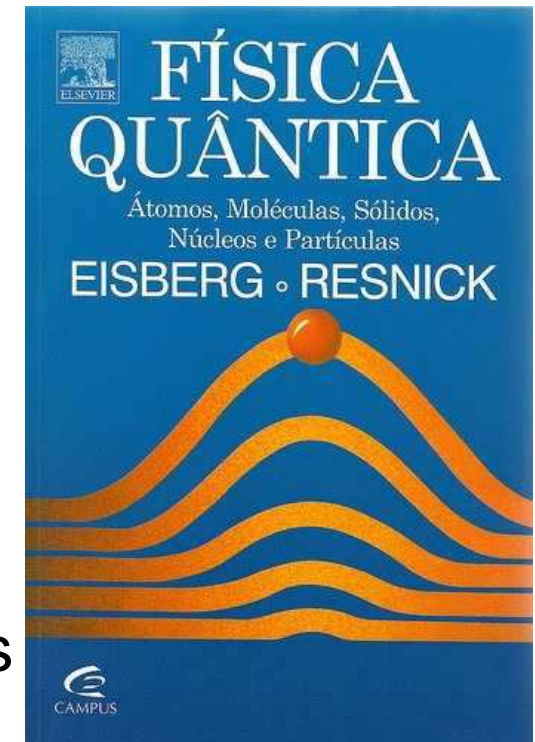


CAPÍTULO 29: Física Atômica

- A Equação de Schrödinger**
- Modelos Estruturais Primitivos do átomo
- O Átomo de Hidrogênio (H)**
- O Números Quânticos**
- As funções de onda para o Hidrogênio
- Interpretação Física dos Números Quânticos
- O Número Quântico Orbital
- O Spin do Elétron
- O Princípio da Exclusão e a Tabela Periódica
- Espectros Atômicos no Visível e de Raios-X



Lista de exercícios sugerida – Capítulo 29:

29.2, 4, 7, 9, 10, 17, 18, 15, 27, 29, 37, 25, 39, 44, 49, 51, 53, 55, 56

Exercício: **Calcule a energia de ligação do átomo de hidrogênio** (a energia que liga o elétron ao núcleo) a partir da equação

$$E = K + V = -\frac{mZ^2e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 2\hbar^2} \frac{1}{n^2} \quad (n = 1, 2, 3 \dots)$$

A energia de ligação é numericamente a energia do menor estado (n=1). Para o átomo de Hidrogênio (H), **Z=1**.

$$E = K + V = -\frac{mZ^2e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 2\hbar^2} \frac{1}{n^2} \quad (n = 1, 2, 3 \dots)$$

$$\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 = (9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2)^2$$

$$m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ Kg}$$

$$e = (1.6 \times 10^{-19} \text{ C}) \quad \text{constantes}$$

$$\hbar = 1.05 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

a ENERGIA depende do
número quântico
principal "n"

$$E = K + V = -\frac{mZ^2e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 2\hbar^2 n^2} \quad (n = 1, 2, 3 \dots)$$

$$\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 = (9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2)^2$$

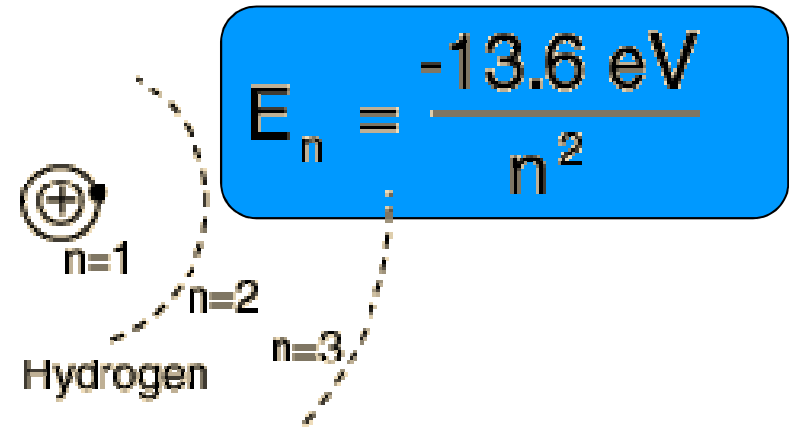
$$m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ Kg}$$

$$e = (1.6 \times 10^{-19} \text{ C})$$

$$\hbar = 1.05 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

$$E = -\frac{\left((9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2)^2\right) \times 9.11 \times 10^{-31} \text{ Kg} \times (1.6 \times 10^{-19} \text{ C})^4}{2(1.05 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})^2}$$

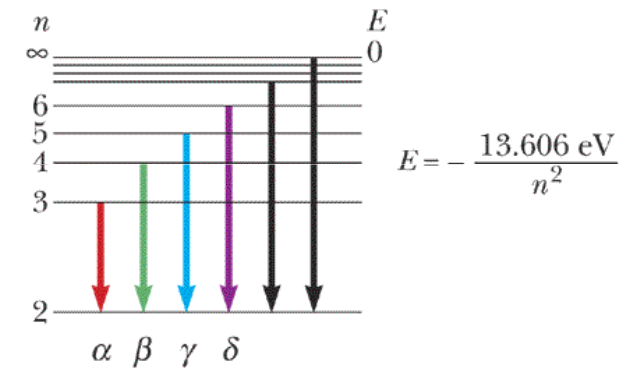
$$E = -2.17 \times 10^{-18} \text{ J} \quad \text{ou} \quad E(n=1) = -13.6 \text{ eV}$$



Exercício: A **série de Balmer** para o **átomo de hidrogênio** corresponde às **transições eletrônicas** que terminam no estado com **número quântico** $n=2$.

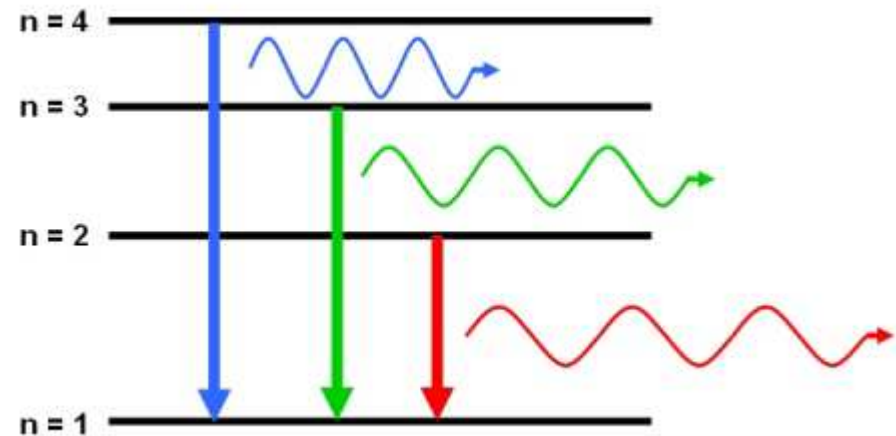
- (a) Considere o fóton com maior comprimento de onda; determine sua energia e seu comprimento de onda λ .
- (b) Considere a raia espectral de menor comprimento de onda, estime a energia e o comprimento de onda do fóton.

$$E = -\frac{13.6\text{eV}}{n^2}$$



$$f = \frac{\Delta E}{h} \quad \text{e} \quad \lambda = \frac{c}{f} = \frac{hc}{\Delta E}$$

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda}$$



Exercício: A série de Balmer para o átomo de hidrogênio corresponde às transições eletrônicas que terminam no estado com **número quântico** $n=2$.

- (a) Considere o fóton com maior comprimento de onda; determine sua energia e seu comprimento de onda λ .

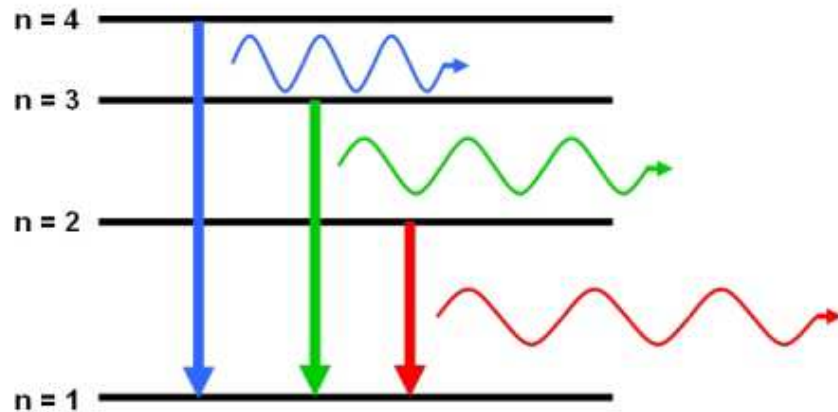
Para o maior comprimento de onda, menor frequência e menor energia, o átomo decai desde o estado mais próximo, isto é. dois estados consecutivos (neste caso de $n=3$ para $n=2$), de modo que:

$$\Delta E = -\frac{13.6eV}{3^2} - \left(-\frac{13.6eV}{2^2}\right) = 1.89eV$$

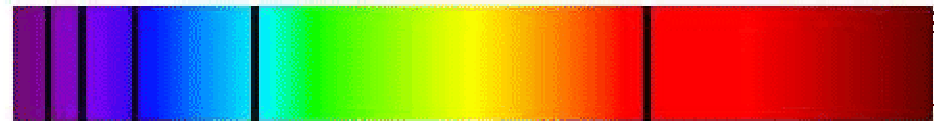
A **frequência do fóton emitido** é dada por:

$$f = \frac{\Delta E}{h} \quad \text{e} \quad \lambda = \frac{c}{f} = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{(6.63 \times 10^{-34} J \cdot s) \times (3 \times 10^8 m/s)}{(1.89eV)} \left(\frac{eV}{1.6 \times 10^{-19} J} \right)$$

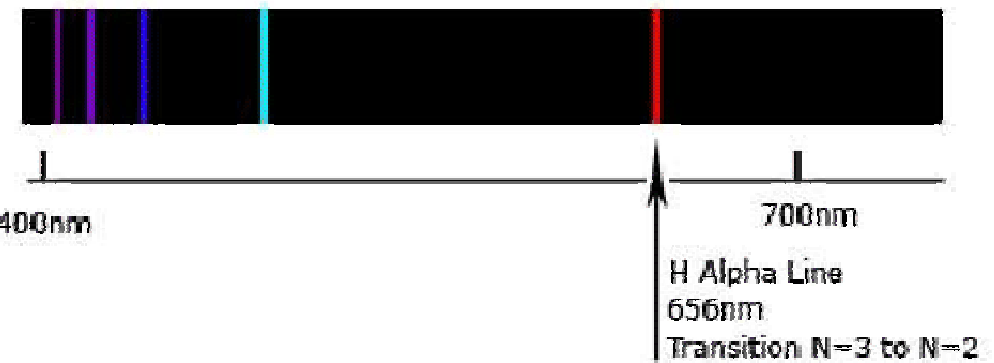
$$\lambda = 656nm$$



Hydrogen Absorption Spectrum



Hydrogen Emission Spectrum



$$f = \frac{\Delta E}{h} \quad e \quad \lambda = \frac{c}{f} = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}) \times (3 \times 10^8 \text{ m/s})}{(1.89 \text{ eV})} \left(\frac{\text{eV}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ J}} \right)$$

$$\lambda = 656 \text{ nm}$$

Exercício: A série de Balmer para o átomo de hidrogênio corresponde às transições eletrônicas que terminam no estado com número quântico $n=2$.

