Monitoria: sala C1-07,
das 11:00 as 12:00h
Amanhã - 4ª feira

CAPÍTULO 27

- ❑ **DIFRAÇÃO DE FRAUNHOFER**
- ❑ **FENDA SIMPLES**
- ❑ **CRITÉRIO DE RAYLEIGH**
- ❑ **REDES DE DIFRAÇÃO**
- ❑ **LEI DE BRAGG**
- ❑ **DIFRAÇÃO DE RAIOS-X**

LISTA DE EXERCÍCIOS – CAPÍTULO 27

❑ **Exs.: 2, 3, 5, 8, 10, 13, 14, 15, 18, 19, 23, 25, 26, 29, 32, 37, 43, 48, 51**

Exemplo 27.5: Onde se apresentam as franjas escuras?

Uma luz de comprimento de onda de 580 nm incide sobre uma fenda cuja largura é de 0.300 mm. O anteparo está a 2 m da fenda. **Encontre as posições das primeiras franjas escuras e a largura da franja brilhante central.**

Solução: $$sen\theta_{esc} = n\frac{\lambda}{a} \quad (\mathrm{n} = \pm 1, \pm 2, \pm 3...)$$

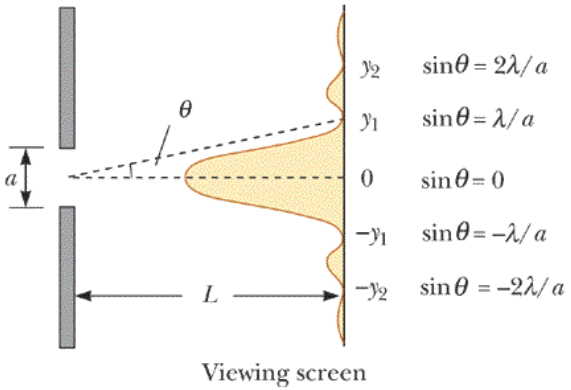
As primeiras franjas escuras que ladeiam a franja central brilhante correspondem a n=±1 e portanto

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 27.16

$$sen\theta_{esc} = \pm\frac{\lambda}{a} = \pm\frac{5.8\times10^{-7}m}{0.300\times10^{-3}m} = \pm1.93\times10^{-3}$$

muito pequeño ~ tgθ

A partir do triângulo da figura



$$\theta = \frac{y_1}{L} \text{ e como } \theta \text{ é muito pequeno}$$

$$sen\theta \approx tg\theta \approx \frac{y_1}{L}$$

$$y_1 \approx Lsen\theta_{esc} = 2m\cdot\left(\pm1.93\times10^{-3}\right)$$

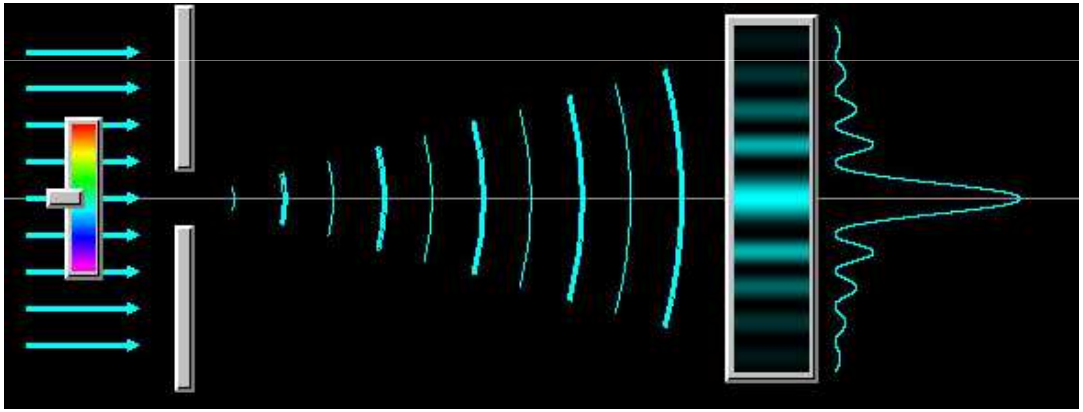
$$y_1 \approx \pm3.86\times10^{-3}m \Rightarrow 2\times3.86\times10^{-3}m = 7.72mm$$

Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

Os ângulos Θ nos quais o **padrão de difração de fenda única** têm **intensidade nula** são dados por:

$$sen\theta_{esc} = n\frac{\lambda}{a} \quad (n = \pm 1, \pm 2, \pm 3...)$$

Esta equação tem a **mesma forma da equação que descreve as regiões brilhantes em um padrão de interferência de dupla fenda**, porém, neste caso (de fenda única) descreve as **regiões escuras**, além disso **n=0 não representa uma franja escura**.



Padrão de Interferência (difração) de dupla fenda:

$$\Delta = dsen\theta_{brilh} = n\lambda \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2...)$$

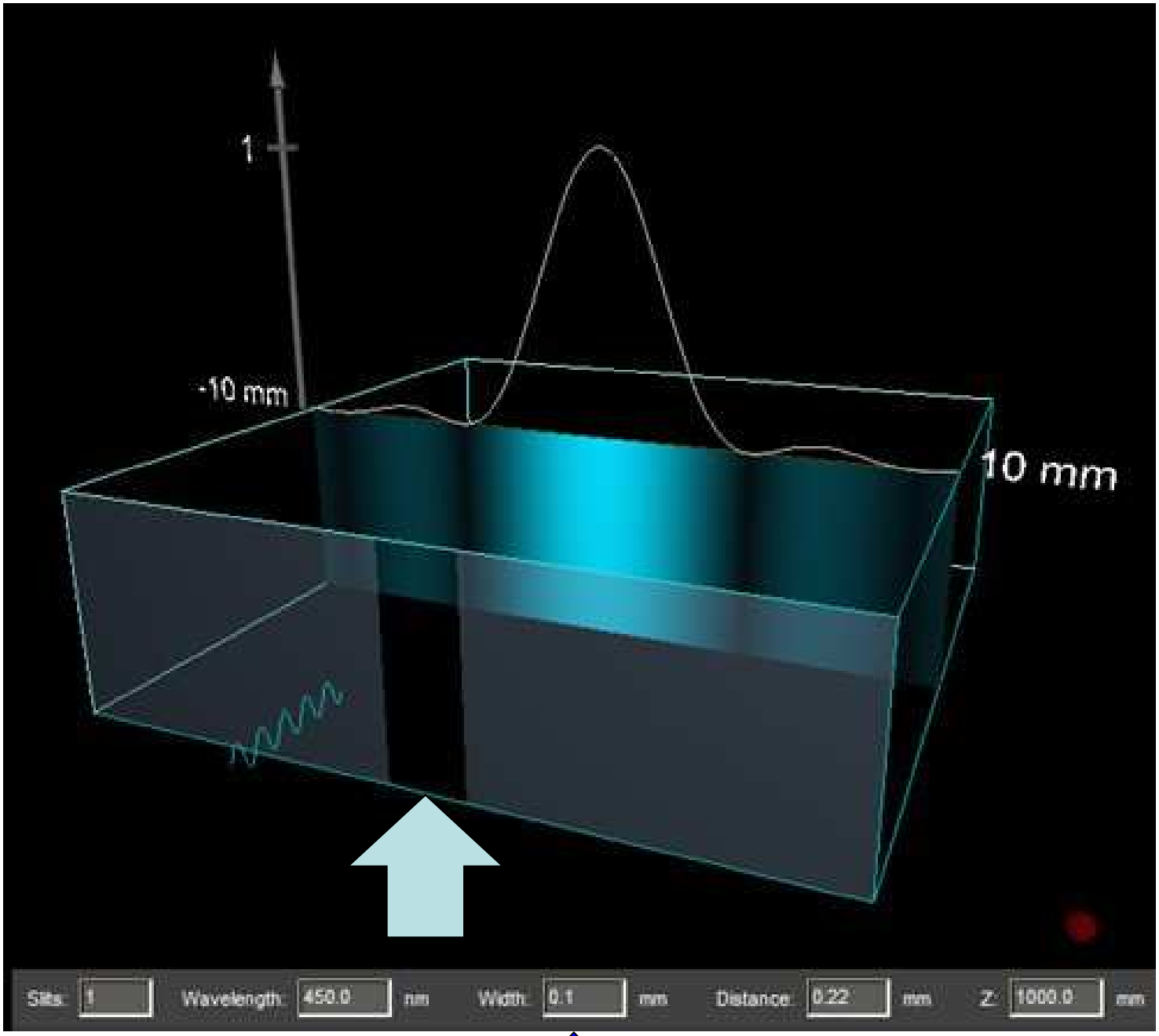
$$sen\theta_{brilh} = \frac{n\lambda}{d}$$

$$\downarrow sen\theta \approx tg\theta \approx \frac{y}{L} = \pm \frac{\lambda}{a \uparrow}$$

$$\downarrow y = \pm \frac{L\lambda}{a \uparrow}$$

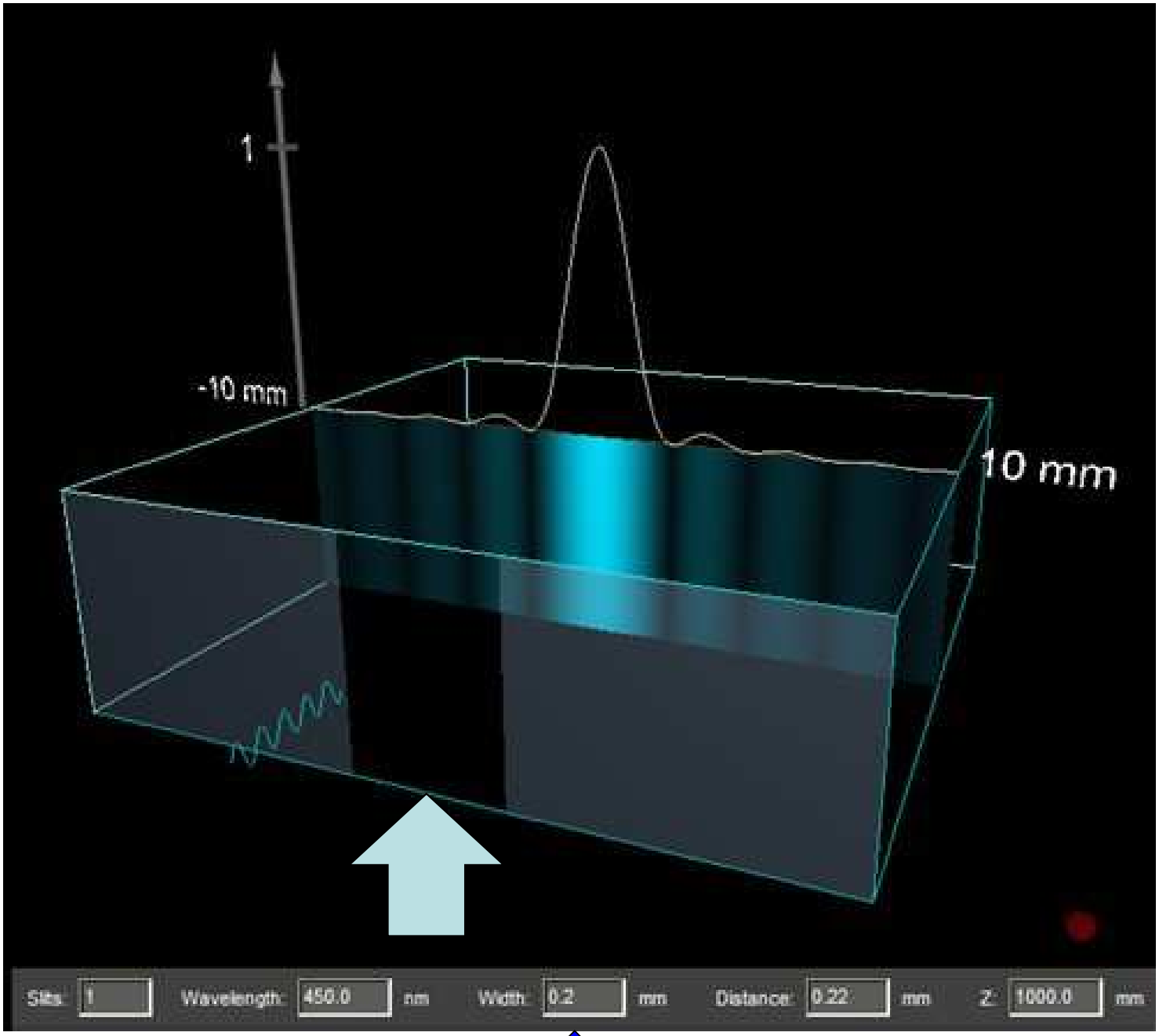
À medida que a largura da fenda é aumentada, o padrão de difração se estreita correspondendo a valores menores de θ.

Para valores grandes de "a" os vários máximos e mínimos estão tão próximos que o único padrão é uma área brilhante semelhante à area da fenda.


1
-10 mm
10 mm
Slits: 1
Wavelength: 450.0 nm
Width: 0.1 mm
Distance: 0.22 mm
Z: 1000.0 mm

450nm

0.1 mm



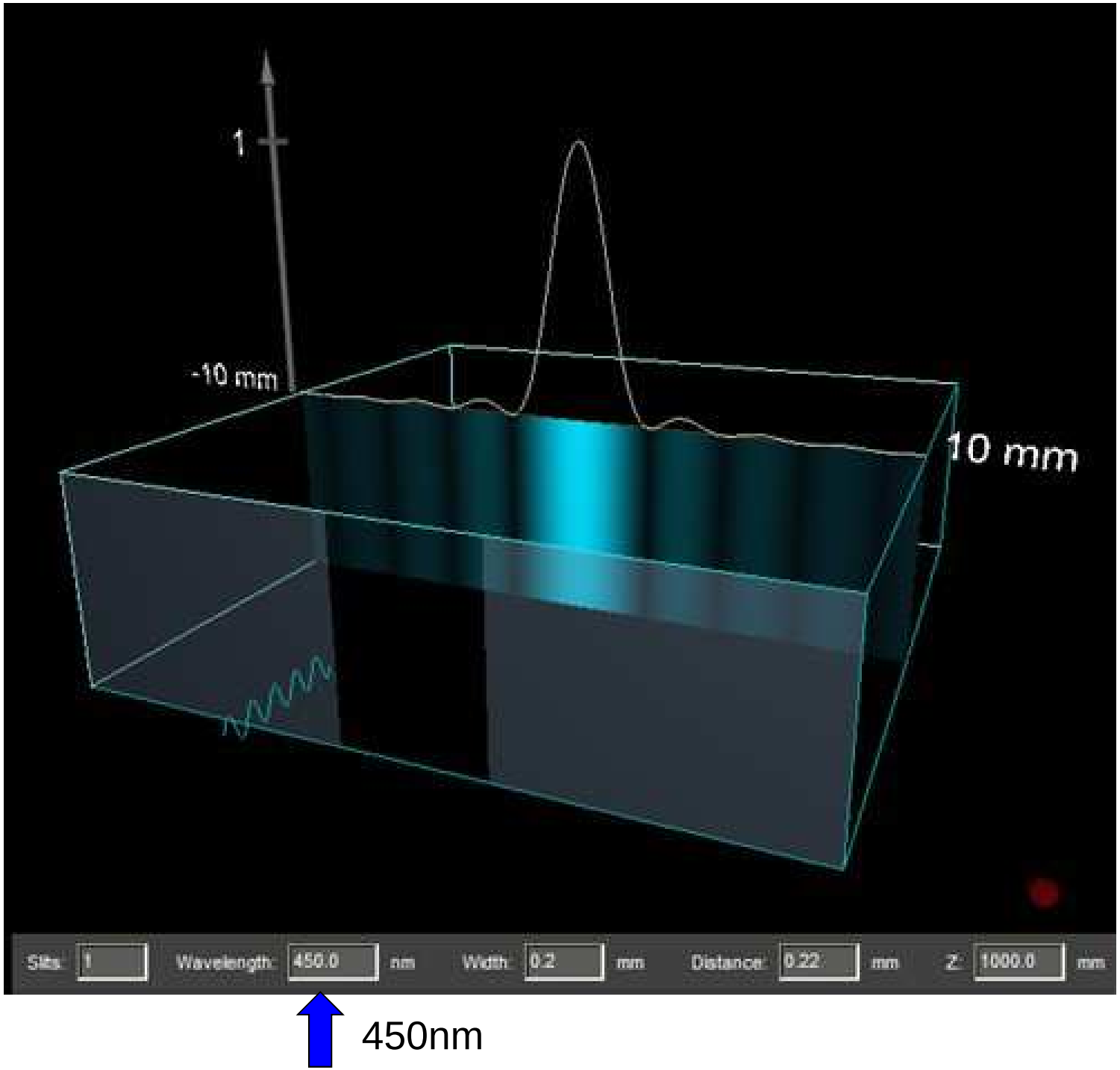
450nm

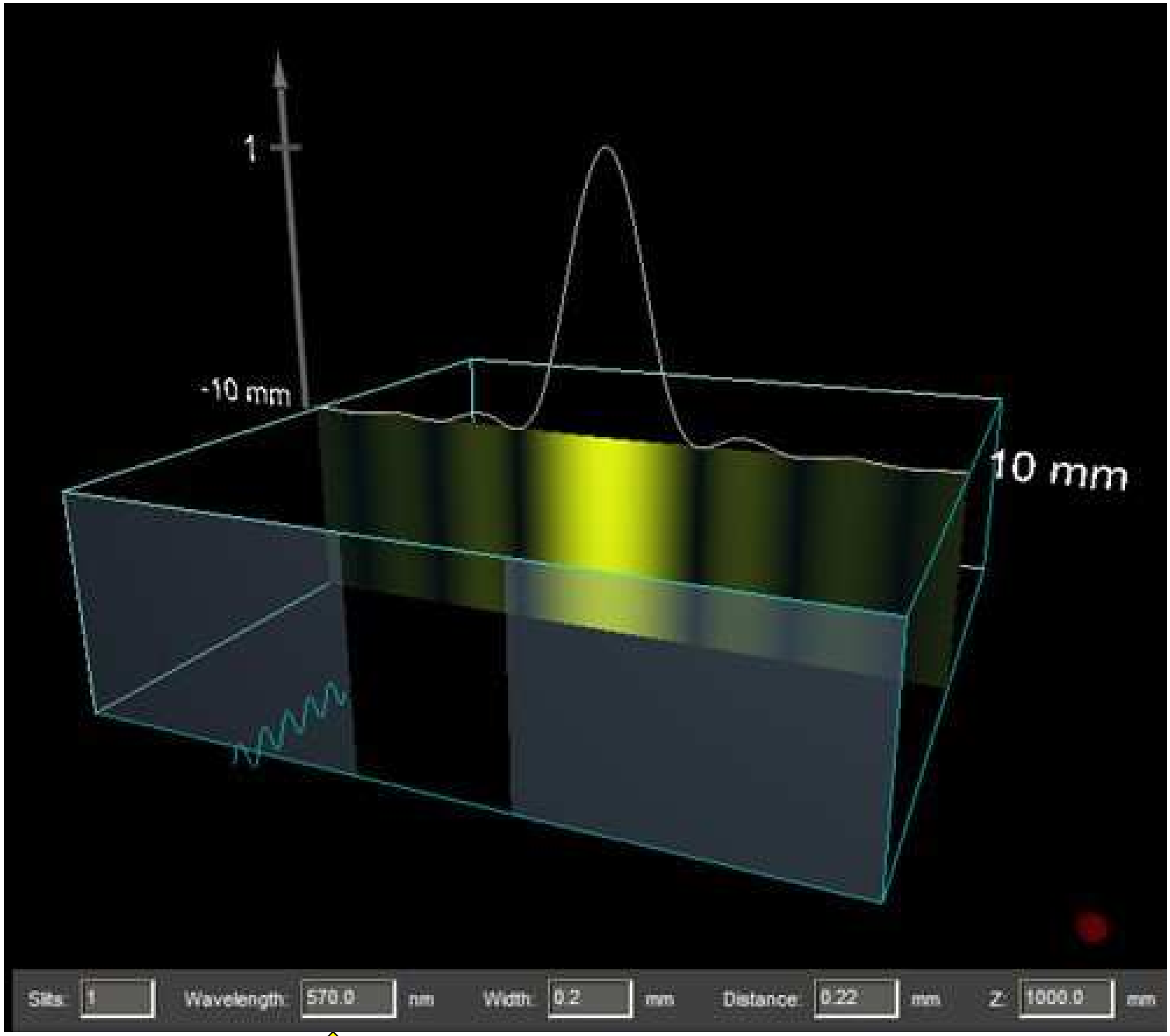
0.2 mm (aumenta “a” – diminui “y”)

