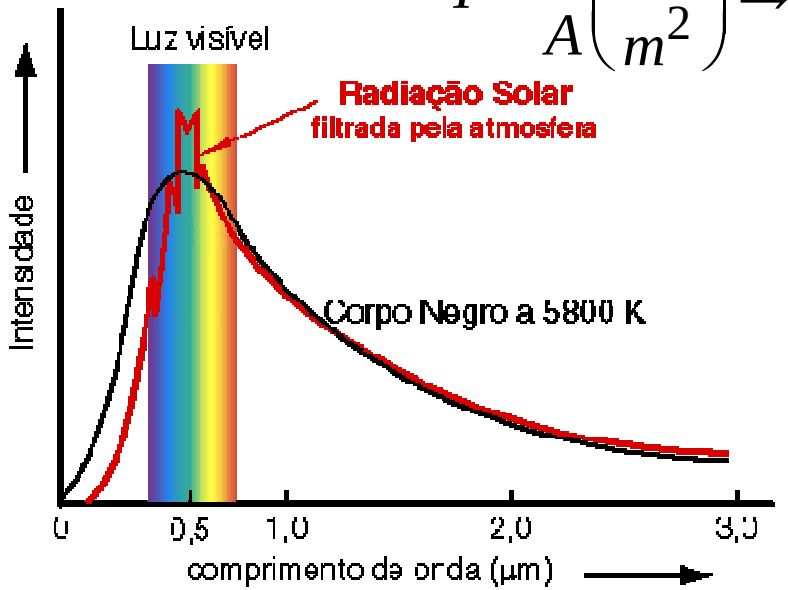
- O **aumento da temperatura aumenta a quantidade de radiação emitida** (área debaixo das curvas - LEI DE STEFAN – equação acima)

- O **pico (amplitude máxima) desloca-se para valores de comprimentos de onda mais baixos – maior frequência – maior energia da radiação**

Resumindo, toda fonte (**lâmpada, SOL, carvão em brasa** etc) possui uma **curva característica** das radiações que emite.

Esta curva representa a **intensidade da radiação** como função da **frequência** ou do **comprimento de onda**

$$I = \frac{P}{A}\left(\frac{W}{m^2}\right) \Rightarrow \frac{P}{A}\left(\frac{J/s}{m^2}\right) \Rightarrow I = \frac{E}{A \cdot \Delta t} \text{ ou } E = IA\Delta t$$



Resolução de Exercícios

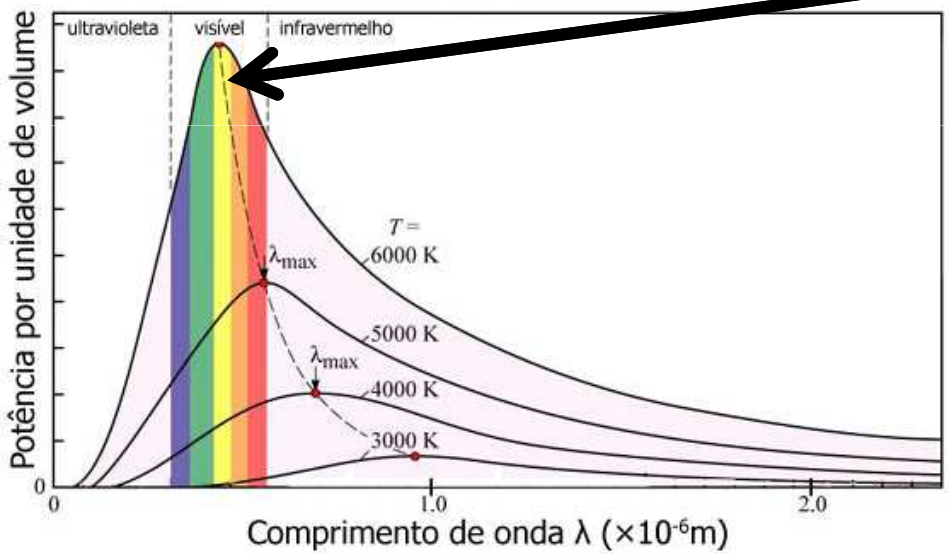
$$\lambda \downarrow \Rightarrow f \uparrow \Rightarrow T \uparrow \Rightarrow I(P) \uparrow \text{(intensidade)}$$

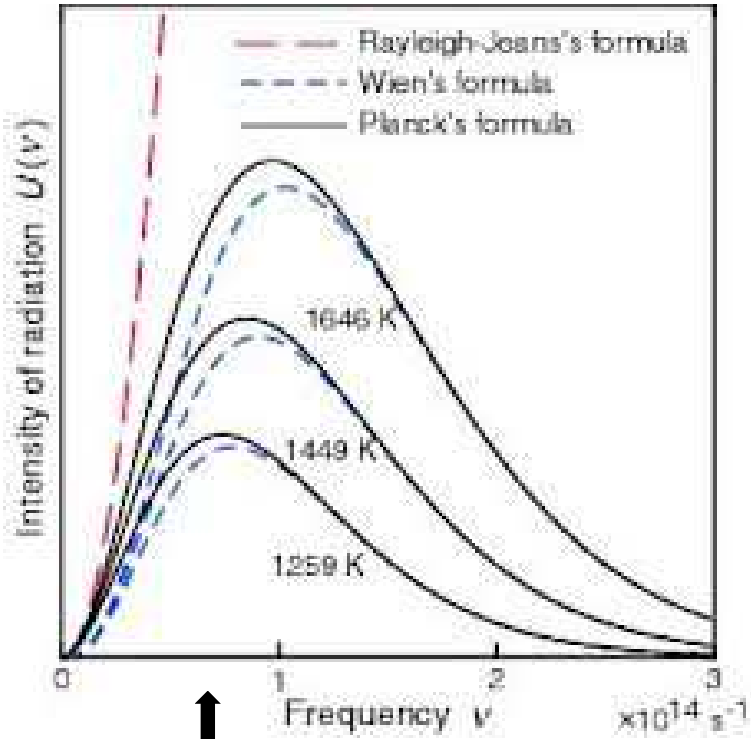
A **relação** entre a **intensidade da radiação emitida** **por um** **<u>corpo negro</u>** (função da frequência e comprimento de onda) **e a temperatura** desse corpo é **dada pela** **<u>Lei de Wien ou Lei do deslocamento de Wien</u>**:

$$\lambda_{máx} \cdot T = 2.898 \times 10^{-3} m \cdot K$$

$$I = \frac{P}{A,V}\left(\frac{W}{m^2, m^3}\right)$$

Nesta relação **<u>(λmax) corresponde ao valor de λ para o qual a intensidade da radiação emitida é máxima.</u>** Ou seja, λ do pico da curva característica:





$\downarrow \lambda_{\max}$ é inversamente proporcional a $T(K)\uparrow$

$\uparrow \nu_{\max}$ é proporcional com $T(K)\uparrow \Rightarrow \nu_{\max} \propto T$

Exercício 28.1 A Radiação de corpo negro e a Teoria de Planck

(a) Supondo que o filamento de tungstênio de uma lâmpada é um corpo negro com uma temperatura T=2900 K determine o comprimento de onda no qual ele irradia com maior intensidade.
(b) Por que a sua resposta do item (a) sugere que vai mais energia da lâmpada para a radiação infravermelha do que para a luz visível?

$$\lambda_{máx} T = 2.898 \times 10^{-3} m \cdot K$$

Exercício 28.1 A Radiação de corpo negro e a Teoria de Planck

(a) Supondo que o filamento de tungstênio de uma lâmpada é um corpo negro com uma temperatura T=2900 K determine o comprimento de onda no qual ele irradia com maior intensidade.

(b) Por que a sua resposta do item (a) sugere que vai mais energia da lâmpada para a radiação infravermelha do que para a luz visível?

$$(\mathrm{a}) \quad \lambda_{máx} T = 2.898 \times 10^{-3} m \cdot K$$

$$\lambda_{máx} = \frac{2.898 \times 10^{-3} m \cdot K}{2900 K} = 9.99 \times 10^{-7} m = 999 nm$$

(b) Os comprimentos da luz visível estão entre 400 e 700nm aproximadamente. A partir de 700nm estamos nos comprimentos de onda do infravermelho, cuja faixa de frequências é muito mais larga que a da luz visível e engloba o valor de 999nm.

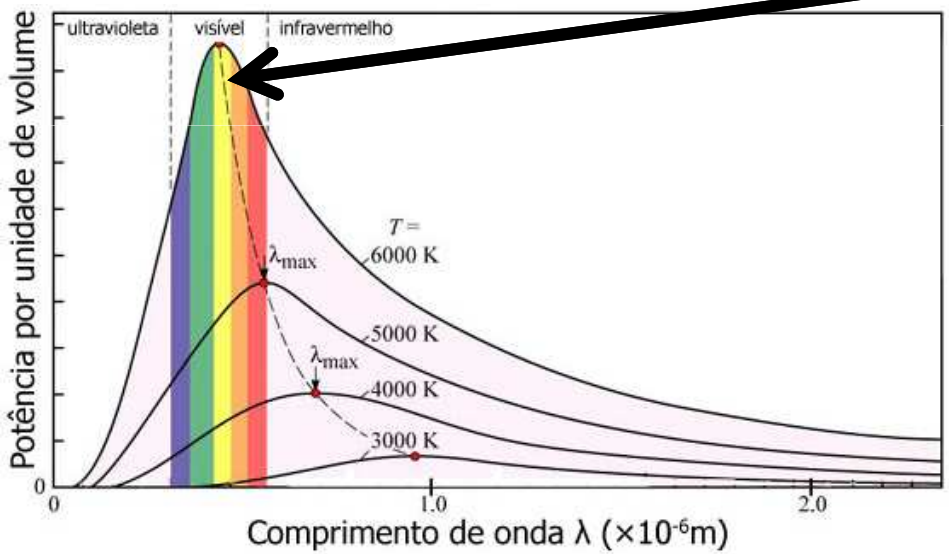
A **relação** entre a **intensidade da radiação emitida** **por um <u>corpo negro</u>** (função da frequência e comprimento de onda) **e a temperatura** desse corpo é **dada pela** **<u>Lei de Wien ou Lei do deslocamento de Wien</u>**:

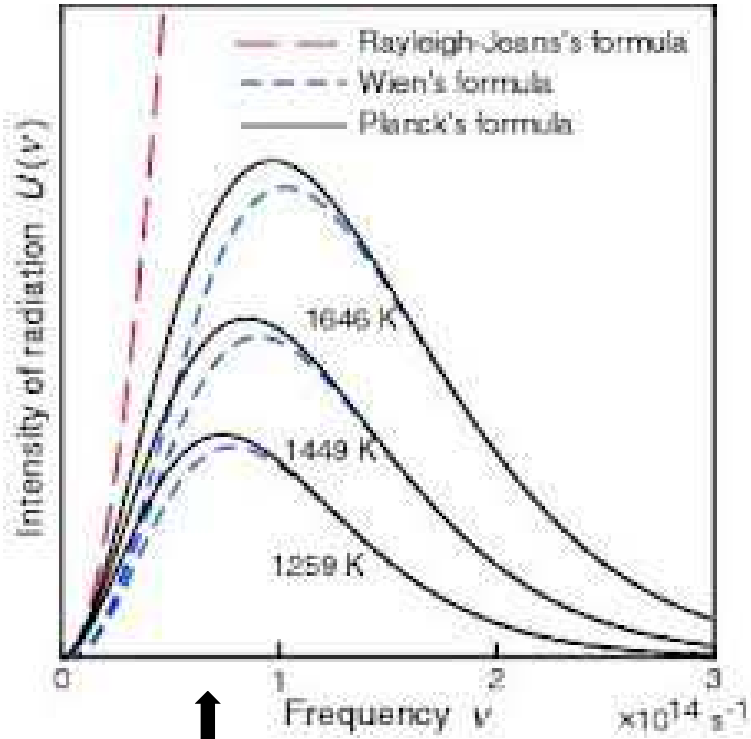
$$\lambda_{\max} \cdot T = cte \Rightarrow \uparrow \lambda_{\max} = {}^{cte}\!/_{T\downarrow}$$

$$\nu_{\max} \propto T$$

$$I = \frac{E(\lambda, f)}{A \cdot \Delta t}$$

Nesta relação **<u>(λmax) corresponde ao valor de λ para o qual a intensidade da radiação emitida é máxima.</u>** Ou seja, λ do pico da curva característica:





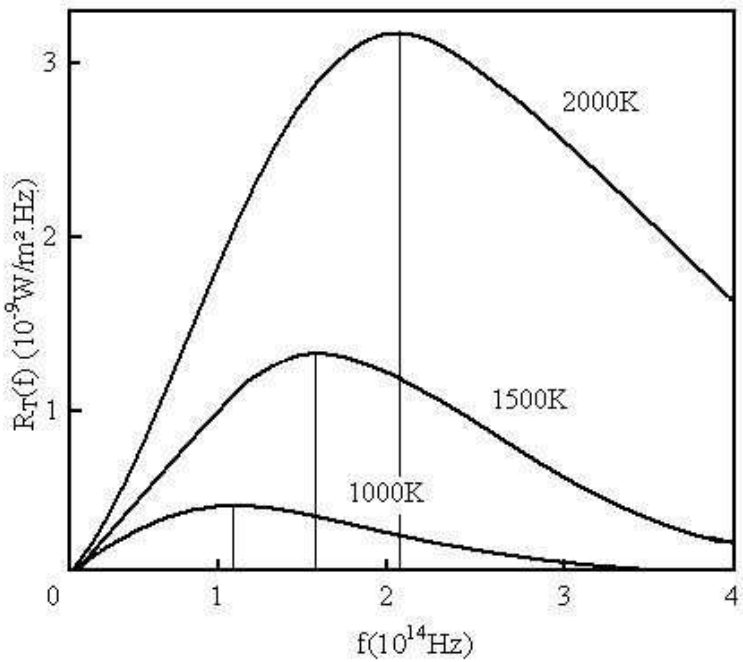
$\downarrow \lambda_{\max}$ é inversamente proporcional a $T(K)\uparrow$

$\uparrow \nu_{\max}$ é proporcional com $T(K)\uparrow \Rightarrow \nu_{\max} \propto T$

A integral da radiância espectral sobre todas as frequências é a energia total emitida por unidade de tempo por unidade de área por um corpo negro a temperatura T:

$$R_T = P_T = \int_0^{\infty} P_T(f)\,df$$

$$I = P = \frac{E}{A \cdot \Delta t}\left(\frac{W}{m^2}\right)$$



Como vemos na figura, ***P_T*** **(integral debaixo da curva) cresce rapidamente (4ª potência com a temperatura (T))**.

Esse resultado é conhecido como a **Lei de Stefan** que foi enunciada pela primeira vez em 1879 sob a forma empírica:

$$P_T\left(\frac{W}{m^2}\right) = \sigma T^4\left(\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2 K^4}\cdot K^4\right) \text{onde, } \sigma = 5.67\cdot 10^{-8}\, W/m^2K^4$$

é a chamada, constante de Stefan - Boltzmann

EXEMPLO 28.1 Radiação Térmica do Corpo Humano

A temperatura da sua pele é de aproximadamente 35ºC.

(a) Qual é o pico do comprimento de onda que ela emite?

$$\lambda_{\max} T = 2.898 \times 10^{-3} m \cdot K \qquad 0^{o} C \Rightarrow 273K$$

(b) Qual é a potência total emitida por sua pele, supondo que ela o faz como um corpo negro? Considere a área total do seu corpo de aproximadamente $2m^2$

$$P_T \left(\frac{W}{m^2} \right) = \sigma \cdot T^4 \left(\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2 K^4} \cdot K^4 \right) \text{onde}, \sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \, W \big/ m^2 K^4$$

é a chamada, constante de Stefan - Boltzmann

(c) Por que motivo o corpo humano não brilha ao emitir a potência calculada?

EXEMPLO 28.1 Radiação Térmica do Corpo Humano

A temperatura da sua pele é de aproximadamente 35ºC.
(a) Qual é o pico do comprimento de onda que ela emite?

Solução: A partir da lei do deslocamento de Wien: $\lambda_{\max} T = 2.898 \times 10^{-3} m \cdot K$

correspondendo 35ºC a 308 K temos: $\lambda_{\max} = \dfrac{2.898 \times 10^{-3} m \cdot K}{308 K} = 9.41 \mu m = 9410 nm$

Esta radiação corresponde ao espectro do infravermelho.

(b) Qual é a potência total emitida por sua pele, supondo que ela o faz como um corpo negro?

Solução: $P = \sigma \cdot T^4 \approx \left(5.67 \times 10^{-8} \dfrac{W}{m^2 K^4} \right) (308 K)^4 \approx 510 \dfrac{W}{m^2} \times \left(\approx 2 m^2 \right) \approx 1000 \dfrac{W}{m^2}$

Se conhecemos a área do corpo humano e multiplicamos pelo valor da potência por metro quadrado temos a potência total emitida/irradiada por aquele corpo.

(c) Por que motivo o corpo humano não brilha ao emitir a potência calculada?

$$\lambda_{\max} = \frac{2.898 \times 10^{-3} m \cdot K}{308 K} = 9.41 \mu m = 9410 nm \quad \text{(infravermelho)}$$

EXERCÍCIO – Exemplo Eisberg & Resnick: Dada a Lei do deslocamento de Wien:

$$\lambda_{\max} \cdot T = cte_Wien \Rightarrow \lambda_{\max} = \left({cte_Wien}/{T} \right)$$

$$\nu_{\max} \propto T$$

Supondo que o SOL se comporta como um corpo negro.
Conhecendo o valor da constante de Wien e o comprimento de onda máximo da radiação térmica emitida pelo SOL, :

$$cte_Wien = 2.898 \times 10^{-3} m \cdot K$$

$$\text{para o SOL } \lambda_{\max} = 5100\,\mathring{A}, \text{ sendo } 1\,\mathring{A} = 10^{-10} m.$$

Estime a temperatura na superfície do SOL.

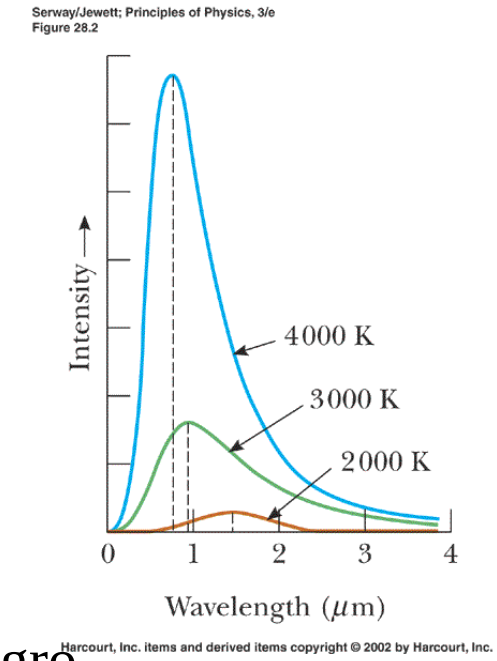
Conhecendo a temperatura obtida acima e usando a Lei de Stefan, onde :

$$R_T = \sigma T^4 \left(\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} \right) \text{e,}$$

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} {W}/{m^2 K^4} \quad \text{é a constante de Stefan - Boltzmann}$$

Determine a potência irradiada por m^2 de superfície estelar

Da mesma forma que $\lambda\nu = c$, velocidade da luz constante, a lei do deslocamento de Wien pode ser escrita na forma : $\lambda_{\max} T = cte$, onde $\lambda_{\max}$ é o comprimento de onda no qual a radiância espectral atinge o seu valor máximo para uma dada temperatura $T(K)$.



O valor determinado experimentalmente para a constante de Wien é de : $cte_Wien = 2.898\times10^{-3} m\cdot K$

Supondo que a superfície do SOL se comporta como corpo negro, podemos obter uma boa estimativa para sua temperatura medindo o $\lambda_{\max}$.

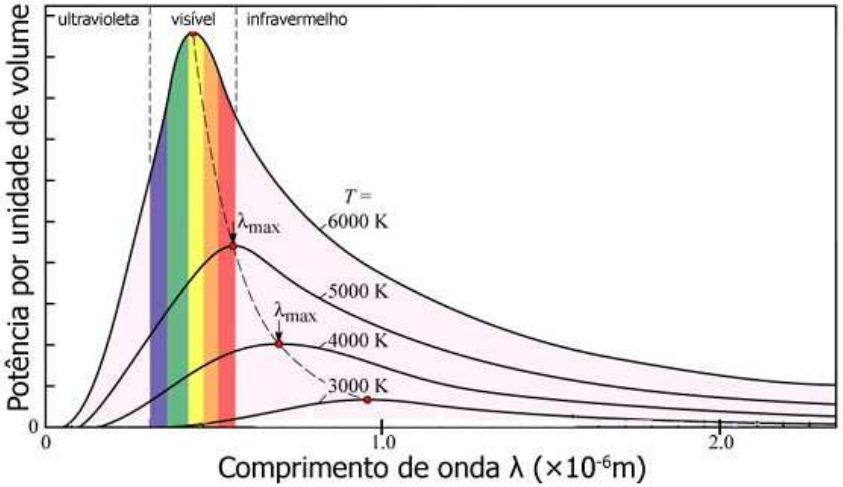
Para o SOL $\lambda_{\max} = 5100\ \mathring{A}$, sendo $1\ \mathring{A} = 10^{-10} m$.