(b) Considere a raia espectral de menor comprimento de onda, estime a energia e o comprimento de onda do fóton.

Analogamente a maior energia se dá para um átomo que decai desde uma configuração próxima à condição de ionização, isto é, desde $n \sim \infty$

$$n = \infty \rightarrow n = 2$$

$$\Delta E = -\frac{13.6eV}{\infty} - \left(-\frac{13.6eV}{2^2}\right) \sim 3.4eV$$

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})(3.0 \times 10^8 \text{ m/s})}{(3.4eV)(1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV})} = 365 \text{ nm}$$

O procedimento formal para resolver o problema do átomo de hidrogênio é **substituir U(r)**

$$U(r) = -k_e \frac{Ze^2}{r} \quad \text{ou} \quad U(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(Z=1)e^2}{r}$$

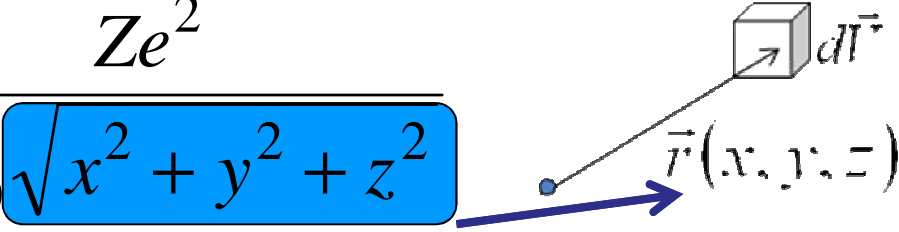
na equação de Schrödinger e encontrar soluções apropriadas para a equação.

Fizemos isso para a partícula em uma caixa (28.12). Contudo o problema atual é mais complicado, pois é tridimensional e também porque “U” não é constante. **U depende da coordenada radial “r”** em vez de depender de coordenadas cartesianas (x, y ou z) o que requer a utilização de coordenadas esféricas.

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(\vec{r})}{\partial r^2} - \left(\frac{k_e e^2}{2r} \right) \Psi(\vec{r}) = E \Psi(\vec{r})$$

Desenvolvimento da equação de Schrödinger:

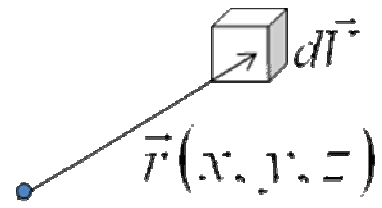
Consideremos um **elétron de massa m** que se move sob a ação do **potencial Coulombiano (elétrico)**:

$$V = V(x, y, z) = - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

onde **x , y e z são coordenadas retangulares** do elétron de carga $(-e)$ em relação ao núcleo fixo na origem.

A raiz quadrada do denominador é simplesmente a **distância “ r ” que separa o elétron do núcleo**.

A carga nuclear é $(+Ze)$ ($Z=1$ para o átomo de Hidrogênio (H)), $Z=2$ para o átomo de Hélio (He), etc

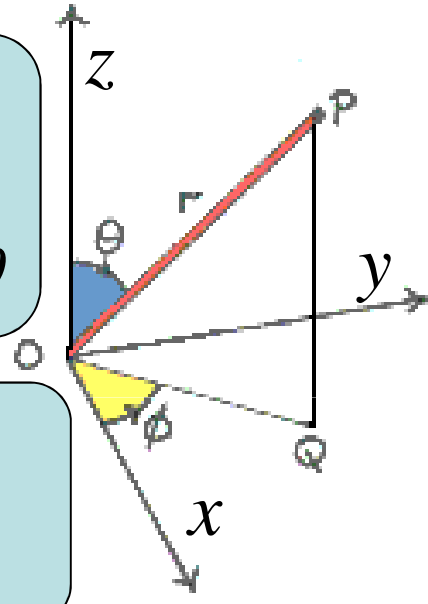


$$\text{sen } \theta = \frac{OQ}{r}$$

$$OQ = r \text{sen } \theta$$

$$\text{cos } \theta = \frac{z}{r}$$

$$z = r \text{cos } \theta$$



$$\text{sen } \varphi = \frac{y}{OQ}$$

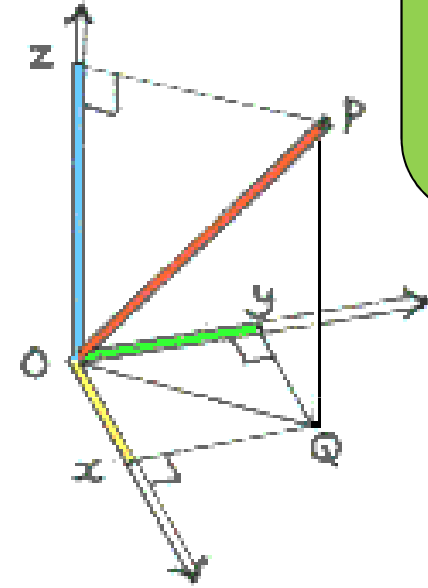
$$OQ = r \text{sen } \theta$$

$$y = r \text{sen } \theta \text{sen } \varphi$$

$$\text{cos } \varphi = \frac{x}{OQ}$$

$$OQ = r \text{sen } \theta$$

$$x = r \text{sen } \theta \text{cos } \varphi$$



$OQ = r \text{sen } \theta$ so $x = r \text{sen } \theta \text{cos } \varphi$, $y = r \text{sen } \theta \text{sen } \varphi$ and $z = r \text{cos } \theta$

**Coordenadas
Retangulares**

$$x(r, \theta, \varphi) = r \text{sen } \theta \text{cos } \varphi$$

$$y(r, \theta, \varphi) = r \text{sen } \theta \text{sen } \varphi$$

$$z(r, \theta) = r \text{cos } \theta$$

**Coordenadas
Esféricas**

O primeiro passo consiste em escrever a equação de Schrödinger para esse sistema tridimensional.

A expressão clássica para a energia total E do sistema é:

$$E = K + V = \frac{1}{2}mv^2 + V = \frac{p^2}{2m} + V \Rightarrow \frac{1}{2m} (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) + V(x, y, z) = E$$

p_x, p_y, p_z são as componentes do momento linear do elétron. Assim o primeiro termo à esquerda é a energia cinética e o segundo termo à direita é a energia potencial

Substituindo as grandezas dinâmicas p_x, p_y, p_z e E

pelos operadores diferenciais associados, usando uma extensão tridimensional, resulta a equação:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + V(x, y, z) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$$

ENTENDERAM?

EXERCÍCIO: Mostre que a primeira derivada da função de onda em “x”

$$\Psi(x, t) = \cos(kx - \omega t) + i \sin(kx - \omega t)$$

é igual a

$$\frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial x} = ik\Psi(x, t)$$

o que permite escrever o momento como :

$$p[\Psi(x, t)] = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} [\Psi(x, t)]$$

ou na forma do operador :

$$p = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \quad \text{sendo } k = \frac{p}{\hbar}$$

$$\Psi(x, t) = \cos(kx - \omega t) + i \operatorname{sen}(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial x} = -k \operatorname{sen}(kx - \omega t) + ik \cos(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial x} = ik [\cos(kx - \omega t) + i \operatorname{sen}(kx - \omega t)]$$

$$\text{como } k = p/\hbar \Rightarrow \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial x} = i \frac{p}{\hbar} \Psi(x, t)$$

que também pode ser escrito como :

$$p[\Psi(x, t)] = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} [\Psi(x, t)] \Rightarrow p^2 = (-1)\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

Isto indica que há uma **associação entre a grandeza dinâmica “p” e o operador diferencial:**

$$-i\hbar\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)$$

Ou seja, o efeito de multiplicar a função $\Psi(x, t)$ por “p” é o mesmo efeito que temos fazendo agir sobre ela o operador diferencial

$$-i\hbar\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)$$

Que é o mesmo que tomar $-i\hbar$ vezes a derivada parcial da função em relação a “x”.

Pode-se encontrar uma **associação análoga** entre a **grandeza dinâmica “E”** e o operador diferencial

$$i\hbar\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)$$

Derivando-se a função da partícula livre abaixo com relação a “t”

$$\Psi(x, t) = \cos(kx - \omega t) + i \operatorname{sen}(kx - \omega t)$$

EXERCÍCIO: Mostre que a primeira derivada da função de onda em “t”

$$\Psi(x, t) = \cos(kx - \omega t) + i \operatorname{sen}(kx - \omega t)$$

é igual a

$$-i\omega[\cos(kx - \omega t) + i \operatorname{sen}(kx - \omega t)]$$

e

que também pode ser escrita como :

$$E[\Psi(x, t)] = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} [\Psi(x, t)]$$

ou na forma do operador

$$E = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad \text{sendo } \omega = 2\pi f$$

$$\Psi(x, t) = \cos(kx - \omega t) + i \operatorname{sen}(kx - \omega t)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial x} &= +\omega \operatorname{sen}(kx - \omega t) - i \omega \cos(kx - \omega t) = \\ &= -i \omega [\cos(kx - \omega t) + i \operatorname{sen}(kx - \omega t)] \end{aligned}$$

$$\text{como } \omega = E/\hbar \Rightarrow \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = -i \frac{E}{\hbar} \Psi(x, t)$$

que também pode ser escrito como :

$$E[\Psi(x, t)] = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} [\Psi(x, t)]$$

Considerando uma dimensão: $\frac{p^2}{2m} + V(x) = E$

E substituindo as grandezas dinâmicas “p” e “E” por seus operadores diferenciais associados. Temos então:

$$\frac{p^2}{2m} + V(x) = E \Rightarrow \frac{1}{2m} \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 + V(x) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} = E$$

como $(-i\hbar)^2 = \hbar^2$ e $\left(\frac{\partial}{\partial x} \right)^2 = \left(\frac{\partial}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial}{\partial x} \right) = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} \right)$ temos:


$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$$

Esta é a equação para operadores. Ela tem significado quando aplicada a

qualquer função de onda $\Psi(x, t)$ de tal forma que:

Equação de Schrödinger

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x,t)\Psi(x,t) = i\hbar \frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial t}$$


$$\mu = \frac{mM}{m+M}$$

$$\mu_H = \frac{m_e M_p}{m_e + M_p}$$

**O elétron e o núcleo se movem em torno
ao seu centro de massa comum**

Operando com cada termo da função de onda $\Psi(x, y, z)$

Obtemos a equação de Schrödinger para o sistema tridimensional:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \left(\frac{\partial^2 \Psi(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right) +$$

$$V(x, y, z)\Psi(x, y, z, t) = i\hbar \frac{\partial \Psi(x, y, z, t)}{\partial t}$$

A qual é convenientemente escrita como: $-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 \Psi + V\Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}$



Onde,

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

é o **operador Laplaciano em coordenadas retangulares.**

o operador Laplaciano em coordenadas retangulares é representado por:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

As coordenadas retangulares podem ser escritas em termos de coordenadas esféricas como:

$$x(r, \theta, \varphi) = r \operatorname{sen} \theta \cos \varphi$$

$$y(r, \theta, \varphi) = r \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \varphi$$

$$z(r, \theta) = r \cos \theta$$

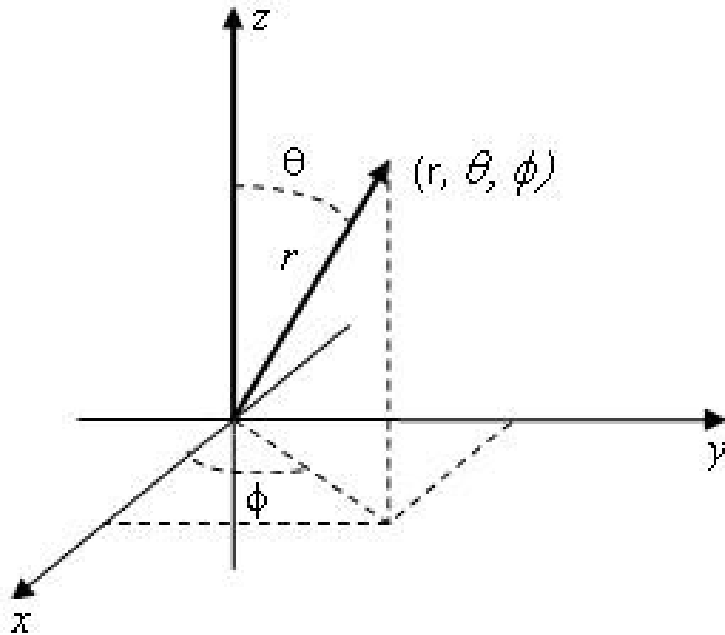
De forma que o operador Laplaciano em coordenadas esféricas pode ser escrito na forma:

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \operatorname{sen}^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r^2 \operatorname{sen} \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\operatorname{sen} \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right)$$

o operador Laplaciano em coordenadas esféricas
(desenvolvido no apêndice I do livro Física Quântica de Eisberg & Resnick).

Separação da Equação de Schrödinger independente do tempo:

Em coordenadas esféricas, o potencial coulombiano pode ser expresso em função de uma única coordenada “r”.



$$V = V(x, y, z) = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

A equação de Schrödinger pode também ser escrita na forma:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 \Psi(r, \theta, \phi) + V\Psi(r, \theta, \phi) = E\Psi(r, \theta, \phi)$$

Onde,

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right)$$

Exercício: Substitua o operador Laplaciano

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right)$$

na equação de Schrödinger, independente do tempo, **escrita em função de coordenadas esféricas**

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 \Psi(r, \theta, \varphi) + V\Psi(r, \theta, \varphi) = E\Psi(r, \theta, \varphi)$$

e considere

$$\Psi(r, \theta, \varphi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\varphi)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 \Psi(r, \theta, \varphi) + V(r) \Psi(r, \theta, \varphi) = E \Psi(r, \theta, \varphi)$$

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right) \right] + V(r) \Psi = E \Psi$$

$$\Psi(r, \theta, \varphi) = R(r) \Theta(\theta) \Phi(\varphi)$$

Esta mudança de coordenadas permite encontrar **soluções para a equação de Schrödinger independente do tempo da forma:**

$$\Psi(r, \theta, \varphi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\varphi)$$

de modo que: *ctes em "r"*



ctes em "φ"



ctes em "θ"



$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R\Theta\Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 R\Theta\Phi}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial R\Phi\Theta}{\partial \theta} \right) \right] + V(r)R\Theta\Phi = ER\Theta\Phi$$

Realizando as derivadas parciais temos:

ctes em "r"

ctes em "φ"

ctes em "θ"

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[\frac{\Theta\Phi}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{R\Theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} + \frac{R\Phi}{r^2 \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) \right] + V(r)R\Theta\Phi = ER\Theta\Phi$$

Realizando as derivadas parciais temos:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[\frac{\Theta\Phi}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{R\Theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} + \frac{R\Phi}{r^2 \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) \right] + V(r)R\Theta\Phi = ER\Theta\Phi$$

Nesta equação escrevemos a derivada parcial $\frac{\partial R}{\partial r}$
como derivada total $\frac{dR}{dr}$

já que ambas são equivalentes, R sendo uma função exclusiva de (r) . O **mesmo comentário se aplica às demais derivadas.**

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[\frac{\Theta\Phi}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{R\Theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{d^2\Phi}{d\varphi^2} + \frac{R\Phi}{r^2 \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) \right] + V(r)R\Theta\Phi = ER\Theta\Phi$$

Exercício: Na equação acima, **multiplique ambos os membros por:**

$$\frac{2\mu r^2 \sin^2 \theta}{R\Theta\Phi \hbar^2}$$

e mostre que, **após uma transposição de termos**, obteremos:

$$\frac{1}{\Phi} \frac{d^2\Phi}{d\varphi^2} = -\frac{\sin^2 \theta}{R} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) - \frac{\sin \theta}{\Theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) - \frac{2\mu}{\hbar^2} r^2 \sin^2 \theta [E - V(r)]$$

Como o **membro esquerdo não depende de r ou θ** , enquanto que o **membro direito não depende de φ** o valor comum de ambos não pode depender de nenhuma destas variáveis.

O valor comum deverá portanto ser uma constante, que por conveniência chamaremos de

$$-m_l^2$$

$$\frac{1}{\Phi} \frac{d^2\Phi}{d\varphi^2} = \frac{\sin^2\theta}{R} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) - \frac{\sin\theta}{\Theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin\theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) - \frac{2\mu}{\hbar^2} r^2 \sin^2\theta [E - V(r)]$$

Escrevendo que cada um dos membros é igual à essa constante temos:

$$\frac{1}{\Phi} \frac{d^2\Phi}{d\varphi^2} = -m_l^2$$

÷ os 2 lados por $\sin^2\theta$

$$-\frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) - \frac{1}{\Theta \sin\theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin\theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) - \frac{2\mu}{\hbar^2} r^2 [E - V(r)] = -\frac{m_l^2}{\sin^2\theta}$$

Transpondo termos, podemos escrever a segunda equação como:

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2\mu}{\hbar^2} r^2 [E - V(r)] = \frac{m_l^2}{\sin^2\theta} - \frac{1}{\Theta \sin\theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin\theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right)$$

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2\mu}{\hbar^2} r^2 [E - V(r)] = \frac{m_l^2}{\sin^2 \theta} - \frac{1}{\Theta \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right)$$

Como temos aqui uma equação cujo **membro esquerdo não depende da variável do membro direito e vice-versa**, concluímos que ambos os membros devem ser iguais a uma constante.

É conveniente escrever esta constante como **$l(l+1)$** . Igualando os dois membros a $l(l+1)$, obteremos então:

$$-\frac{1}{\Theta \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \frac{m_l^2}{\sin^2 \theta} = l(l+1) \quad \times \Theta$$

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2\mu}{\hbar^2} r^2 [E - V(r)] = l(l+1) \quad \times \frac{R}{r^2}$$

Vemos que a forma produto utilizada como solução é válida pois funciona.

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2\mu}{\hbar^2} r^2 [E - V(r)] = \frac{m_l^2}{\sin^2 \theta} - \frac{1}{\Theta \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right)$$

Como temos aqui uma equação cujo **membro esquerdo não depende da variável do membro direito e vice-versa**, concluímos que ambos os membros devem ser iguais a uma constante.

É conveniente escrever esta constante como $l(l+1)$. Igualando os dois membros a $l(l+1)$, obteremos então:

$$-\frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \frac{m_l^2 \Theta}{\sin^2 \theta} = l(l+1)\Theta$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2\mu}{\hbar^2} [E - V(r)]R = l(l+1) \frac{R}{r^2}$$

Vemos que a forma produto utilizada como solução é válida pois funciona.

Exercício: Considere

$$\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2} = -m_l^2\Phi$$

Mostre que

$$\Phi(\varphi) = e^{im_l\varphi}$$

é solução da equação diferencial

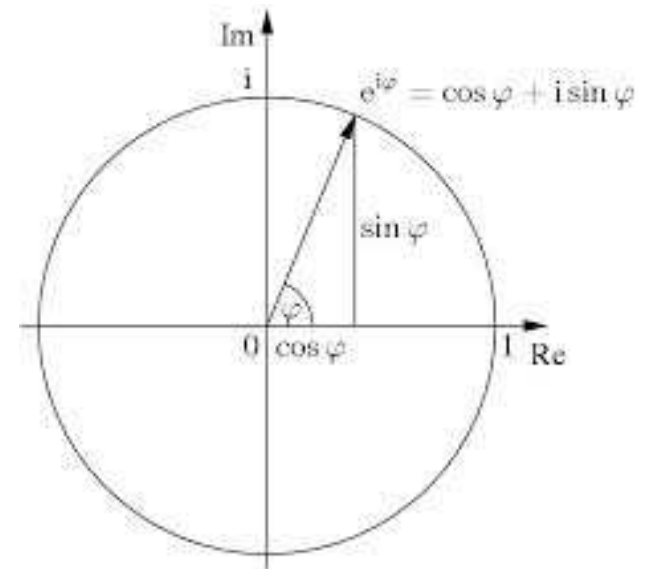
para valores de $|m_l| = 0, 1, 2, 3, \dots$

tenha em mente que :

$\varphi = 0 = 2\pi$ é o mesmo ângulo, portanto

$$\Phi(\varphi = 0) = \Phi(\varphi = 2\pi) \Rightarrow e^{im_l 0} = e^{im_l 2\pi}$$

e que : $e^{iax} = \cos ax + i \sin ax$



Solução:

$$\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2} = -m_l^2\Phi$$

$$\Phi(\varphi) = e^{im_l\varphi}$$

$$\frac{d\Phi}{d\varphi} = im_l e^{im_l\varphi}$$

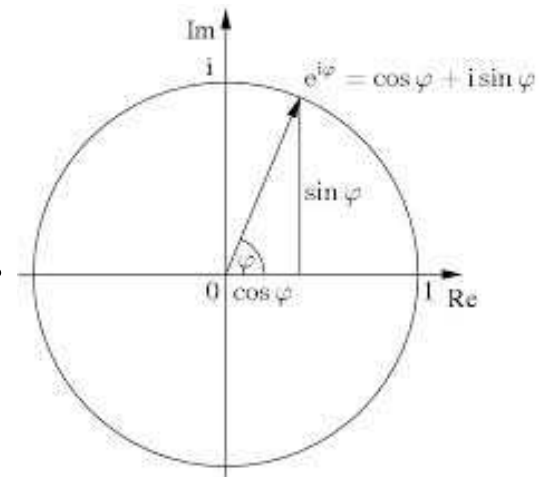
$$\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2} = i^2 m_l^2 e^{im_l\varphi} = -m_l^2 e^{im_l\varphi} = -m_l^2\Phi$$

$\varphi = 0 = 2\pi$ é o mesmo ângulo, portanto

$$\Phi(\varphi = 0) = \Phi(\varphi = 2\pi) \Rightarrow e^{im_l 0} = e^{im_l 2\pi}$$

$$1 = \cos m_l 2\pi + i \operatorname{sen}(m_l 2\pi)$$

Esta exigência só é satisfeita se $|m_l| = 0, 1, 2, 3, \dots$



Resolvendo essas equações encontramos que a equação para $\Phi(\varphi)$

só tem soluções aceitáveis para certos valores de m_l .