$$\uparrow sen\theta \approx tg\theta \approx \frac{y}{L} = \pm \frac{\lambda \uparrow}{a}$$

$$\uparrow y = \pm \frac{L\lambda \uparrow}{a}$$

À medida que a o comprimento de onda λ aumenta para uma mesma largura da fenda, o máximo de interferência do padrão de difração se alarga correspondendo a valores maiores de θ.


1
-10 mm
10 mm
Slits: 1
Wavelength: 450.0 nm
Width: 0.2 mm
Distance: 0.22 mm
Z: 1000.0 mm
450nm



570 nm (aumenta "λ" – aumenta "y")

Conclusão:

conseguimos determinar o comprimento de onda (radiação) "λ" (e o tipo de radiação (onda) eletromagnética) passando esta radiação (onda) por uma fenda suficientemente estreita (conhecendo "a", "L" e medindo "y").

$$sen\,\theta \approx tg\,\theta \approx \frac{y}{L} = \pm\frac{\lambda}{a}$$

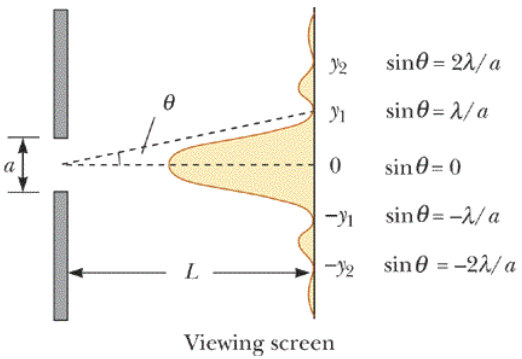
$$\lambda \approx \frac{a \cdot y}{L}$$

18) Um feixe de luz verde é difratado por uma fenda de 0.550mm de largura. O padrão de difração se forma em uma parede a 2.06m além da fenda. A distância entre as posições de intensidade nula nos dois lados da franja brilhante central é de 4.10 mm. Calcule o comprimento de onda da luz de laser.

$$sen\theta \approx \frac{y}{L} \approx \pm \frac{n\lambda}{a}$$

19) Um anteparo está localizado a 50,0 cm de uma fenda única, que é iluminada com luz de 690nm. Se a distância entre o primeiro e o terceiro mínimos no padrão de difração é de 3 mm, qual é a largura da fenda?

$$sen\theta \approx \frac{y}{L} \approx \pm \frac{n\lambda}{a}$$



Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

18) Um feixe de luz verde é difratado por uma fenda de 0.550mm de largura. O padrão de difração se forma em uma parede a 2.06m além da fenda. A distância entre as posições de intensidade nula nos dois lados da franja brilhante central é de 4.10 mm. Calcule o comprimento de onda da luz de laser.

Solução: A posição dos mínimos de primeira ordem são: $sen\theta \approx \frac{y}{L} \approx \pm \frac{n\lambda}{a}$

Assim, a distância entre as posições de intensidade nula é:

$$\Delta y = 2\left(\frac{\lambda}{a}\right)L \quad \text{e o comprimento de onda é:}$$

$$\lambda = \left(\frac{\Delta y}{2}\right)\left(\frac{a}{L}\right) = \left(\frac{4.10\times10^{-3}m}{2}\right)\left(\frac{0.550\times10^{-3}m}{2.06m}\right) = 547nm$$

19) Um anteparo está localizado a 50,0 cm de uma fenda única, que é iluminada com luz de 690nm. Se a distância entre o primeiro e o terceiro mínimos no padrão de difração é de 3 mm, qual é a largura da fenda?

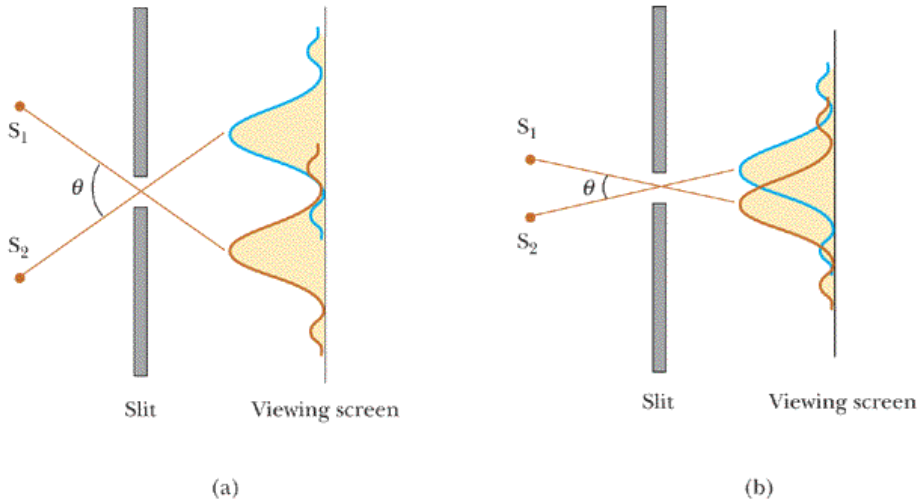
$$\frac{y}{L} = sen\theta = \frac{n\lambda}{a}$$

$$\Delta y = 3\times10^{-3} m$$

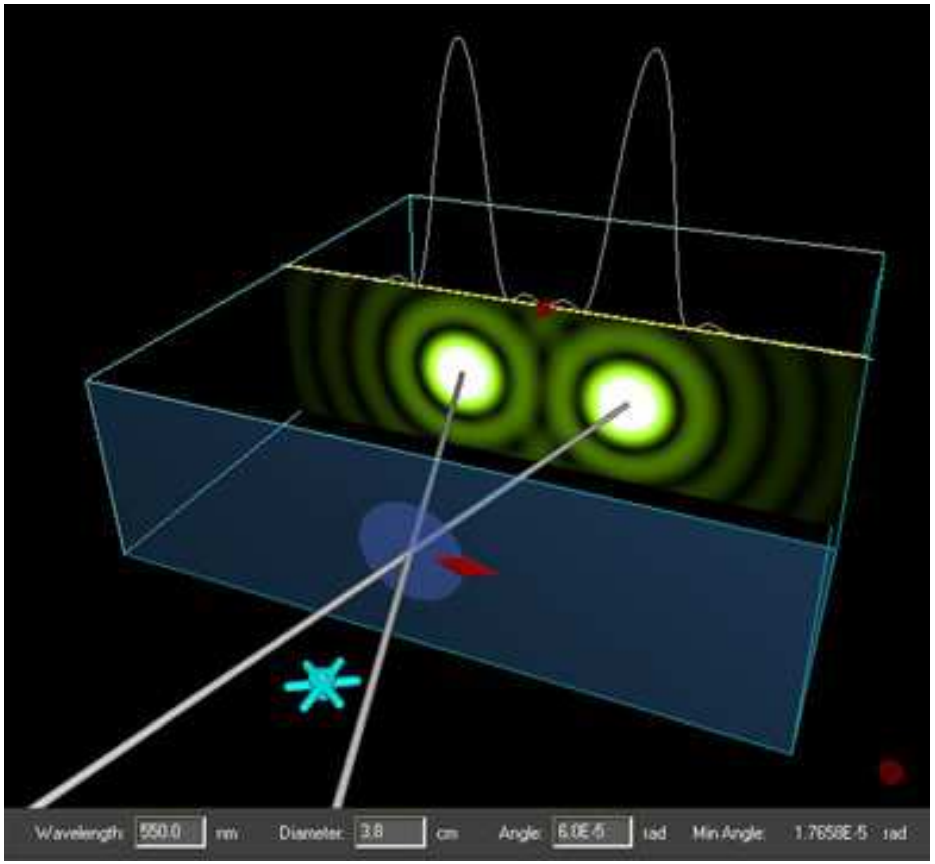
$$\Delta n = 3 - 1 = 2$$

$$a = \frac{\Delta n \cdot \lambda \cdot L}{\Delta y} = \frac{2 \cdot \left(690\times10^{-9} m\right) \cdot \left(0.500 m\right)}{\left(3\times10^{-3} m\right)} = 2.30\times10^{-4} m$$

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 27.17



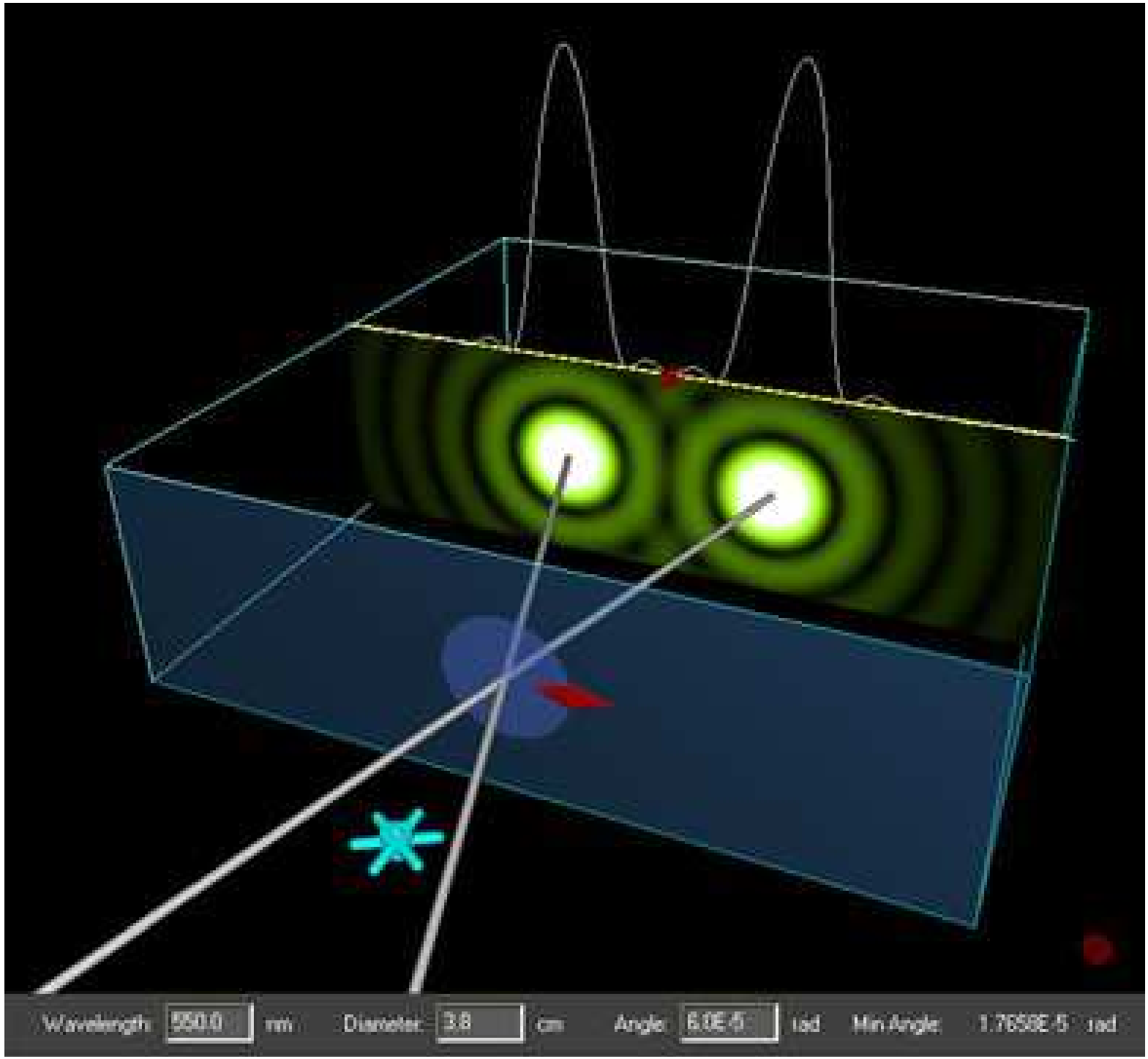
Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

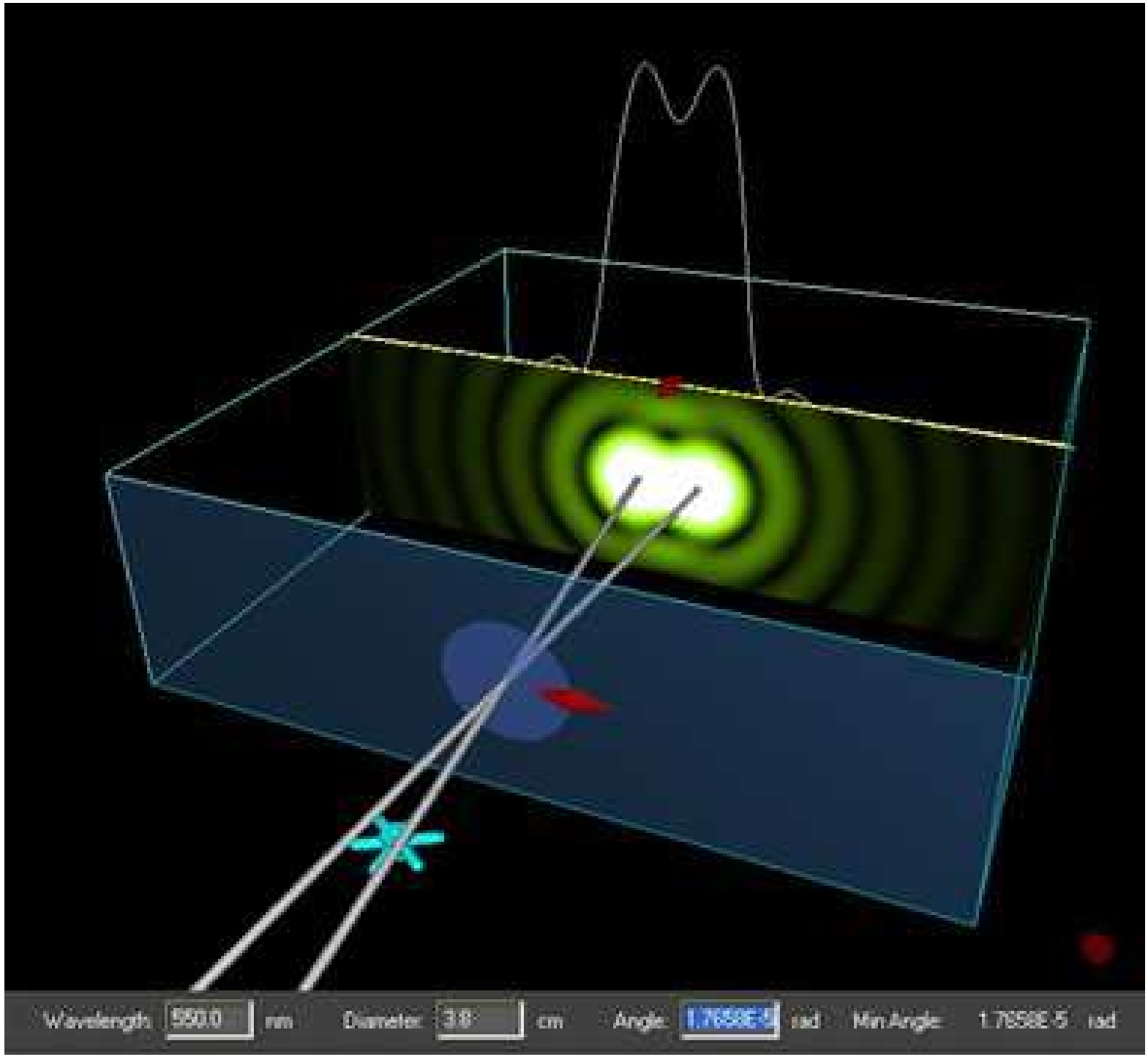


Duas fontes pontuais distantes de **uma pequena abertura**, **cada uma produzindo** um **padrão de difração**.