Estime a temperatura na superfície do SOL.

$$T = \frac{cte_Wien}{\lambda_{\max}} = \frac{2.898\times10^{-3} m\cdot K}{5100\times10^{-10} m} = 5700K$$

$$R_T = \sigma T^4 = 5.67\times10^{-8}\frac{W}{m^2K^4}\times(5700^{o}K)^4 = 5.9\times10^{7}\frac{W}{m^2} \approx 60\frac{MW}{m^2}$$

Um **modelo teórico bem sucedido** para a radiação de corpo negro tem que prever esta curva:



- a dependência da Temperatura expressa na **Lei de Stefan**; e

$$R_T = \sigma T^4 \left(\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2 K^4} \cdot K^4 \right) \text{onde}, \sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \, W \big/ m^2 K^4$$

$$\text{é a chamada, constante de Stefan - Boltzmann}$$

- o **deslocamento no pico de intensidade com a temperatura** descrito pela **Lei do deslocamento de Wien**

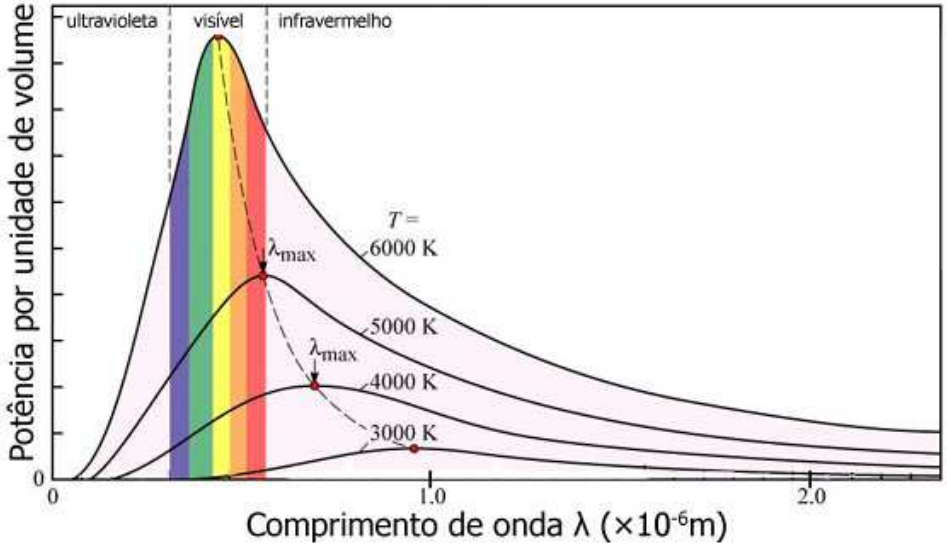
$$\downarrow \lambda_{\max} \cdot T \uparrow = cte_Wien \Rightarrow \lambda_{\max} = \left(cte_Wien \big/ T \right)$$

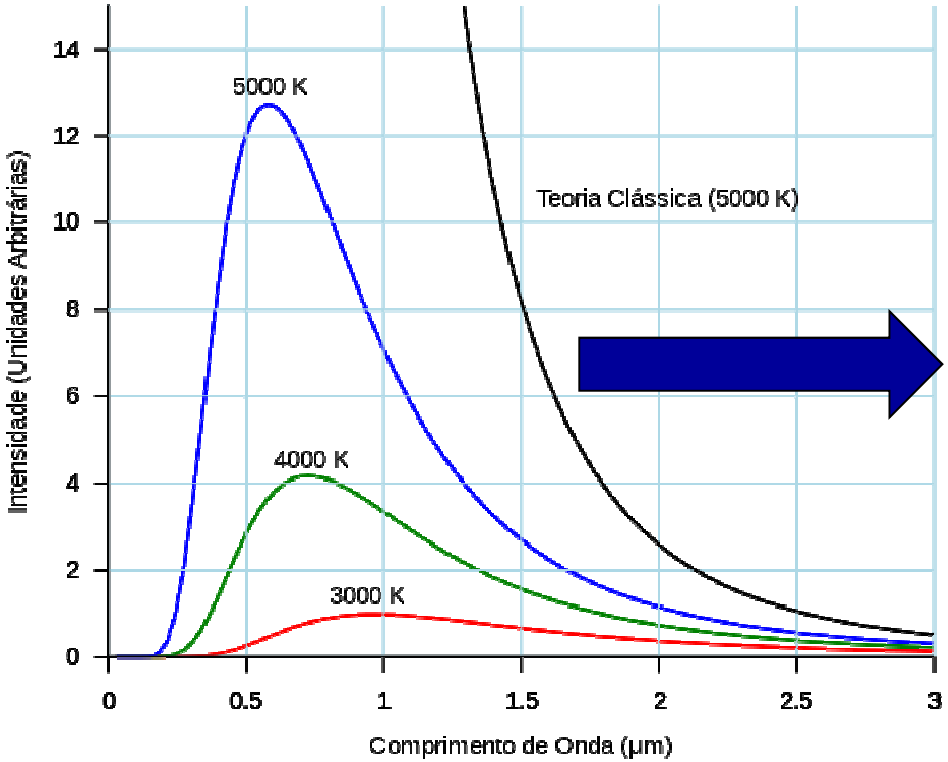
$$\uparrow \nu_{\max} \propto T \uparrow \text{ até um valor máximo finito}$$

Um **modelo teórico bem sucedido** para a **radiação de corpo negro** tem que prever esta curva:

- ❑ a **dependência da Temperatura** expressa na **Lei de Stefan**; e
- ❑ o **deslocamento no pico** com a temperatura descrito pela:

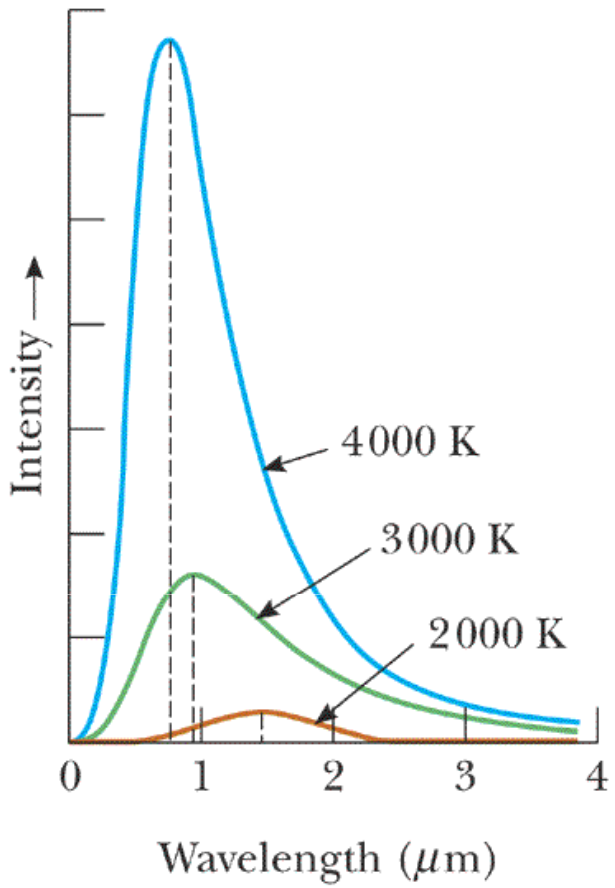
Lei do deslocamento de Wien





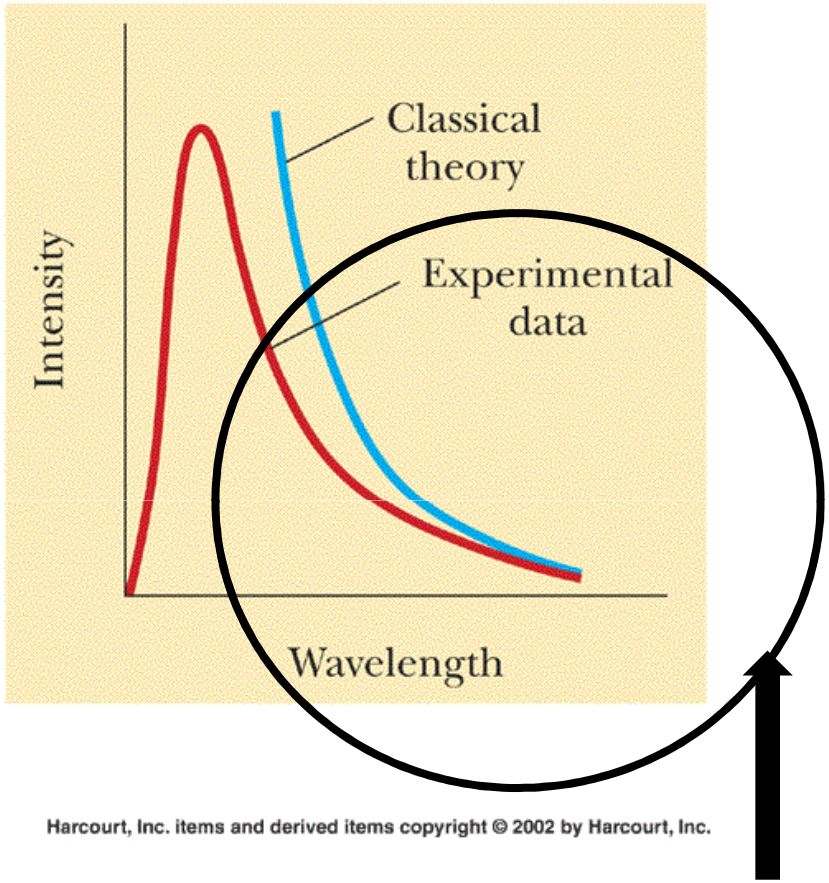
A Teoria Clássica falha na tentativa de explicar o comportamento experimental do **espectro da radiação de um corpo negro**.

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 28.2



Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 28.3



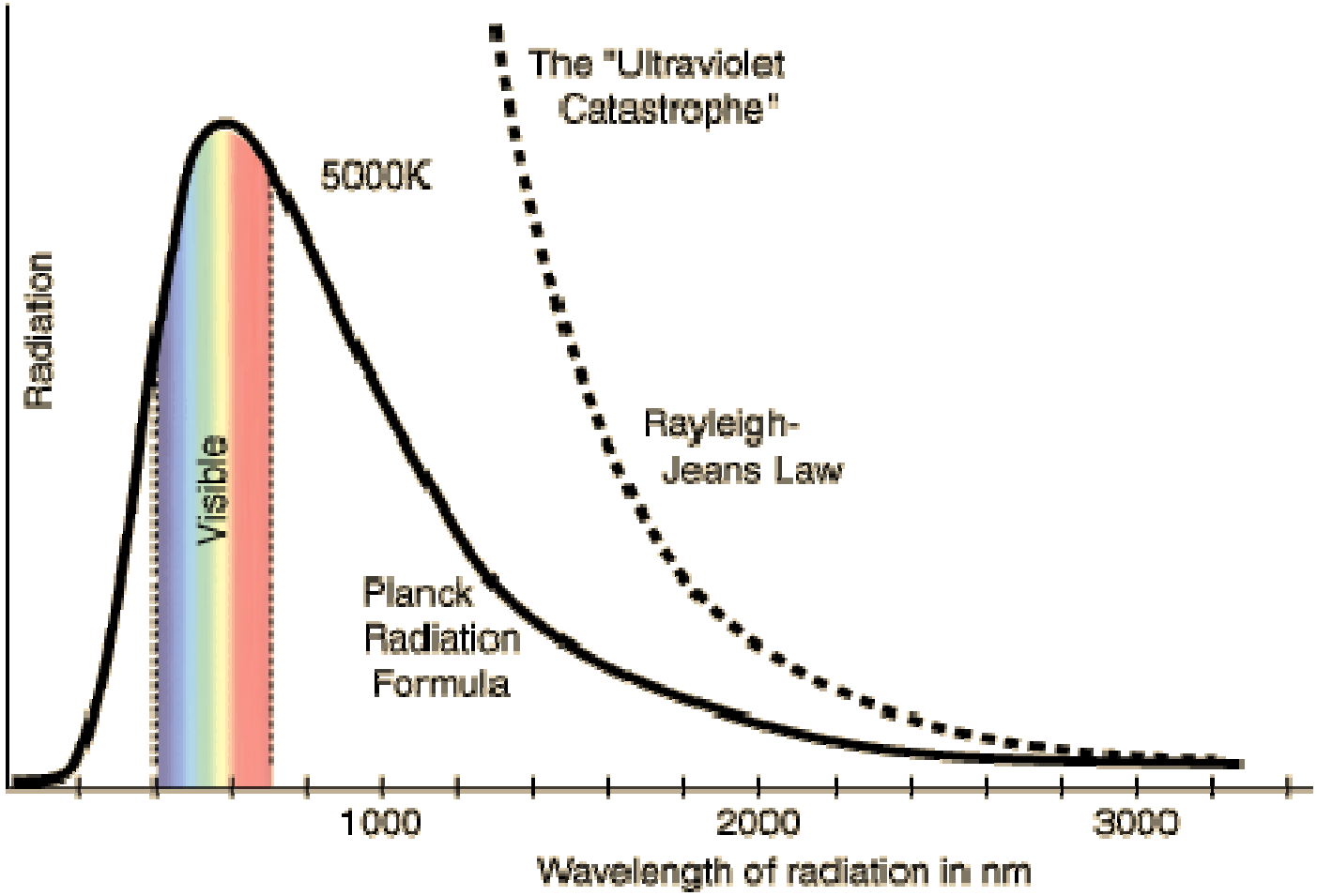
Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

❑ Nos comprimentos de onda grande (frequências baixas) a teoria clássica apresenta boa concordância com os dados experimentais.

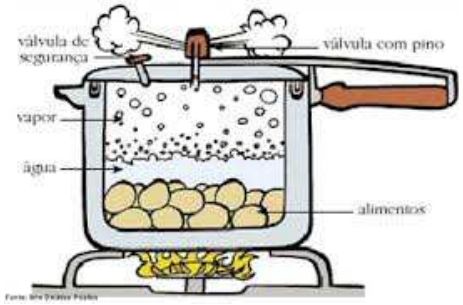
❑ Nos comprimentos de onda curtos (altas frequências) a teoria clássica e os dados experimentais não estão de acordo. **Esta é a catástrofe do ultravioleta**

$$\downarrow \lambda_{\max} \cdot T \uparrow = cte_Wien \Rightarrow \lambda_{\max} = \left({cte_Wien}/{T} \right)$$

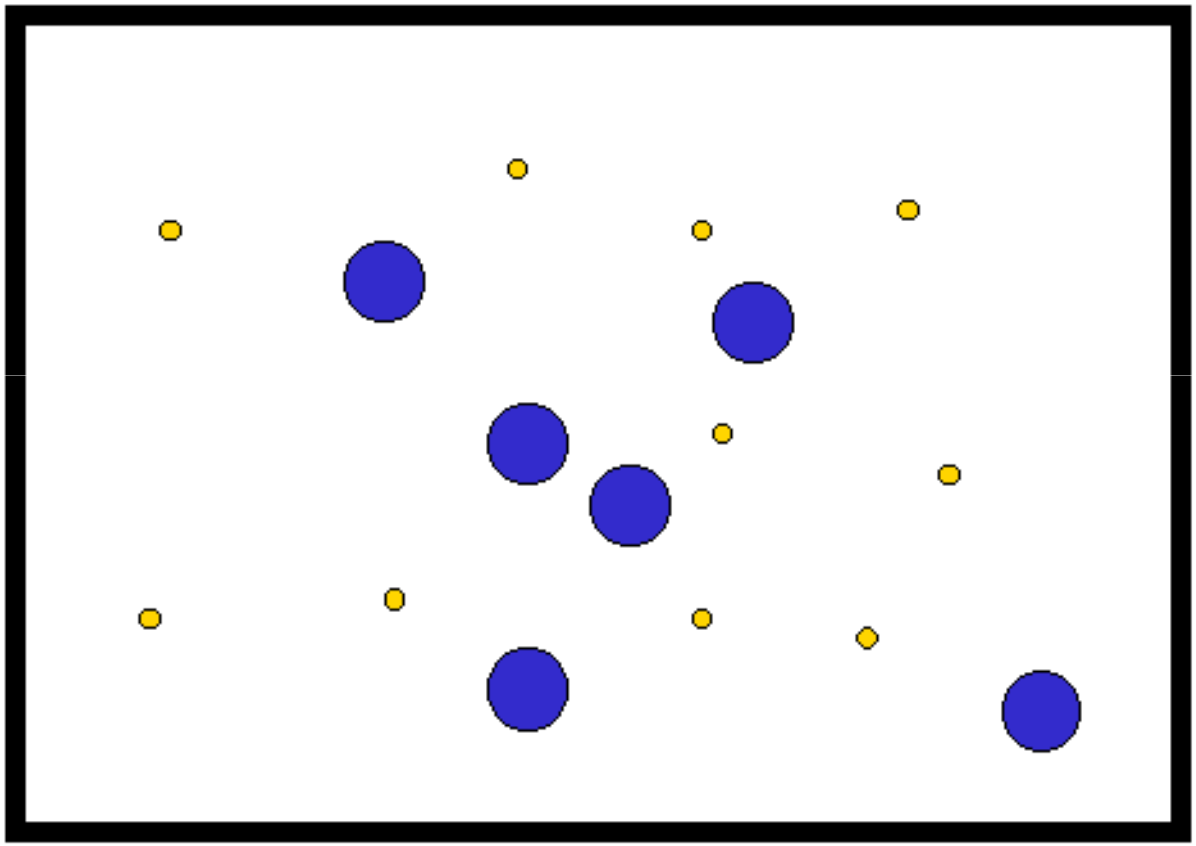
$$\uparrow \nu_{\max} \propto T \uparrow \text{ até um valor máximo finito}$$



TEORIA CINÉTICA DOS GASES

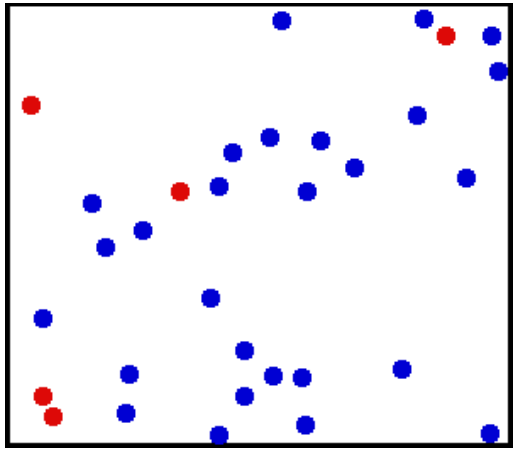


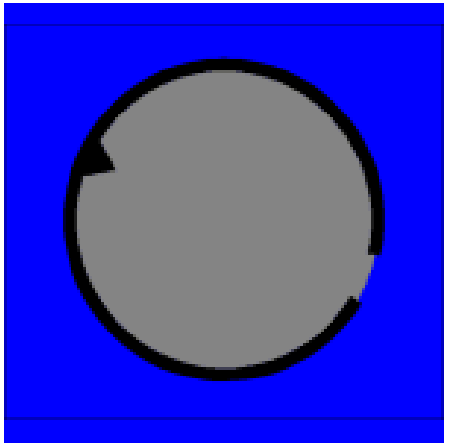
0º K



TEMPERATURA E MOVIMENTO

Como as moléculas de um **gás ideal** somente tem **energia cinética**, desprezamos a energia potencial de interação, pois no modelo de gás ideal consideramos que as moléculas não tem carga elétrica.





$$E(x,t) = E_0 \cos(kx - \omega t)$$

Assim, a energia interna *U* de um gás ideal é *N* vezes a **energia cinética média de uma molécula.**

$$U = N\left\langle \frac{1}{2} m\mathrm{v}^2 \right\rangle = \frac{3}{2} NkT$$

$$\frac{3}{2} kT = \left\langle \frac{m\mathrm{v}^2}{2} \right\rangle \quad \text{"Princípio de equipartição da energia"}$$

iguala a **energia cinética da molécula de massa (m)**
com a energia cinética devido à sua temperatura

$$\frac{3}{2}kT = \left\langle \frac{mv^2}{2} \right\rangle \quad \text{"Princípio de equipartição da energia"}$$

Para um sistema de moléculas de um gás em equilíbrio térmico a uma temperatura T,
a energia cinética média de uma molécula por grau de liberdade é:

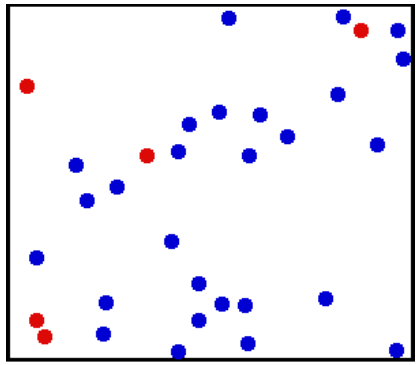
$$\frac{kT}{2} \text{ onde } k = 1.38x10^{-23}\, J/K \text{ é a constante de Boltzmann}$$

A lei se aplica a qualquer sistema **clássico** que contenha, no equilíbrio, **um grande número de entes do mesmo tipo (como em um gás uniforme).**

Considerando **ondas estacionárias (λ,f ~ constantes)** em uma cavidade que têm **um grau de liberdade** (a amplitude do seu campo elétrico),

$$E(x,t) = E_0 \cos(kx - \omega t)$$

em média, todas as suas energias *cinéticas* têm o mesmo valor: $\frac{kT}{2}$ "(x)"



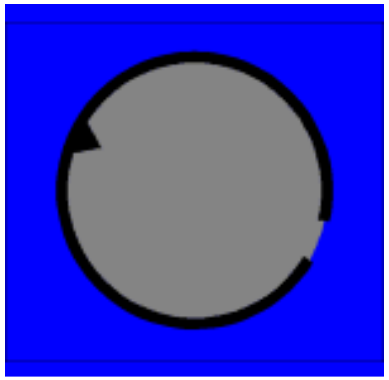
❑ No entanto **cada onda estacionária que oscila senoidalmente** tem uma energia total que é igual a ***duas vezes a energia cinética média***.

❑ Propriedade usual de sistemas físicos que têm um único grau de liberdade e
que executam oscilações harmônicas simples com o tempo (pêndulo, mola).

Portanto, cada onda estacionária em uma cavidade tem, de acordo com a **lei de equipartição clássica**, uma energia total média:

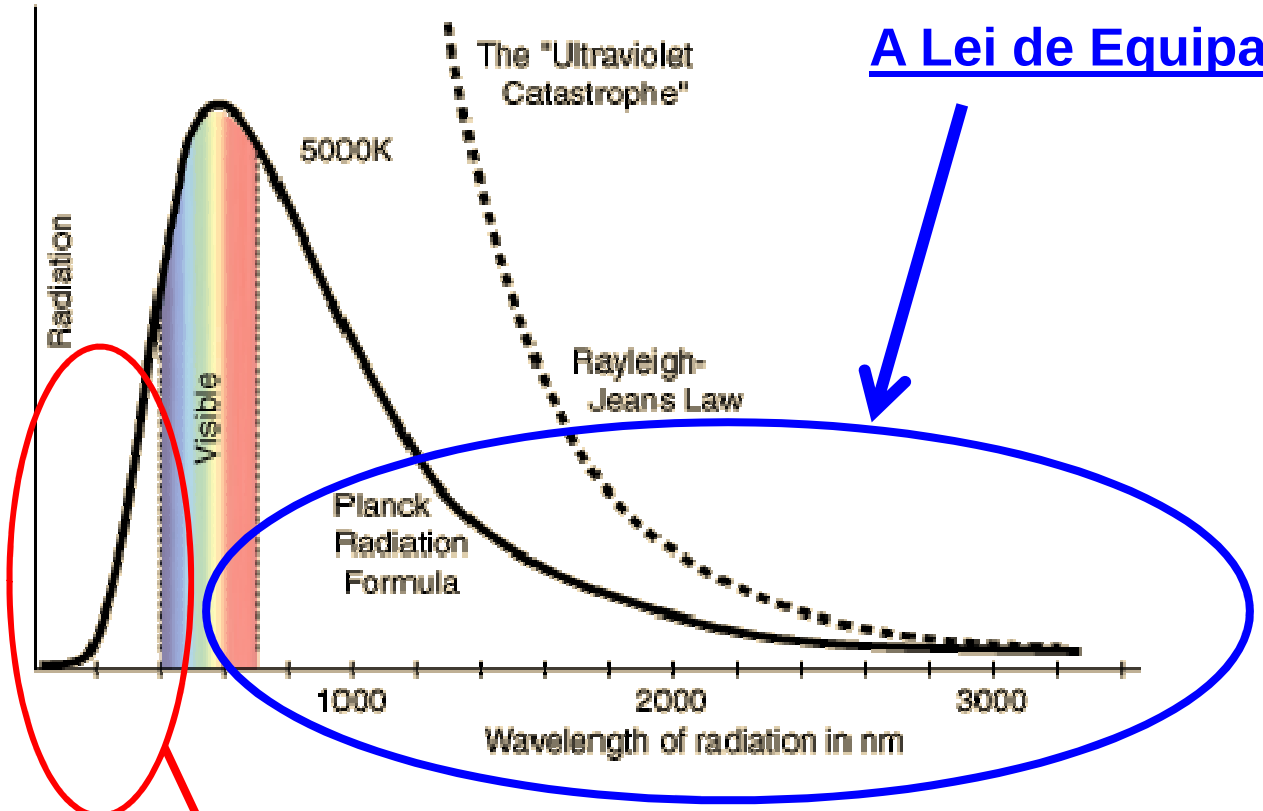
$$\overline{E} = kT$$

O ponto mais importante a ser notado é que se prevê que a energia total média tem o mesmo valor para todas as ondas estacionárias na cavidade, INDEPENDENTE DE SUAS FREQUÊNCIAS.



❑ Dos resultados experimentais supomos que: $\overline{E}_{f \to 0} \to kT$

Isto é, a **energia total média tende a "*kT* "** **quando a frequência vai a zero e A Lei de Equipartição de Energia é respeitada**.



A discrepância seria eliminada se houvesse, por algum motivo, um corte, de forma que

$$\overline{E}_{f \to \infty} \to 0$$

Isto é, se a energia total média tender a zero quando a frequência tender a ∞

❑ **Planck** propôs que, na **<u>radiação de corpo negro</u>**, a
energia média das ondas estacionárias é uma função da frequência:

$$\overline{E}(f)$$

com as seguintes propriedades:

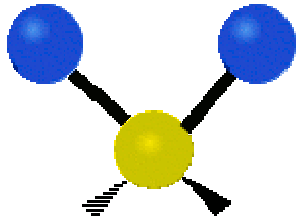
$$\overline{E}_{f \to 0} \to kT$$

$$\overline{E}_{f \to \infty} \to 0$$

Isto **contradiz a Lei de Equipartição da Energia** que associa à energia média <E> um valor independente da frequência:

$$\overline{E} = kT$$

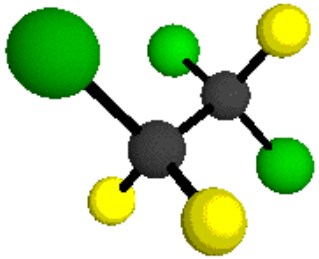
Em 1900, **Max Planck** desenvolveu um
modelo estrutural para a radiação de corpo negro;



Em seu modelo, Planck imaginou que existem **<u>osciladores harmônicos</u>** na **superfície do corpo negro**, relacionados às cargas dentro das moléculas.