Usando esses valores de m_l na equação $\Theta(\theta)$

$$-\frac{1}{\sin\theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin\theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \frac{m_l^2 \Theta}{\sin^2\theta} = l(l+1)\Theta$$

ocorre que essa equação também **só tem solução para certos valores de “l”**.

$$l = |m_l|, |m_l| + 1, |m_l| + 2, |m_l| + 3 \dots$$

Resolvendo essas equações encontramos que a equação para $\Phi(\varphi)$

só tem soluções aceitáveis para certos valores de $|m_l| = 0, 1, 2, 3, \dots$

Usando esses valores de m_l na equação

$$-\frac{1}{\sin\theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin\theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \frac{m_l^2 \Theta}{\sin^2\theta} = l(l+1)\Theta$$

ocorre que **essa equação também só tem solução para certos valores de "l"**.

$$l = |m_l|, |m_l| + 1, |m_l| + 2, |m_l| + 3, \dots$$

Com esses valores de "l" na equação $R(r)$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2\mu}{\hbar^2} [E - V(r)]R = l(l+1) \frac{R}{r^2}$$

encontra-se que **esta equação só tem soluções aceitáveis para certos valores de energia E**; isto é a energia do átomo é quantizada.

$$E_n = -\frac{\mu Z^2 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 2\hbar^2 n^2} \quad (n = l + 1, l + 2, l + 3, \dots)$$

$$|m_l| = 0, 1, 2, 3 \dots$$

$$l = |m_l|, |m_l| + 1, |m_l| + 2, |m_l| + 3 \dots$$

$$n = l + 1, l + 2, l + 3 \dots$$

Essas condições são expressas de forma mais conveniente como :

Número quântico principal

$$n = 1, 2, 3 \dots$$

$$l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$$

$$m_l = -l, -l + 1, \dots, 0, \dots, +l - 1, l$$

Números quânticos orbitais

1. Para cada valor de n , existem n valores possíveis de l
2. Para cada valor de l , existem $(2l + 1)$ valores possíveis de m_l

POR ENQUANTO SE TRATA DE UM **RESULTADO MATEMÁTICO** PARA AS **SOLUÇÕES DA EQUAÇÃO DE SCHRÖDINGER**

□ Exemplo 29.1 O Nível n=2 do Hidrogênio

Para um átomo de hidrogênio, determine o número de estados orbitais correspondendo ao número quântico principal n=2 e calcule as energias desses estados.

$$|m_l| = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$l = |m_l|, |m_l| + 1, |m_l| + 2, |m_l| + 3, \dots$$

$$n = l + 1, l + 2, l + 3, \dots$$

Essas condições são expressas de forma mais conveniente como :

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

$$l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$$

$$m_l = -l, -l + 1, \dots, 0, \dots, +l - 1, l$$

$$E_n = -\left(\frac{13.606}{n^2}\right); \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

1. Para cada valor de n , existem n valores possíveis de l

2. Para cada valor de l , existem $(2l + 1)$ valores possíveis de m_l

□ Exemplo 29.1 O Nível n=2 do Hidrogênio

Para um átomo de hidrogênio, determine o número de estados orbitais correspondendo ao número quântico principal n=2 e calcule as energias desses estados.

Solução: quando n=2, ℓ pode ser 0 ou 1. Para $\ell = 0$, m_ℓ só pode ser 0

Para $\ell = 1$ m_ℓ pode ser -1, 0, 1. Portanto temos um estado orbital designado como o estado 2s, associado com os números quânticos n=2 e $\ell = 0$, $m_\ell = 0$ e três estados orbitais designados como estados 2p para os quais os números quânticos são

$$n=2, \ell=1, m_\ell=-1;$$

$$n=2, \ell=1, m_\ell=0;$$

$$n=2, \ell=1, m_\ell=1;$$

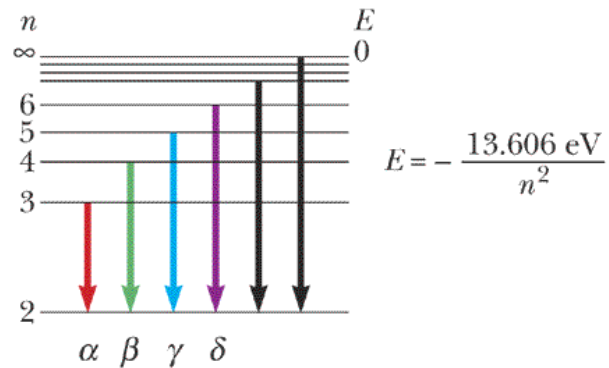
Resultando um total de 4 estados orbitais.

Como todos estes estados têm o mesmo número quântico principal, eles também têm a mesma energia, que pode ser calculada com a equação:

$$E_n = -\left(\frac{13.606}{n^2}\right); \quad n = 1, 2, 3... \Rightarrow E_{(n=2)} = -\left(\frac{13.606}{2^2}\right) = -3.401 eV$$

☐ Novamente o Átomo de Hidrogênio

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure P29.2



As energias dos estados permitidos para o átomo de hidrogênio são quantizadas e dadas por:

$$E_n = -\left(\frac{k_e e^2}{2a_0}\right) \frac{1}{n^2} = -\frac{13.6eV}{n^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Este resultado concorda exatamente com o **modelo de Bohr** e com as **raias espectrais observadas**

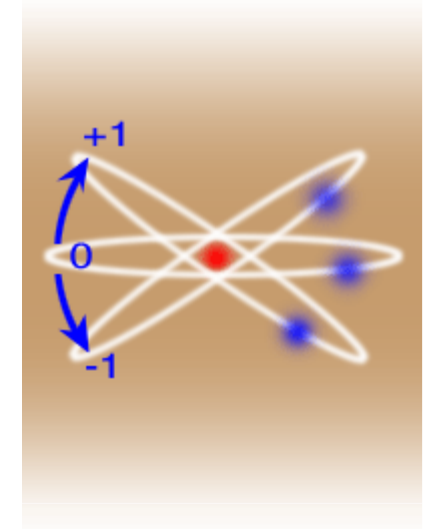
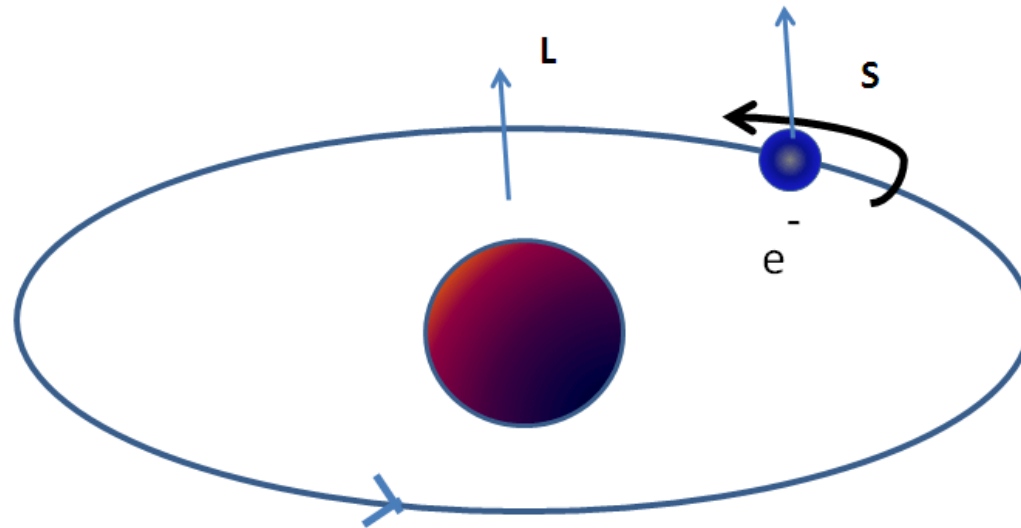
As energias permitidas pelo modelo dependem apenas do número quântico “n” que é chamado de **número quântico principal**.

A solução da Equação de Schrödinger para um problema tridimensional também leva a **dois números quânticos que aparecem no modelo de Bohr**:

- número quântico orbital “l”
- número quântico magnético **orbital** “ml”

Os quais estão relacionados com a **quantização do momento angular** do átomo.

O número quântico orbital “ l ” e o número quântico magnético orbital “ m_l ” estão relacionados com a **quantização do momento angular** do átomo.



O módulo do momento angular orbital é quantizado.

Como o momento angular **é um vetor**, sua direção também precisa ser especificada.

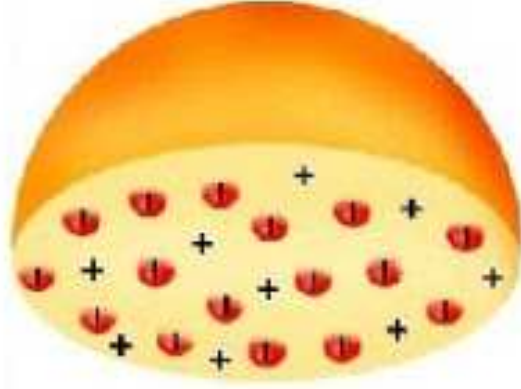
Um elétron em órbita pode ser considerado como uma espira de corrente efetiva com um **momento magnético correspondente**.