(a) o **ângulo subentendido pelas fontes na abertura** é **grande o bastante** **para que os padrões de difração sejam distinguíveis.**

(b) o **ângulo subentendido pelas fontes** é **tão pequeno** que **os padrões de difração se sobrepõem e as fontes não ficam bem resolvidas.**


Wavelength: 550.0 nm
Diameter: 3.8 cm
Angle: 6.0E-5 rad
Min Angle: 1.7658E-5 rad


Wavelength: 550.0 nm
Diameter: 3.8 cm
Angle: 1.76598E-5 rad
Min Angle: 1.76598E-5 rad

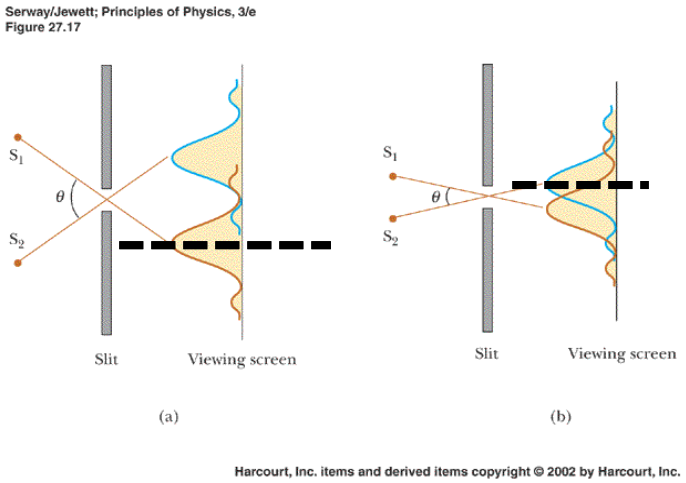
Wavelength
0.0001
μm
Diameter
3.8
cm
Angle
1.2E-2
Rad
Hin Angle
1.73932 E-5
Deg

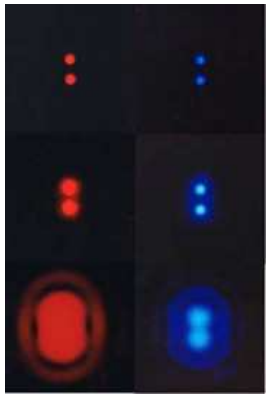
O **primeiro mínimo de um padrão de difração de fenda simples** ocorre para:

$$sen\theta = \frac{\lambda}{a} \quad \text{onde "a" é a largura da fenda}$$

De acordo com o **critério de Rayleigh**, essa expressão fornece **a menor separação angular para a qual essas duas fontes estão resolvidas.**

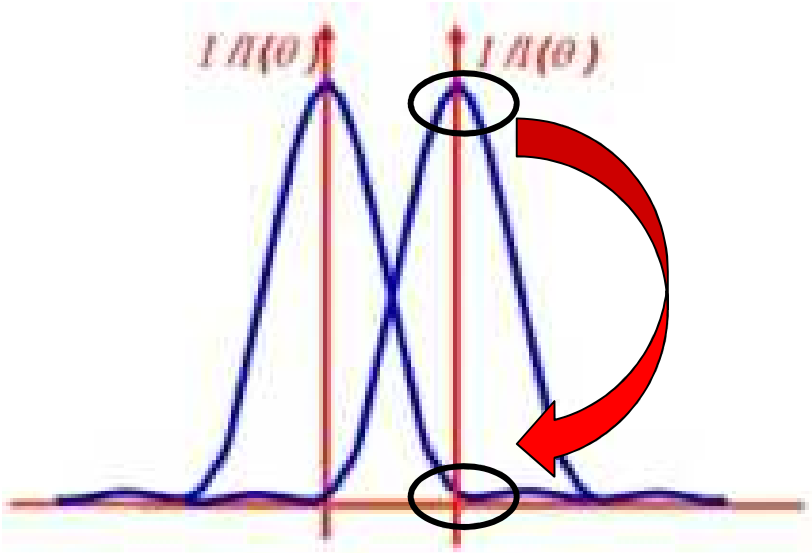
O **critério de Rayleigh** é uma **condição limite da resolução**, diz que ***duas imagens formadas por meio de uma abertura são mínimamente distiguíveis se o máximo central do padrão de difração para uma imagem incide sobre o primeiro mínimo da outra imagem.***





O ângulo limite de resolução para uma fenda de largura "a" é : $\theta_{\min} = \frac{\lambda}{a}$

O **critério de Rayleigh** é uma **condição limite da resolução**, diz que ***duas imagens formadas por meio de uma abertura são mínimamente distiguíveis se o máximo central do padrão de difração para uma imagem incide sobre o primeiro mínimo da outra imagem.***



O **primeiro mínimo de um padrão de difração de fenda simples** ocorre para:

$$sen\theta = \frac{\lambda}{a} \text{ onde "a" é a largura da fenda}$$

De acordo com o **critério de Rayleigh**, essa expressão fornece **a menor separação angular para a qual essas duas fontes estão resolvidas.**

$$sen\theta = \frac{\lambda}{a}$$

λ: 400 – 700nm

a: ~1 mm

$$\lambda << a \Rightarrow sen\theta \text{ é pequeno}$$

$$sen\theta \approx \theta$$

$$\theta_{mín} \approx \frac{\lambda}{a}(rad)$$

Condição mínima de resolução (na maioria das situações)

$$\theta_{S_1 - S_2} > \frac{\lambda}{a}(rad) \Rightarrow \text{fontes resolvidas}$$

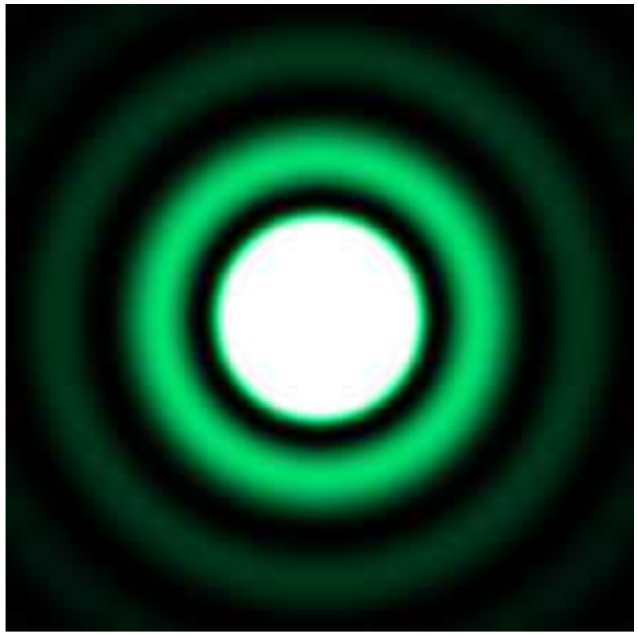
22) A pupila do olho de um gato se estreita até tornar-se uma fenda vertical de 0.5 mm de largura à luz do dia. Qual é a resolução angular para ratos horizontalmente separados? Suponha que o comprimento de onda médio da luz é de 500 nm.

$$sen\theta = \frac{\lambda}{a} = \frac{5\times10^{-7}m}{5\times10^{-4}m} = 1.0\times10^{-3}rad$$

Muitos sistemas ópticos utilizam aberturas circulares em vez de fendas.

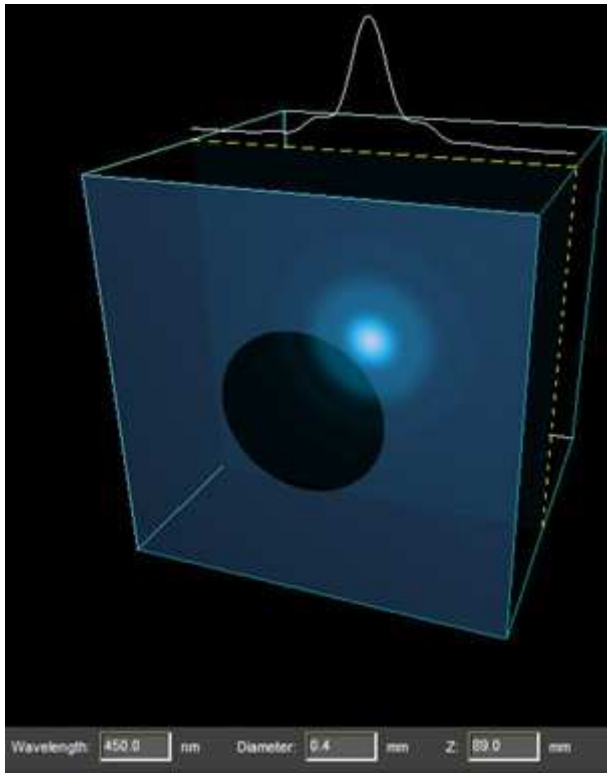
- ❑ a pupila do olho
- ❑ o tubo de um telescópio

O padrão de difração de uma abertura circular consiste em um disco central brilhante cercado por anéis progressivamente mais fracos.
O ângulo limite de resolução da abertura circular é:



$$\theta_{\min} = 1.22\frac{\lambda}{D}$$

$$D \equiv \text{diâmetro da fenda}$$



No caso da fenda simples:

$$I = I_0 \left(\frac{sen\left(\phi/2\right)}{\phi/2} \right)^2 \quad \text{ou} \quad I = I_0 \left(\frac{sen\alpha}{\alpha} \right)^2 \quad \text{onde}$$

$$\alpha = \frac{\phi}{2} = \frac{kasen\theta}{2}$$

A equação

$$\boxed{I = I_0 \left(\frac{sen\alpha}{\alpha} \right)^2}$$

pode ser escrita na forma :

$$\boxed{I = I_0 \left(\frac{2J_1(\alpha)}{\alpha} \right)^2} \quad \text{onde} \quad \alpha = \frac{\phi}{2} = \frac{kasen\theta}{2}$$

$J_1(\alpha)$ é a chamada função de Bessel de primeira ordem

$$J_1(\alpha = 3.8317) = 0$$

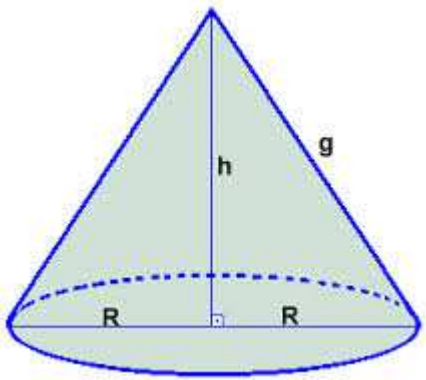
$$\alpha = \frac{\phi}{2} = \frac{kasen\theta}{2} = \frac{2\pi \cdot a \cdot sen\theta}{2 \cdot \lambda} = 3.8317 \Rightarrow asen\theta = 1.22\lambda$$

$$\theta_{\min}^{\text{Res}} = arcsen\left(\frac{1.22 \cdot \lambda}{a} \right)$$

23) Uma luz de laser de hélio-neônio emite luz que tem um comprimento de onda de 632.8 nm. A abertura circular através da qual o feixe emerge tem um diâmetro de 0.5 cm. Estime o diâmetro do feixe a 10Km do laser.

$$\theta_{\min} = 1.22\frac{\lambda}{D}$$

$$D \equiv \text{diâmetro da fenda}$$



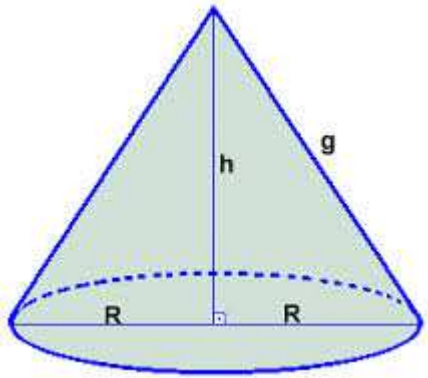
23) Uma luz de laser de hélio-neônio emite luz que tem um comprimento de onda de 632.8 nm. A abertura circular através da qual o feixe emerge tem um diâmetro de 0.5 cm. Estime o diâmetro do feixe a 10Km do laser.

$$\theta_{\min} = 1.22\frac{\lambda}{D} = 1.22 \cdot \left(\frac{632.8\times10^{-9}m}{0.005m}\right) = \left(1.54\times10^{-4}rad\right)$$

$$r_{feixe} = \frac{\theta_{\min}}{2} \cdot H = \left(0.77\times10^{-4}rad\right)\cdot\left(10.000m\right) = 0.77m$$

$$d_{feixe} = 2 \cdot r_{feixe} = 1.54m$$

$$tg\frac{\theta}{2} \approx \frac{\theta_{rad}}{2} = \frac{R}{H}$$



26) Uma antena circular de radar em um navio da Guarda Costeira tem um diâmetro de 2.10m e irradia a uma frequência de 15GHz. Dois pequenos barcos estão localizados a 9 Km de distância do navio. Qual a separação entre os barcos na qual eles ainda continuariam a ser detectados como dois corpos separados?

$$\theta_{\min} = 1.22\frac{\lambda}{D}$$

$$D \equiv \text{diâmetro da fenda}$$

26) Uma antena circular de radar em um navio da Guarda Costeira tem um diâmetro de 2.10m e irradia a uma frequência de 15GHz. Dois pequenos barcos estão localizados a 9 Km de distância do navio. Qual a separação entre os barcos na qual eles ainda continuariam a ser detectados como dois corpos separados?

$$1.22\frac{\lambda}{D}=\frac{d}{L}$$

$$\lambda=\frac{c}{f}=0.02m$$

$$D=2.10m$$

$$L=9000m$$

$$d=1.22\frac{(0.02m)\cdot(9000m)}{2.10m}=105m$$

Uma **rede de difração** consiste em um **grande número de fendas idênticas igualmente espaçadas** (por exemplo um policristal).

Redes consistem em várias **linhas**, muito próximas entre si, que têm **espaçamentos entre linhas muito pequenos**.

Uma rede com 5000 linhas/cm tem um espaçamento entre as fendas de:

$$d = \left(\frac{1}{5000}\right) cm = 2\times10^{-4} cm = 2\times10^{-6} m = 2000 nm$$

- Uma onda plana produz um efeito no anteparo resultado da difração e interferência.

- Cada fenda produz difração e os feixes difratados interferem entre si para produzir o padrão final.

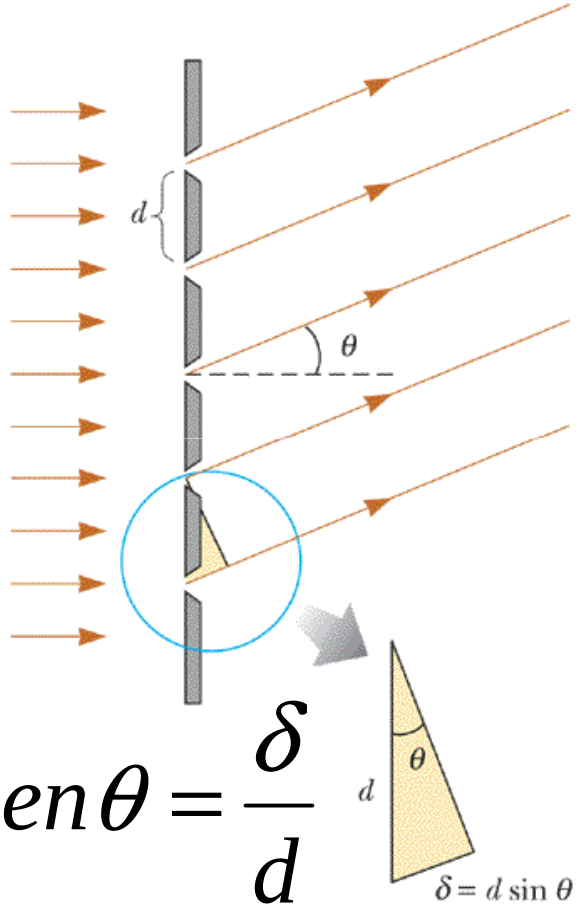
- Cada fenda age como uma fonte de ondas e todas as ondas se iniciam nas fendas em fase. **Princípio de Huygens.**

- Em um ponto no anteparo a um ângulo arbitrário θ, as ondas originadas nas fendas percorrem diferentes distâncias.

- **A diferença de percurso entre as ondas originadas em quaisquer duas fendas adjacentes é igual a:**

$$\delta = d sen\theta$$

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 27.20



$$sen\theta = \frac{\delta}{d}$$

Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

Uma rede de difração consiste em **<u>um grande número de fendas idênticas igualmente espaçadas.</u>**

Se
diferença de percurso for igual a um múltiplo inteiro de um comprimento de onda,
as **ondas de todas as fendas estarão em fase no anteparo (interferência construtiva).**

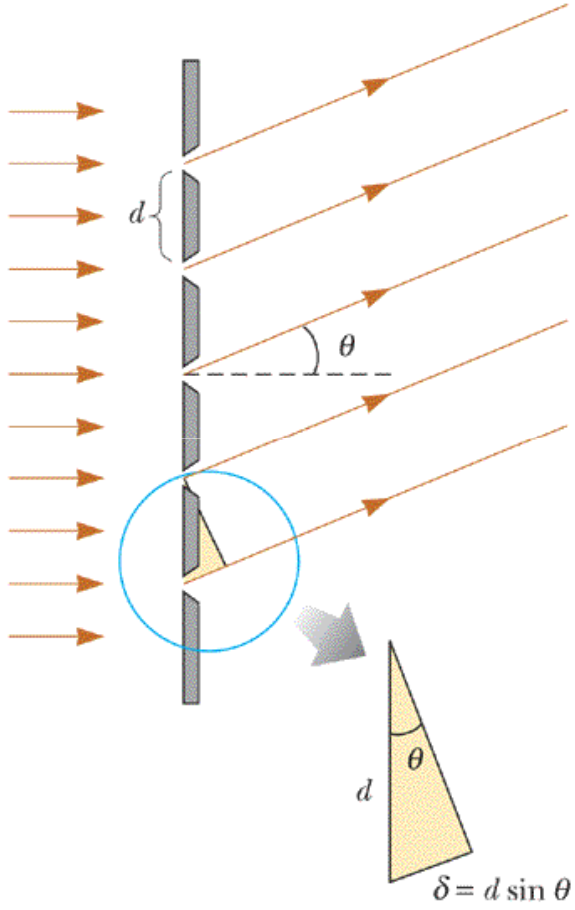
Portanto, quando a **<u>luz incide normalmente</u>** no plano da rede, a condição para que ocorram **máximos de intensidade no padrão de interferência** no ângulo θ é:

$$d sen\theta_{brilh} = n\lambda \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2 ...)$$

$d \equiv$ espaçamento entre fendas adjacentes

$n \equiv$ ordem do máximo de difração

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 27.20



Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

Considere, que a distância "L" até o anteparo é muito maior do que "d".