Fez **duas suposições audaciosas e controversas**
sobre a natureza desses osciladores:

❑ A energia do oscilador é quantizada – isto é, pode ter somente certos valores discretos de energia:



$$E_n = nhf$$

$$n \equiv \text{número quântico principal}$$

$$f \equiv \text{é a frequência de oscilação}$$

$$h = 6.63 \times 10^{-34}\, Js \equiv \text{é a constante de Planck}$$

❑ os osciladores **<u>emitem ou absorvem energia em quantidades discretas.</u>**

Postulado de Planck:

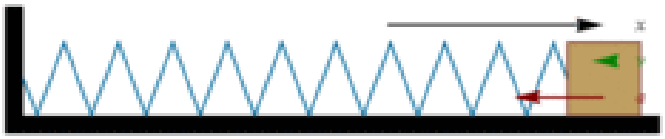
“Qualquer ente físico com um grau de liberdade cuja “coordenada” é uma função senoidal do tempo (isto é, executa oscilações harmônicas simples) pode possuir apenas energias totais “E” que satisfaçam à relação:

E=nhf onde n=0, 1, 2, 3…

f é a frequência de oscilação e h uma constante universal”

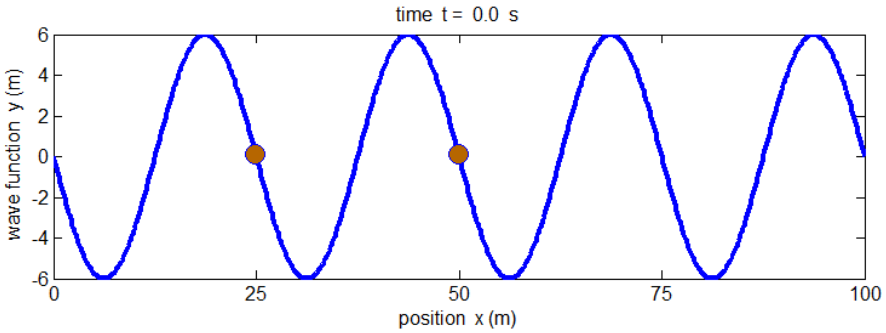
A palavra coordenada é usada em seu sentido geral, significando qualquer quantidade que descreva a condição instantânea do ente.

São exemplos:



- **o comprimento de uma mola**
- **a posição angular de um pêndulo**
- **a amplitude de uma onda**

$$E(x,t) = E_0 \cos(kx - \omega t)$$



❑ os osciladores **emitem ou absorvem energia em quantidades discretas.**

❑ Eles **emitem ou absorvem** estas **unidades quantizadas de energia** realizando uma **transição de um estado quântico para outro**.

❑ Toda a diferença de energia entre os estados inicial e final na transição é emitida como um único **"quantum" de radiação**.

$$E_n = nhf$$

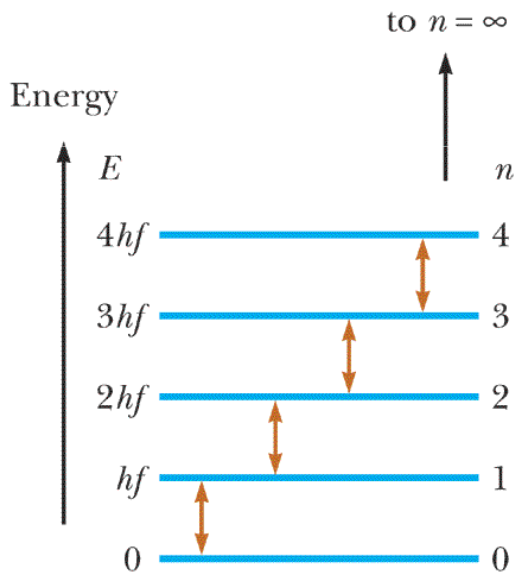
$$n \equiv \text{número quântico principal}$$

$$f \equiv \text{é a frequência de oscilação}$$

$$h = 6.63 \times 10^{-34}\, Js \equiv \text{é a constante de Planck}$$

$$E = h \cdot f \text{ (para transições entre estados vizinhos)}$$

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 28.4



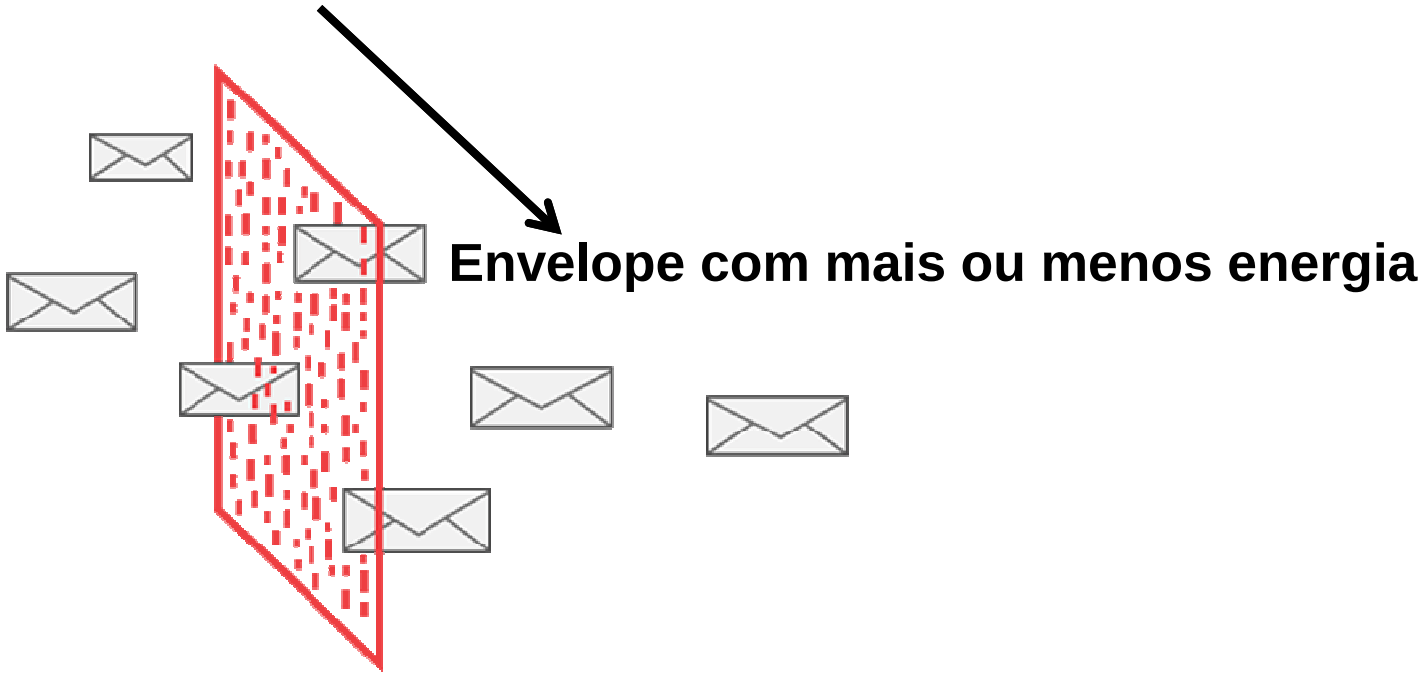
Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

❑ O ponto chave da Teoria de Planck é a suposição de estados quantizados de energia ao invés do tradicional pensamento clássico de um espectro contínuo possível de energias.

❑ os osciladores **emitem ou absorvem energia em quantidades discretas.**

❑ Eles **emitem ou absorvem** estas **unidades quantizadas de energia** realizando uma **transição de um estado quântico para outro**.

❑ Toda a diferença de energia entre os estados inicial e final na transição é emitida como um único **"quantum" de radiação**.



❑ O ponto chave da **Teoria de Planck** é a **suposição de estados quantizados de energia** ao invés do tradicional pensamento clássico de um espectro contínuo possível de energias.

EXEMPLO 28.2 O Oscilador Quantizado

Um bloco de 2.0Kg está ligado a uma mola sem massa com constante de força k=25N/m. A mola é esticada 0.40m (40cm) a partir da sua posição de equilíbrio e então é solta.

(a) Encontre a energia total e a frequência de oscilação de acordo com os cálculos clássicos.

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \qquad f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$E = nhf$$

(b) Suponha que a energia é quantizada e encontre o número quântico “n” para o sistema.

$$E = nhf$$

(c) Quanta energia é emitida quando o oscilador faz uma transição para o próximo estado quântico de nível mais baixo?

EXEMPLO 28.2 O Oscilador Quantizado

Um bloco de 2.0Kg está ligado a uma mola sem massa com constante de força k=25N/m. A mola é esticada 0.40m (40cm) a partir da sua posição de equilíbrio e então é solta.

(a) Encontre a energia total e a frequência de oscilação de acordo com os cálculos clássicos.

Solução:

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}\left(25\frac{N}{m}\right)(0.40m)^2 = 2\frac{N}{m} = 2J$$

A frequência de oscilação é dada por:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{25\,N/m}{2Kg}} = 0.56Hz$$

(b) Suponha que a energia é quantizada e encontre o número quântico “n” para o Sistema.

Solução: Se a energia é quantizada, então:

$$E_n = nhf = n\left(6.63\times10^{-34}Js\right)\left(0.56\frac{1}{s}\right) = 2J \Rightarrow n = \frac{2J}{\left(6.63\times10^{-34}Js\right)\left(0.56\frac{1}{s}\right)} = 5.4\times10^{33}$$

EXEMPLO 28.2 O Oscilador Quantizado

Um bloco de 2.0Kg está ligado a uma mola sem massa com constante de força k=25N/m. A mola é esticada 0.40m (40cm) a partir da sua posição de equilíbrio e então é solta.

(c) Quanta energia é emitida quando o oscilador faz uma transição para o próximo estado quântico de nível mais baixo?

Solução: $\Delta E = hf = \left(6.63\times10^{-34}\,J\cdot s\right)\left(0.56Hz\right) = 3.7\times10^{-34}\,J$

A energia emitida, devido a uma transição entre estados adjacentes, é uma fração tão pequena da energia total do oscilador que não pode ser observada.

Assim, embora a diminuição de energia de um sistema bloco-mola macroscópico seja de fato quantizado e ocorra em pequenos saltos discretos, nossos sentidos percebem a diminuição como sendo contínua.

Os efeitos quânticos tornam-se mensuráveis apenas no nível submicroscópico dos átomos e moléculas.

EXEMPLO 1.6 Eisberg and Resnick

Um pêndulo, consistindo de uma massa de 0.01 Kg, está suspenso por uma corda de 0.1m de comprimento. Façamos a amplitude de sua oscilação tal que a corda em suas posições extremas faça um ângulo de 0.1 rad com a vertical. A energia do pêndulo diminui, por exemplo, devido a efeitos do atrito.

A diminuição da energia observada é contínua ou descontínua? Quantifique.

A frequência de oscilação do pêndulo é $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$

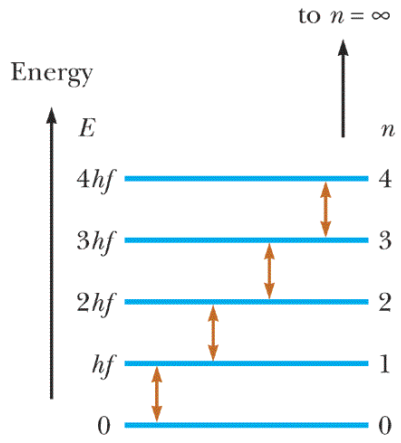
A energia do pêndulo é igual à sua energia potencial máxima:

$$E = mgh = mgl(1-\cos\theta)$$

$$\Delta E = ?$$

$$\frac{\Delta E}{E} = ?$$

Serway/Jewett: Principles of Physics, 3/e
Figure 28.4



Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{9.8\, m/s^2}{0.1m}} = 1{,}6/s$$

$$E = mgh = mgl(1-\cos\theta) =$$

$$0.01Kg \times 9.8\frac{m}{s^2} \times 0.1m \times (1-\cos 0.1) \Rightarrow E = 5\times 10^{-5}\, J$$

$$E = mgh = mgl(1-\cos\theta)$$

$$\Delta E = h\cdot f = 6.63\times 10^{-34}(J\cdot s)\times\frac{1.6}{s} = 10^{-33}\, J$$

$$\frac{\Delta E}{E} = 2\times 10^{-29}$$

Para observarmos que a diminuição na energia é discreta, precisamos medi-la com precisão maior do que duas partes em 10^{29} e é evidente que mesmo o equipamento mais sensível não é capaz de detectar tal varaição

Exercício 28.4 A Radiação de corpo negro e a Teoria de Planck

O limiar médio da visão no escuro (escotópica) é de: $4.0\times10^{-11}\left(W/m^2\right)$ no comprimento de onda de 500nm.
Se a luz que tem esta intensidade e este comprimento de onda, penetra no olho e a pupila está aberta com seu diâmetro máximo de 8.5 mm, quantos fótons por segundo entram no olho?

$$E_\gamma = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

$$E = P\Delta t = IA\Delta t$$

$$n = \frac{E}{E_\gamma}$$

Exercício 28.4 A Radiação de corpo negro e a Teoria de Planck

O limiar médio da visão no escuro (escotópica) é de: $4.0\times10^{-11}\left(W/m^2\right)$ no comprimento de onda de 500nm.
Se a luz que tem esta intensidade e este comprimento de onda, penetra no olho e a pupila está aberta com seu diâmetro máximo de 8.5 mm, quantos fótons por segundo entram no olho?

$$E_\gamma = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{\left(6.63\times10^{-34}\,J\cdot s\right)\left(3.00\times10^{8}\,m/s\right)}{500\times10^{-9}\,m} = 3.98\times10^{-19}\,J$$

A energia entrando no olho por segundo é dada por :

$$E = P\Delta t = IA\Delta t = I\left(\pi\cdot r^2\right)\left(1.0s\right)$$

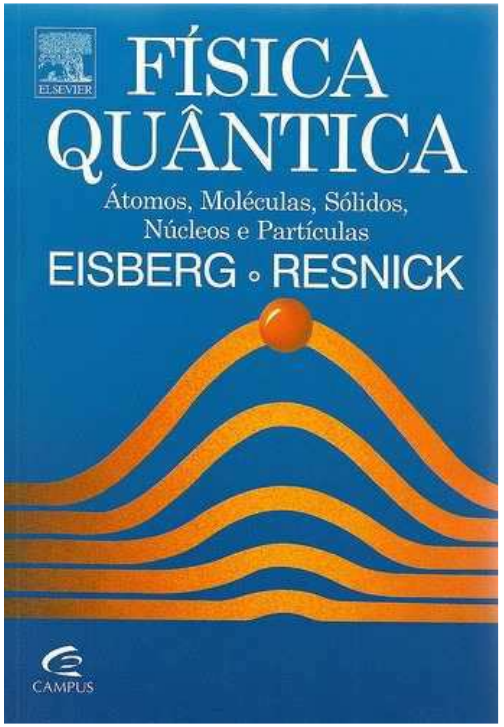
$$\left(4\times10^{-11}W/m^2\right)\left[\frac{\pi}{4}\left(8.5\times10^{-3}m\right)^2\right]\left(1.0s\right) = 2.27\times10^{-15}\,J$$

$$n = \frac{E}{E_\gamma} = \frac{2.27\times10^{-15}\,J}{3.98\times10^{-19}\,J} \approx 5.7\times10^{3}\text{ fótons}$$

PROVA P2 – Capítulos 28 e 29 – Serway/Jewett vol. 4

CAPÍTULO 28: Física Quântica

- ❑ Radiação de corpo negro e a Teoria de Planck
- ❑ **O Efeito Foto-Elétrico**
- ❑ **O Efeito Compton**
- ❑ **Fótons e Ondas Eletromagnéticas**
- ❑ **Propriedades Ondulatórias das Partículas**
- ❑ A Partícula Quântica
- ❑ Experiência de Dupla Fenda



- EFEITO FOTO-ELÉTRICO

- EFEITO ou
  ESPALHAMENTO COMPTON

- FÓTONS

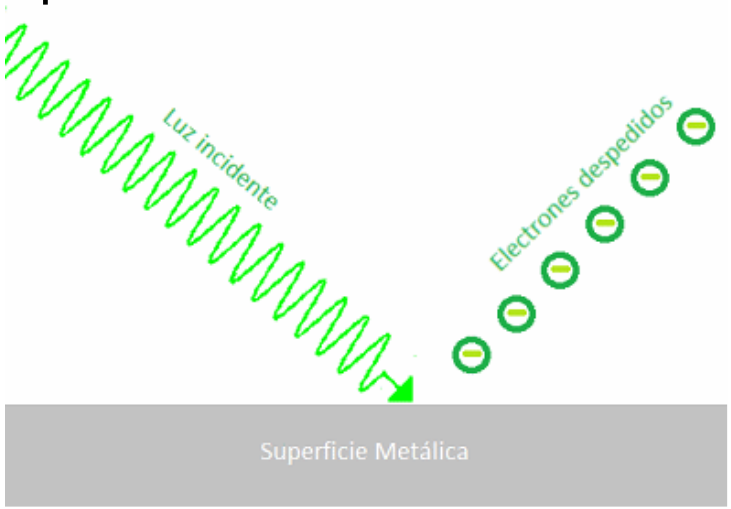
- PARTíCULAS ou
- ONDAS ELETROMAGNÉTICAS???

❑ EFEITO FOTO-ELÉTRICO

A **radiação de corpo negro** foi historicamente o **primeiro fenômeno a ser explicado com um modelo quântico**.

Na parte final do século XIX, ao mesmo tempo em que dados experimentais estavam sendo obtidos sobre a **radiação térmica**…

…experiências mostravam que **luz incidente sobre certas superfícies metálicas** fazia com que **elétrons** fossem **emitidos das superfícies**.



Exercício 28.4 A Radiação de corpo negro e a Teoria de Planck

O limiar médio da visão no escuro (escotópica) é de: $4.0\times10^{-11}\left(W/m^2\right)$ no comprimento de onda de 500nm.

Se a luz que tem esta intensidade e este comprimento de onda, penetra no olho e a pupila está aberta com seu diâmetro máximo de 8.5 mm, **quantos fótons por segundo entram no olho?**

$$\boxed{E_{\gamma(1\,\text{fóton})} = hf = \frac{hc}{\lambda}} = \frac{\left(6.63\times10^{-34}\,J\cdot s\right)\left(3.00\times10^{8}\,m/s\right)}{500\times10^{-9}\,m} = 3.98\times10^{-19}\,J$$

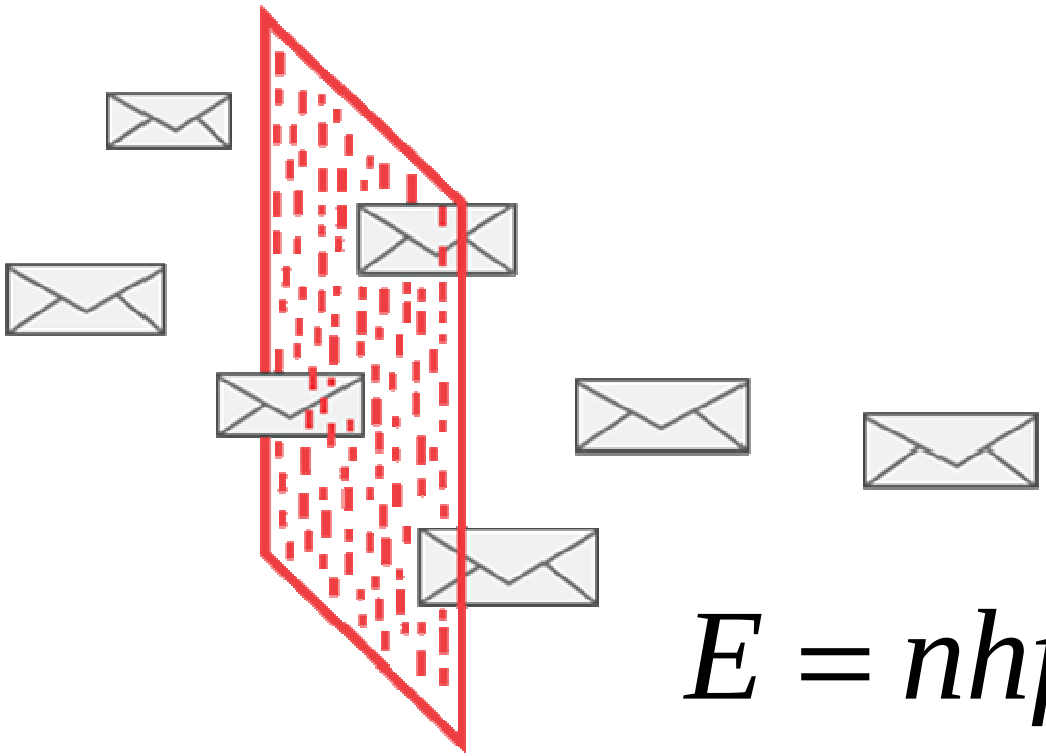
A energia entrando no olho por segundo é dada por :

$$E = P\Delta t = IA\Delta t = I\left(\pi\cdot r^2\right)\left(1.0s\right)$$

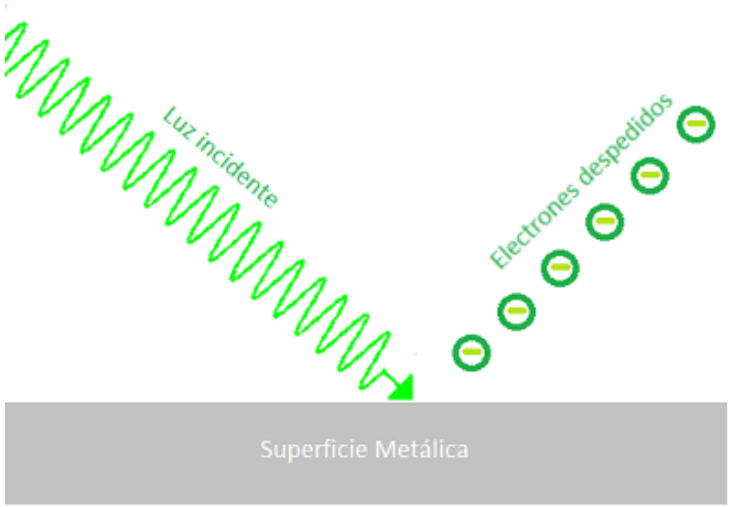
$$\left(4\times10^{-11}W/m^2\right)\left[\frac{\pi}{4}\left(8.5\times10^{-3}m\right)^2\right]\left(1.0s\right) = 2.27\times10^{-15}\,J$$

$$n = \frac{E_{TOTAL}}{E_{\gamma(1\,\text{fóton})}} = \frac{2.27\times10^{-15}\,J}{3.98\times10^{-19}\,J} \approx 5.7\times10^{3}\ \text{fótons}$$

Portadores de "*hf*"