Esse momento magnético colocado em um campo magnético **B** interagirá com o campo

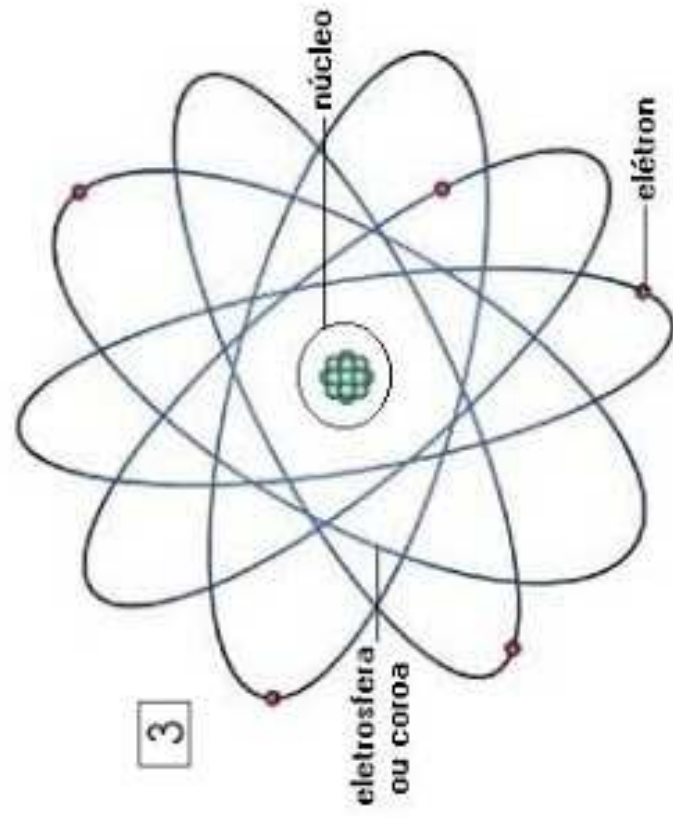
1



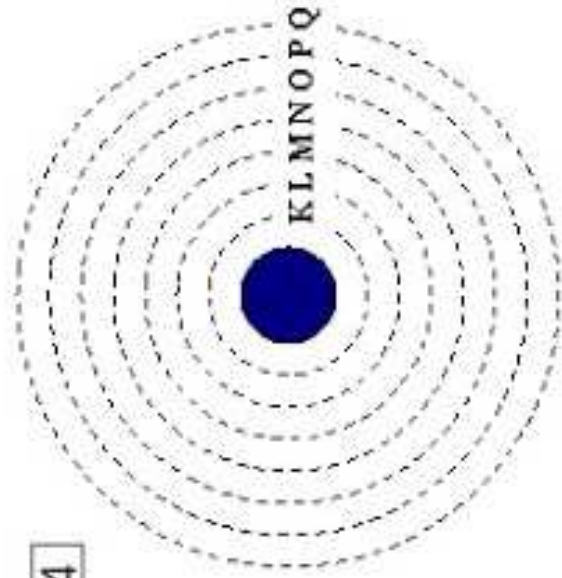
2



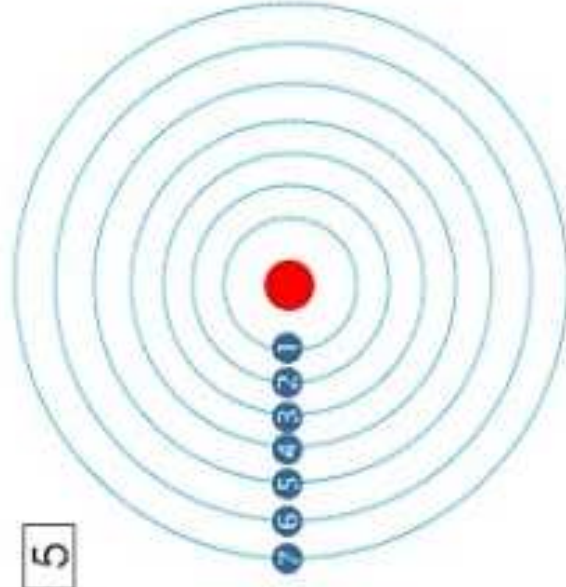
3



4

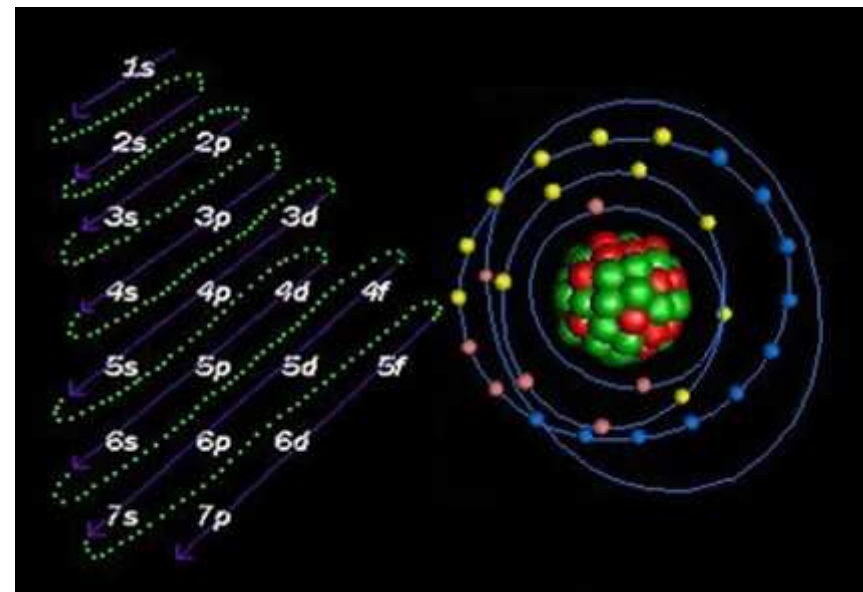
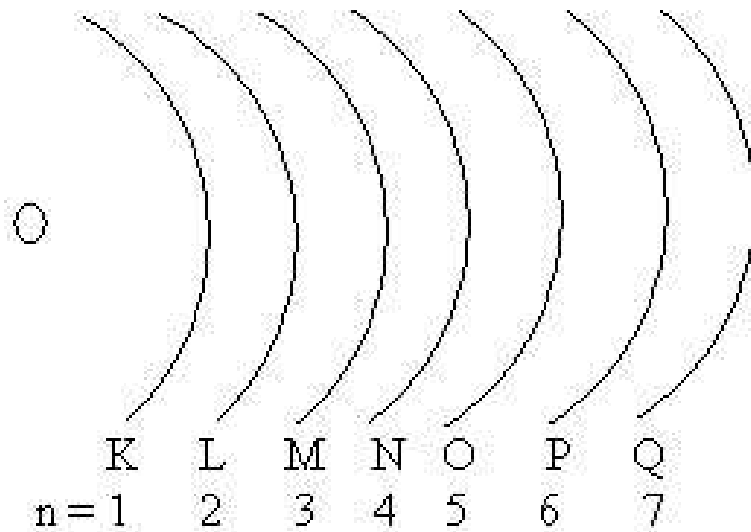


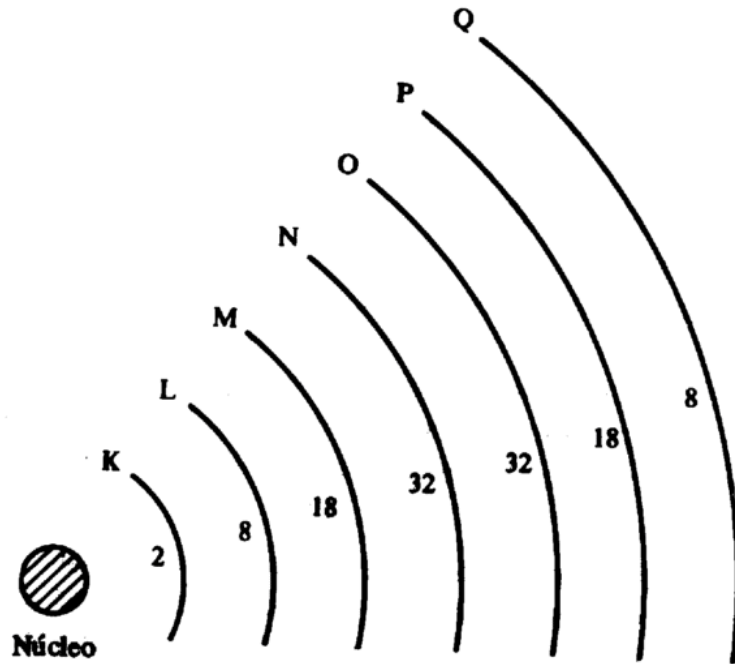
5



Nível (n)	Camada	Nº máximo de elétrons
1	K	2
2	L	8
3	M	18
4	N	32
5	O	32
6	P	18
7	Q	8

K =	1s ²	n=1			
L =	2s ²	2p ⁶	n=2		
M =	3s ²	3p ⁶	3d ¹⁰	n=3	
N =	4s ²	4p ⁶	4d ¹⁰	4f ¹⁴	n=4
O =	5s ²	5p ⁶	5d ¹⁰	5f ¹⁴	n=5
P =	6s ²	6p ⁶	6d ¹⁰	n=6	
Q =	7s ²	7p ⁶	n=7		





As letras s,p,d,f,g,h...são usadas para designar as subcamadas para as quais $l=0,1,2,3,4,5...$

Por exemplo a subcamada identificada por 3p tem números quânticos: $n=3$ e $l=1$

A subcamada 2s tem números quânticos $n=2$ e $l=0$

❑ Seção 29.3

Liste os conjuntos possíveis de números quânticos para elétrons

❑ (a) na subcamada 3d e

❑ (b) na subcamada 3p

As letras s,p,d,f,g,h... são usadas para designar as subcamadas para as quais $l=0,1,2,3,4,5\dots$

Por exemplo a subcamada identificada por 3p tem números quânticos: $n=3$ e $l=1$

A subcamada 3d tem números quânticos $n=3$ e $l=2$

$$|m_l| = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$l = |m_l|, |m_l| + 1, |m_l| + 2, |m_l| + 3, \dots$$

$$n = l + 1, l + 2, l + 3, \dots$$

Essas condições são expressas de forma mais conveniente como :

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

$$l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$$

$$m_l = -l, -l + 1, \dots, 0, \dots, +l - 1, l$$

A partir das **soluções da equação de Schrödinger** encontramos os seguintes valores permitidos para esses números quânticos.

n	ℓ	Designação orbital	Orientação – m_ℓ	N.º de orbitais	N.º de orbitais por camada (n^2)
1	0	1s	0	1	1
2	0	2s	0	1	4
	1	2p	-1 0 +1	3	
3	0	3s	0	1	9
	1	3p	-1 0 +1	3	
	2	3d	-2 -1 0 +1 +2	5	

□ “n” é um número inteiro que pode variar de 1 até infinito.