Em princípio **qualquer onda eletromagnética pode ser determinada** se estiver disponível

uma rede com espaçamentos da ordem do comprimento de onda (λ).

$$\lambda = \frac{d sen\theta_{brilh}}{n} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots)$$

$d \equiv$ espaçamento entre fendas adjacentes

$n \equiv$ ordem do máximo de difração

Qualquer espaçamento constante entre "aberturas" (fendas) pode ser determinado, através de uma onda eletromagnética com comprimento de onda "λ" conhecido.

$$d = \frac{n\lambda}{sen\theta_{brilh}} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots)$$

$d \equiv$ espaçamento entre fendas adjacentes

$n \equiv$ ordem do máximo de difração

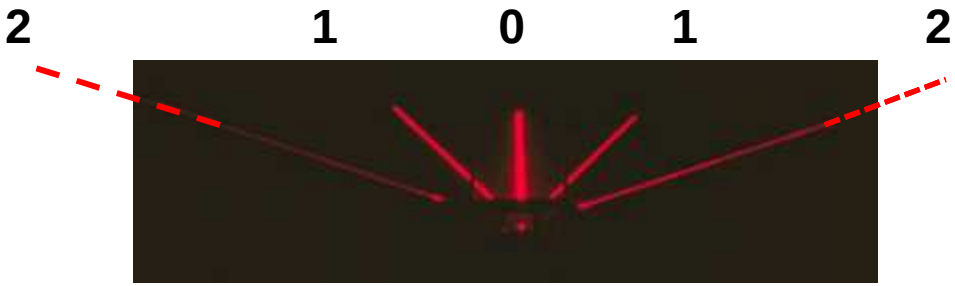
31) O espectro do hidrogênio tem uma linha vermelha a 656 nm e uma linha azul a 434 nm. Quais são as separações angulares entre duas linhas espectrais obtidas com uma rede de difração que tem 4500 linhas/cm?

$$d sen\theta_{brilh} = n\lambda \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2 ...)$$

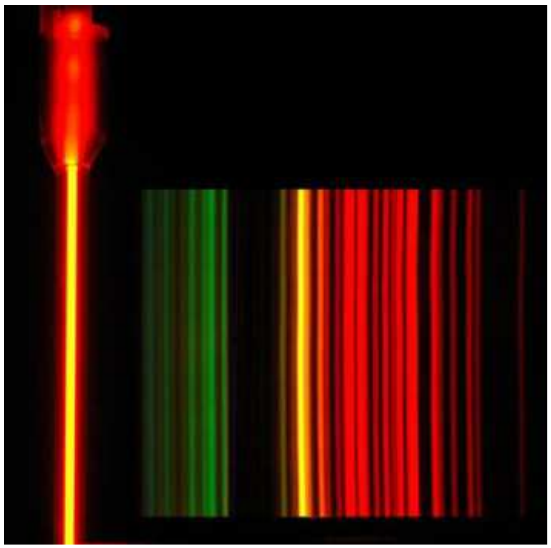
$$d \equiv \text{espaçamento entre fendas adjacentes}$$

$$n \equiv \text{ordem do máximo de difração}$$

31) O espectro do hidrogênio tem uma linha vermelha a 656 nm e uma linha azul a 434 nm. Quais são as separações angulares entre duas linhas espectrais obtidas com uma rede de difração que tem 4500 linhas/cm?



mesma “cor” – diferentes ordens de interferência



31) O espectro do hidrogênio tem uma linha vermelha a 656 nm e uma linha azul a 434 nm. Quais são as separações angulares entre duas linhas espectrais obtidas com uma rede de difração que tem 4500 linhas/cm?

$$d = \frac{1.0\times10^{-2}\,m}{4500} = 2.22\times10^{-6}\,m$$

$$\text{em primeira ordem (n = 1) temos:}$$

$$sen\theta_1 = \frac{\lambda}{d} = \frac{656\times10^{-9}\,m}{2.22\times10^{-6}\,m} = 0.295$$

$$\text{então para a linha vermelha temos:}$$

$$\theta_1 = 17.17^{o}$$

$$\text{para a linha do violeta temos:}$$

$$sen\theta_2 = \frac{\lambda}{d} = \frac{434\times10^{-9}\,m}{2.22\times10^{-6}\,m} = 0.195 \Rightarrow$$

$$\theta_2 = 11.26^{o}$$

$$\text{Portanto a separação angular de 1ª ordem é:}$$

$$\Delta\theta = 17.17^{o}\text{-}11.26^{o} = 5.91^{o}$$

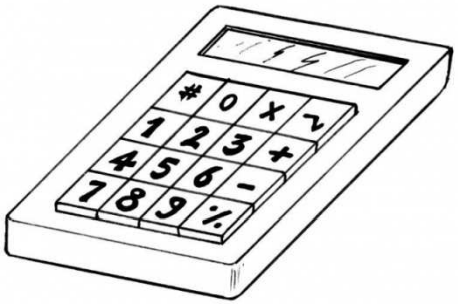
$$\text{de 2ª ordem}: \Delta\theta = sen^{-1}\left(\frac{2\lambda_1}{d}\right) - sen^{-1}\left(\frac{2\lambda_2}{d}\right) = 13.2^{o}$$

$$\text{de 3ª ordem}: \Delta\theta = sen^{-1}\left(\frac{3\lambda_1}{d}\right) - sen^{-1}\left(\frac{3\lambda_2}{d}\right) = 26.5^{o}$$

INFORMAÇÕES

PROVA: Quarta-Feira 03/09 das 15:40h às 17:20h (100 minutos)

SALAS: C2-07,08,09 e 10 (cada estudante deve fazer a prova na sua turma)



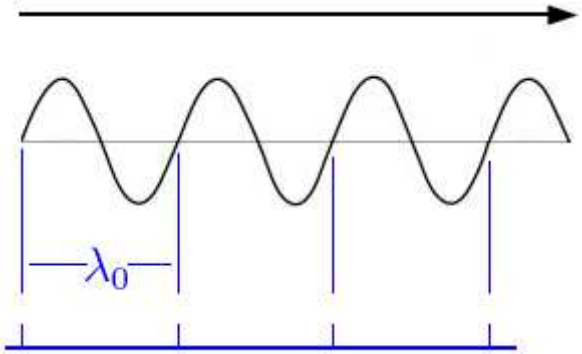
Trazer calculadora (indispensável)
Proibido empréstimos durante a Prova

É proibido o uso de celulares durante a prova (para comunicação ou como calculadora)

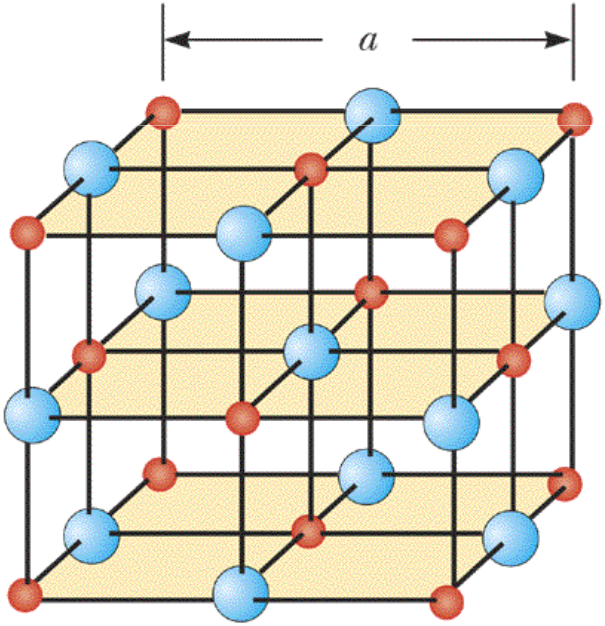
REVISÃO ORIENTADA PARA A PROVA P1

- ❑ LUZ (λ,f) – ondas eletromagnéticas
- ❑ Aberturas (fendas) – (d,a)
- ❑ Anteparo (tela) – (θ,D)

LUZ

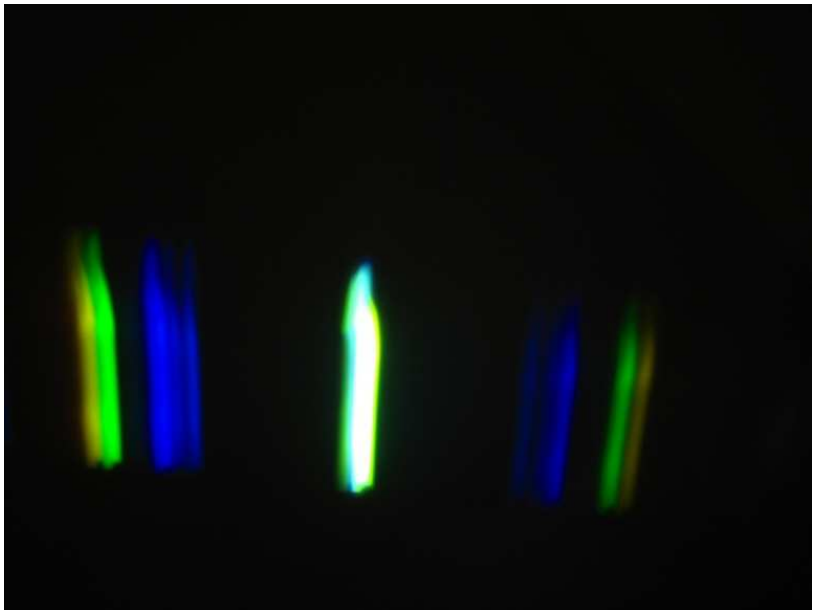


Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 27.24



Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

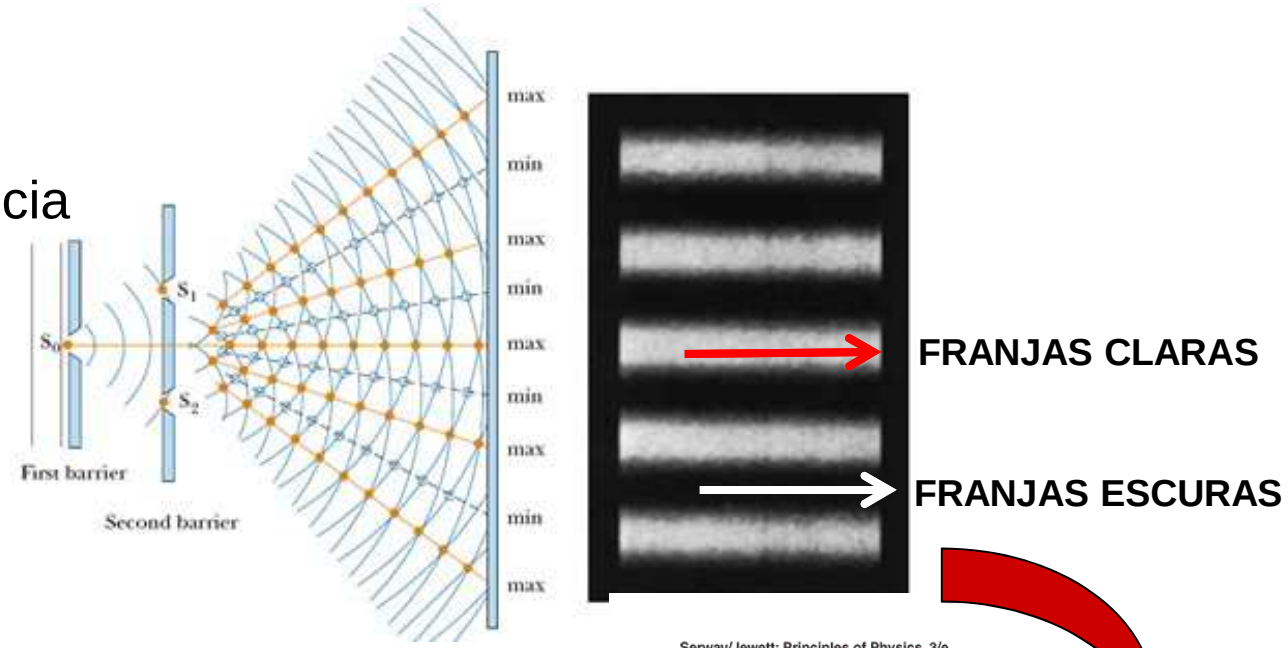
ABERTURAS (FENDAS)



ANTEPARO (TELA) DE PROJEÇÃO

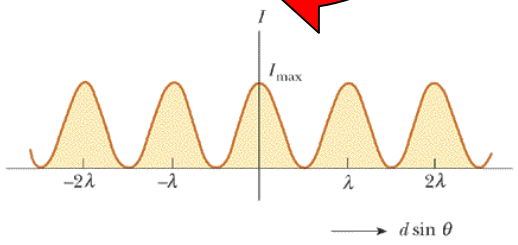
DUPLA FENDA

Projetando a interferência em um anteparo:



Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 27.4 (bottom)

Variação da intensidade com d sen θ



constante

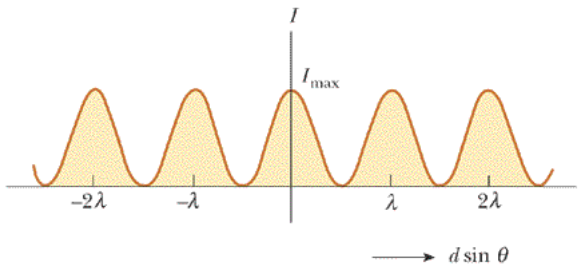
Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

A intensidade média do padrão de interferência de dupla fenda é

$$I_{méd} = I_{máx}\cos^2\left(\frac{\pi \cdot d \cdot sen\theta}{\lambda}\right) \Rightarrow \frac{\phi}{2}$$

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 27.4 (bottom)

alternativamente, como $sen\theta \approx \dfrac{x}{L = D}$

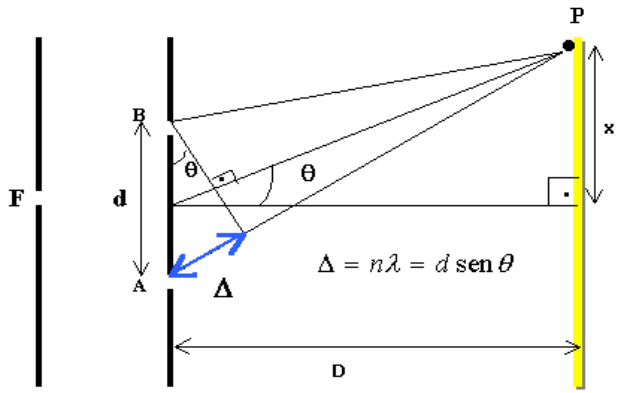


para valores pequenos de θ temos

$$I_{méd} = I_{máx}\cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda L}x\right) \Rightarrow \frac{\phi}{2}$$

onde $I_{máx}$ é a intensidade máxima na tela

Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.



$$\delta = dsen\theta = n\lambda = \lambda(n=1) \Rightarrow$$

$$\delta = \lambda \Rightarrow$$

$$\phi = 2\pi \quad \div$$

$$\frac{\delta}{\phi} = \frac{\lambda}{2\pi} \Rightarrow \phi = \frac{2\pi}{\lambda}dsen\theta$$

A condição (PADRÃO) para interferência construtiva no caso da dupla fenda é:

$$\Delta = d sen\theta_{brilh} = n\lambda \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots)$$

$$n\lambda = d sen\theta$$

$n \equiv$ inteiro (ordem de interferência)

$\lambda \equiv$ comprimento de onda

$d \equiv$ distância entre fendas

$\theta \equiv$ ângulo de saída

A condição (PADRÃO) para interferência destrutiva no caso da dupla fenda é:

$$\Delta = d sen\theta_{esc} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots)$$

$$n\lambda = d sen\theta$$

$n \equiv$ inteiro (ordem de interferência)

$\lambda \equiv$ comprimento de onda

$d \equiv$ distância entre fendas

$\theta \equiv$ ângulo de saída

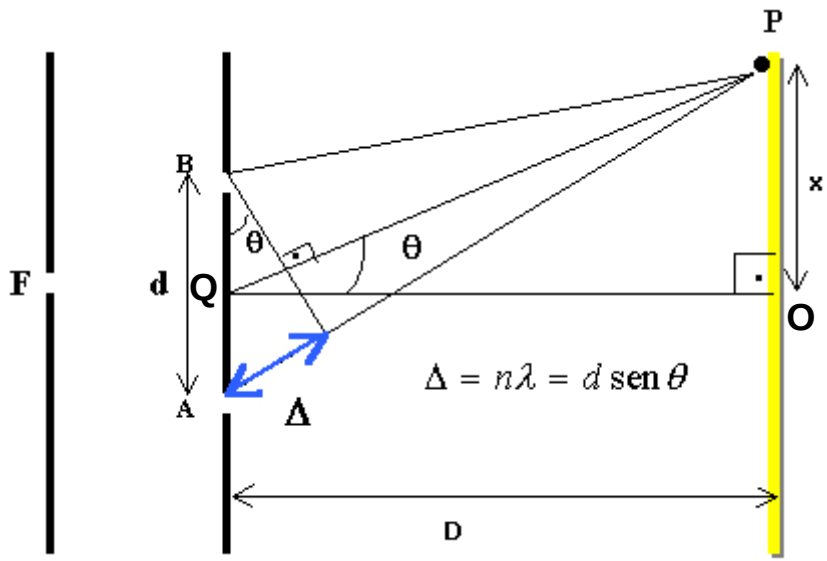
$$sen\theta \approx tg\theta = \frac{x}{D} \Rightarrow sen\theta = \frac{x}{D}$$

$$dsen\theta = n\lambda \Rightarrow sen\theta = \frac{n\lambda}{d},$$

igualando temos:

$$\frac{x}{D} = \frac{n\lambda}{d} \Rightarrow x = \frac{n\lambda D}{d}$$

$$x_{bril}(n)$$



FRANJAS ILUMINADAS - BRILHANTES

Análogamente:

$$sen\theta \approx tg\theta = \frac{x}{D} \Rightarrow sen\theta = \frac{x}{D}$$

$$sen\theta = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{d}, \quad \text{igualando temos:}$$

$$\frac{x}{D} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{d} \Rightarrow x = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda D}{d}$$