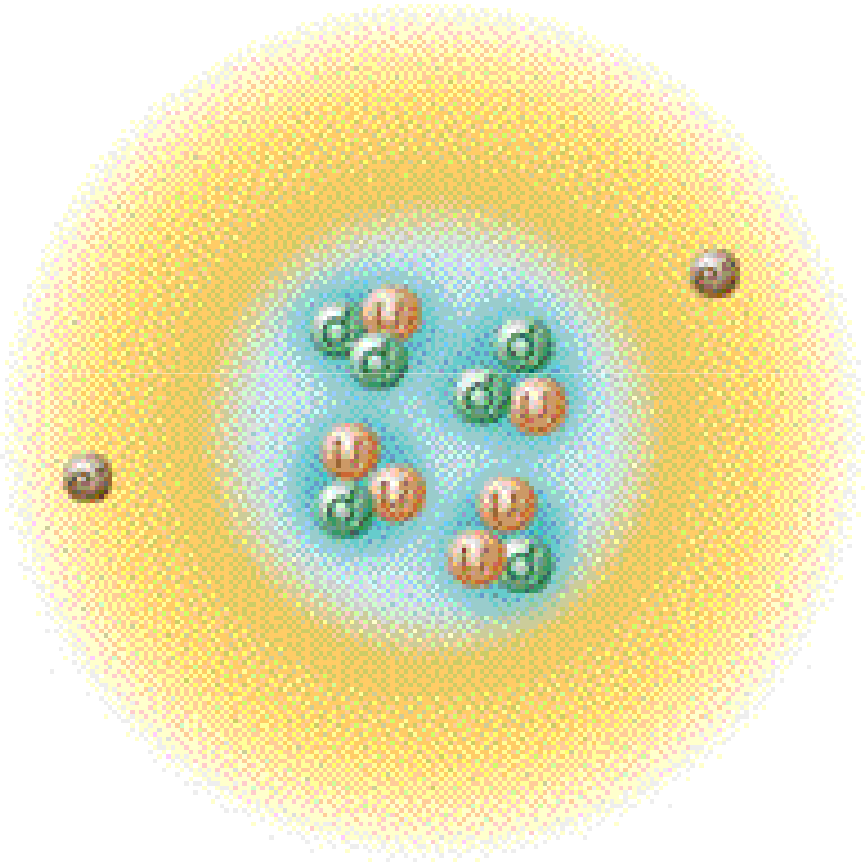


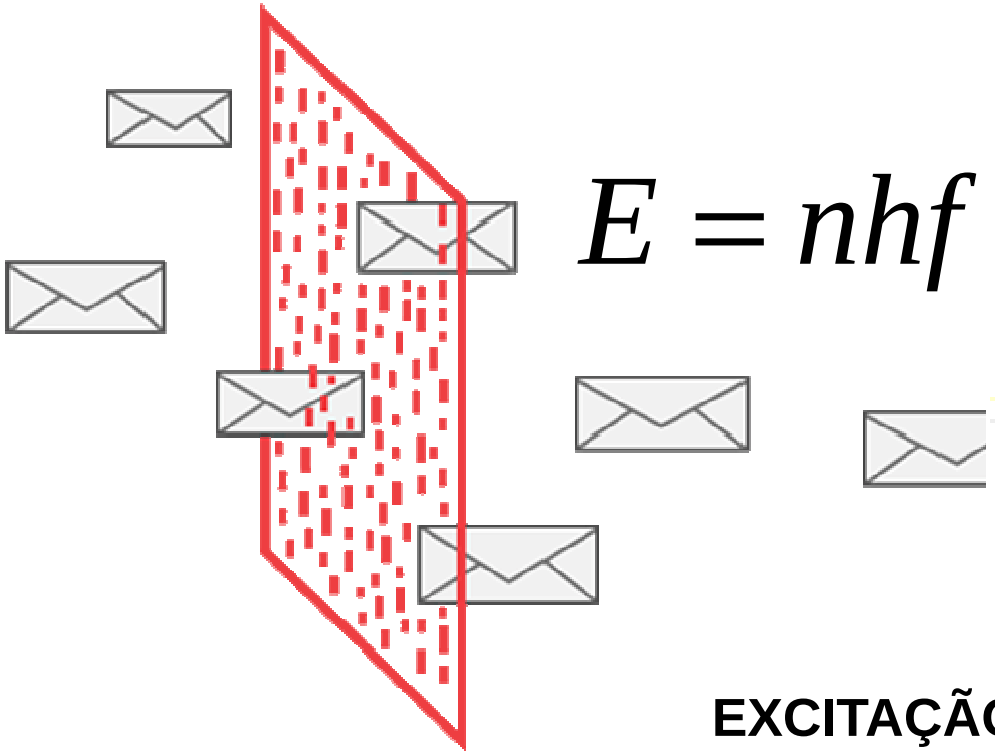
$$E = nhf$$


Luz incidente
Electrones despedidos
Superficie Metálica

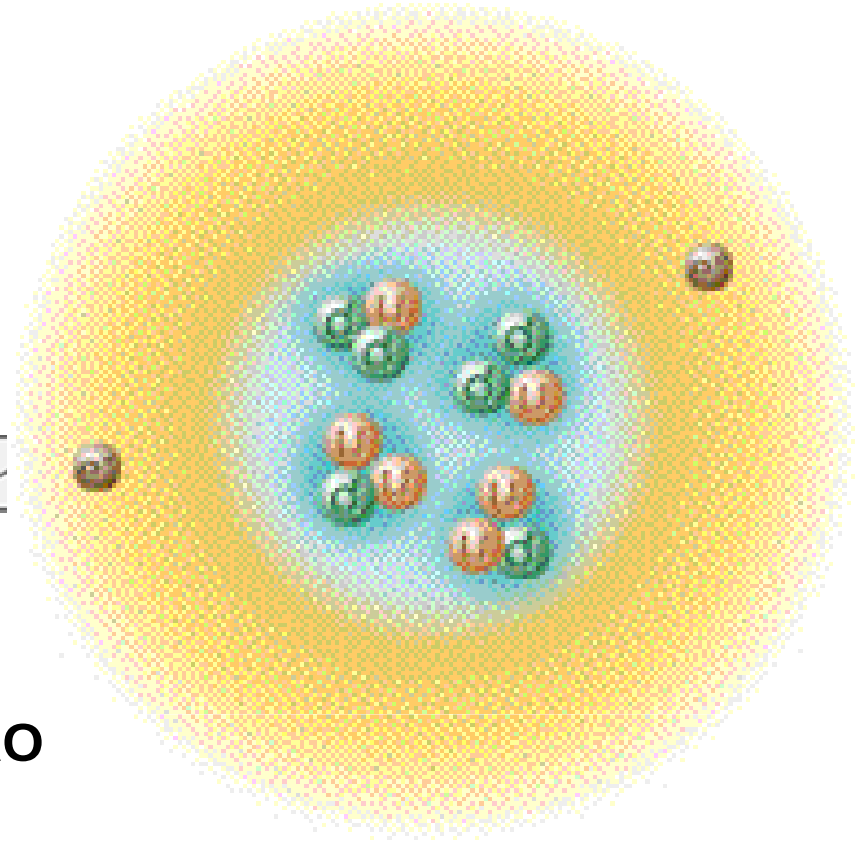
Interação da Radiação com a Matéria

A matéria está constituída por átomos.





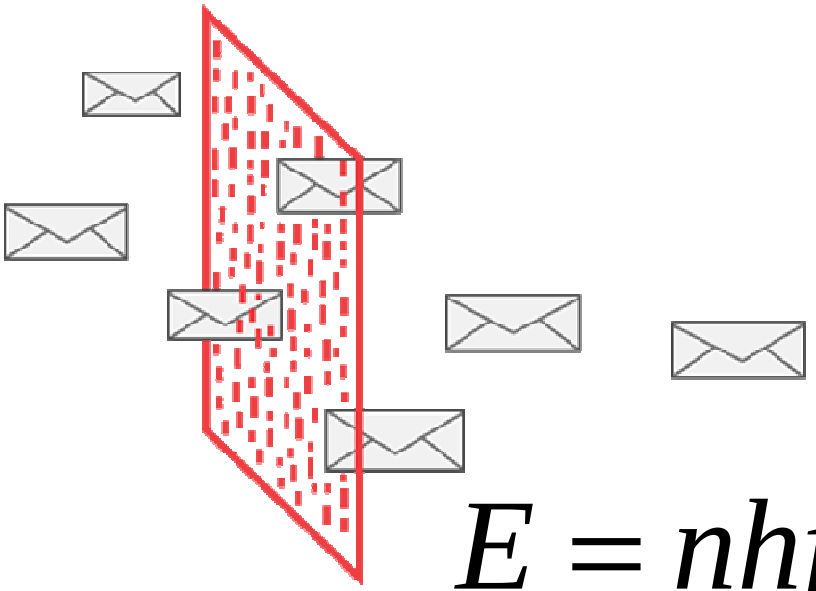
$$E = nhf$$

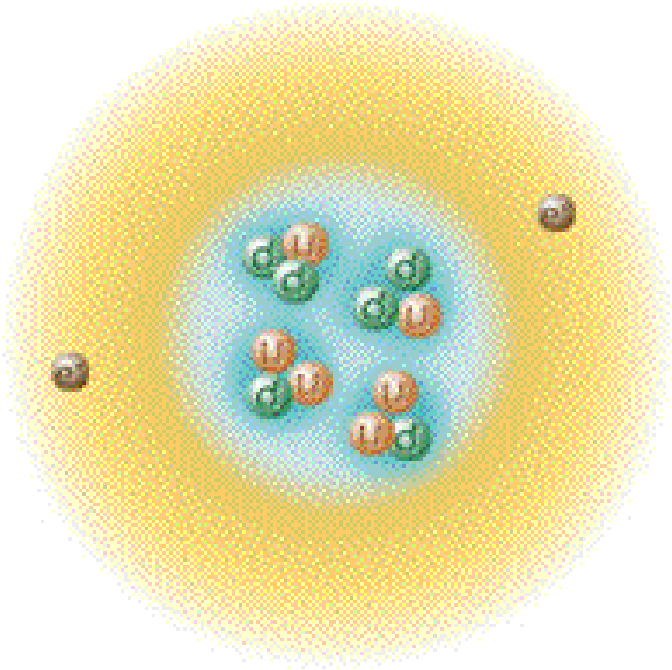


EXCITAÇÃO

$$E = nhf$$

Toda a diferença de energia entre os estados inicial e final na transição é emitida como um único **“quantum” de radiação**.

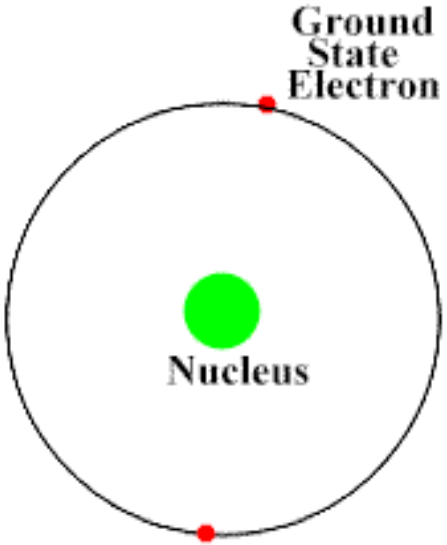




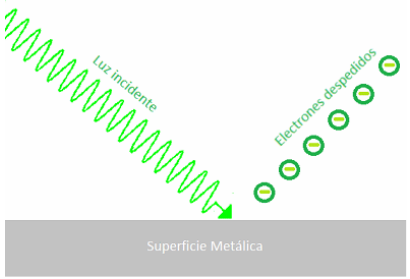
$$E = nhf$$

ÍON POSITIVO

IONIZAÇÃO



ELÉTRON e-



Interação da Radiação Eletromagnética com a Matéria

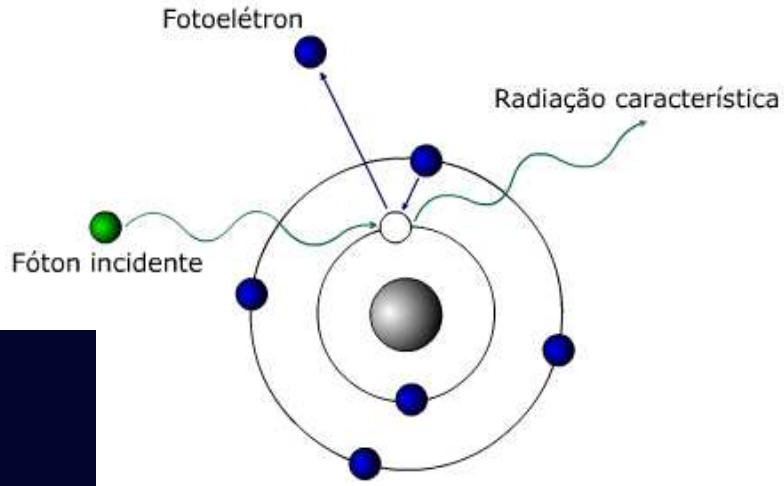
$$E = h \cdot f$$

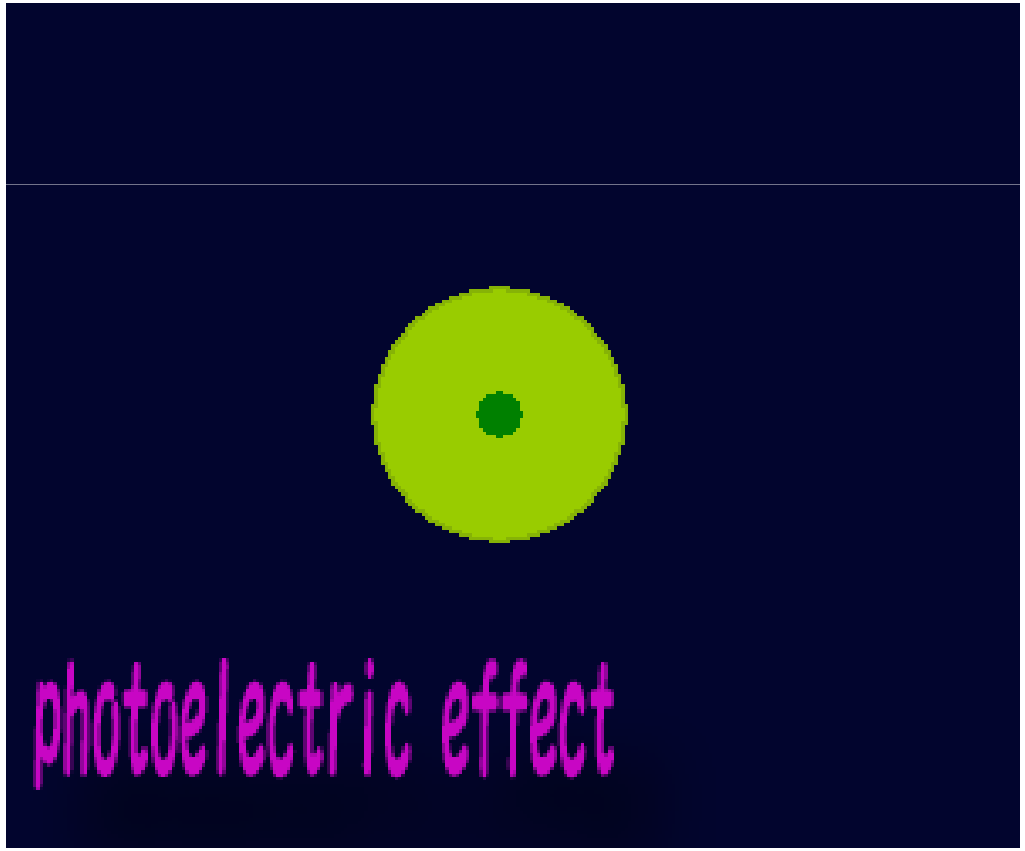
1. Efeito foto-elétrico (FE)
2. Efeito Compton (EC)
3. Produção de Pares (PP) elétron-pósitron

Interação da Radiação Eletromagnética com a Matéria

$$E = h \cdot f$$

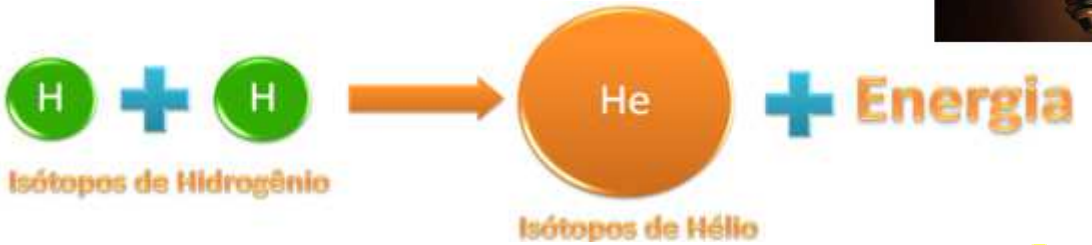
1. Efeito foto-elétrico (FE)





- **Absorção do fóton**
- **Ejeção do elétron**
- **Ionização do átomo**

Aplicações do Efeito Foto-Elétrico

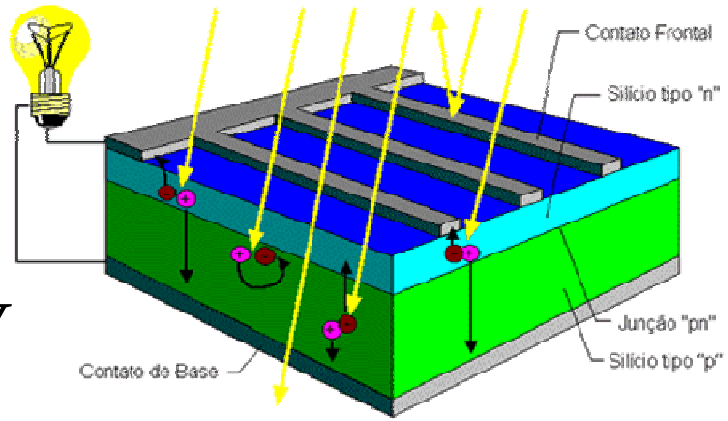


$$\approx h\nu \approx 3.6eV$$

$$1.7eV \leq E_{luz} \leq 3.1eV$$

$$\Phi_{Si} \approx 3.6eV$$

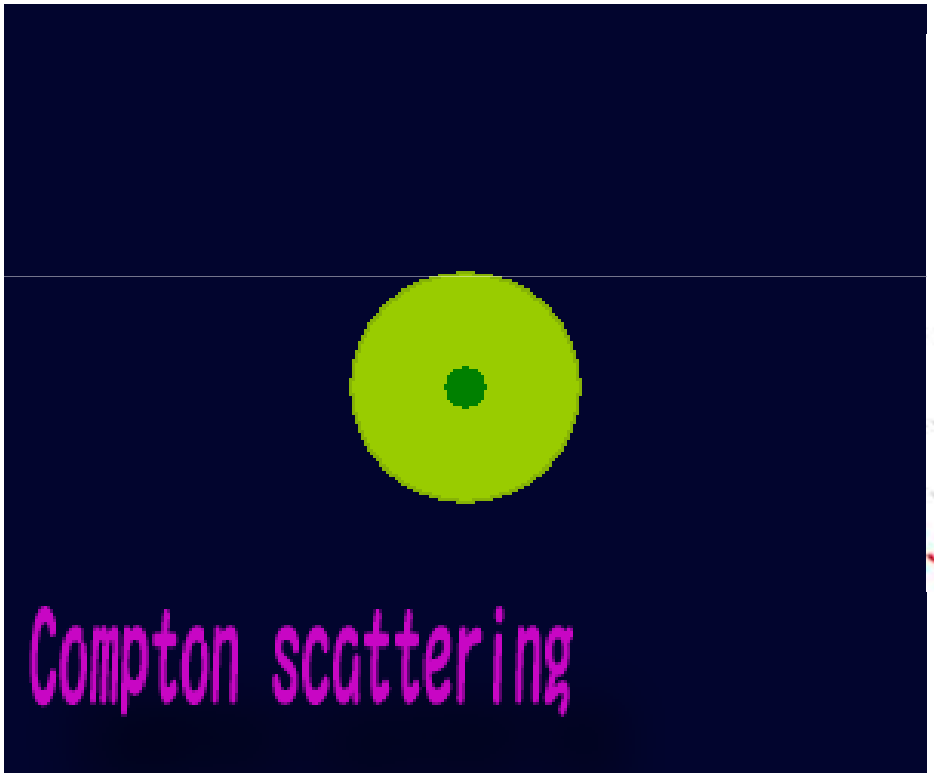
$$E_{UV} \approx h\nu_{uv} \approx 3.1 \leq E_{UV} \leq 6.2eV$$

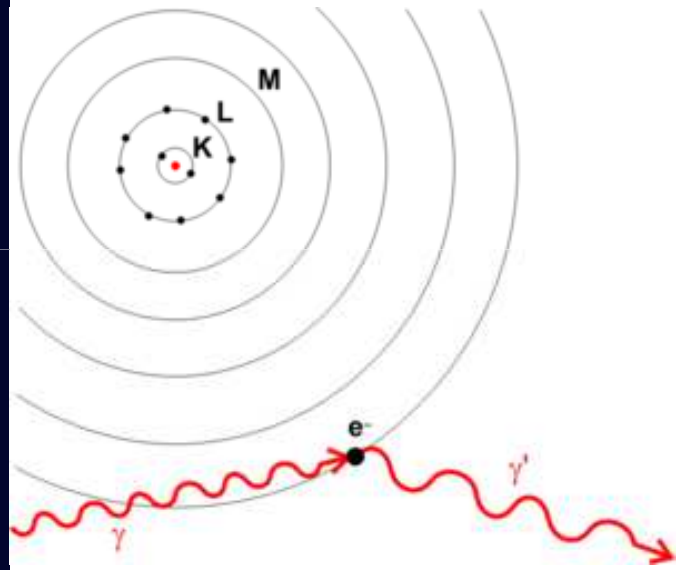


Interação da Radiação Eletromagnética com a Matéria

$$E = h \cdot f$$

2. Efeito ou Espalhamento Compton (EC)



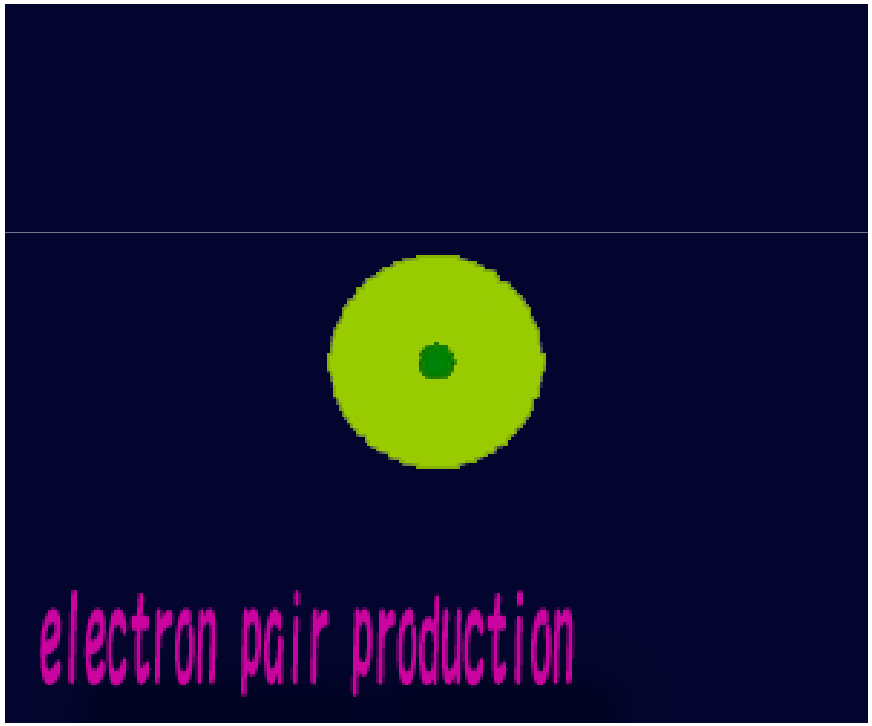


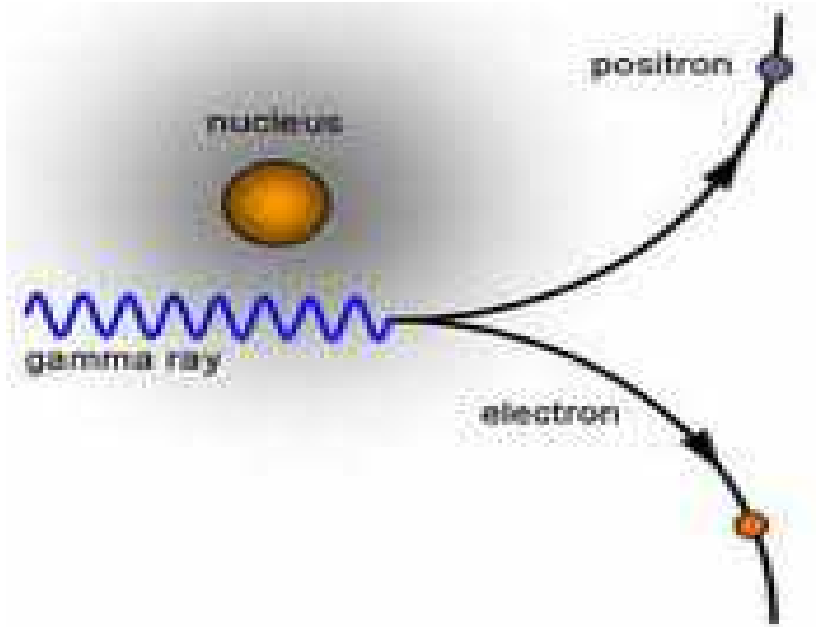
- Espalhamento do fóton
- Espalhamento do elétron
- Ionização do átomo