Para um valor particular de “n”, “l” pode assumir os seguintes valores:

□ “l” é um inteiro que pode variar de “0” (zero) até “n-1”

Para um valor particular de “l”,

□ “ml” é um inteiro que pode variar de -l até +l

❑ **Seção 29.3 O número quântico magnético do spin**

❑ **Liste os conjuntos possíveis de números quânticos para elétrons (a) na subcamada 3d**

n	ℓ	Designação orbital	Orientação - m_ℓ	N.º de orbitais	N.º de orbitais por camada (n^2)
1	0	1s	0	1	1
2	0	2s	0	1	4
	1	2p	-1 0 +1	3	
3	0	3s	0	1	9
	1	3p	-1 0 +1	3	
	2	3d	-2 -1 0 +1 +2	5	

n	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
l	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
ml	2	2	1	1	0	0	-1	-1	-2	-2
ms	+1/2	-1/2	+1/2	-1/2	+1/2	-1/2	+1/2	-1/2	+1/2	-1/2

Um total de 10 estados

❑ **Seção 29.3 O número quântico magnético do spin**

❑ **Liste os conjuntos possíveis de números quânticos para elétrons**

❑ **(b) na subcamada 3p**

n	ℓ	Designação orbital	Orientação - m_ℓ	N.º de orbitais	N.º de orbitais por camada (n^2)
1	0	1s	0	1	1
2	0	2s	0	1	4
	1	2p	-1 0 +1	3	
3	0	3s	0	1	9
	1	3p	-1 0 +1	3	
	2	3d	-2 -1 0 +1 +2	5	

n	3	3	3	3	3	3
l	1	1	1	1	1	1
ml	1	1	0	0	-1	-1
ms	+1/2	-1/2	+1/2	-1/2	+1/2	-1/2

Um total de 6 estados

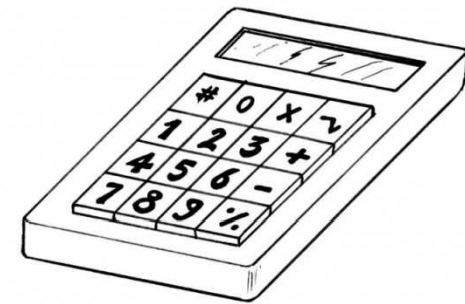
FIM

INFORMAÇÕES

PROVA: Quarta-Feira 15/10 das 15:40h às 17:40h (120 minutos)

SALAS: C2-07,08,09 e 10

(cada estudante deve fazer a prova na sua turma)



**Trazer calculadora
(indispensável)
Proibido empréstimos
durante a Prova**

**É proibido o uso de celulares durante a prova
(para comunicação ou como calculadora)**

REVISÃO ORIENTADA PARA A PROVA P2

PROVA P2 – Capítulos 28 e 29 – Serway/Jewett vol. 4

CAPÍTULO 28: Física Quântica

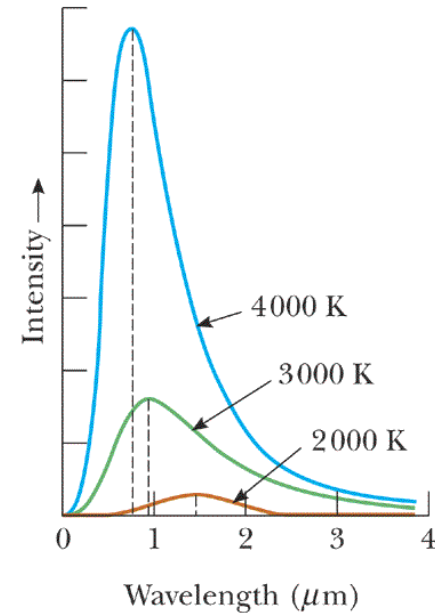
- Radiação de corpo negro e a Teoria de Planck
- O Efeito Foto-Elétrico e O Efeito Compton
- Uma Partícula em uma Caixa
- Normalização de uma Função de Onda
- Valores Esperados
- A Equação de Schrödinger
- Átomo de Hidrogênio – Quantização de Bohr – Transições eletrônicas

Seção 28.1 A Teoria de Corpo Negro e a Teoria de Planck

Exercício 2: O raio do nosso sol é de $6.96 \times 10^8 \text{ m}$
E ele emite uma potência total de

$$3.77 \times 10^{26} \text{ W}$$

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 28.2



Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

- (a) Supondo que a superfície do sol emite como um corpo negro, calcule a temperatura da sua superfície.
(b) Usando o resultado do item (a) encontre λ_{max} para o sol.

$$P_T \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right) = \sigma T^4 \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} \cdot \text{K}^4 \right) \text{ onde, } \sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W} / \text{m}^2 \text{K}^4 \quad R_T = P_T = \int_0^{\infty} P_T(f) df$$

é a chamada, constante de Stefan - Boltzmann

$$\lambda_{\text{máx}} T = 2.898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

$$I = P = \frac{E}{A \cdot \Delta t} \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right)$$

Seção 28.1 A Teoria de Corpo Negro e a Teoria de Planck

Exercício 2: O raio do nosso sol é de $6.96 \times 10^8 m$

E ele emite uma potência total de

$$3.77 \times 10^{26} W$$

(a) Supondo que a superfície do sol emite como um corpo negro, calcule a temperatura da sua superfície.

$$P_T \left(\frac{W}{A(m^2)} \right) = \sigma T^4 \left(\frac{W}{m^2 K^4} \cdot K^4 \right) \text{ onde, } \sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} W / m^2 K^4$$

é a chamada, constante de Stefan - Boltzmann

$$T = \left(\frac{P(W)}{A(m^2) \times (\sigma)} \right)^{1/4} = \left[\left(\frac{3.77 \times 10^{26} W}{4\pi (6.96 \times 10^8 m)^2 \times (5.67 \times 10^{-8} W / m^2 \cdot k^4)} \right)^{1/4} \right]$$

$$P(W) = 3.77 \times 10^{26} W$$

$$A_{SOL} = 4\pi R_{SOL}^2$$

$$T \approx 5750 K$$

Seção 28.1 A Teoria de Corpo Negro e a Teoria de Planck

Exercício 2: O raio do nosso sol é de $6.96 \times 10^8 \text{ m}$

E ele emite uma potência total de

$$3.77 \times 10^{26} \text{ W}$$

(b) Usando o resultado do item (a) encontre λ_{max} para o sol.

$$\lambda_{\text{máx}} T = 2.898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

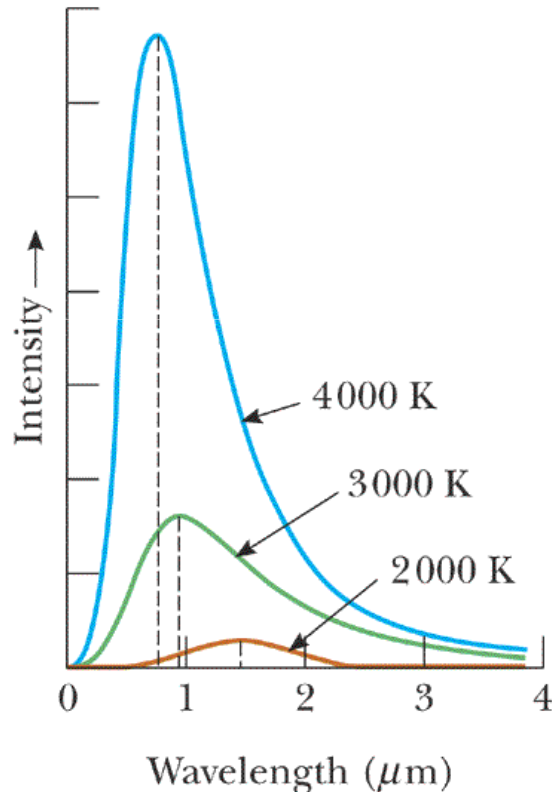
$$\lambda_{\text{máx}} = \frac{2.898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{T} = \frac{2.898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{5750 \text{ K}}$$

$$\lambda_{\text{máx}} = 5.04 \times 10^{-7} \text{ m} = 504 \text{ nm}$$

MEDIDAS EXPERIMENTAIS

$$\lambda \downarrow \Rightarrow f \uparrow \Rightarrow T \uparrow \Rightarrow I(P) \uparrow \text{ (intensidade)}$$

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 28.2



deslocamento no pico de intensidade
para comprimentos de onda menores à
medida que a temperatura aumenta

$$\lambda_{m\acute{a}x} \cdot T = 2.898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

$$P_T \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right) = \sigma T^4 \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} \cdot \text{K}^4 \right) \text{ onde,}$$

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W} / \text{m}^2 \text{K}^4$$

é a chamada, constante de Stefan - Boltzmann

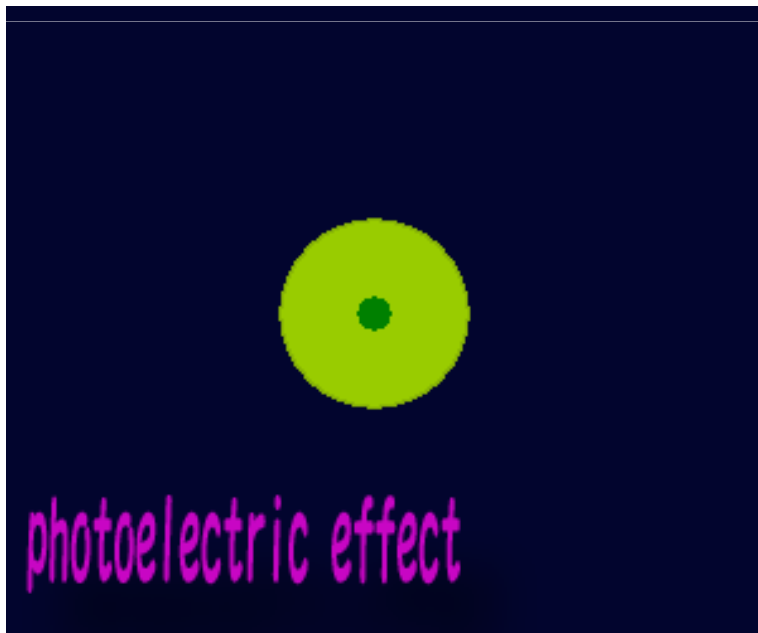
Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

Intensidade da radiação de corpo negro em função do comprimento de onda em três temperaturas.

□ Seção 28.2 O efeito foto-elétrico

Exercício 9: São usadas duas fontes de luz em uma experiência fotoelétrica para determinar a função trabalho para uma superfície metálica particular. Quando é usada luz verde de uma lâmpada de mercúrio ($\lambda=546.1\text{nm}$) um potencial frenador de 0.376 V reduz a foto-corrente a zero.