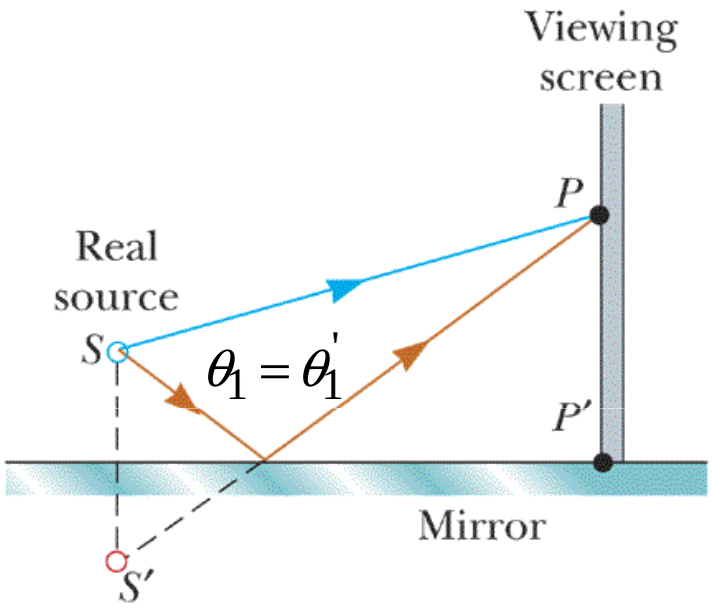
$$x_{esc}(n)$$

FRANJAS ESCURAS

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 27.5

Em pontos distantes da fonte (P), se espera um padrão de interferência

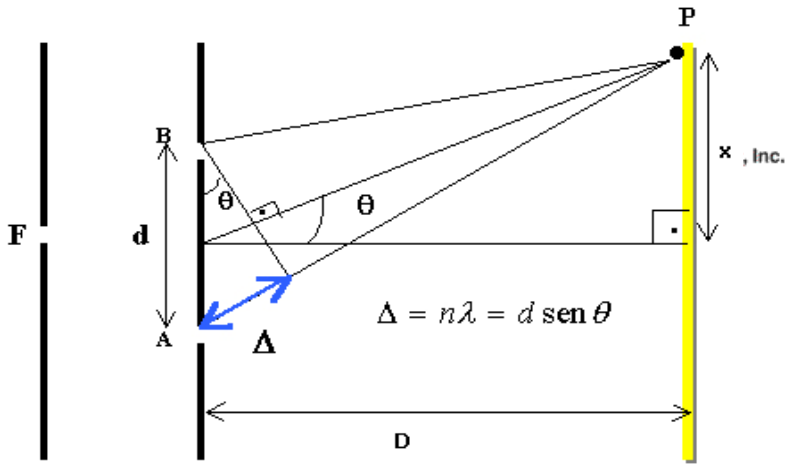
Espelho de Lloyd



Se observa que a **posição das franjas brilhantes e escuras estão invertidas** em relação ao padrão de interferência de duas fontes reais (exp. dupla fenda de Young).

Isso ocorre porque as fontes coerentes S e S' possuem uma diferença de fase de 180º

Essa mudança de 180º é produzida na reflexão sofrida pelo raio amarelo.



43) Efeitos de interferência são produzidos no ponto P sobre o anteparo como resultado dos raios diretos vindos de uma fonte de 500nm e dos raios refletidos pelo espelho como na figura abaixo. Suponha que a fonte está a 100 m à esquerda do anteparo e a 1.0 cm acima do plano do espelho. Encontre a distância "y" até a primeira franja escura acima do espelho.

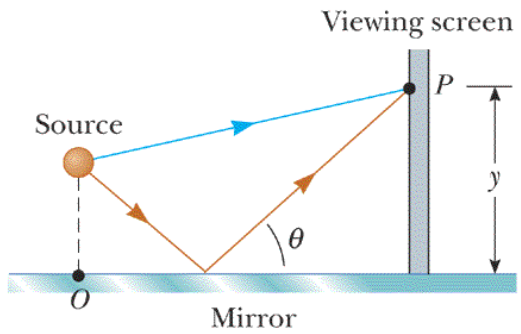
$$sen\theta \approx tg\theta = \frac{x}{D} \Rightarrow sen\theta = \frac{x}{D}$$

$$dsen\theta = n\lambda \Rightarrow sen\theta = \frac{n\lambda}{d},$$

igualando temos:

$$\frac{x}{D} = \frac{n\lambda}{d} \Rightarrow x = \frac{n\lambda D}{d}$$

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure P27.43



Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

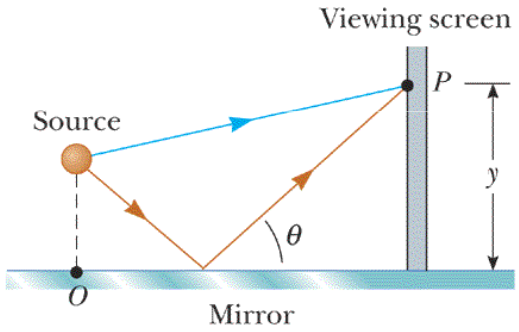
$$sen\theta \approx tg\theta = \frac{x}{D} \Rightarrow sen\theta = \frac{x}{D}$$

$$sen\theta = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{d}, \quad \text{igualando temos:}$$

$$\frac{x}{D} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{d} \Rightarrow x = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda D}{d}$$

43) Efeitos de interferência são produzidos no ponto P sobre o anteparo como resultado dos raios diretos vindos de uma fonte de 500nm e dos raios refletidos pelo espelho como na figura abaixo. Suponha que a fonte está a 100 m à esquerda do anteparo e a 1.0 cm acima do plano do espelho. Encontre a distância "y" até a primeira franja escura acima do espelho.

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure P27.43



Como vimos, se trata de um problema relacionado ao experimento do espelho de Lloyde, que é análogo ao problema de dupla fenda com a diferença de que devemos considerar uma diferença de fase (λ/2) na reflexão no espelho.

Assim, para interferência destrutiva teremos que a diferença de caminho entre os dois raios (amarelo e azul) debe ser proporcional a um número inteiro de comprimento de onda (nλ). A segunda imagem (fonte – "source") está a 1.0 cm abaixo (dentro) do espelho.

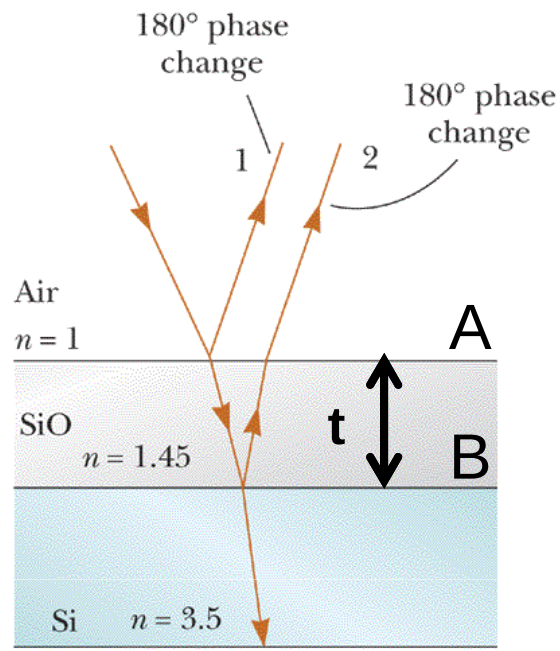
Usando a equação:

$$y_{esc} = \frac{m\lambda L}{d} = \frac{1\cdot\left(5.0\times10^{-7}m\right)\cdot\left(100m\right)}{\left(2.0\times10^{-2}m\right)} = 2.5mm$$

Repare que a equação corresponde à equação de máximo de interferência no padrão de dupla fenda de Young que corresponde a um mínimo de interferência no caso do espelho de Lloyde.

Películas finas:
Aplicações da mudança de fase na reflexão

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 27.8



Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

Mudança de fase na reflexão na interface A

Mudança de fase na reflexão na interface B

Interferência construtiva entre os raios 1 e 2 na reflexão

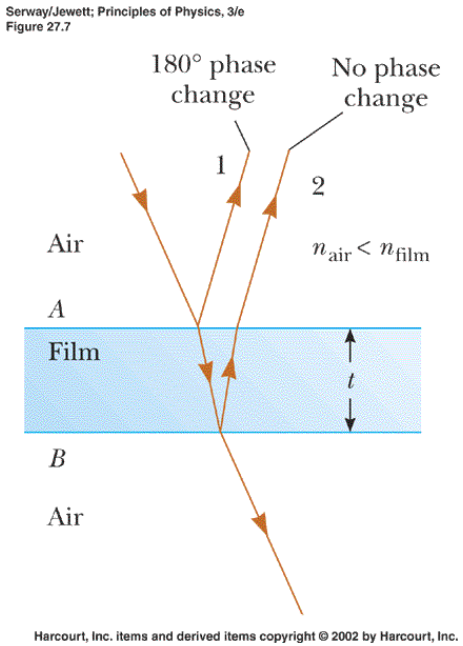
$$2nt = m\lambda \quad (\mathrm{m} = 0,1,2,...)$$

O índice de refração aumenta progressivamente

$$2t = \left((m=0) + \frac{1}{2}\right)\lambda_n \quad (\mathrm{m} = 0,1,2,...)$$

Destrutiva

m=0, não há defasagem entre uma reflexão e a outra; não necessito um número inteiro de comprimentos de onda para gerar a interferência destrutiva



Mudança de fase na reflexão na interface A

NÃO MUDA a fase na reflexão na interface B

Destrutivo

$$2nt = m\lambda \quad (\mathrm{m} = 0,1,2,\ldots)$$

$$2t = \left((m=0) + \frac{1}{2}\right)\lambda_n \quad (\mathrm{m} = 0,1,2,\ldots)$$

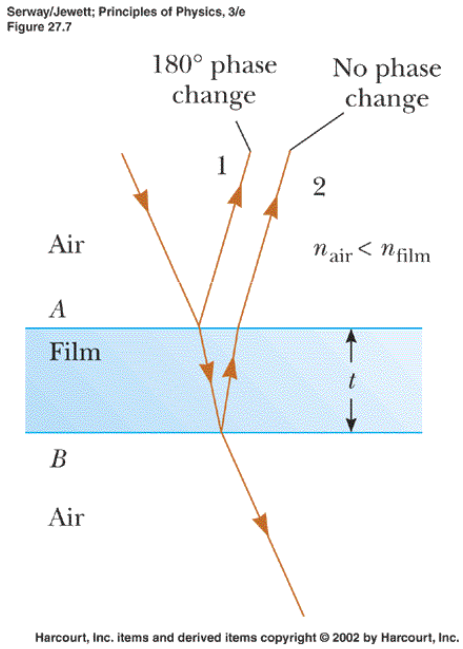
Construtivo

O índice de refração aumenta do AR para o FILME e diminui do FILME para o AR

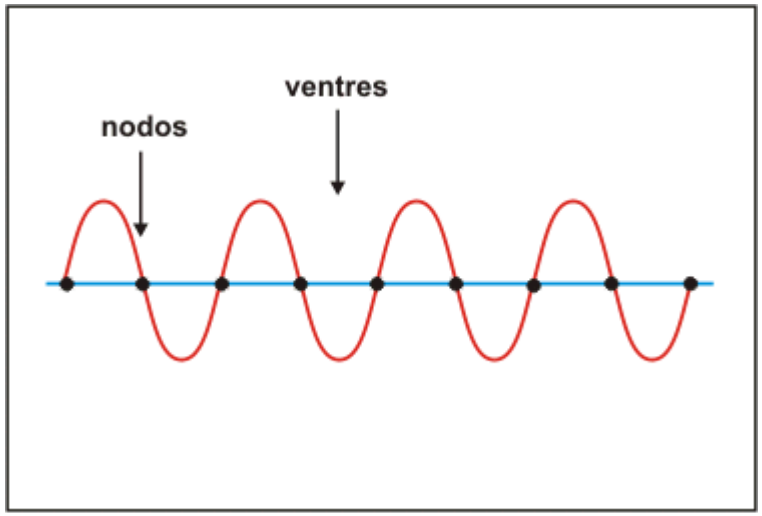
PORTANTO TEMOS UMA INVERSÃO NA FORMULAÇÃO DA INTERFERÊNCIA COM RELAÇÃO AO CASO ANTERIOR

Estratégia de resolução de problemas de interferência em filmes finos

1. **Identificar o filme fino e os índices de refração dos meios adjacentes**
2. **Identificar a <u>relação de fase</u> entre as partes de onda refletidas nas superfícies superior e inferior**



1. **As diferenças de fase têm duas causas:**
   a. **diferenças entre as distâncias percorridas (2t)**
   b. **mudanças de fase que ocorrem na reflexão**



Para a Prova:

Estudar o EXEMPLO 27.4:

Interferência em um filme fino em forma de cunha

Fazer os exercícios Seção 27.5

- ❑ **Exercício 13**
- ❑ **Exercício 15**

42) Quando a luz incide normalmente sobre uma interface entre dois meios ópticos transparentes, a intensidade da luz refletida é fornecida pela expressão:

$$S_1^{'} = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2 S_1$$

Nesta equação, S1 representa a magnitude média do vetor de Poynting na luz incidente (a intensidade incidente), S1' é a intensidade refletida e n1 e n2 são os índices de refração dos dois meios.

(a) Qual fração da intensidade é refletida para a luz de 589 nm que incide normalmente sobre uma interface entre o ar e o vidro?

(b) No item (a) é importante se a luz está no ar ou no vidro quando ela atinge a interface?

a)

$$S_1' = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right)^2 S_1 \Rightarrow$$

$$\frac{S_1'}{S_1} = \left(\frac{1.52 - 1.0}{1.52 + 1.0}\right)^2 = 0.0426$$

b)

$$S_1' = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right)^2 S_1 \Rightarrow$$

$$\frac{S_1'}{S_1} = \left(\frac{1.0 - 1.52}{1.0 + 1.52}\right)^2 = 0.0426$$ Não muda nada

42) Quando a luz incide normalmente sobre uma interface entre dois meios ópticos transparentes, a intensidade da luz refletida é fornecida pela expressão:

$$S_1' = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right)^2 S_1$$

Relação de Reflectância entre dois meios

43) Considerando o enunciado do problema 42 (acima):

a) Quando a luz incide normalmente sobre uma interface entre o vácuo e um meio com índice de refração “n”, mostre que a intensidade S2 da luz transmitida é fornecida pela expressão:

Relação de Transmitância (intensidade transmitida) entre dois meios

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{4n}{(n+1)^2}$$

b) A luz se propaga perpendicularmente através de uma placa de diamante, cercada pelo ar, com superfícies paralelas de entrada e saída. Aplique a fração transmitida no item (a) para encontrar a transmissão total aproximada pela placa de diamante como uma porcentagem.

a) Com $n_1 = 1 \quad n_2 = n$

A fração de intensidade refletida é dada por

$$S_1' = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right)^2 S_1 \Rightarrow$$

$$\frac{S_1'}{S_1} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$$

A intensidade restante deve ser transmitida

$$\frac{S_2}{S_1} = 1 - \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2 = 1 - \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2} = \frac{(n+1)^2 - (n-1)^2}{(n+1)^2} =$$

$$\frac{n^2 + 2n + 1 - n^2 + 2n - 1}{(n+1)^2} = \frac{4n}{(n+1)^2}$$

b)

$$\text{Com } n_1 = 1 \quad n_2 = n$$

A intensidade transmitida é:

$$\frac{S_2}{S_1} = 1 - \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2 = \frac{4n}{(n+1)^2} = \frac{4(2.42)}{(2.42+1)^2} = 0.828$$

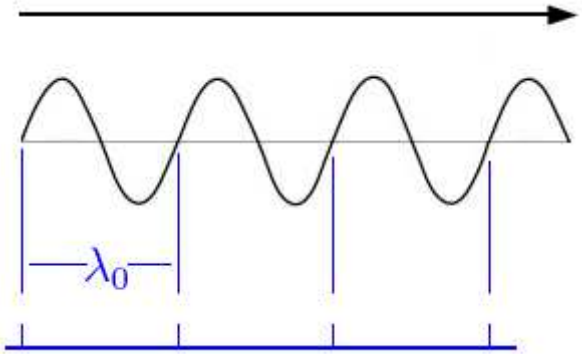
Na saída (diamante - ar) o resultado é o mesmo:

$$\frac{S_3}{S_2} = 0.828$$

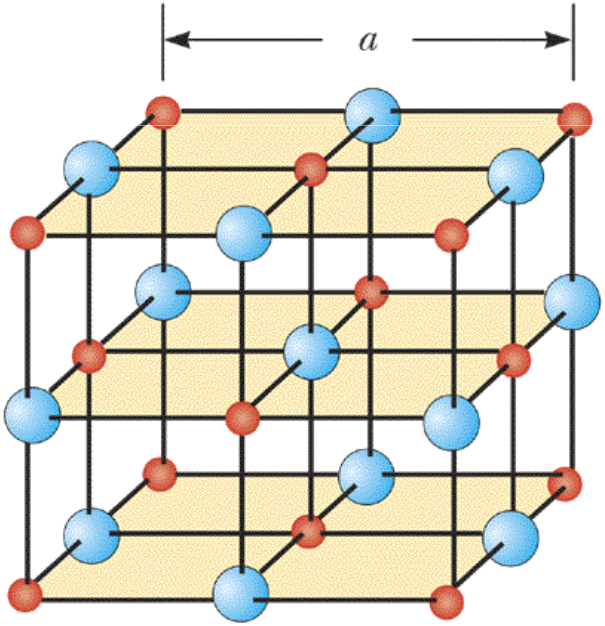
$$\frac{S_3}{S_1} = \left(\frac{S_3}{S_2}\right)\left(\frac{S_2}{S_1}\right) = (0.828)^2 = 0.685 \text{ ou } 68.5\%$$