Interação da Radiação Eletromagnética com a Matéria

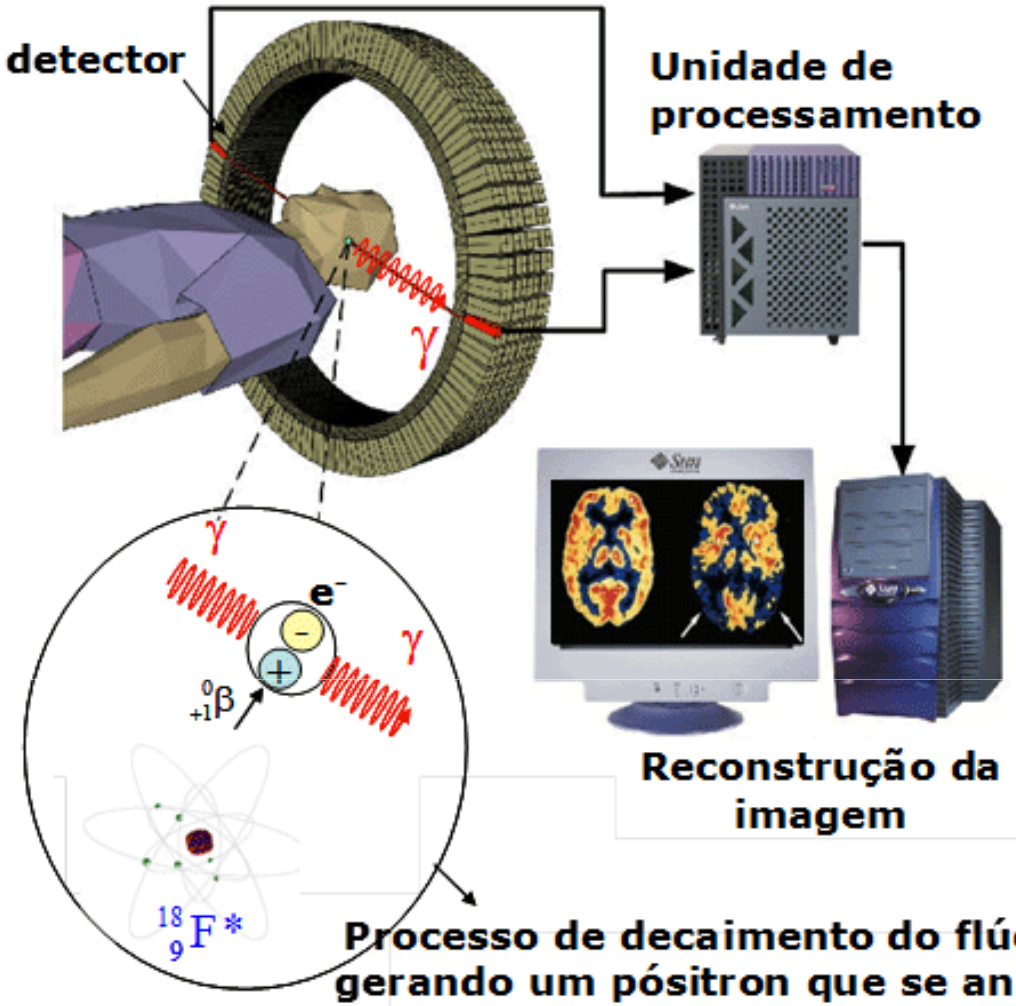
$$E = h \cdot f$$

3. Produção de Pares (PP) elétron-pósitron





- **Absorção do fóton no núcleo**
- **Ejeção do elétron e pósitron**
- **Aniquilação**
- **Produção de radiação EM**



Processo de decaimento do flúor 18 gerando um pósitron que se aniquila com elétrons da matéria formando os raios gama. (veja figura 4)

Equipamentos utilizados para a tomografia por emissão de pósitron

Reação Nuclear -> Radioisótopo -> emite pósitrons-> aniquilação e- e+-> raios gama

18Fluor -> GLUCOSA -> radiação detectável -> Glucosa detectável

No **efeito foto-elétrico** **elétrons são ejetados de uma superfície metálica** quando **incide luz sobre esta superfície**.

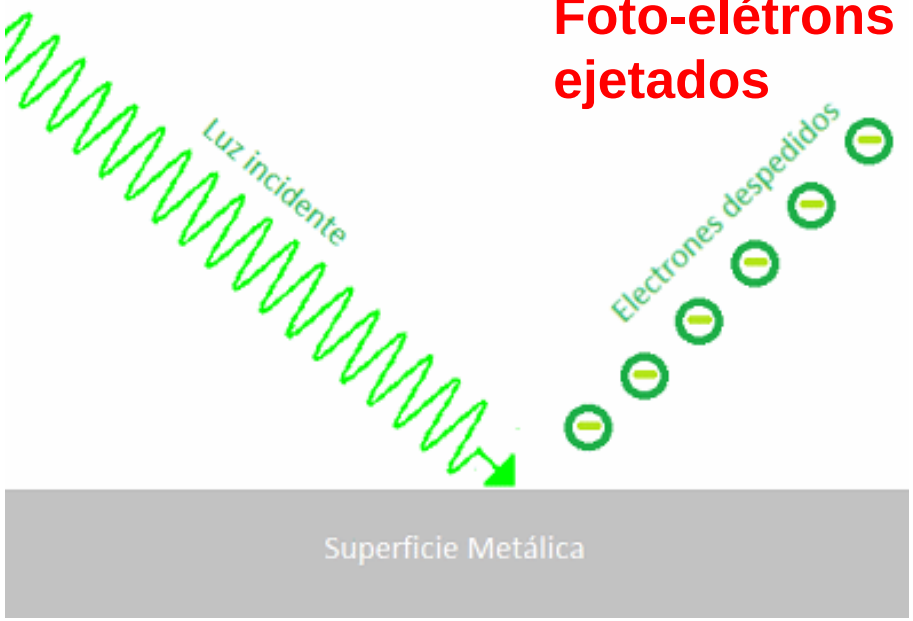
Neste modelo, proposto por Einsten, a luz é vista como um "fluxo" de "partículas" chamadas fótons, cada uma com energia: $E = hf$

$$K_{\max}^{fe} = hf - W$$

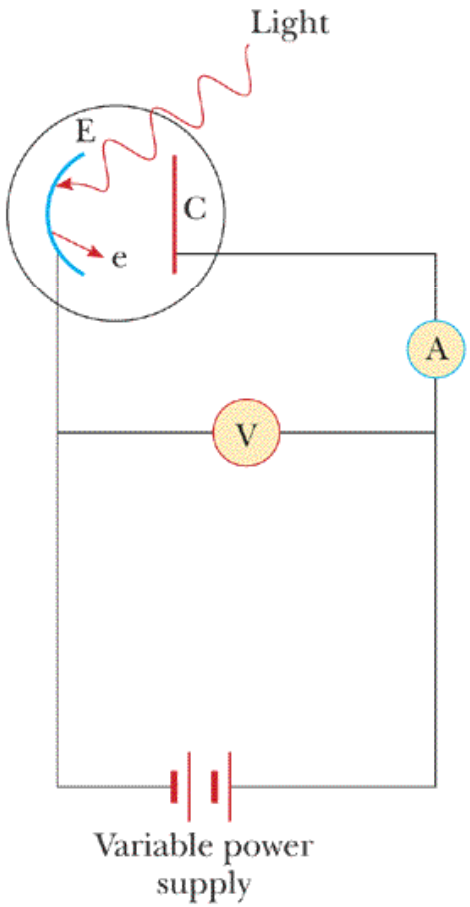
$$W \equiv \text{função trabalho do metal}$$

Fótons – Radiação Eletromagnética incidente

Foto-elétrons ejetados

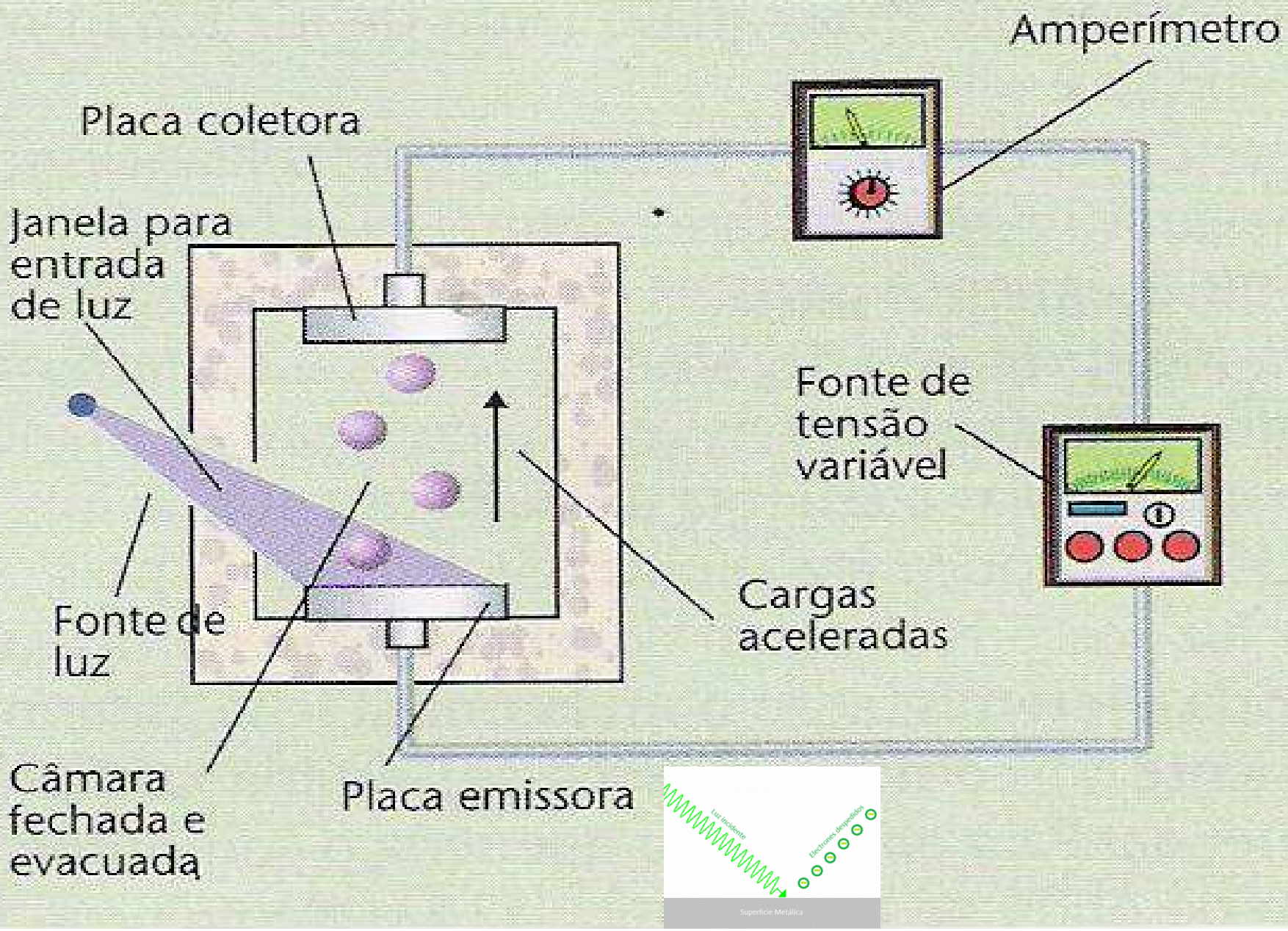


Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 28.5



Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

Esquema do experimento de Lenard



A energía cinética do foto-elétron corresponde à diferença entre a energia do fóton incidente e a energia de ligação do elétron (W) na camada eletrônica desde onde foi removido.

$$e \cdot V_0 = E_C^{fe^-} = E_{fóton} - W$$

$$E_{fóton} = h \cdot f$$

Metal	Φ
Sódio	2,28 eV
Alumínio	4,08 eV
Zinco	4,31 eV
Ferro	4,50 eV
Prata	4,73 eV

Pensamentos:

1) A dependência da energia cinética dos foto-elétrons para com a intensidade luminosa.

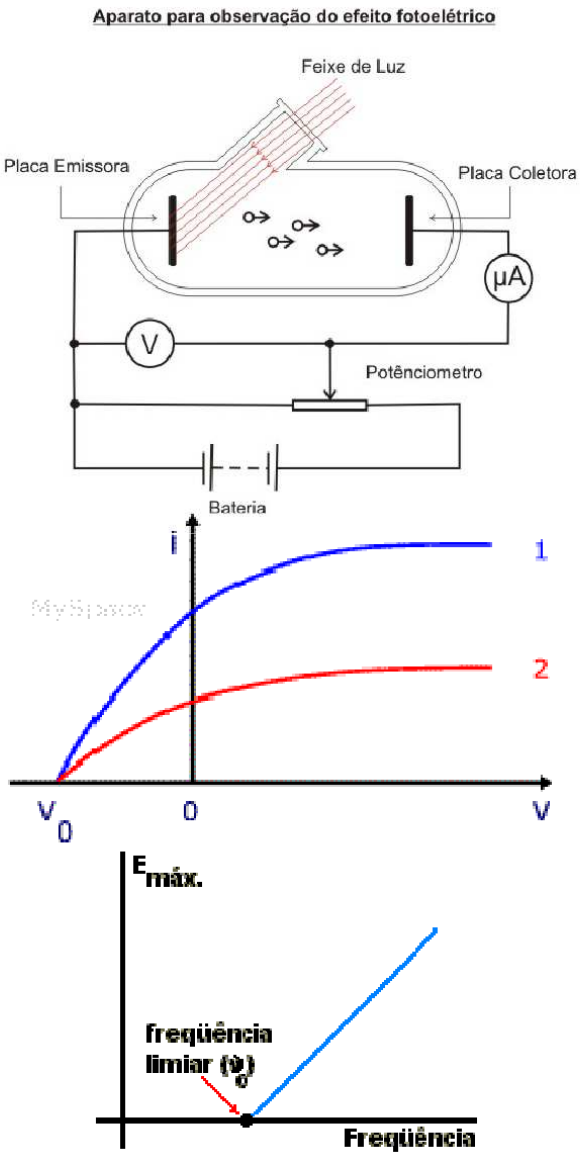
Previsão Clássica: Os elétrons devem absorver energia continuamente das ondas eletromagnéticas até serem ejetados.

Uma luz mais intensa deve transferir energia mais rapidamente para o metal e os elétrons devem ser ejetados com mais energia cinética.

Resultado Experimental:

A energia cinética máxima dos foto-elétrons é independente da intensidade da luz.

Na Figura mostra-se como as diferentes intensidades (cores azul e vermelho) caem a zero na <u>mesma voltagem negativa</u>.



1 e 2 representam LUZ com
mesma frequência
mesmo comprimento de onda
<u>intensidades diferentes</u>

Pensamentos:

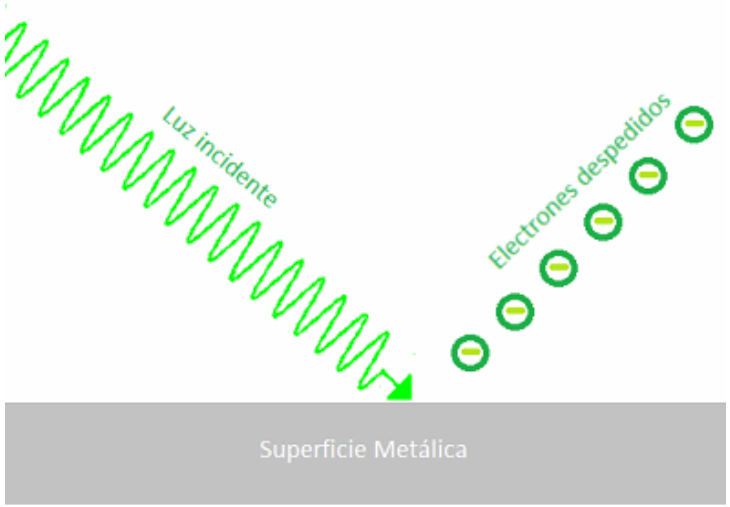
2) O tempo entre a incidência da luz e a ejeção dos fotoelétrons

Previsão clássica: Para uma luz muito fraca, deve ocorrer um intervalo de tempo mensurável entre a incidência da luz e a ejeção de um elétron.

Esse tempo é necessário para **o elétron absorver a radiação incidente antes de adquirir energia suficiente para escapar do metal**.

Resultado Experimental: Elétrons são emitidos da superfície quase instantaneamente (menos de 1ns após a superfície ser iluminada), **mesmo a intensidades luminosas muito baixas.**

Tempo de ejeção é independente da intensidade



Pensamentos:

3) A dependência da ejeção dos elétrons para a frequência da luz

Previsão clássica: Elétrons devem ser ejetados a qualquer frequência da luz incidente, desde que a intensidade seja alta o suficiente, pois energia está sendo transferida ao metal independentemente da frequência.

Resultado experimental:

Não há elétrons emitidos se a frequência da luz incidente está abaixo de uma determinada frequência limite (de corte) **que é característica do material que está sendo iluminado.**

Não há elétrons ejetados abaixo dessa
frequência (ou comprimento de onda) de corte

independentemente da intensidade da luz

Pensamentos:

4) A dependência da energia cinética dos foto-elétrons para a frequência da luz.

Previsão clássica: Nenhuma relação deve existir entre a frequência da luz e a energia cinética do elétron.

A energia cinética deve estar relacionada com a intensidade da luz.

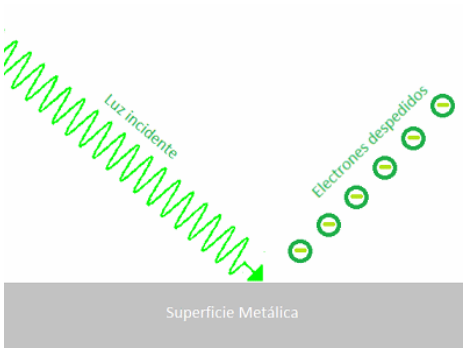
Resultado Experimental:

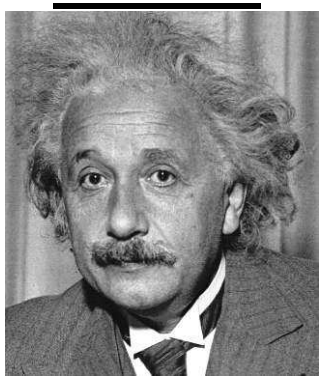
<u>A energia cinética máxima dos foto-elétrons aumenta com o aumento da frequência da luz.</u>

$$K_{\max}^{fe} = hf - W$$

$$W \equiv \text{função trabalho do metal}$$

A explicação bem sucedida do **efeito foto-elétrico** foi dada por **Einstein** em 1905.





Einstein generalizou o conceito da **quantização de Planck (osciladores harmônicos) para todas as ondas eletromagnéticas.**

Supôs que a luz (ou qualquer outra onda eletromagnética) de frequência "f" pode ser considerada como um feixe de **"quanta",** independentemente da fonte da radiação.

Isto é o que hoje em dia se conhece como **"Fótons".**

Cada Fóton tem uma energia ***"E"*** dada por: $E = h \cdot f$

Cada Fóton se desloca com uma velocidade ***"c"***:

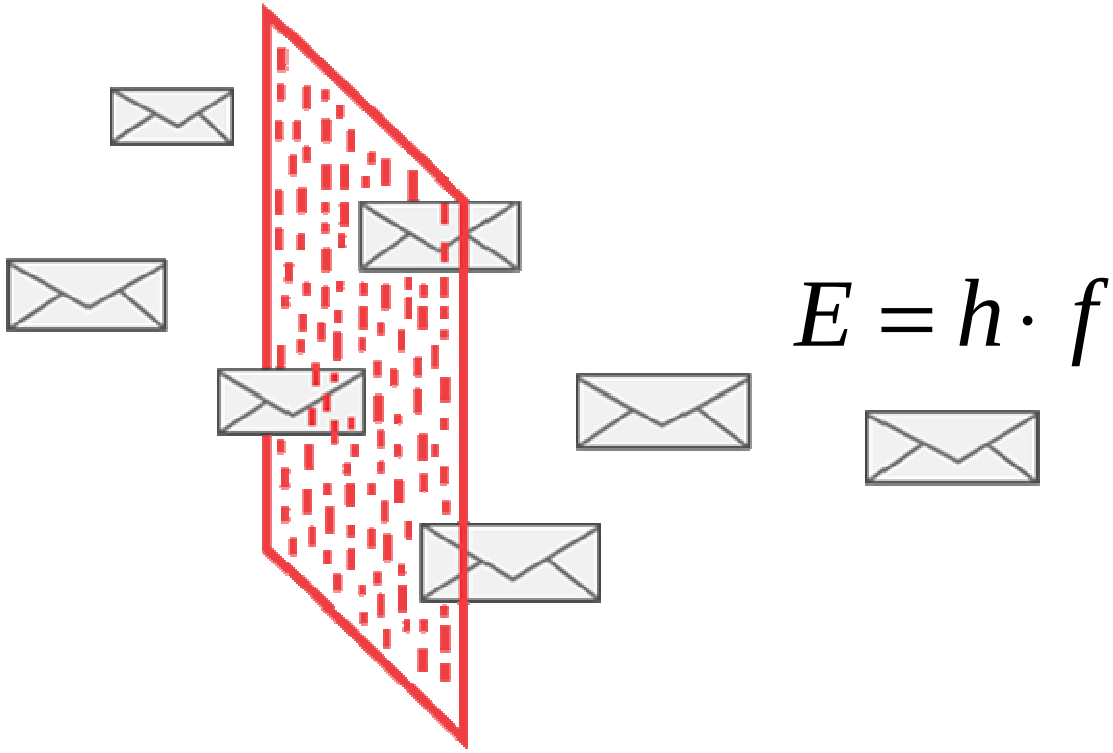
$$c = 3 \times 10^8 \, m/s$$

No modelo de Einstein, um **fóton da luz** incidente fornece **toda a sua energia**

$$E = h \cdot f$$

para um único elétron no metal.

Assim a **transmissão de energia pelos fótons** e consequente **absorção de energia pelos elétrons** **não é um processo contínuo**, como previsto no modelo ondulatório, mas, em vez disso, um **processo descontínuo** no qual a energia é fornecida aos elétrons em **pacotes** **(onde um fóton = um pacote)**.



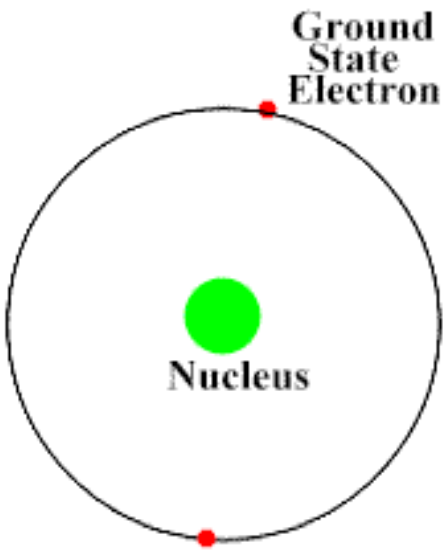
A energia é transferida por meio de **<u>um evento</u>** entre um fóton e um elétron.