- (a) Com base nesta medida, qual é a função trabalho deste metal?
(b) Qual potencial frenador é medido ao se usar a luz amarela de um tubo de descarga de Hélio ($\lambda=587.5\text{nm}$)



$$E_c = hf - \phi$$

$$eV_0 = h \frac{c}{\lambda} - \phi$$

$$1J \rightarrow 6.24 \times 10^{18} eV$$

$$1J \rightarrow 1VC$$

$$e = 1.6 \times 10^{-19} C$$

Exercício 9: São usadas duas fontes de luz em uma experiência fotoelétrica para determinar a função trabalho para uma superfície metálica particular. Quando é usada luz verde de uma lâmpada de mercúrio ($\lambda=546.1\text{nm}$) um potencial frenador de 0.376 V reduz a foto-corrente a zero.

(a) Com base nesta medida, qual é a função trabalho deste metal?

$$E_c = hf - \phi$$

$$eV_0 = h\frac{c}{\lambda} - \phi$$

$$\phi = h\frac{c}{\lambda} - eV_0$$

$$\phi = 6.63 \times 10^{-34} \text{ Js} \left(\frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{546.1 \times 10^{-9} \text{ m}} \right) - (0.376 \text{ eV})$$

$$\phi = 0.0364 \times 10^{-17} \text{ J} - (0.376 \text{ eV})$$

$$1 \text{ J} \rightarrow 6.24 \times 10^{18} \text{ eV}$$

$$0.0364 \times 10^{-17} \text{ J} \rightarrow 2.27 \text{ eV}$$

$$\phi = 2.27 \text{ eV} - 0.376 \text{ eV} = 1.9 \text{ eV}$$

Exercício 9: São usadas duas fontes de luz em uma experiência fotoelétrica para determinar a função trabalho para uma superfície metálica particular. Quando é usada luz verde de uma lâmpada de mercúrio ($\lambda=546.1\text{nm}$) um potencial frenador de 0.376 V reduz a foto-corrente a zero.

(a) Com base nesta medida, qual é a função trabalho deste metal?

$$E_c = hf - \phi$$

$$eV_0 = h\frac{c}{\lambda} - \phi$$

$$\phi = h\frac{c}{\lambda} - eV_0$$

$$1J \rightarrow 6.24 \times 10^{18} eV$$

$$1J \rightarrow 1VC$$

$$\phi = 6.63 \times 10^{-34} \text{ Js} \left(\frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{546.1 \times 10^{-9} \text{ m}} \right) - (0.376 \text{ V} \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ C})$$

$$\phi = 0.0364 \times 10^{-17} \text{ J} - (0.602 \times 10^{-19} \text{ VC}) = 0.0364 \times 10^{-17} \text{ J} - (0.602 \times 10^{-19} \text{ J})$$

$$\phi = 3.64 \times 10^{-19} \text{ J} - (0.602 \times 10^{-19} \text{ J}) = 3.04 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$1J \rightarrow 6.24 \times 10^{18} eV$$

$$3.04 \times 10^{-19} \text{ J} \rightarrow 18.96 \times 10^{-1} eV \approx 1.9 eV$$

Exercício 9: São usadas duas fontes de luz em uma experiência fotoelétrica para determinar a função trabalho para uma superfície metálica particular. Quando é usada luz verde de uma lâmpada de mercúrio ($\lambda=546.1\text{nm}$) um potencial frenador de 0.376 V reduz a foto-corrente a zero.

(b) Qual potencial frenador é medido ao se usar a luz amarela de um tubo de descarga de Hélio ($\lambda=587.5\text{nm}$)

$$E_c = hf - \phi$$

$$1J \rightarrow 6.24 \times 10^{18} eV$$

$$1J \rightarrow 1VC$$

$$eV_0 = h \frac{c}{\lambda} - \phi \Rightarrow V_0 = \frac{1}{e} \left(h \frac{c}{\lambda} - \phi \right)$$

$$V_0 = \frac{1}{1.6 \times 10^{-19} C} \left(6.63 \times 10^{-34} J_s \left(\frac{3 \times 10^8 m/s}{587.5 \times 10^{-9} m} \right) - 1.9 eV \right)$$

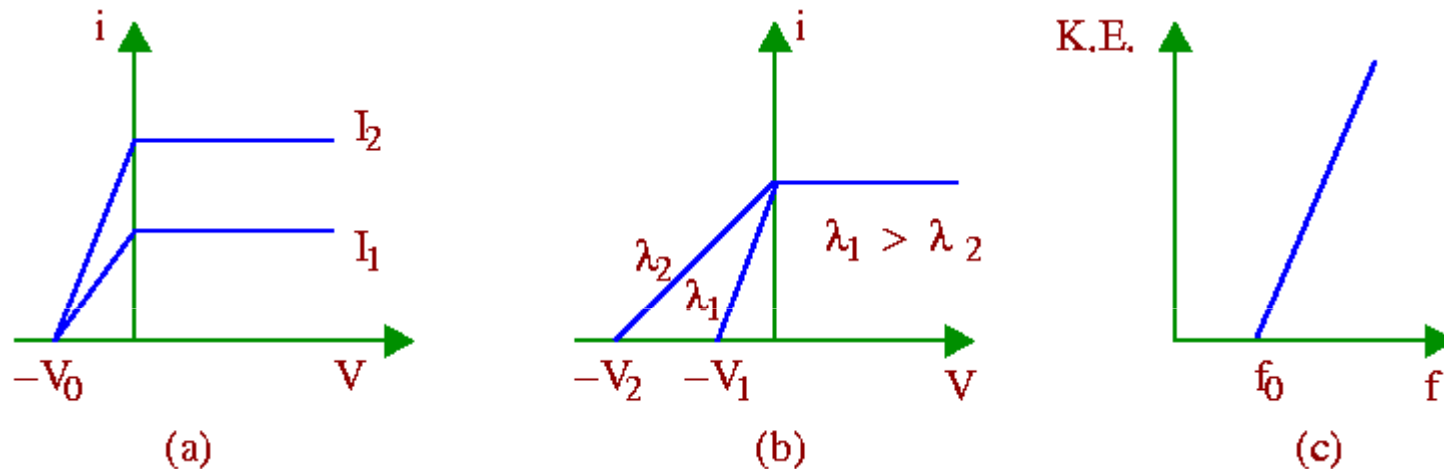
$$V_0 = \frac{1}{1.6 \times 10^{-19} C} \left(6.63 \times 10^{-34} J_s \left(\frac{3 \times 10^8 m/s}{587.5 \times 10^{-9} m} \right) - 3.04 \times 10^{-19} J \right)$$

$$V_0 = \frac{1}{1.6 \times 10^{-19} C} (3.39 \times 10^{-19} J - 3.04 \times 10^{-19} J)$$

$$V_0 = 0.216V$$

Um potencial frenador de 0.376 V reduz a zero a foto-corrente gerada a partir da luz verde de uma lâmpada de mercúrio ($\lambda=546.1\text{nm}$)

Um potencial frenador de 0.216V reduz a zero a foto-corrente gerada a partir da luz amarela de um tubo de descarga de Hélio ($\lambda=587.5\text{nm}$)

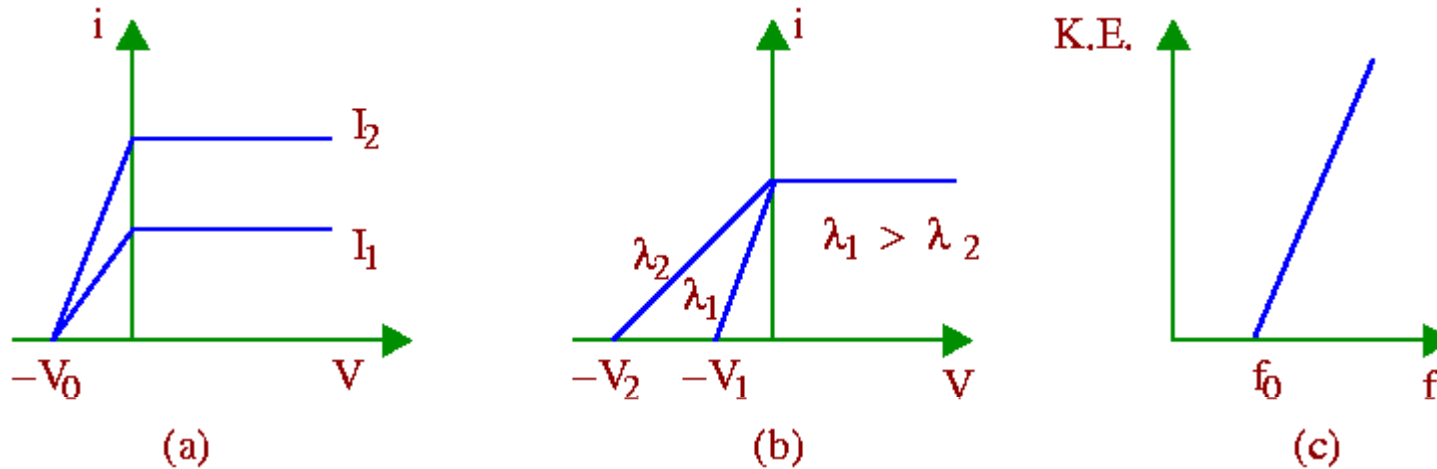


Considerando que as diferentes fontes de luz possuem a mesma intensidade, qual gráfico melhor representa a solução do problema?

O que você pode dizer sobre o comprimento de onda e a frequência das duas fontes de luz (de intensidades diferentes) cujas intensidades da foto-corrente estão representadas como função do potencial frenador no gráfico (a)?

Um **potencial frenador de 0.376 V** reduz a zero a foto-corrente gerada a partir da luz verde de uma lâmpada de mercúrio ($\lambda=546.1\text{nm}$)

Um **potencial frenador de 0.216V** reduz a zero a foto-corrente gerada a partir da luz amarela de um tubo de descarga de Hélio ($\lambda=587.5\text{nm}$)



Considerando que as diferentes fontes de luz possuem a mesma intensidade, qual gráfico melhor representa a solução do problema?

A letra b, pois ao necessitar dois potenciais de frenado diferente, implica que os comprimentos de onda e frequência das fontes são diferentes.

O que você pode dizer sobre o comprimento de onda e a frequência das duas fontes de luz (de intensidades diferentes) cujas intensidades da foto-corrente estão representadas como função do potencial frenador no gráfico (a)?