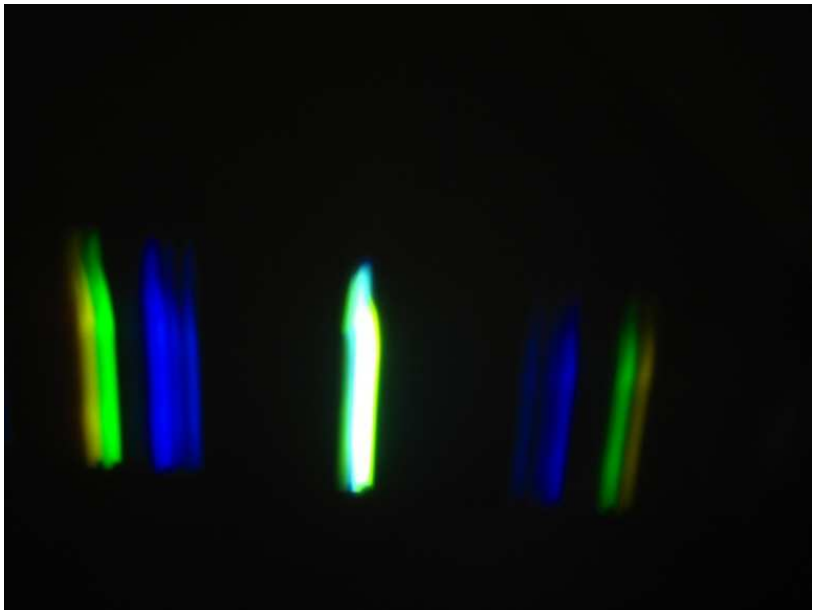
- ❑ LUZ (λ,f) – ondas eletromagnéticas
- ❑ Aberturas (fendas) – (d,a)
- ❑ Anteparo (tela) – (θ,D)

LUZ



Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 27.24





ANTEPARO (TELA) DE PROJEÇÃO

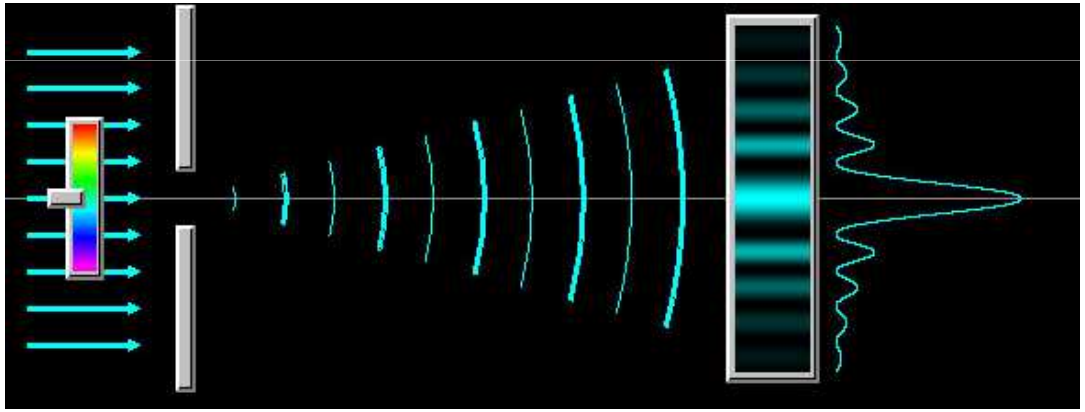
Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

ABERTURAS (FENDAS) **Diferenças entre fenda única e dupla fenda**

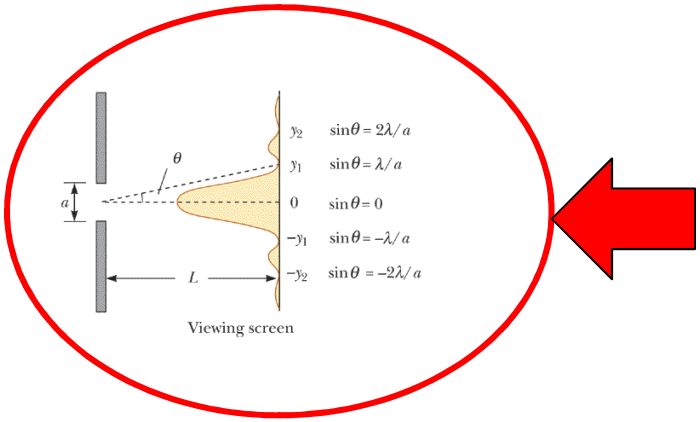
Os ângulos Θ nos quais o **padrão de difração de fenda única** têm **intensidade nula** são dados por:

$$sen\theta_{esc} = n\frac{\lambda}{a} \quad (n = \pm 1, \pm 2, \pm 3...)$$

Esta equação tem a **mesma forma da equação que descreve as regiões brilhantes em um padrão de interferência de dupla fenda**, porém, neste caso (de fenda única) descreve as **regiões escuras**, além disso **n=0 não representa uma franja escura**.



Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 27.16



Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

Padrão de Interferência (difração) de dupla fenda:

$$\Delta = dsen\theta_{brilh} = n\lambda \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2...)$$

$$sen\theta_{brilh} = \frac{n\lambda}{d}$$

No caso da fenda simples:

$$I = I_0 \left(\frac{sen\left(\phi/2\right)}{\phi/2} \right)^2 \quad \text{ou} \quad I = I_0 \left(\frac{sen\alpha}{\alpha} \right)^2 \quad \text{onde}$$

$$\alpha = \frac{\phi}{2} = \frac{kasen\theta}{2}$$

A equação

$$\boxed{I = I_0 \left(\frac{sen\alpha}{\alpha} \right)^2}$$

pode ser escrita na forma :

$$\boxed{I = I_0 \left(\frac{2J_1(\alpha)}{\alpha} \right)^2} \quad \text{onde} \quad \alpha = \frac{\phi}{2} = \frac{kasen\theta}{2}$$

$J_1(\alpha)$ é a chamada função de Bessel de primeira ordem

$$J_1(\alpha = 3.8317) = 0$$

$$\alpha = \frac{\phi}{2} = \frac{kasen\theta}{2} = \frac{2\pi \cdot a \cdot sen\theta}{2 \cdot \lambda} = 3.8317 \Rightarrow asen\theta = 1.22\lambda$$

$$\theta_{\min}^{\text{Res}} = arcsen\left(\frac{1.22 \cdot \lambda}{a} \right)$$

Conclusão:

conseguimos determinar o comprimento de onda (radiação) "λ" (e o tipo de radiação (onda) eletromagnética) passando esta radiação (onda) por uma fenda suficientemente estreita (conhecendo "a", "L" e medindo "y").

$$sen\,\theta \approx tg\,\theta \approx \frac{y}{L} = \pm\frac{\lambda}{a}$$

$$\lambda \approx \frac{a \cdot y}{L}$$

Repare que a aproximação em θ é utilizada quando quero obter "y" ou "y" é um dado do problema

- Uma onda plana produz um efeito no anteparo resultado da difração e interferência.

- Cada fenda produz difração e os feixes difratados interferem entre si para produzir o padrão final.

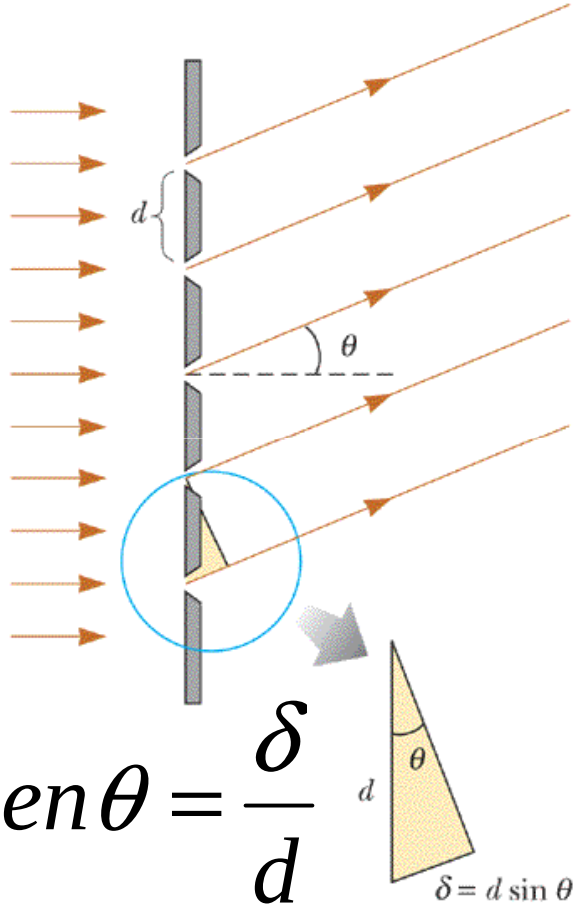
- Cada fenda age como uma fonte de ondas e todas as ondas se iniciam nas fendas em fase. **Princípio de Huygens.**

- Em um ponto no anteparo a um ângulo arbitrário θ, as ondas originadas nas fendas percorrem diferentes distâncias.

- **A diferença de percurso entre as ondas originadas em quaisquer duas fendas adjacentes é igual a:**

$$\delta = d \cdot sen\theta$$

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 27.20



$$sen\theta = \frac{\delta}{d}$$

Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

Uma rede de difração consiste em **<u>um grande número de fendas idênticas igualmente espaçadas.</u>**

Se
diferença de percurso for igual a um múltiplo inteiro de um comprimento de onda,
as **ondas de todas as fendas estarão em fase no anteparo (interferência construtiva).**

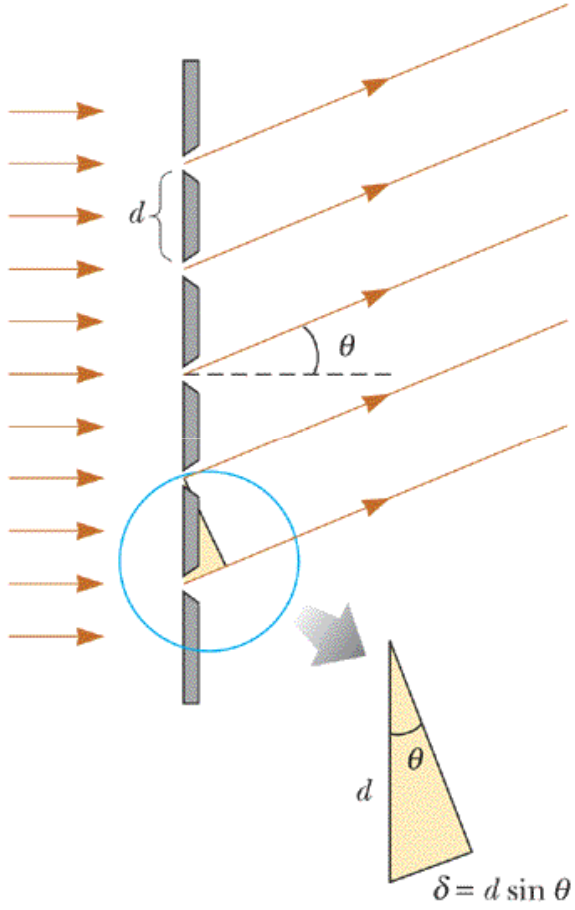
Portanto, quando a **<u>luz incide normalmente</u>** no plano da rede, a condição para que ocorram **máximos de intensidade no padrão de interferência** no ângulo θ é:

$$d sen\theta_{brilh} = n\lambda \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2 ...)$$

$d \equiv$ espaçamento entre fendas adjacentes

$n \equiv$ ordem do máximo de difração

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 27.20



Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

Considere, que a distância "L" até o anteparo é muito maior do que "d".

Em princípio **qualquer onda eletromagnética pode ser determinada** se estiver disponível

uma rede com espaçamentos da ordem do comprimento de onda (λ).

$$\lambda = \frac{d \cdot sen\,\theta_{brilh}}{n} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots)$$

$d \equiv$ espaçamento entre fendas adjacentes

$n \equiv$ ordem do máximo de difração

Qualquer espaçamento constante entre "aberturas" (fendas) pode ser determinado, através de uma onda eletromagnética com comprimento de onda "λ" conhecido.

$$d = \frac{n\lambda}{sen\,\theta_{brilh}} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots)$$

$d \equiv$ espaçamento entre fendas adjacentes

$n \equiv$ ordem do máximo de difração

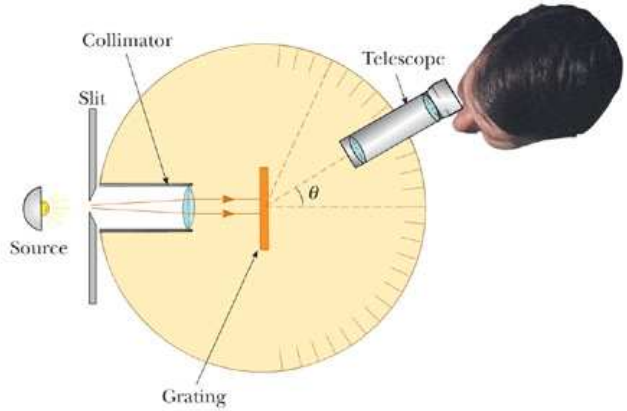
Uma **rede de difração** consiste em um **grande número de fendas idênticas igualmente espaçadas** (por exemplo um policristal).

Redes consistem em várias **linhas**, muito próximas entre si, que têm **espaçamentos entre linhas muito pequenos**.

Uma rede com 5000 linhas/cm tem um espaçamento entre as fendas de:

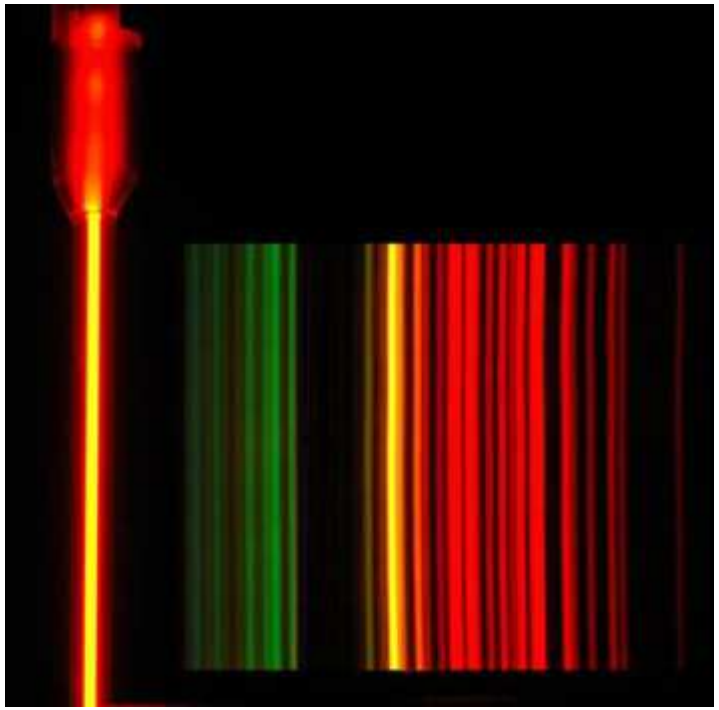
$$d = \left(\frac{1}{5000}\right) cm = 2\times10^{-4} cm = 2\times10^{-6} m = 2000 nm$$

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 27.22



Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

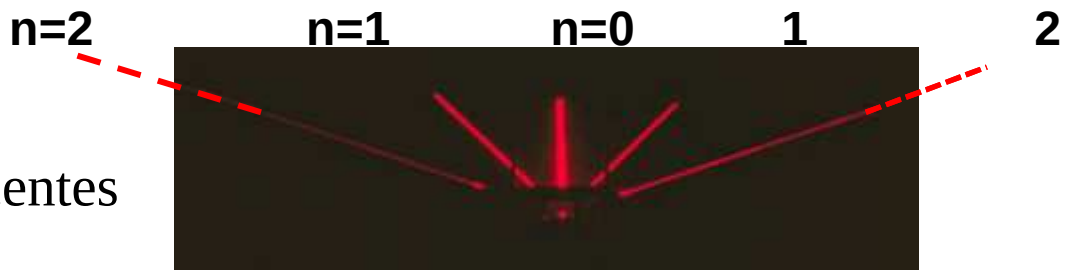
Linhas de emissão do Neônio



$$d sen\theta_{brilh} = n\lambda \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2 ...)$$

$d \equiv$ espaçamento entre fendas adjacentes

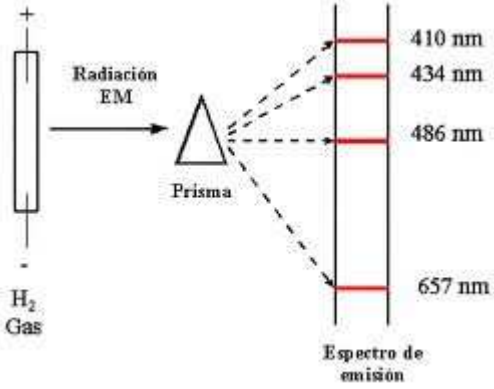
$n \equiv$ ordem do máximo de difração

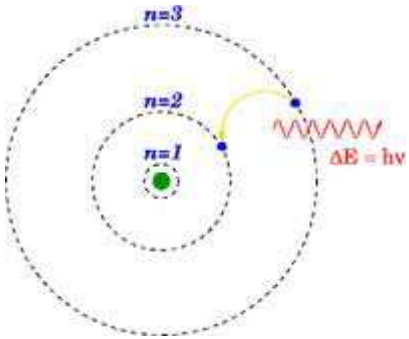


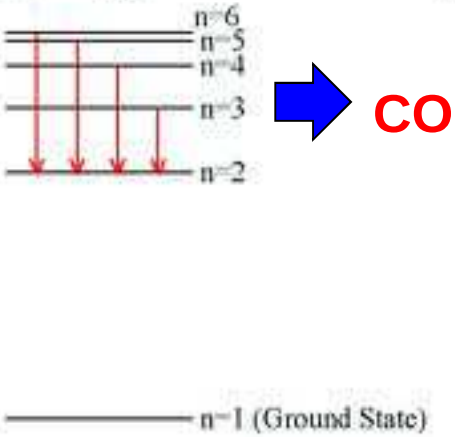
Laser de He-Ne

mesmo λ - "cor" – diferentes ordens de interferência

Espectroscopía de emissão:







CORES DIFERENTES

Resultado de diferentes transições eletrônicas

Espectros de emissão se observam quando um átomo (ou íon) emite fótons quando passam de um nível de energia **"E_i"** para um nível de energia **"E_f"**

$$E_f < E_i \quad \text{(desexcitação)}$$

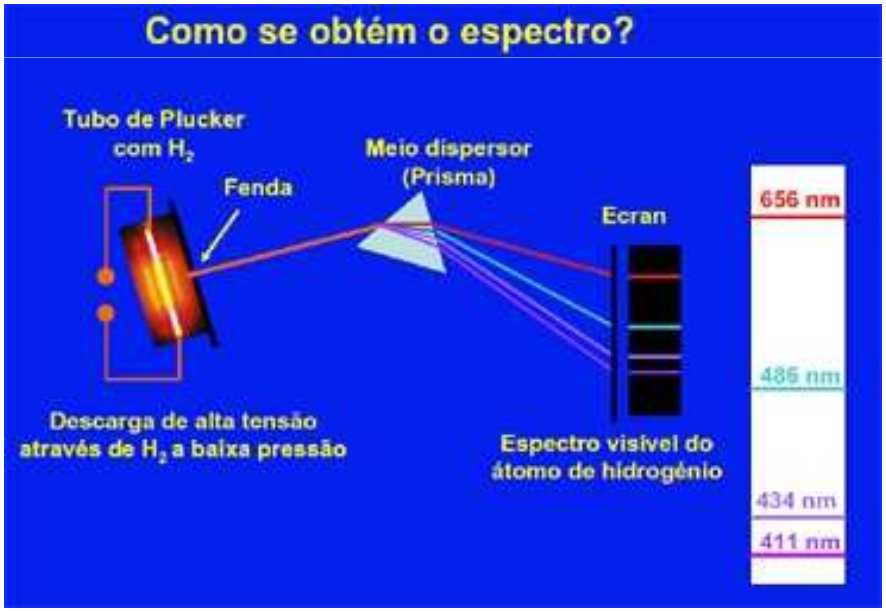
$$E_i < E_f \quad \text{(absorção - excitação)}$$

O comprimento de onda deste fóton vale:

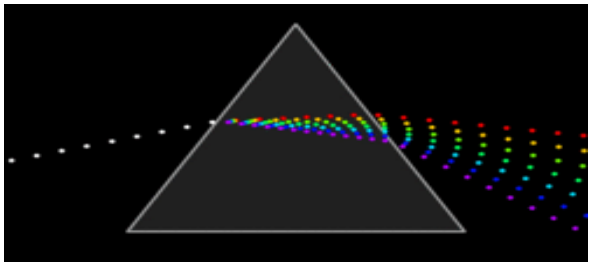
$$\lambda = \frac{hc}{E_i - E_f}$$

$$h = 6.626 \times 10^{-34}\, J \cdot s$$

Como as energias permitidas são discretas, o espectro consiste de **comprimentos de onda discretos**.



UMA COR



Entre os métodos de análise de espectros está a **difração.** Entre as possíveis ondas eletromagnéticas que podem ser difratadas estão os **Raios-X**

Falando de PRISMAS…

A partir da expressão: $\lambda_1 n_1 = \lambda_2 n_2$ **quando a luz passa do ar a um meio**

o índice de refração de qualquer meio pode ser expresso como a razão

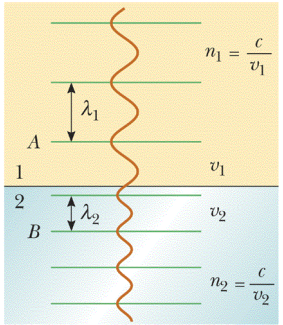
$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_2;\ (n_1 = 1.0) \Rightarrow \frac{n_2}{1.0} = n_2 (n_2 > 1) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

$\lambda_1 \equiv$ é o comprimento de onda da luz no vácuo $(n_1 = 1.0)$ e

$\lambda_2 \equiv$ é o comprimento de onda no meio cujo índice de refração é "n_2"

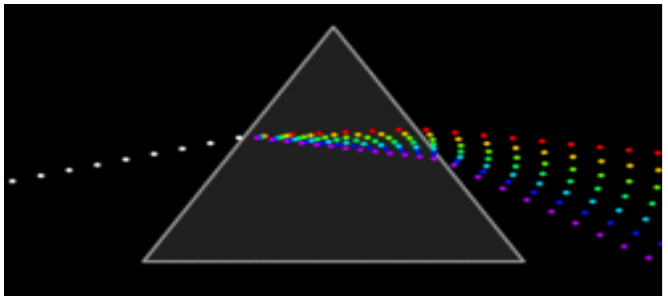
RESUMINDO: O índice de refração é uma função do comprimento de onda

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 25.11



Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$$



A dependência do índice de refração "n" com "λ" que resulta da dependência da velocidade da onda "v" com "λ", é chamada **dispersão**

Conclusões:

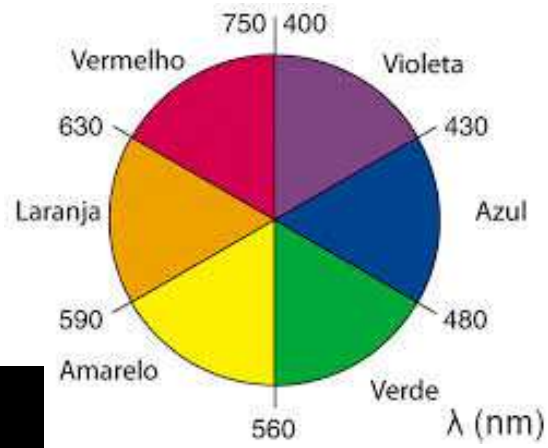
$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

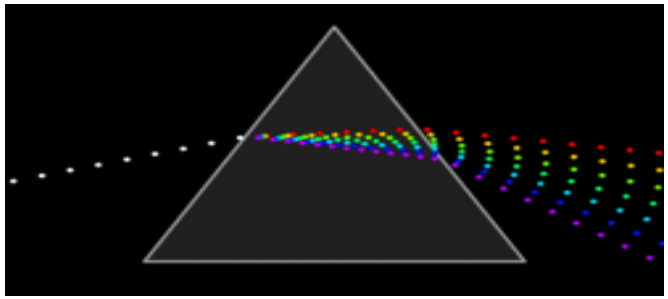
Em relação ao vácuo
a velocidade sempre diminui no meio,
portanto o comprimento de onda no meio diminui

$$v = \frac{c}{n}$$

ou

$$\downarrow n_2 = \frac{n_1 \lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \uparrow \text{(para } n_1 = 1.0\text{)}$$





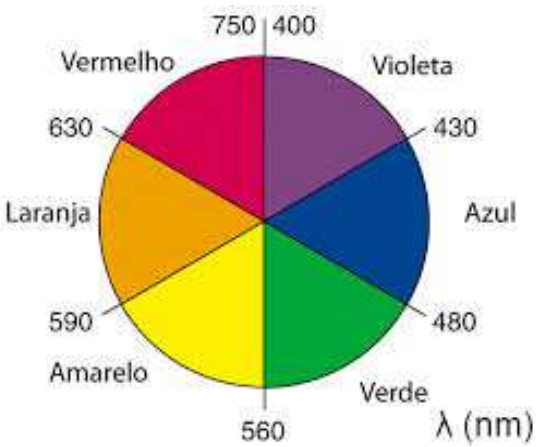
quanto maior for λ_2 menor será o índice de refração n_2

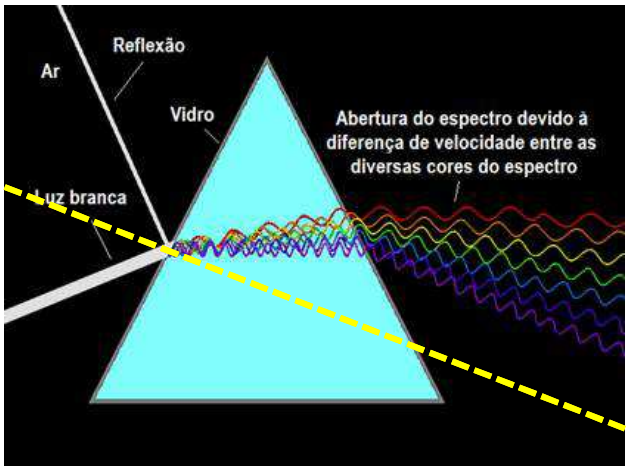
quanto maior o λ (menor f) menos refratado sai o raio

quanto menor o λ (maior f) mais refratado sai o raio

Cores diferentes são refratadas a **ângulos diferentes** porque **o índice de refração depende do comprimento de onda**.

$$\uparrow n_2 = \frac{n_1 \lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 \downarrow} (\text{para } n_1 = 1.0)$$





A luz violeta é a que mais se desvia e a luz vermelha é a que menos se desvia

Meios materiais têm **índices de refração maiores para as freqüências maiores**

Conseqüentemente numa refração da luz passando do vácuo para um meio material **as radiações de maior freqüência se aproximam mais da normal (desviam mais)**.

$$n \equiv \frac{\text{velocidade da luz no vácuo}}{\text{velocidade média da luz no meio}} = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{c}{n}$$

$$v = f \cdot \lambda$$

$$v_1 = f \cdot \lambda_1$$

$$v_2 = f \cdot \lambda_2$$

dividindo temos :

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} \qquad \text{onde} \qquad v_1 = \frac{c}{n_1} \quad \text{e} \quad \mathrm{v}_2 = \frac{c}{n_2}$$

dividindo temos :

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{e} \quad \text{portanto :}$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Em princípio **qualquer onda eletromagnética pode ser determinada** se estiver disponível
uma rede com espaçamentos da ordem do comprimento de onda (λ).

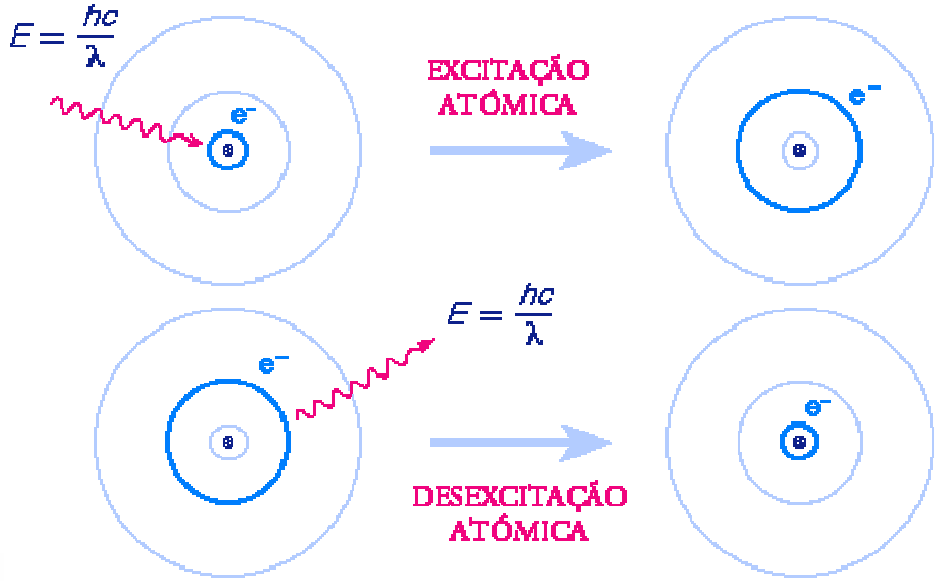
Os raios-X descobertos em 1895 por Wilhelm Roentgen são ondas eletromagnéticas com comprimentos de onda da ordem 0.1 nm – 10nm.

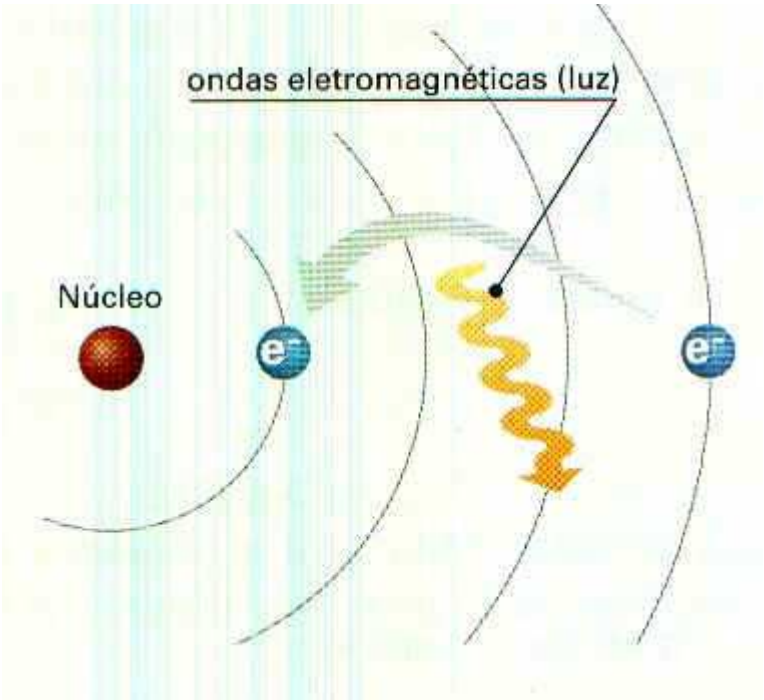
Em 1913, Max von Laue sugeriu que a organização regular dos átomos em um cristal, cujo espaçamento conhecido é da ordem de 0.1 nm (ou 1Å), poderia atuar como uma rede de difração 3D de raios-X.

A difração de raios-X é hoje em dia uma técnica muito utilizada na caracterização de materiais e estruturas cristalinas componentes destes materiais.

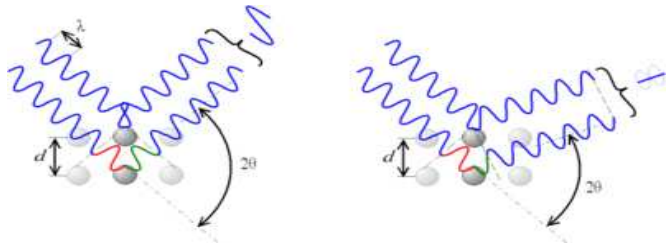
Qual a origem do raio-X?

Raios-X





Raios-X característicos
(transições eletrônicas)
excitação - desexcitação



Raios Gama são resultado de
(transições nucleares)
excitação - desexcitação

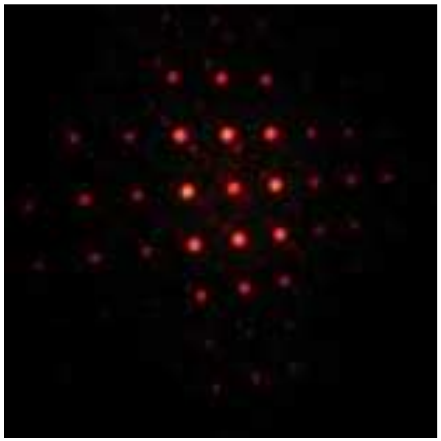
- Um feixe colimado de **raios-X** com uma faixa contínua de **comprimentos de onda incide sobre um cristal**.

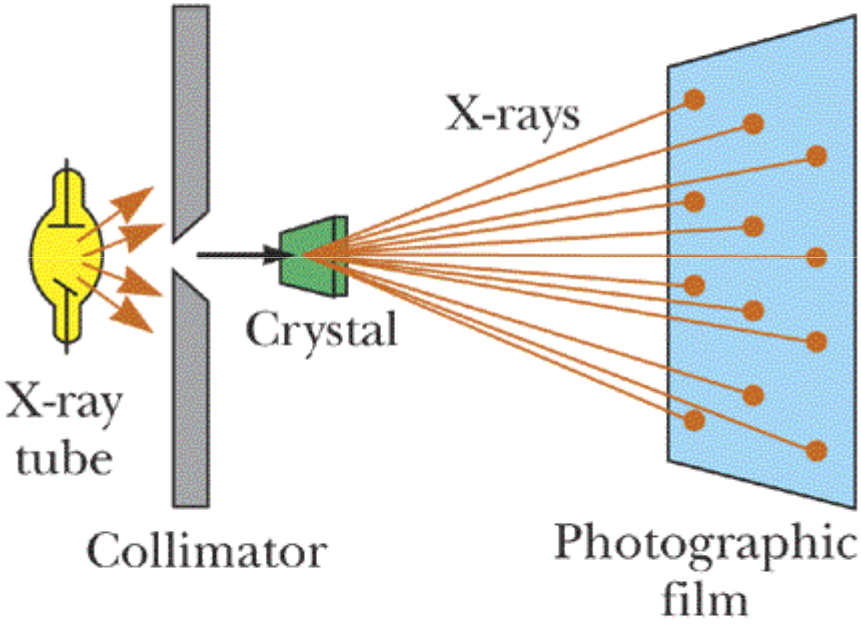
- Os feixes **difratados** são muito intensos em certas direções, correspondendo às **interferências construtivas de ondas refletidas pelas camadas de átomos em um cristal.**

- Os **feixes difratados** podem ser **detectados por um filme fotográfico** e formam um conjunto de pontos conhecido como **figura de Laue.**

- A estrutura cristalina é deduzida pela **análise das posições e intensidades dos vários pontos no padrão.**

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 27.23





Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

- **Os íons em um cristal se encontram em vários planos.**

- Suponha que um **feixe incidente de raios-X** faça um **ângulo θ com um dos planos.**

- **O feixe pode ser refletido tanto pelo plano superior como pelo plano inferior.**

O feixe refletido pela superfície inferior **se propaga por uma distância maior do que o feixe refletido pela superfície superior.**

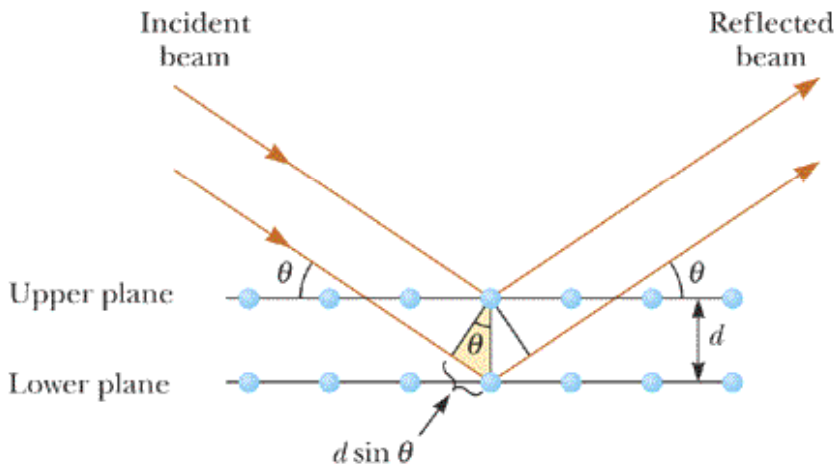
A diferença de percurso entre os dois feixes é:

$$2dsen\theta$$

Onde "d" é a distância entre os planos.