Os **elétrons emitidos pela superfície do metal** possuem a **energia cinética máxima**

$$K_{máx} = h \cdot f - W$$

$$W \text{ é a função trabalho do metal.}$$

A ***função trabalho*** representa a **energia mínima de ligação de um elétron** ao metal e é da ordem de alguns elétrons-Volts (eV) para metais e algumas dezenas de eV para gases.



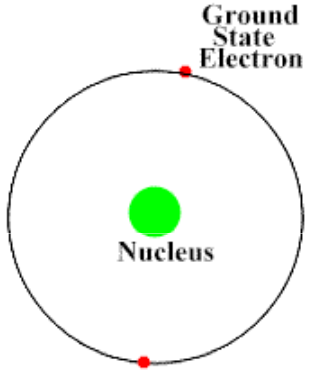
Metal	Φ
Sódio	2,28 eV
Alumínio	4,08 eV
Zinco	4,31 eV
Ferro	4,50 eV
Prata	4,73 eV

Imaginamos um **sistema energético** consistindo de **um elétron que está para ser ejetado de um metal**.

Supondo um sistema não isolado

A energia entra no sistema por **radiação eletromagnética**: **o fóton**.

O sistema tem **dois tipos de energia**:



- **energia potencial** do sistema metal-elétron ΔU=-W
- **energia cinética** do elétron ΔK

Assim podemos escrever a **equação da energia total** do sistema como:

$$\Delta K + \Delta U = H_{RE}$$

$$H_{RE} = h \cdot f$$

$$H_{RE} \equiv \text{energia do fóton incidente}$$

A transferência de energia é a **energia do fóton incidente**.

Durante o processo, **a energia cinética do elétron aumenta de zero até um valor final:**

$$K_{máx} = h \cdot f - W$$

$$W \text{ é a função trabalho do metal.}$$

A **energia potencial do sistema quando o elétron está no metal** é:

$$U = -W$$

A **energia potencial do sistema quando o elétron está fora do metal é nula**.

$$K_{máx} + W = h \cdot f$$

$$W \text{ é a função trabalho do metal.}$$

Exemplo 28.3 O efeito foto-elétrico no Sódio (Na)

Uma superfície de sódio é iluminada com luz tendo comprimento de onda de 300nm. A função trabalho para o metal sódio é 2.46eV.
Encontre:

(a) a energia cinética máxima para os fotoelétrons ejetados e
(b) O comprimento de onda de corte para o sódio (Na).
(c) A velocidade máxima dos fotoelétrons.

$$E = hf = h\frac{c}{\lambda}$$

$$h = 6.63\times10^{-34}\, J\cdot s$$

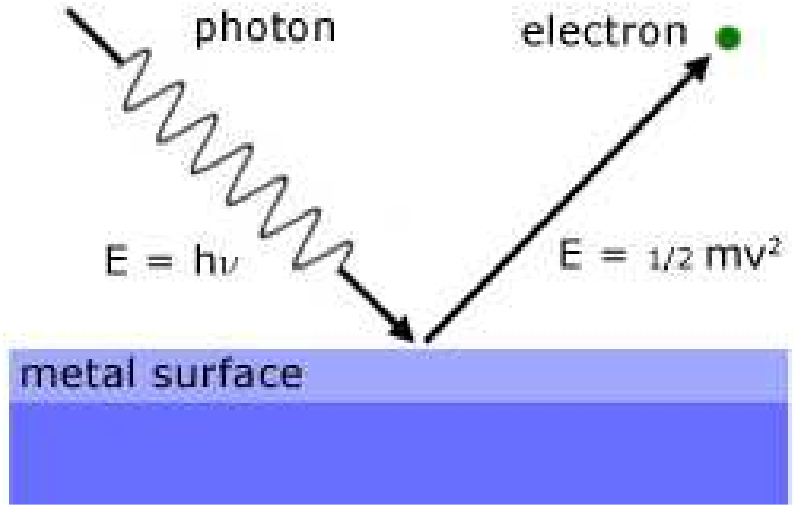
$$c = 3.0\times10^{8}\,\frac{m}{s}$$

sendo $1J = 6.24\times10^{18} eV$

massa do elétron $m_{e^-} = 9.11\times10^{-31} Kg$

$$K_{máx} = h\cdot f - W$$

W é a função trabalho do metal.



Exemplo 28.3 O efeito foto-elétrico no Sódio (Na)

Uma superfície de sódio é iluminada com luz tendo comprimento de onda de 300nm. A função trabalho para o metal sódio é 2.46eV.
Encontre
(a) a energia cinética máxima para os foto-elétrons ejetados e

Solução (a):

$$E = hf = h\frac{c}{\lambda} = \frac{\left(6.63\times10^{-34}\,Js\right)\cdot\left(3\times10^{8}\,m/s\right)}{300\times10^{-9}\,m}$$

$$E = 6.63\times10^{-19}\,J \Rightarrow 4.14eV$$

$$\text{sendo}\quad 1J = 6.24\times10^{18}eV$$

$$K_{\max} = hf - \phi = 4.14eV - 2.46eV = 1.68eV$$

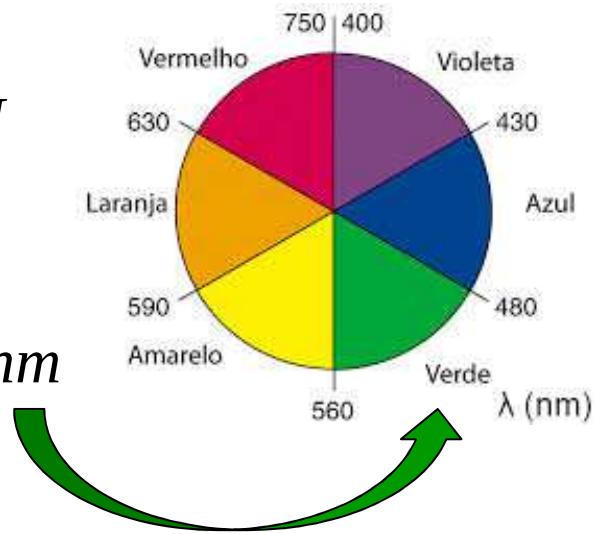
Exemplo 28.3 O efeito foto-elétrico no Sódio (Na)

Uma superfície de sódio é iluminada com luz tendo comprimento de onda de 300nm. A função trabalho para o metal sódio é 2.46eV.
Encontre:
(b) O comprimento de onda de corte para o sódio (Na).

$$\lambda_c = \frac{c}{f_c} = \frac{c}{\phi/h} = \frac{hc}{\phi} \Rightarrow$$

$$\phi(J) = 2.46eV \cdot \left(\frac{1.60\times10^{-19}\,J}{1eV} \right) = 3.94\times10^{-19}\,J$$

$$\lambda_c = \frac{hc}{\phi} = \frac{\left(6.626\times10^{-34}\,J\cdot s\right)\left(3\times10^{8}\,m/s\right)}{3.94\times10^{-19}\,J} = 505nm$$



Este comprimento de onda está na região de luz verde do espectro visível

Exemplo 28.3 O efeito foto-elétrico no Sódio (Na)

Uma superfície de sódio é iluminada com luz tendo comprimento de onda de 300nm. A função trabalho para o metal sódio é 2.46eV.
Encontre:
(c) A velocidade máxima dos foto-elétrons.

Solução (c):

$$E = hf = h\frac{c}{\lambda} = \frac{\left(6.63\times10^{-34}\,Js\right)\cdot\left(3\times10^{8}\,m/s\right)}{300\times10^{-9}\,m}$$

$$E = 6.63\times10^{-19}\,J \Rightarrow 4.14eV$$

$$\text{sendo}\quad 1J = 6.24\times10^{18}\,eV$$

$$K_{\max} = hf - \phi = 4.14eV - 2.46eV = 1.68eV$$

$$1.68eV \Rightarrow 2.69\times10^{-19}\,J \Rightarrow 2.69\times10^{-19}\left(kg\,\frac{m^2}{s^2}\right)$$

$$2.69\times10^{-19}\left(kg\,\frac{m^2}{s^2}\right) = \frac{1}{2}m\mathrm{v}^2 \Rightarrow \mathrm{v} = 7.68\times10^{5}\,\frac{m}{s}$$

Conclusões:

1) A dependência da energia cinética dos foto-elétrons para com a intensidade luminosa.

O fato de Kmáx ser **independente da intensidade da luz** pode ser comprendido com o seguinte argumento: a **energia cinética máxima de qualquer elétron**, que é igual a

$$K_{máx} = h \cdot f - W$$

$$W \text{ é a função trabalho do metal.}$$

depende apenas da frequência da luz e da função trabalho e
não depende da intensidade da luz.

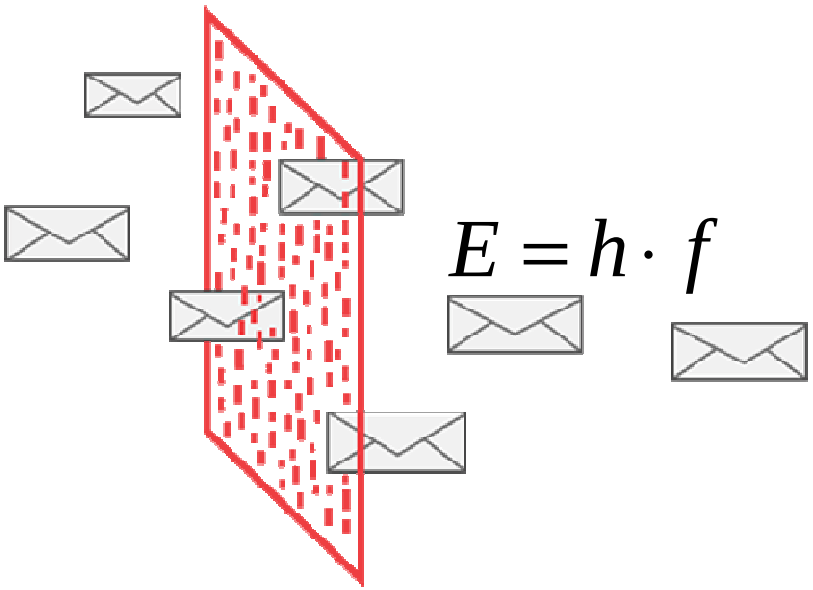
Se **a intensidade da luz for duplicada**, será **duplicado o número de fótons** chegando por unidade de tempo ao metal, o que **dobrará a taxa a que os foto-elétrons serão emitidos.**

No entanto, a **energia cinética máxima de todos os elétrons** emitidos permanecerá **constante (para uma frequência constante)**.

Conclusões:

2) O tempo entre a incidência da luz e a ejeção dos foto-elétrons

O fato de os elétrons serem emitidos quase instantâneamente é consistente com o **modelo corpuscular da luz**, no qual a energia incidente aparece em pequenos pacotes e a interação entre fótons e elétrons é de um para um (de "corpo" a corpo).



Assim uma **luz incidente muito fraca**, **poucos fótons podem chegar por unidade de tempo**, mas se **cada um tiver energia suficiente para ejetar um elétron, este será ejetado imediatamente**.

Conclusões:

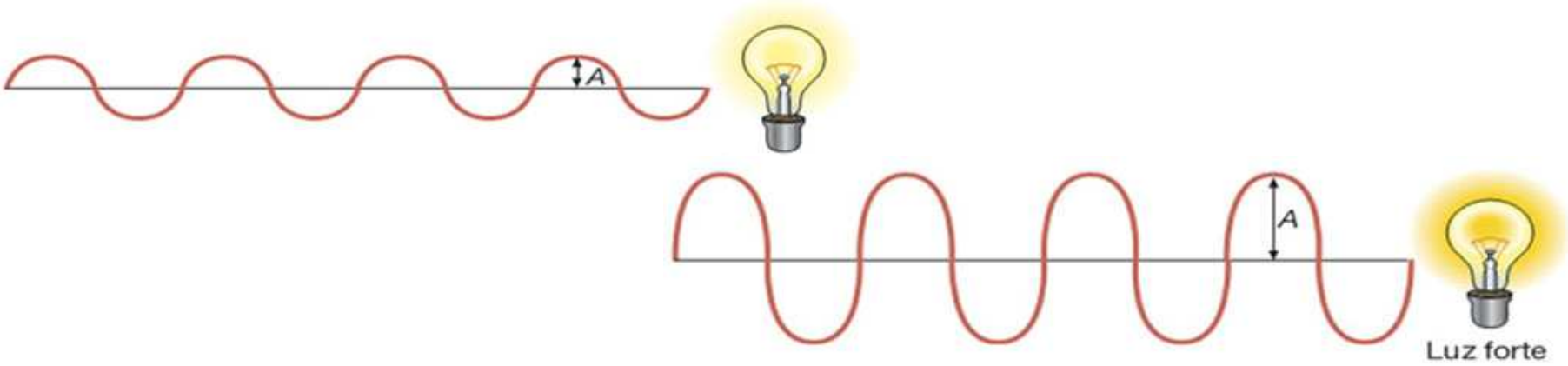
3) A dependência da ejeção dos elétrons para a frequência da luz

O fato de o efeito **não ser observado abaixo de uma certa frequência de corte** é uma consequência de que **o fóton precisa possuir uma energia maior do que a função trabalho para conseguir emitir um elétron**.

$$E_C^{f-e^-} = E_{fóton} - W$$

$$E_{fóton} = h \cdot f$$

Se a **energia do fóton incidente** for **menor que a função trabalho para arrancar um elétron**, este **não será emitido da superfície**, **<u>independentemente da intensidade da luz</u>**.



Conclusões:

4) A dependência da energia cinética dos foto-elétrons para a frequência da luz.

O fato de que $K_{máx}$ **aumenta com o aumento da frequência** é fácilmente compreendido com a equação:

$$K_{máx} = h \cdot f - W$$

$$y = ax - b$$

$$a = h$$

$$b = W$$

W é a função trabalho do metal.

A equação de Einstein prevê uma **relação linear entre a energia cinética máxima do elétron e a frequência da luz "f".**

De fato, esta relação linear é observada experimentalmente.

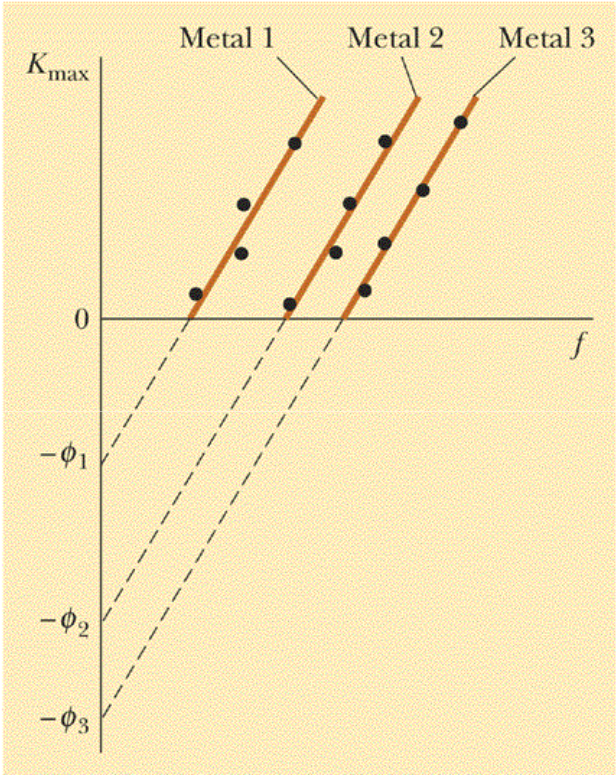
A inclinação da curva para todos os metais é “h” (a constante de Planck)

$$K_{máx} = h \cdot f - W$$

W é a função trabalho do metal.

Metal	Φ
Sódio	2,28 eV
Alumínio	4,08 eV
Zinco	4,31 eV
Ferro	4,50 eV
Prata	4,73 eV

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 28.8



Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

$$E_C = h \cdot f - W$$

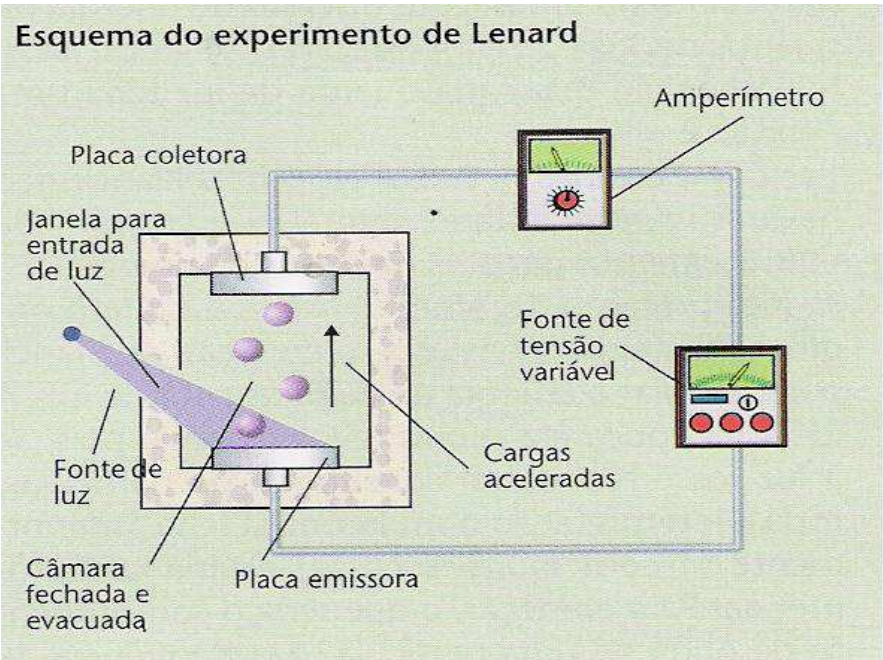
$$e \cdot V_0 = h \cdot \frac{c}{\lambda} - W \longrightarrow V_0 = \frac{h}{e} f - W$$

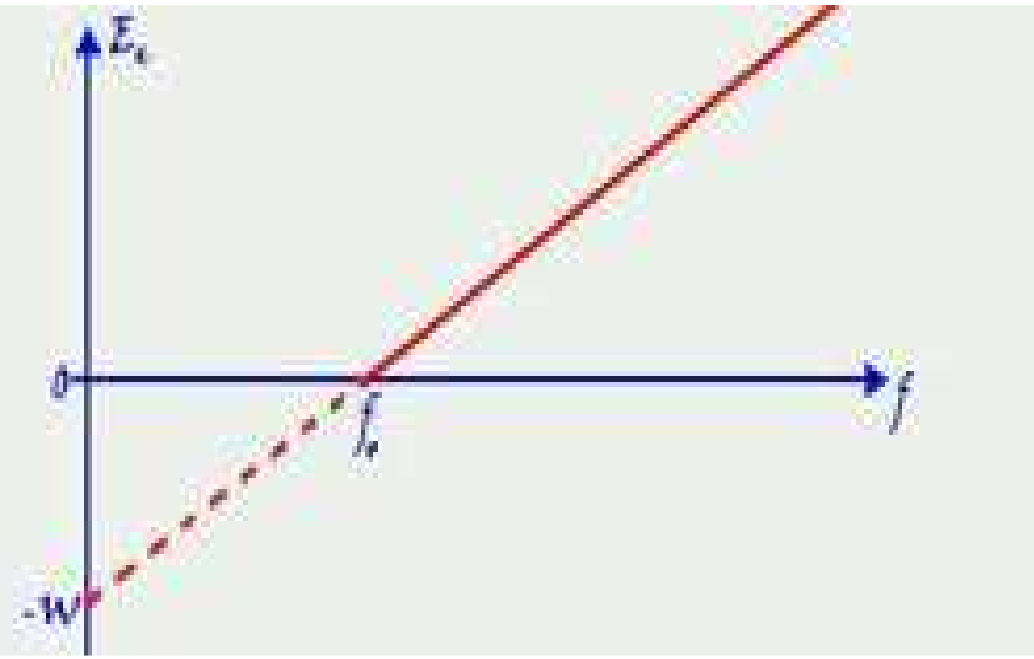
$$y = ax - b$$

$$c = 3x10^8 \, m/s$$

$$ae = h = 6.63x10^{-34} Js$$

frequência $\equiv f$





Experiência do Efeito Foto-Elétrico

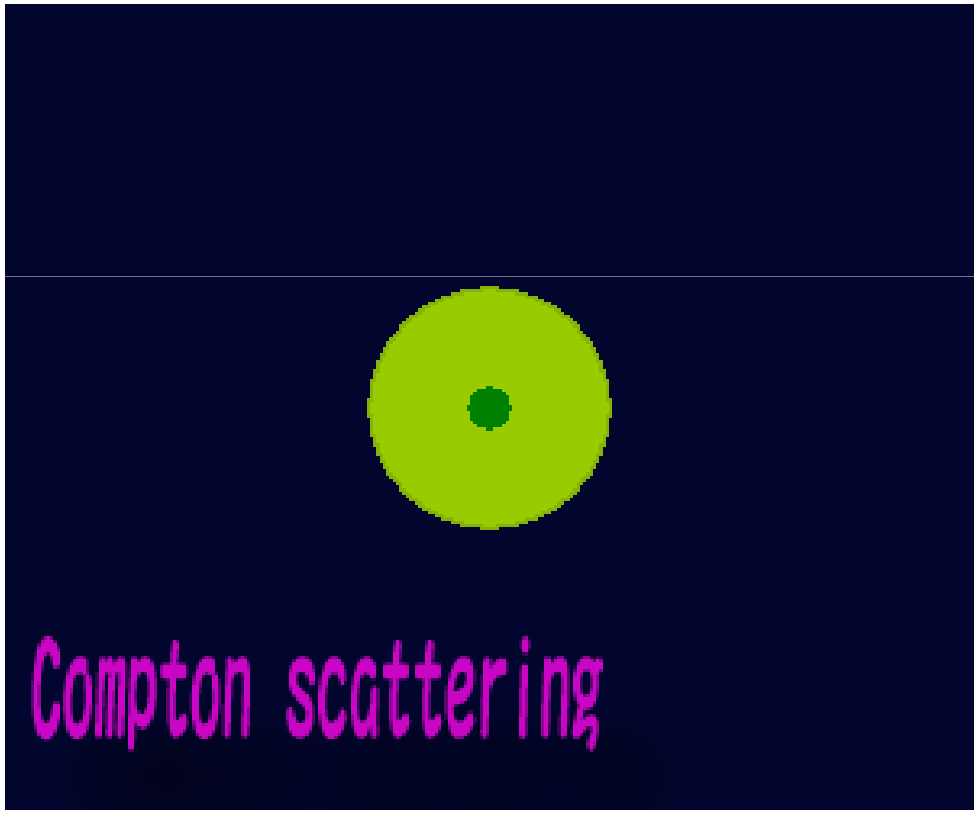
Comprimento de onda (λ) *(m)*	Frequência (υ) *(1/s)*	Voltagem (V_0) *(V)*
$405x10^{-9}(m)$	$7.4x10^{14}(1/s)$	0.913 (V)
$436x10^{-9}(m)$	$6.9x10^{14}(1/s)$	0.760 (V)
$546x10^{-9}(m)$	$5.5x10^{14}(1/s)$	0.373 (V)
$578x10^{-9}(m)$	$5.2x10^{14}(1/s)$	0.283 (V)