Seus comprimentos de onda e frequências são iguais

Problema 38: A função de onda de uma partícula confinada a deslocar-se em uma caixa unidimensional é

$$\psi(x) = A \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

Use a condição de normalização em ψ para calcular o valor de $A = \sqrt{\frac{2}{L}}$

Tenha em mente que, como a largura da caixa é L , a função de onda é nula para $x < 0$ e para $x > L$, de tal forma que a condição de normalização

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 dx = 1$$

se reduz a

$$\int_0^L |\psi|^2 dx = 1$$

Considere:

$$\int \operatorname{sen}^2 x dx = \int \frac{1 - \cos 2x}{2} dx$$

Problema 38: A função de onda de uma partícula confinada a deslocar-se em uma caixa unidimensional é

$$\psi(x) = A \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

Use a condição de normalização em ψ para calcular o valor de $A = \sqrt{\frac{2}{L}}$

Normalização implica em:

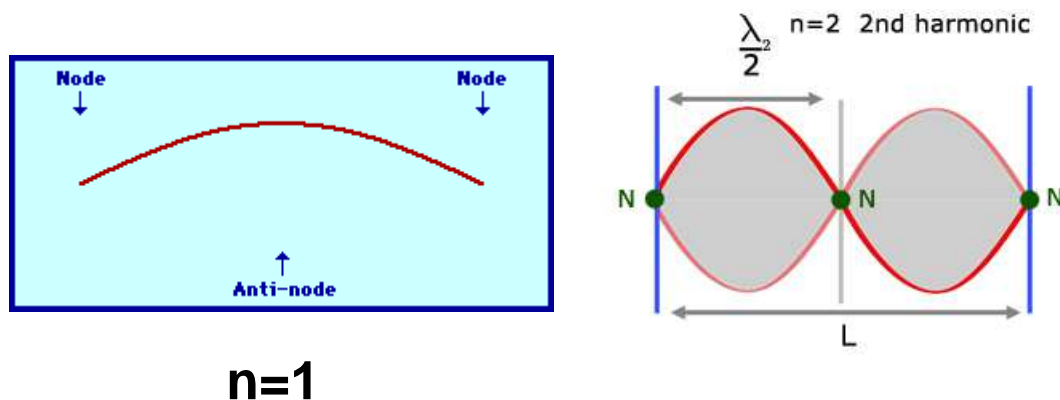
$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 dx = 1 \quad \text{ou} \quad \int_0^L A^2 \operatorname{sen}^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx = 1$$

$$\int_0^L A^2 \operatorname{sen}^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx = A^2 \int_0^L \left(\frac{1 - \cos\left(\frac{2n\pi x}{L}\right)}{2} \right) dx = 1$$

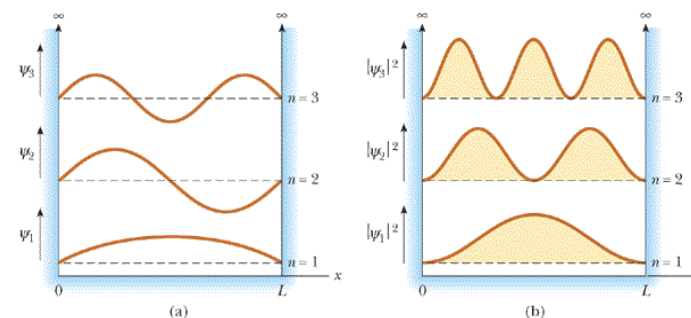
$$A^2 \int_0^L \frac{1}{2} dx - A^2 \int_0^L \frac{\cos\left(\frac{2n\pi x}{L}\right)}{2} dx = A^2 \frac{x}{2} \Big|_0^L - A^2 \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{2n\pi x}{L}\right)}{2 \cdot \frac{2n\pi}{L}} \Big|_0^L = \frac{A^2 L}{2} = 1 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2}{L}}$$

□ Seção 28.11 Uma Partícula em uma Caixa

Exercício 36: A energia potencial nuclear que liga prótons e nêutrons em um núcleo é aproximada frequentemente por um **poço quadrado**.



Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 28.21



Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

Imagine um próton $m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ Kg}$ confinado em um poço de potencial quadrado infinitamente alto com uma largura de 10.0fm (um diâmetro nuclear típico).

$$1 \text{ fm} \rightarrow 10^{-15} \text{ m}$$

Calcule o comprimento de onda e a energia associada com o fóton emitido quando o próton desloca-se do estado $n=2$ para o estado fundamental. Esse comprimento de onda pertence a qual região do espectro eletromagnético?

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda^2}$$

□ Seção 28.11 Uma Partícula em uma Caixa

Exercício 36: A energia potencial nuclear que liga prótons e nêutrons em um núcleo é aproximada frequentemente por um poço quadrado. Imagine um próton confinado em um poço de potencial quadrado infinitamente alto com uma largura de 10.0fm (um diâmetro nuclear típico). Calcule o comprimento de onda e a energia associada com o fóton emitido quando o próton desloca-se do estado $n=2$ para o estado fundamental.

O próton confinado pode ser descrito de um modo análogo à uma onda estacionária em uma corda.

No nível 1, a distância entre os nós da onda estacionária é 1 fm que corresponde a meio comprimento de onda:

$$1 \text{ fm} = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2 \cdot 1 \text{ fm} = 2 \text{ fm}$$

A energia cinética do próton é dada por:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda^2} = \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ Js})^2}{2(1.67 \times 10^{-27} \text{ Kg})(2.0 \times 10^{-14} \text{ m})^2} = \frac{3.29 \times 10^{-13} \text{ J}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV}} = 2.05 \text{ MeV}$$

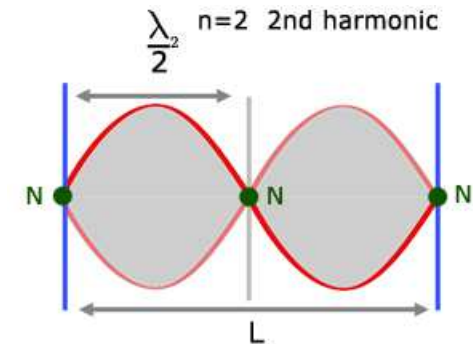
No primeiro estado excitado, nível 2 ($n=2$), a distância entre os nós é a metade da distância do estado 1. O momento é duas maior e a energia 4 vezes.

□ Seção 28.11 Uma Partícula em uma Caixa

Exercício 36: A energia potencial nuclear que liga prótons e nêutrons em um núcleo é aproximada, frequentemente, por um poço quadrado. Imagine um próton confinado em um poço de potencial quadrado infinitamente alto com uma largura de 10.0fm (um diâmetro nuclear típico). Calcule o comprimento de onda e a energia associada com o fóton emitido quando o próton desloca-se do estado $n=2$ para o estado fundamental.

No primeiro estado excitado, nível 2, a distância entre os nós é a metade da distância no estado 1. O momento é duas vezes maior e a energia 4 vezes.

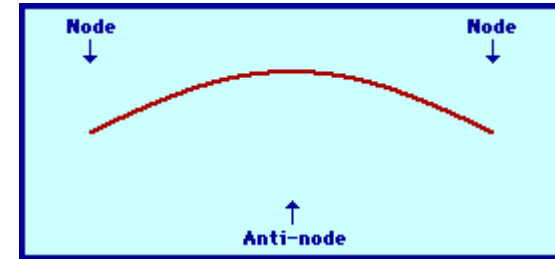
$$1 \text{ fm} = \frac{2\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 1 \text{ fm}$$



$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda^2} = \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ Js})^2}{2(1.67 \times 10^{-27} \text{ Kg})(1.0 \times 10^{-14} \text{ m})^2} = \frac{13.16 \times 10^{-13} \text{ J}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV}} = 8.2 \text{ MeV}$$

n=1

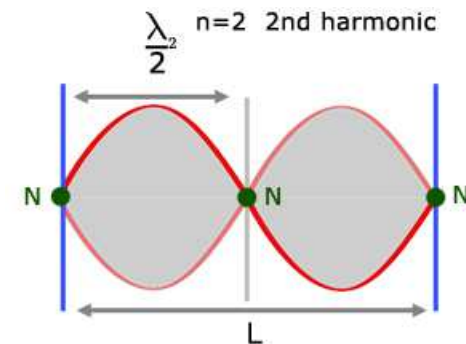
$$1 \text{ fm} = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2 \cdot 1 \text{ fm} = 2 \text{ fm}$$



$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda^2} = \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ Js})^2}{2(1.67 \times 10^{-27} \text{ Kg})(2.0 \times 10^{-14} \text{ m})^2} = \frac{3.29 \times 10^{-13} \text{ J}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV}} = 2.05 \text{ MeV}$$

n=2

$$1 \text{ fm} = \frac{2\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 1 \text{ fm}$$



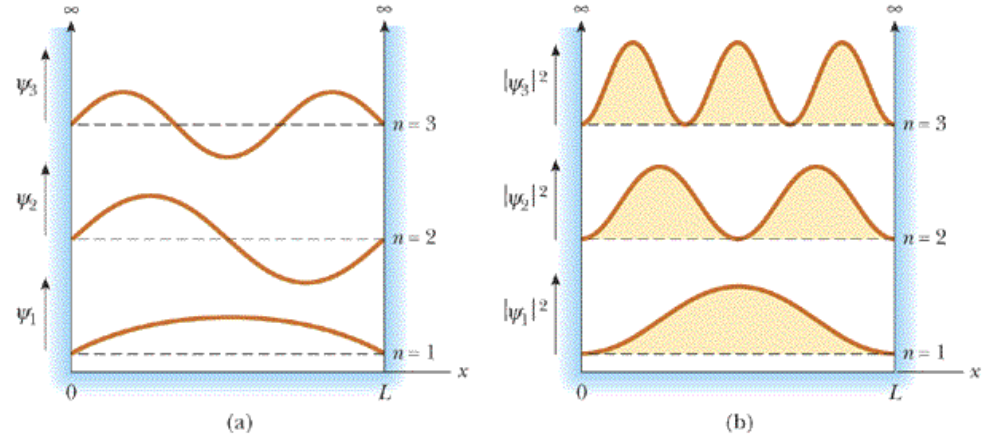
$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda^2} = \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ Js})^2}{2(1.67 \times 10^{-27} \text{ Kg})(1.0 \times 10^{-14} \text{ m})^2} = \frac{13.16 \times 10^{-13} \text{ J}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV}} = 8.2 \text{ MeV}$$

$$\Delta E = 8.2 \text{ MeV} - 2.05 \text{ MeV} \approx 6.15 \text{ MeV}$$

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ Js})(3 \times 10^8 \text{ m/s})}{6.15 \text{ MeV} \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV}} = 2.02 \times 10^{-13} \text{ m} \text{ Raio Gama}$$

UMA PARTÍCULA EM UMA CAIXA

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 28.21



$$\psi(x) = A \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

$$\psi(L) = 0 = A \sin\left(\frac{2\pi L}{\lambda}\right) \Leftrightarrow \frac{2\pi L}{\lambda} = n\pi \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi L}{\pi n} = \frac{2L}{n}$$

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\psi(x) = A \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) = A \sin\left(\frac{2\pi x}{2L/n}\right) = A \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.