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 27.25

Estudo similar ao de filmes finos



$$sen\theta = \frac{\delta}{d} \Rightarrow 2 \times dsen\theta = 2\delta$$

Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

Os **dois feixes interferem construtivamente** quando essa **diferença de percurso se igualar a um número inteiro de comprimentos de onda λ.**

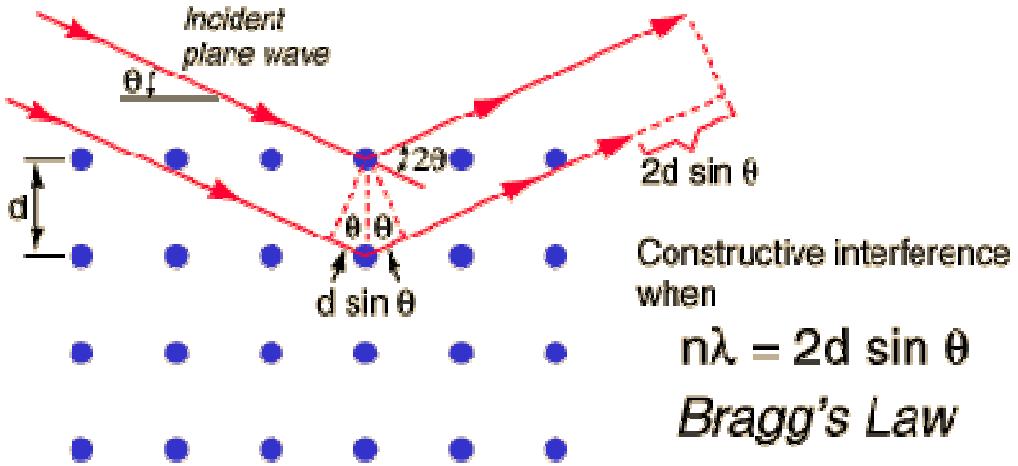
Ocorre o mesmo para a reflexão de toda a família de planos paralelos a esses planos.

Consequentemente a **condição para interferência construtiva** é:

$$2d sen\theta = n\lambda \quad (n = 1,2,3...)$$

Essa condição é conhecida como Lei de Bragg.

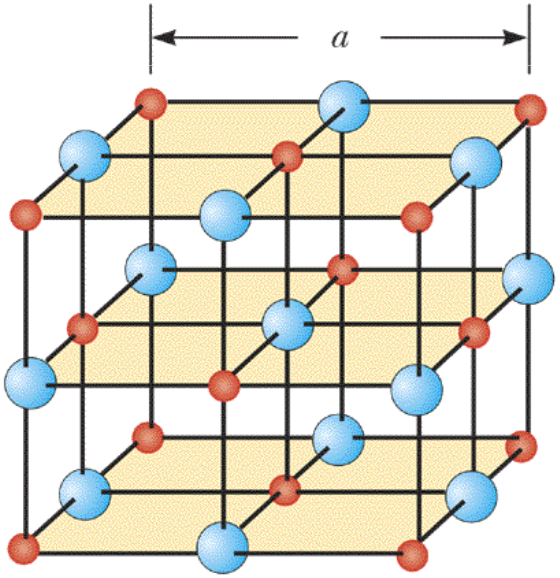
Se conhecemos o comprimento da onda incidente e o ângulo de difração, a equação pode ser utilizada para determinar **o espaçamento entre os planos atômicos.**



36) O iodeto de potássio (KI) tem a mesma estrutura cristalina do NaCl, com planos atômicos separados por 0.353 nm. Um feixe de raio-X monocromático mostra um máximo de difração de primeira ordem quando o ângulo rasante é 7.60º. Calcule o comprimento de onda do raio-X.

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 27.24

Cada célula unitária (que é a forma geométrica que se repete por todo o cristal) contém 4 íons Na+ e 4 íons Cl-.



Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

36) O iodeto de potássio (KI) tem a mesma estrutura cristalina do NaCl, com planos atômicos separados por 0.353 nm. Um feixe de raio-X monocromático mostra um máximo de difração de primeira ordem quando o ângulo rasante é 7.60º. Calcule o comprimento de onda do raio-X.

$$2dsen\theta = n\lambda$$

$$\lambda = \frac{2dsen\theta}{n} = \frac{2\times\left(0.353\times10^{-9}m\right)sen\left(7.60^{o}\right)}{1} = 9.34\times10^{-11}m =$$

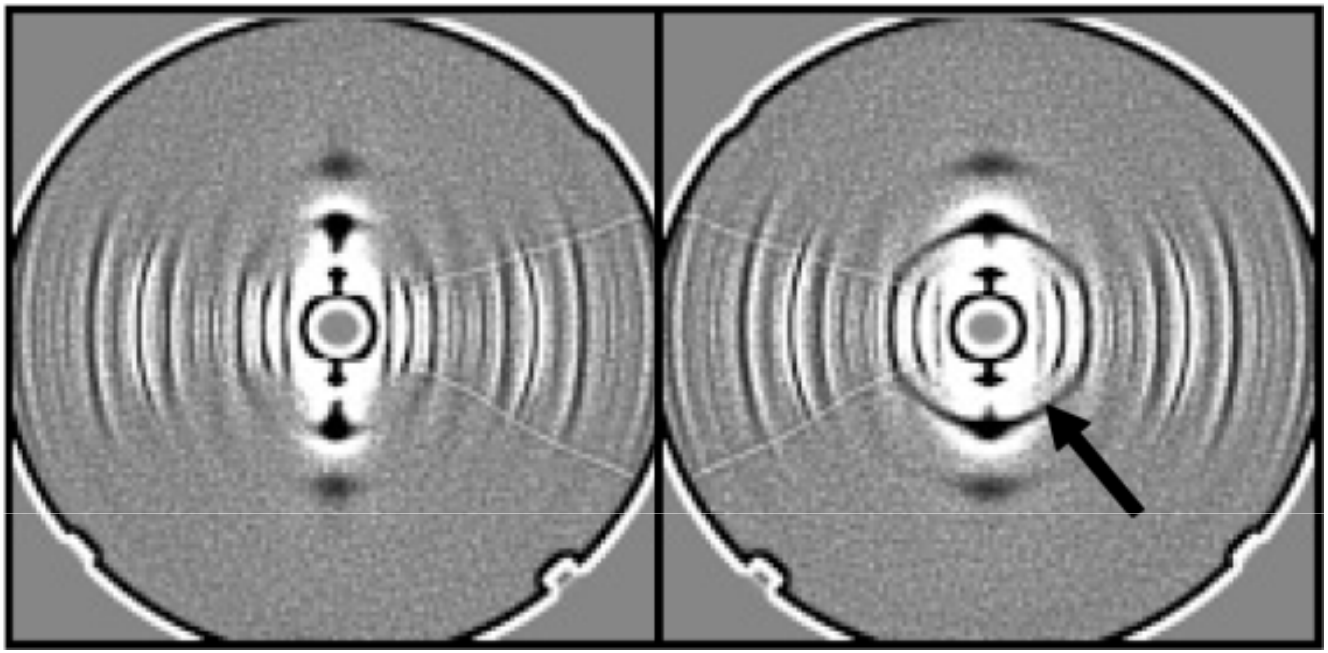
$$\lambda = 0.0934nm$$

Raios X de **comprimento de onda determinados** são produzidos por tubos de raios-X e, **por difração, são usados em análises de cristais**.

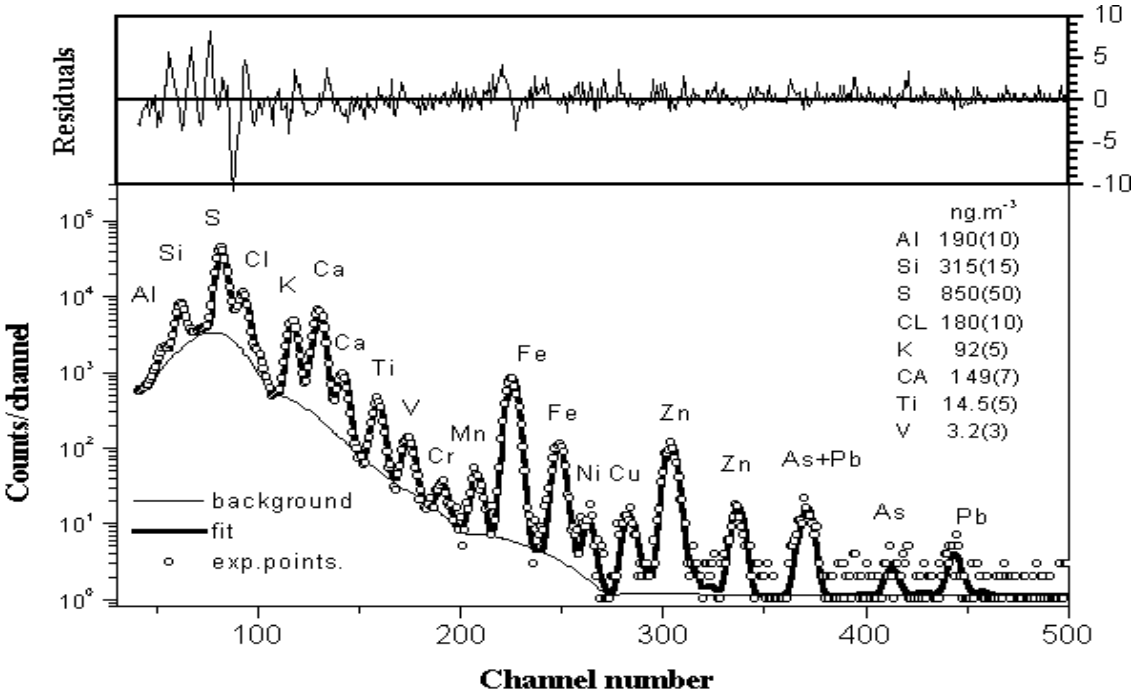
Quando este feixe definido difrata em um cristal desconhecido, a medida do(s) ângulo(s) de difração do(s) raio(s) emergente(s) determinam a distância dos átomos no cristal e assim sua estrutura cristalina.

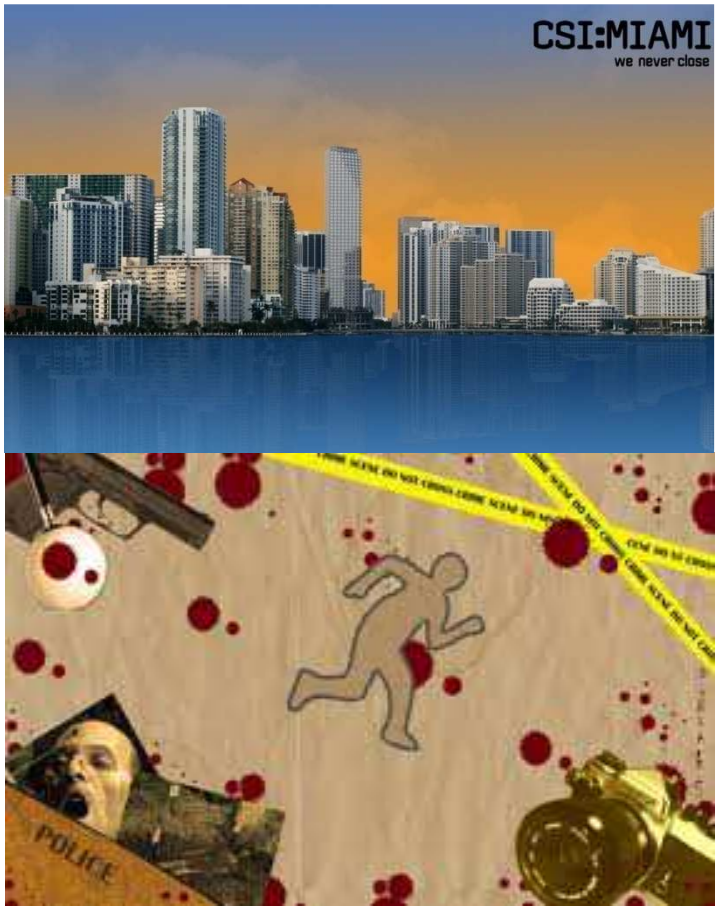
Em Biologia este método de análise é usado para análise de proteínas.

Os ângulos dos feixes resultantes da difração são lidos pelo equipamento e processados por computador, que calcula e mostra as prováveis configurações dos átomos no cristal.



Padrões de difração de raio X de uma mulher saudável (esquerda) e de uma mulher com câncer de mama (direita). A seta indica a alteração no fio de cabelo da paciente com câncer de mama, referida como um ‘anel’ (86% reprodutível).





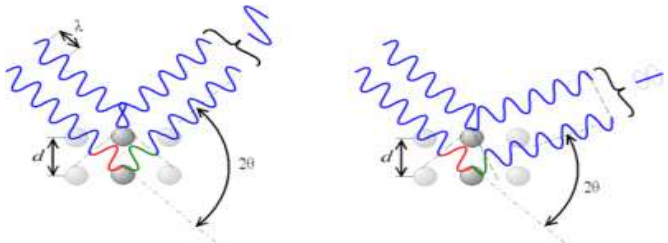
PIXE: Proton Induced X-Ray Emission.

-Composição

-Concentração (sensibilidade de 1/1.000.000).

-Meio Ambiente (controle de água, ar e sedimentos).

Controle da poluição:
Água, ar, terra

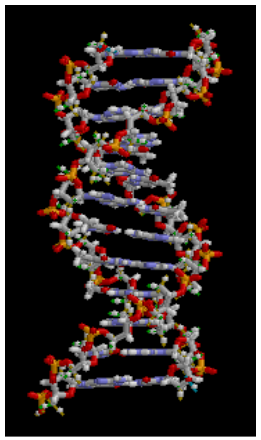


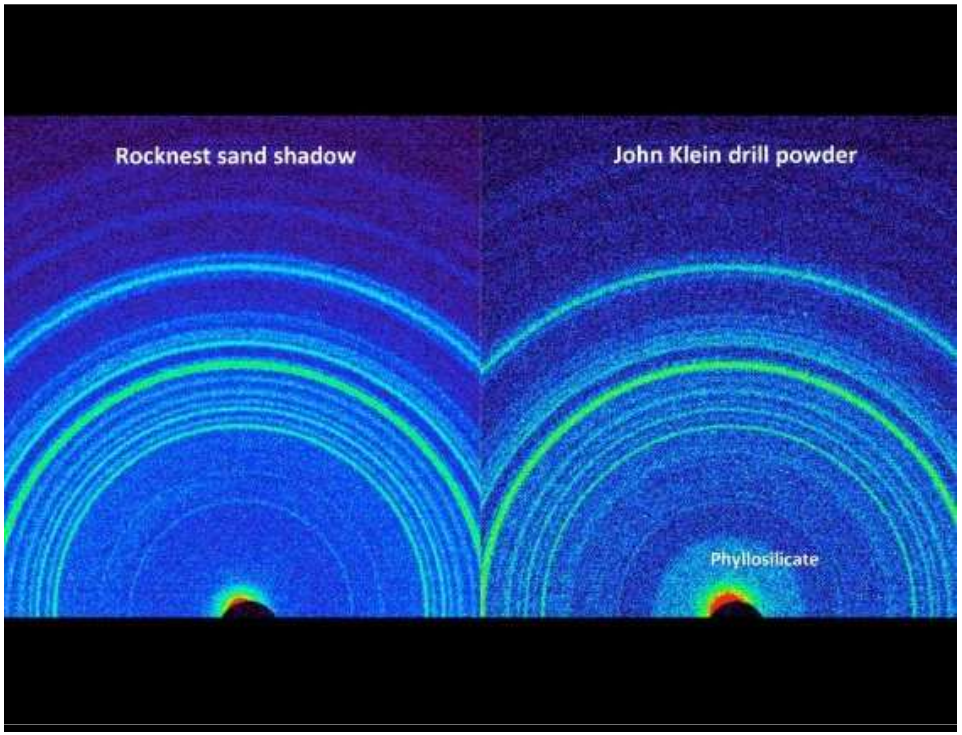
Aplicações dos Raios-X característicos em estudos do Meio Ambiente

Em 1953, James Watson médico americano e o físico britânico Francis Crick propuseram como deveria ser a estrutura do DNA através do estudo comparativo de diferentes DNAs usando a difração de raios X.

Watson e Crick depois de analisar a **difração de raios X** de diferentes DNAs, elaboraram empiricamente como deveria ser a **estrutura do DNA.**

Descobriram que o **DNA é uma estrutura em espiral dupla (conhecida como dupla hélice)** o que fez com que ganhassem o **prêmio Nobel de medicina em 1962.**





Esta comparação lado-a-lado mostra os padrões de difração de raios-X de duas amostras diferentes coletadas a partir da superfície marciana pelo Curiosity. À esquerda, padrões obtidos a partir de poeira transportada pelo vento e areia do local chamado "Rocknest" (e analisado pela Nasa em dezembro de 2012); à direita, dados da amostra da rocha perfurada "John Klein" (e dados divulgados em março de 2013). A presença de minerais de argila abundantes em John Klein e a falta de sal sugerem um ambiente de água doce. A presença maior de sulfatos de cálcio em vez de sulfatos de magnésio ou ferro sugere um ambiente de pH neutro a levemente alcalino. A mineralogia de Rocknest sugere um ambiente seco, com ventos e baixa atividade de água. Já em John Klein, os dados indicam um ambiente com grande atividade de água.Leia mais em: http://zip.net/bxkK0L