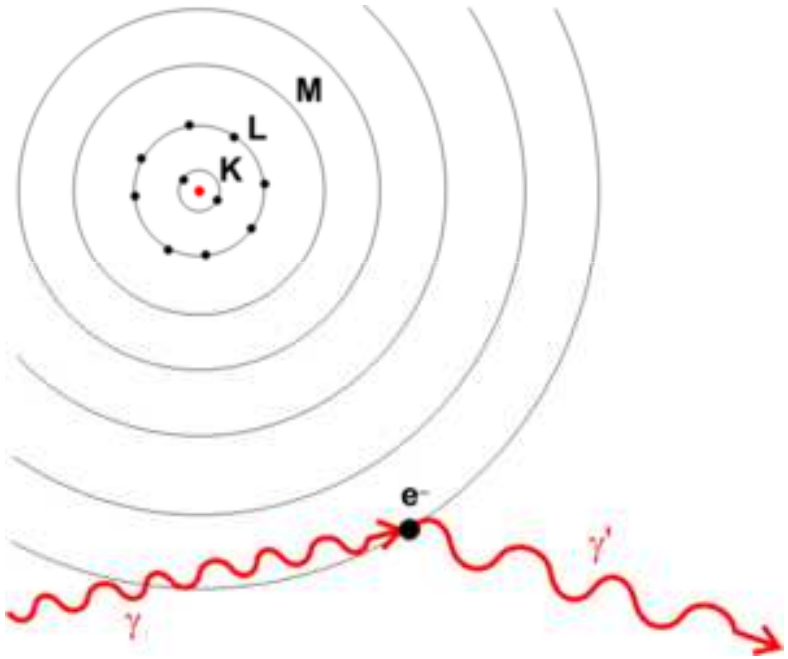
$$eV_0 = E_C \Rightarrow eV_0 = hf - W$$

Interação da Radiação Eletromagnética com a Matéria:

$$E = h \cdot f$$

2. Efeito ou Espalhamento Compton (EC)

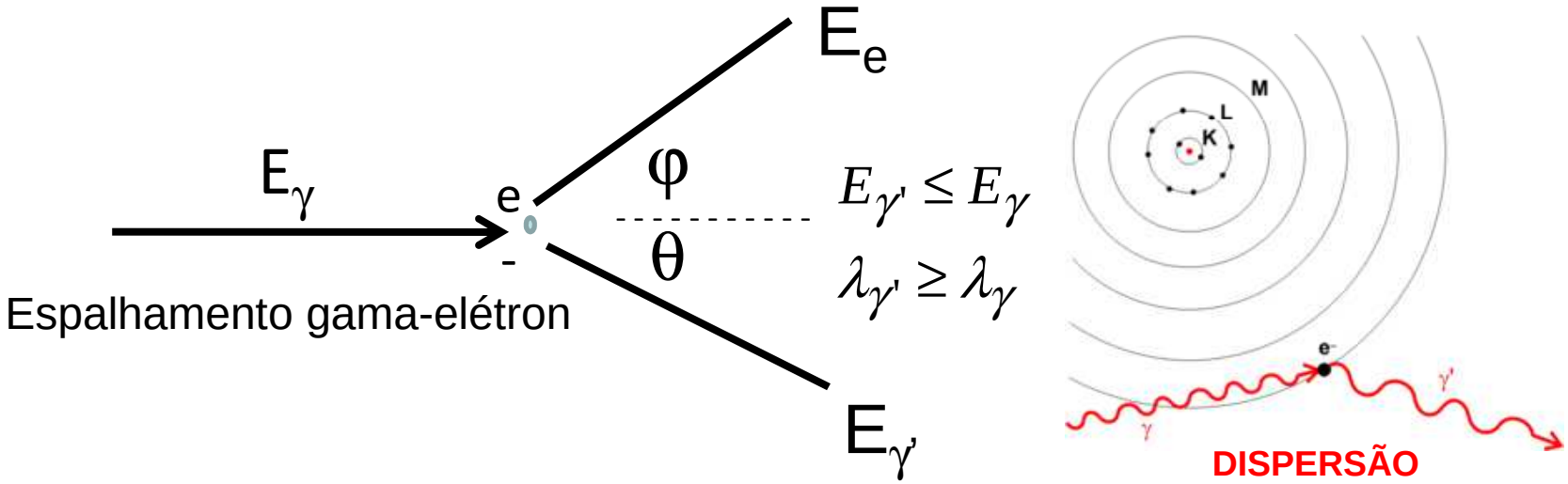




- Espalhamento do fóton
- Espalhamento do elétron
- Ionização do átomo
- modificação de λ

O efeito Compton tem lugar na colisão entre um fóton incidente e um elétron fracamente ligado ao átomo.

A colisão do fóton primário, com energia E_γ , com o elétron, resulta no espalhamento deste elétron em um determinado ângulo φ com energia E_e, enquanto que o fóton primário é espalhado em um determinado ângulo θ com um comprimento de onda maior e consequente menor energia $E_{\gamma'}$

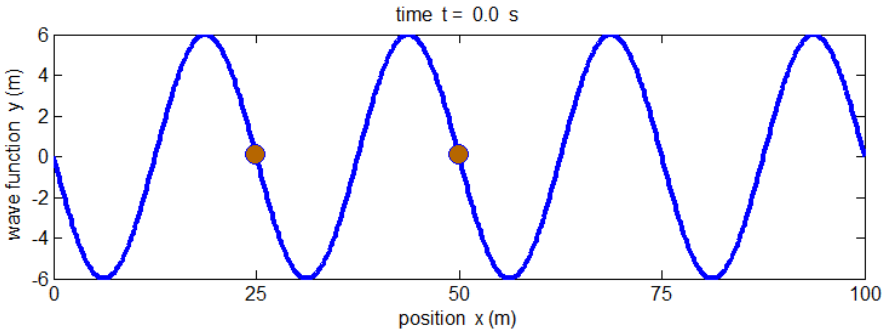


Portanto o **efeito Compton** consiste no aumento do **comprimento de onda** de um **fóton** quando colisiona com um **elétron fracamente ligado** e **perde parte da sua energia**.

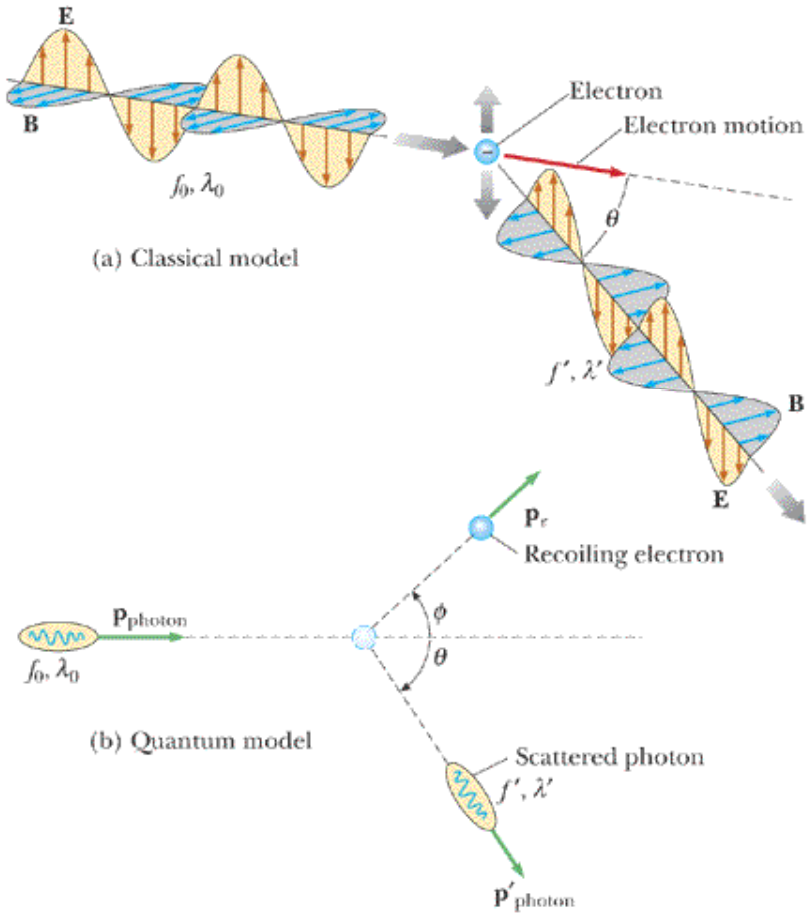
De acordo com a **teoria clássica**, **ondas eletromagnéticas incidentes** de frequência "f_0" deveriam ter dois efeitos:

(1) Os **elétrons deveriam acelerar** na direção de propagação do raio-X pela pressão da radiação (Capítulo 24.6) e

(2) O **campo elétrico oscilante deveria colocar os elétrons em oscilação na frequência aparente da radiação**



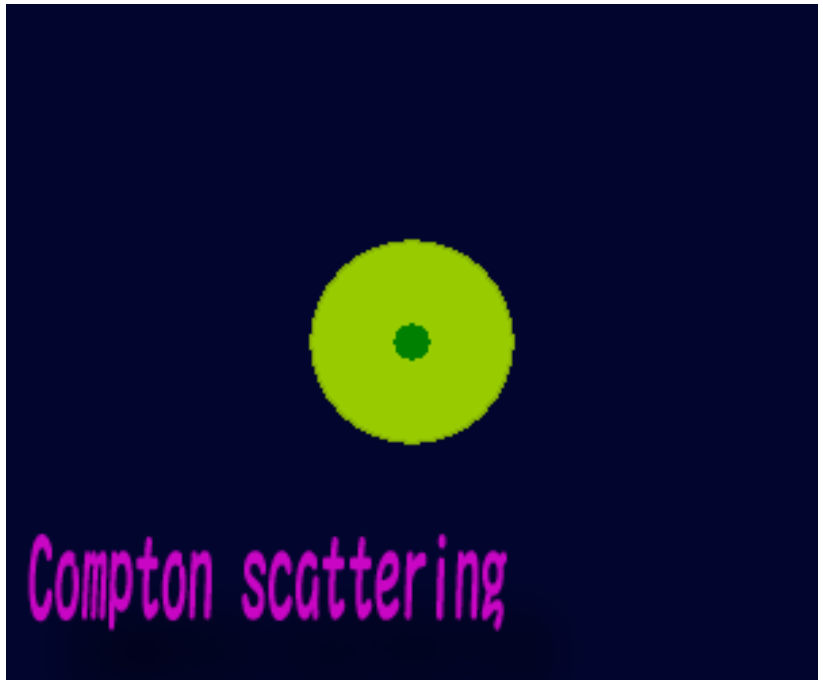
Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 28.9



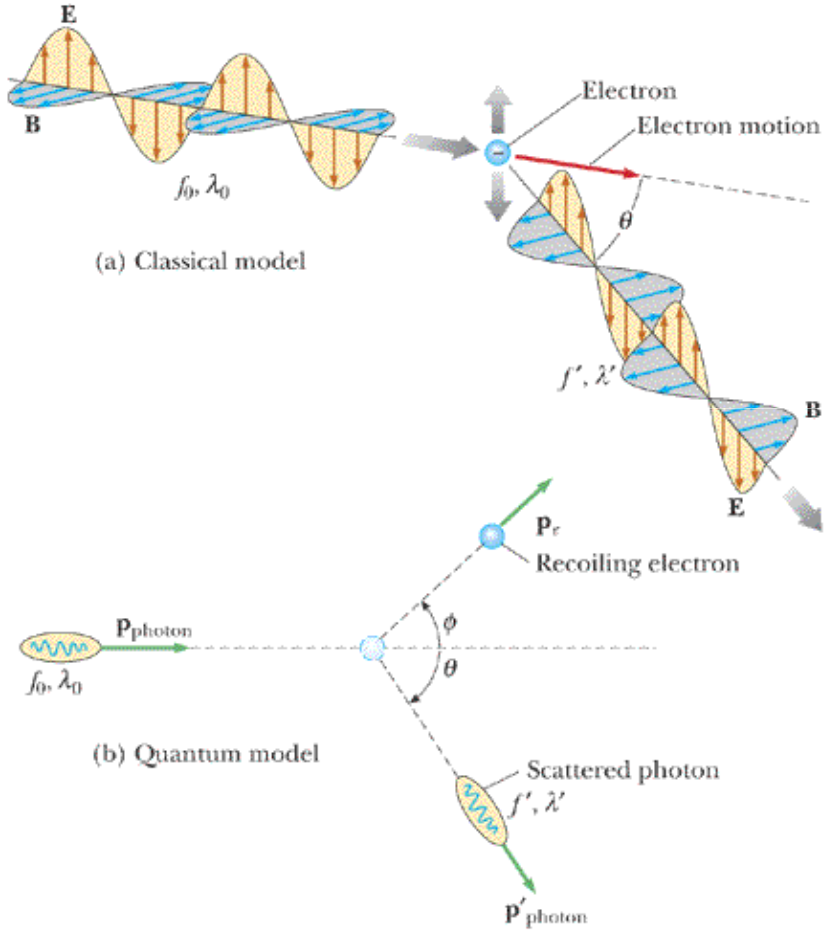
Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

No **modelo clássico** o **elétron é empurrado ao longo da direção de propagação do raio-X incidente pela pressão de radiação.**

No **modelo quântico** o **elétron é espalhado por um ângulo Φ** em relação a essa direção
como se fosse uma colisão entre duas bolas de bilhar.

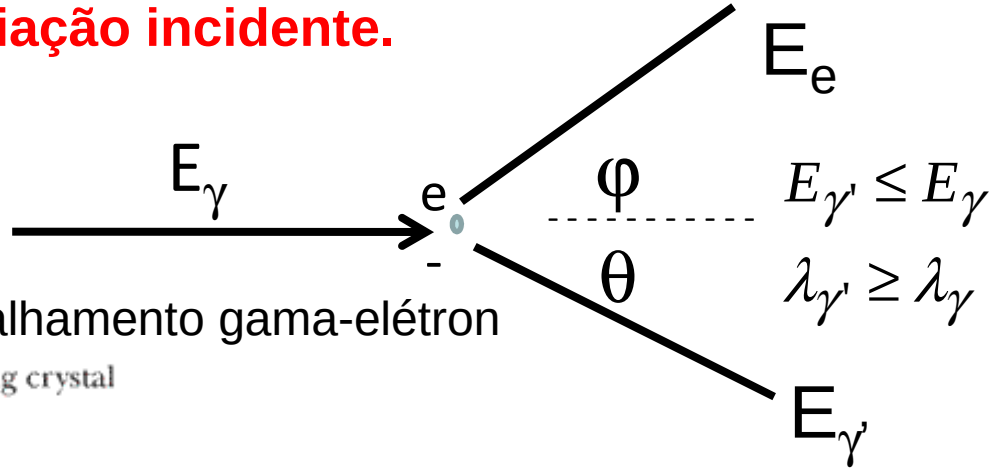


Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 28.9

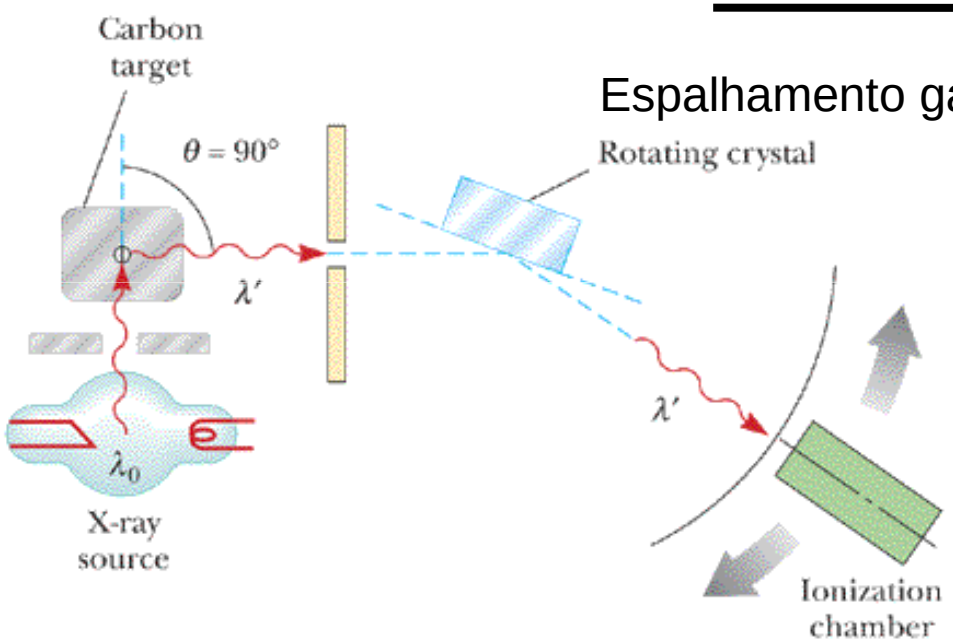


Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

A **experiência de Compton** mostrou que, **em um ângulo determinado**, era observada **apenas uma frequência da radiação** que era **diferente (menor) da frequência da radiação incidente.**



Espalhamento gama-elétron

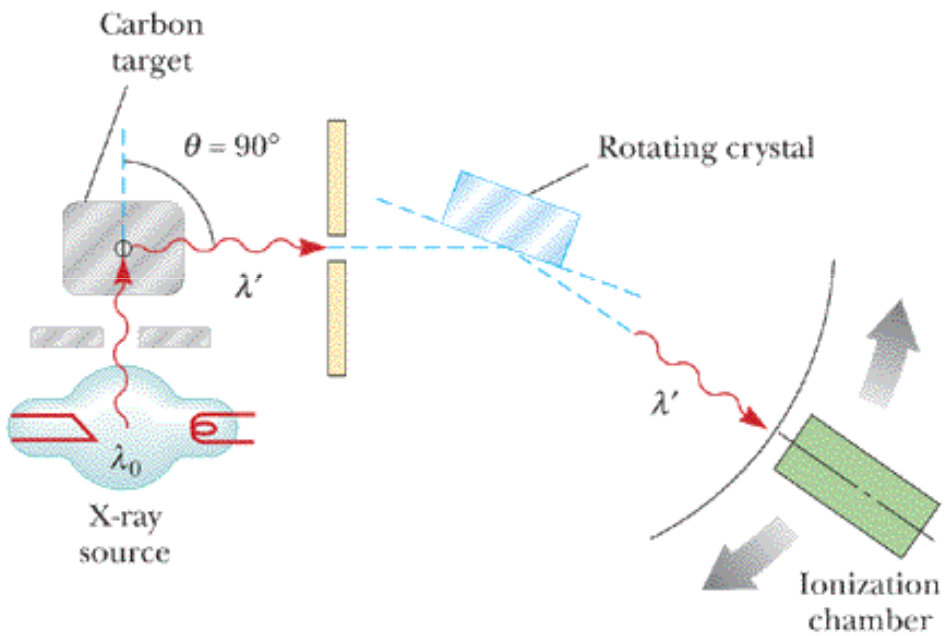


$$f_\theta(\lambda) = \frac{c}{\lambda} = cte$$

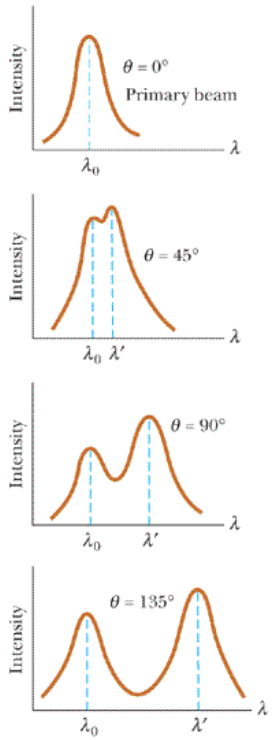
$$E, f, \lambda(\theta)$$

Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

O feixe incidente consistia em raios-X monocromáticos com comprimentos de onda λ=0.071 nm



Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 28.11



Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

Na sua experiência, **Compton mediu como a intensidade de raios-X espalhados depende do comprimento de onda em vários ângulos de espalhamento.**

Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

Compton previu que a **mudança do comprimento de onda no espalhamento** deveria **depender do ângulo de espalhamento θ** como:

$$\lambda' - \lambda_0 = \text{constante} \cdot (1 - \cos\theta)$$

$$\lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta)$$

$$\lambda_0 \equiv \text{comprimento de onda do fóton incidente}$$

$$\lambda' \equiv \text{comprimento de onda do fóton espalhado}$$

Nesta expressão, conhecida como
equação do deslocamento de Compton,

m_e é a massa do elétron

$\frac{h}{m_e c} = \lambda_C$ é chamado de comprimento de onda de Compton

λ_C que é o comprimento de onda do elétron cujo valor é:

$$\lambda_C = \frac{h}{m_e c} = 0.00243 nm$$

Exemplo 28.4 Espalhamento Compton a 45º

Raios-X de comprimento de onda λ_0=0,200.000 nm são espalhados a partir de um bloco de material. Os raios-X espalhados são observados a um ângulo de 45º em relação ao feixe incidente. **Calcule o comprimento de onda dos raios-X espalhados sob esse ângulo.**

$$\lambda' - \lambda_0 = \text{constante} \cdot (1 - \cos\theta)$$

$$\lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta)$$

Exercício: Encontre a fração de energia perdida pelo fóton nessa colisão.

$\lambda_0 \equiv$ comprimento de onda do fóton incidente

$\lambda' \equiv$ comprimento de onda do fóton espalhado

m_e é a massa do elétron igual a $9.11 \times 10^{-31} Kg$

$\frac{h}{m_e c}$ é chamado de comprimento de onda de Compton

λ_C que é o comprimento de onda do elétron cujo valor é :

$$\lambda_C = \frac{h}{m_e c} = 0.00243 nm$$

Exemplo 28.4 Espalhamento Compton a 45º

Raios-X de comprimento de onda λ_0=0,200.000 nm são espalhados a partir de um bloco de material. Os raios-X espalhados são observados a um ângulo de 45º em relação ao feixe incidente. Calcule o comprimento de onda dos raios-X espalhados sob esse ângulo.

Solução: $\lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta)$

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta) = \frac{6.626 \times 10^{-34}\, J \cdot s}{\left(9.11 \times 10^{-31} Kg\right) \cdot \left(3.0 \times 10^{8}\, m/s\right)}(1 - \cos 45^{o})$$

$$= 7.1 \times 10^{-13} m = 0.000710 nm$$

Portanto o comprimento de onda dos raios-X espalhados a esse ângulo é:

$$\lambda' = \Delta\lambda + \lambda_0 = 0.200710\ nm$$

Exercício: Encontre a fração de energia perdida pelo fóton nessa colisão:

Resposta:

$$E_{inc} = h\frac{c}{\lambda} = \frac{6.63\times10^{-34}(J\cdot s)\cdot 3\times10^{8}\, m/s^{2}}{0{,}200.000\times10^{-9}\, m} = 9.945\times10^{-16}\, J$$

$$E_{esp} = h\frac{c}{\lambda} = \frac{6.63\times10^{-34}(J\cdot s)\cdot 3\times10^{8}\, m/s^{2}}{0{,}200.710\times10^{-9}\, m} = 9.9098\times10^{-16}\, J$$

$$\Delta E = E_{inc} - E_{esp} = 0.0352\times10^{-16}\, J$$

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{0.0352\times10^{-16}\, J}{9.945\times10^{-16}\, J} = 0.00354$$

Exercício: Raios-X com comprimento de onda de 0,200.00 nm são espalhados a partir de um alvo de grafite. Se a radiação espalhada é detectada a 60º em relação ao feixe incidente, encontre (a) o deslocamento Compton Δλ e (b) a energia cinética fornecida ao elétron recuando.

$$\lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{m_e c}\left(1 - \cos\theta\right)$$

Resposta (a) 0,00121nm

(b) 37,4eV

Exercício: Raios-X com comprimento de onda de 0,200.00 nm são espalhados a partir de um alvo de grafite. Se a radiação espalhada é detectada a 60º em relação ao feixe incidente, encontre (a) o deslocamento Compton Δλ e (b) a energia cinética fornecida ao elétron recuando.

Resposta (a) 0,00121nm

$$\lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{m_e c}\left(1 - \cos\theta\right)$$

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c}\left(1 - \cos\theta\right) = \frac{6.63\times10^{-34}\, J\cdot s}{\left(9.11\times10^{-31} Kg\right)\cdot\left(3.0\times10^{8}\, m/s\right)}\left(1 - \cos 60^{o}\right)$$

$$= 7.1\times10^{-13} m = 0.00121 nm$$

Exercício: Raios-X com comprimento de onda de 0,200.00 nm são espalhados a partir de um alvo de grafite. Se a radiação espalhada é detectada a 60º em relação ao feixe incidente, encontre (a) o deslocamento Compton $\Delta\lambda$ e (b) a energia cinética fornecida ao elétron recuando.

(b) 37,3eV

$$\lambda_0 = 0{,}200.000nm \quad \text{(enunciado)}$$

$$\Delta\lambda = 0.00121nm \quad \text{(item a)}$$

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda_0 \Rightarrow \lambda' = \Delta\lambda + \lambda_0$$

$$\lambda' = 0{,}20121nm$$

$$E_{inc} = h\frac{c}{\lambda} = \frac{6.63\times10^{-34}(J\cdot s)\cdot 3\times10^{8}\, m/s^{2}}{0{,}200.00\times10^{-9}m} = 9.945\times10^{-16}\,J$$

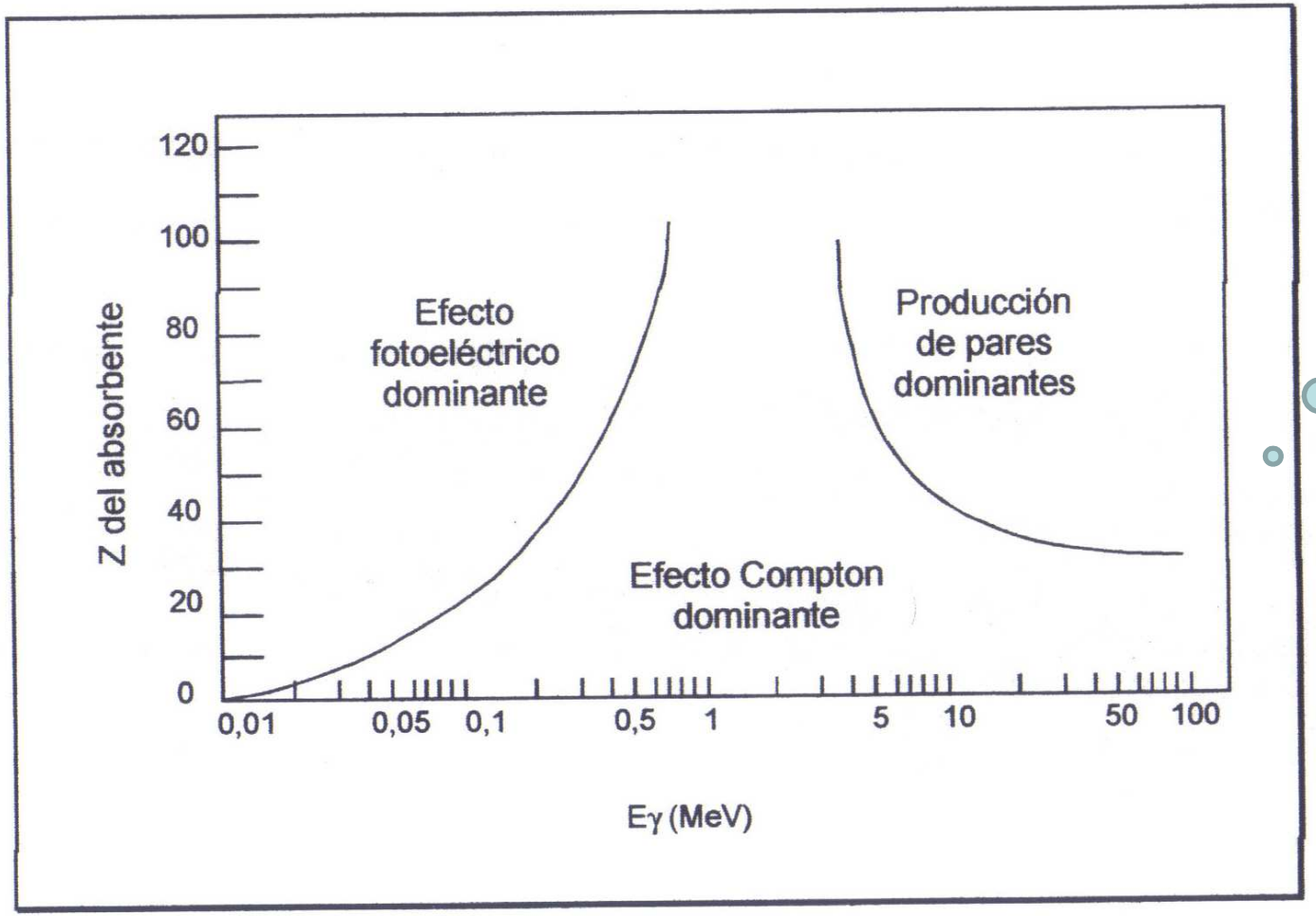
$$E_{esp} = h\frac{c}{\lambda} = \frac{6.63\times10^{-34}(J\cdot s)\cdot 3\times10^{8}\, m/s^{2}}{0{,}201.21\times10^{-9}m} = 9.8852\times10^{-16}\,J$$

$$\Delta E = E_{inc} - E_{esp} = 0.0598\times10^{-16}\,J$$

$$1J \rightarrow 6.24\times10^{18}eV$$

$$0.0598\times10^{-16}\,J \rightarrow X$$

$$X = 37.3eV$$

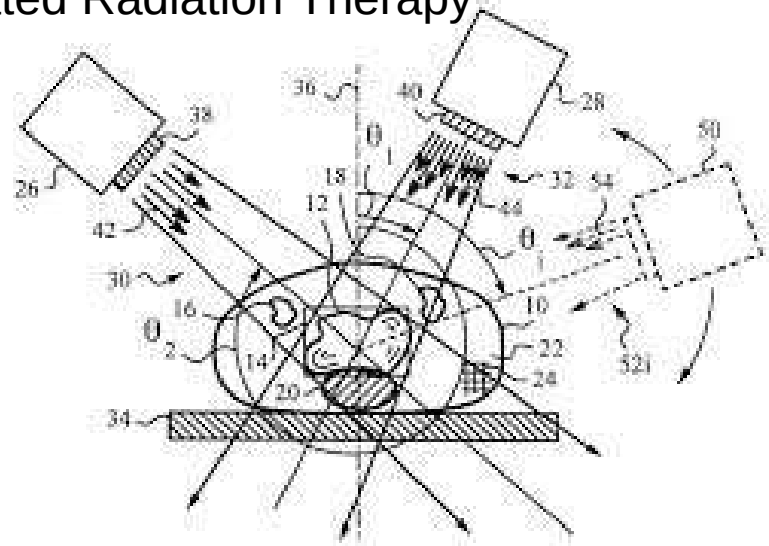


Desculpem a mudança no idioma!!

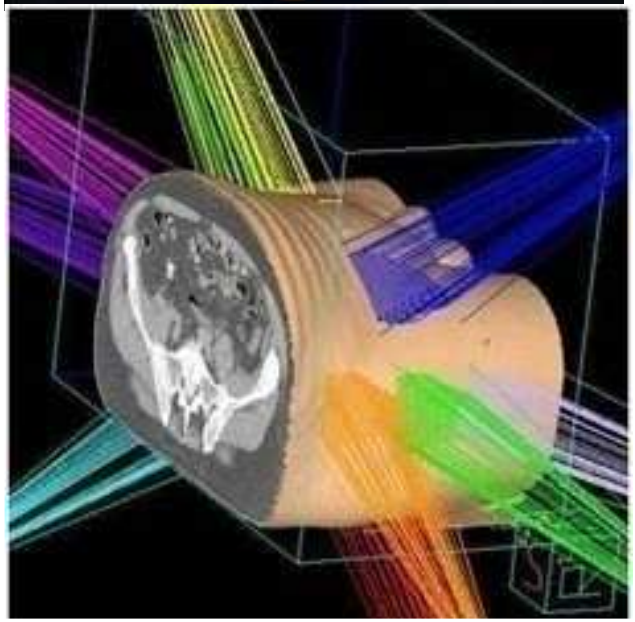
Importância relativa dos três processos da interação da radiação eletromagnética com a matéria, como função do número atômico do material absorvente e a energia do fóton primário considerado.

Glenn F. Knoll "Radiation Detection and Measurements"

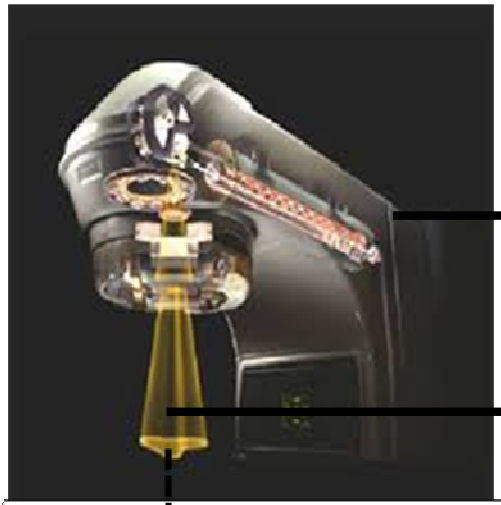
IMRT: Intensity Modulated Radiation Therapy



APLICAÇÃO



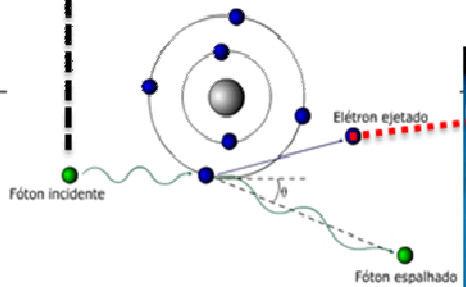
Exemplo do efeito (espalhamento) Compton em Radioterapía:

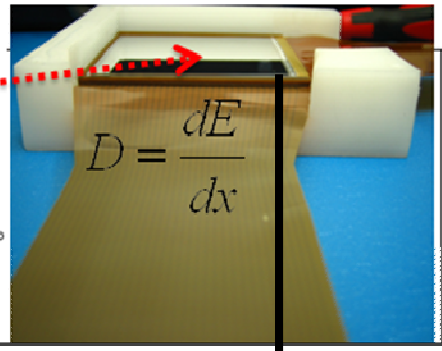


Acelerador linear
Linear accelerator
(LINAC)

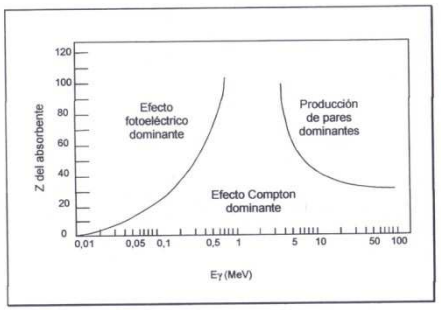
Radiação
(fótons – 6MeV)

maniquim





Detector de Silício



- FÓTONS E
- ONDAS ELETROMAGNÉTICAS

Quando a luz e a matéria interagem, um feixe de luz se comporta como se estivesse composto de partículas com energia e momento:

$$E = h \cdot f$$

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

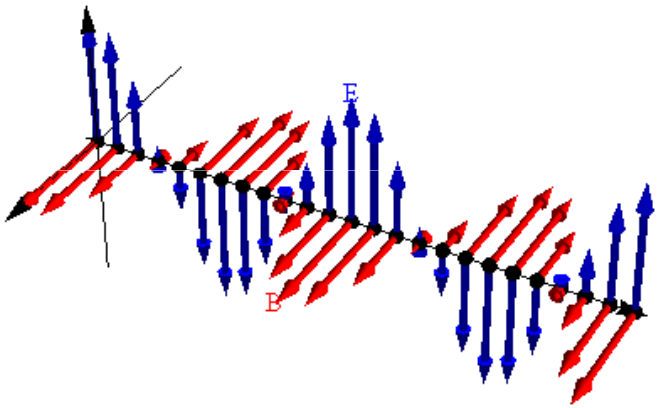
$$p = \frac{h}{\lambda}$$

A luz é uma onda ou uma partícula?

$$E(x,t) = E_0 \cos(kx - \omega t)$$

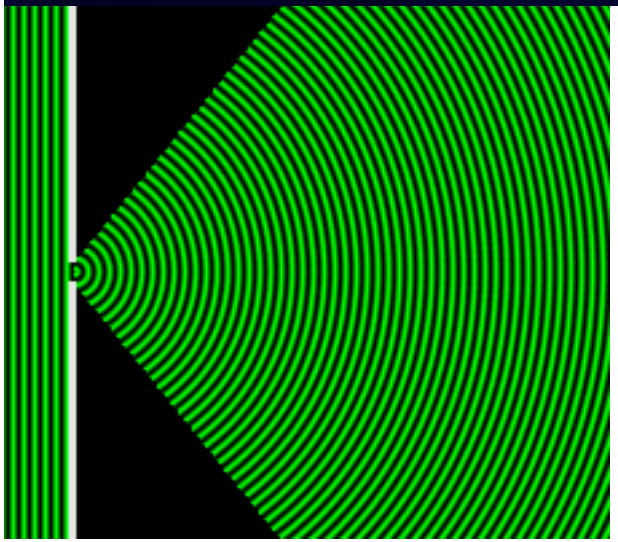
$$E = h \cdot f$$

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h}{\lambda}$$



A luz é uma onda ou uma partícula?

Qual modelo é correto?



O mesmo feixe de luz que pode **ejetar foto-elétrons** a partir de um metal também pode ser **difratado** por uma rede de difração

RESPOSTA:

A luz é uma onda ou uma partícula?

Qual modelo é correto?

RESPOSTA: Depende do fenômeno

Alguns fenômenos só podem ser explicados pela **natureza ondulatória**

Outros fenômenos só podem ser explicados por uma **natureza corpuscular**

Até hoje **nenhum modelo** pode ser usado **exclusivamente** para tratar **todas as propriedades da luz**.

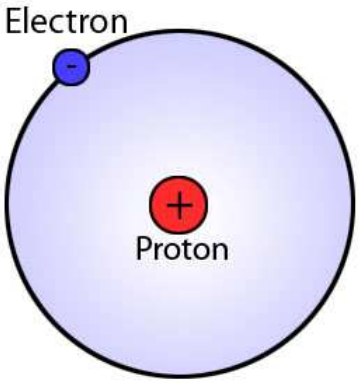
A relação de “de Broglie”

Em uma tese de doutorado de 1929, Louis Victor de Broglie postulou:

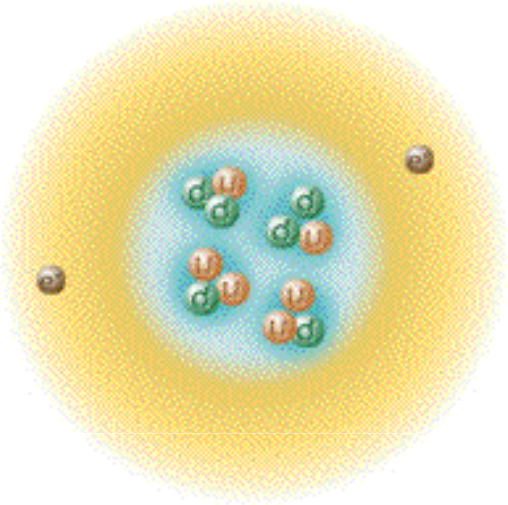
“como os fótons têm características corpusculares e ondulatórias, talvez todas as formas de matéria tenham propriedades ondulatórias assim como corpusculares”

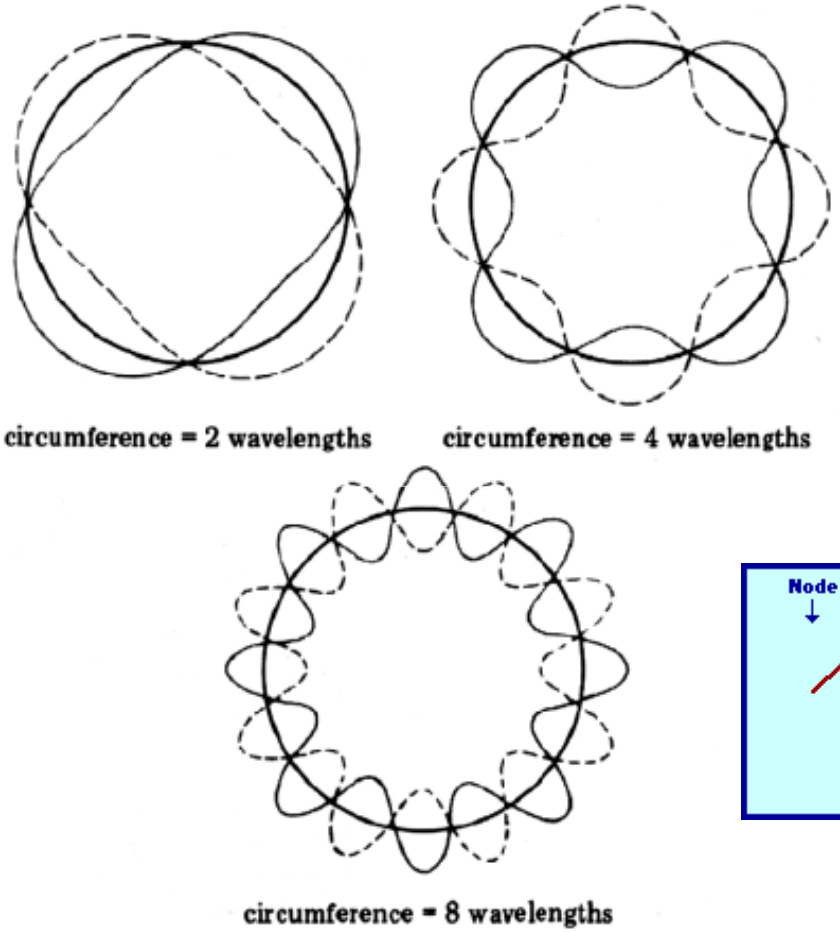
Portanto, de acordo com de Broglie, **um elétron em movimento** exibe tanto **características corpusculares como ondulatórias**.

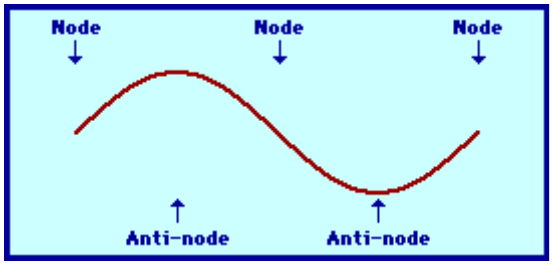
Isso tinha implicações imediatas sobre o **modelo de Bohr para o átomo**, no qual os elétrons se moviam em **órbitas circulares** ao redor do núcleo.



Segundo o **modelo de Bohr**,
o **elétron** viaja em uma órbita circular em torno do núcleo.
Segundo **De Broglie** a onda do elétron (associada à sua órbita) viaja ao redor do núcleo.







Para que a onda não se cancele, este deve viajar a uma distância determinada do núcleo para que a **circunferência da órbita iguale a "n" vezes o comprimento de onda "λ" do elétron**

Ondas eletromagnéticas propagam-se no vácuo com **velocidade "*c*"**, **frequência "*f*"** e **comprimento de onda "*λ*",** onde:

$$f = \frac{c}{\lambda} \quad \text{e} \quad \lambda = \frac{c}{f}$$

$$c = 3 \times 10^{8} m/s$$

Ondas eletromagnéticas transportam energia como função das grandezas acima da seguinte forma:

$$E = hf = h\frac{c}{\lambda}$$

$$h = 6.63 \times 10^{-34} Js$$

Ondas eletromagnéticas/fótons se transportam energia, **tranportam momento**

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h \cdot c}{c \cdot \lambda} = \frac{h}{\lambda}$$

De Broglie sugeriu que as **partículas** materiais (corpusculares) de **massa "m" e de momento "p=mv" também devem ter propriedades ondulatórias e comprimento de onda e frequência** correspondente.

Ondas eletromagnéticas/fótons se transportam energia, **tranportam momento**

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h \cdot c}{c \cdot \lambda} = \frac{h}{\lambda}$$

De Broglie sugeriu que as **partículas** materiais (corpusculares) de **massa "m" e de momento "p=mv" também devem ter propriedades ondulatórias e comprimento de onda e frequência** correspondente. Assim, como a magnitude do momento de uma partícula de massa "m" e velocidade "v" é: $p = m\mathrm{v}$ o comprimento de onda de "De Broglie" é:

$$p = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\mathrm{v}}$$

isto é, **relacionou "m" com λ e "f"**

Além disso, De Broglie também postulou que as partículas de massa "m", em analogia com fótons, obedecem à relação de Einstein de tal forma que a "frequência" de uma partícula é:

$$f = \frac{E}{h}$$

Resultados experimentais deveriam mostrar que
elétrons são difratados pelos planos de um cristal de maneira similar aos raios-X, sendo portanto aplicável a condição de Bragg.

O comprimento de onda que devemos associar aos elétrons é previsto pela hipótese de de Broglie, segundo a qual:

$$p = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\mathrm{v}}$$

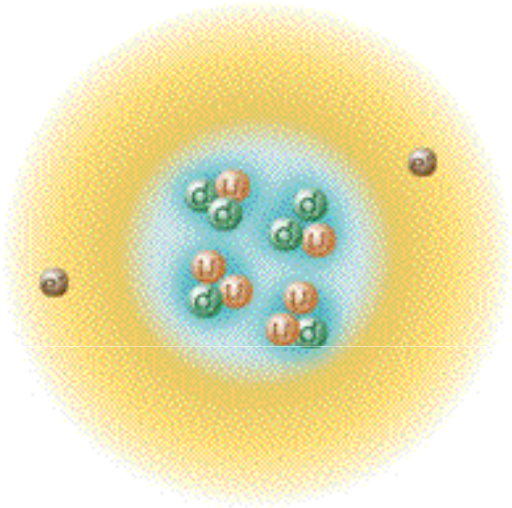
EXEMPLO 28.5 O comprimento de onda de um elétron

Calcule o comprimento de onda de De Broglie para um elétron deslocando-se com uma velocidade de:

$$\mathrm{v} = 1\times10^{7}\, m/s$$

$$\text{sendo} \quad m_e = 9.11\times10^{-31}\, Kg$$

$$\lambda = \frac{h}{m_e \mathrm{v}}$$



EXEMPLO 28.5 O comprimento de onda de um elétron

Calcule o comprimento de onda de De Broglie para um elétron deslocando-se com uma velocidade de:

$$\mathrm{v} = 1\times10^{7}\, m/s$$

$$\text{sendo} \quad m_e = 9.11\times10^{-31}\, Kg$$

Solução

$$\lambda = \frac{h}{m_e \mathrm{v}} = \frac{6.63\times10^{-34}\; J\cdot s}{\left(9.11\times10^{-31}\, Kg\right)\cdot\left(1.0\times10^{7}\, m/s\right)} = 7.28\times10^{-11}\, m$$

Este comprimento de onda corresponde ao comprimento de onda típico dos raios-X

Exemplo 28.7: Uma carga acelerada

Uma partícula de carga “q” e massa “m” é acelerada a partir do repouso por uma diferença de potencial ΔV. Supondo que a partícula desloca-se com velocidade não relativística, encontre seu comprimento de onda de de Broglie.

$$\frac{1}{2}m\mathrm{v}^2 = q\Delta V$$

$$p = m\mathrm{v}$$

Calcule o comprimento de onda de “de Broglie” de um elétron acelerado por uma diferença de potencial de 50V.

$$p = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{p}$$

$$q_e = 1.6\times10^{-19}C$$

$$m_e = 9.11\times10^{-31}Kg$$

Exemplo 28.7: Uma carga acelerada

Uma partícula de carga “q” e massa “m” é acelerada a partir do repouso por uma diferença de potencial ΔV. Supondo que a partícula desloca-se com velocidade não relativística, encontre seu comprimento de onda de de Broglie.

$$\frac{1}{2}mv^2 = q\Delta V$$

$$p = mv$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = q\Delta V \Rightarrow \frac{p^2}{2m} = q\Delta V \quad \text{ou}$$

$$p = \sqrt{2mq\Delta V}$$

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2emU_A}} \Rightarrow \frac{h}{\sqrt{2qm\Delta V}}$$

Calcule o comprimento de onda de de Broglie de um elétron acelerado por uma diferença de potencial de 50V.

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2emU_A}} = \frac{6.63\times10^{-34}\,J\cdot s}{\sqrt{2\times1.6\times10^{-19}C\times9.11\times10^{-31}Kg\times50V}}$$

$$\lambda = \frac{6.63\times10^{-34}}{\sqrt{1457.6\times10^{-50}}} = \frac{6.63\times10^{-34}}{38.178\times10^{-25}} \approx 0.17nm$$