Física IV para a Escola Politécnica (Engenharia Elétrica)

4320293 – TURMA 3

Professor: Dr. Marcos A. G. Alvarez

Departamento de Física Nuclear (DFN) – IFUSP

Edifício Oscar Sala – (sala 246)

Escaninho 22

malvarez@if.usp.br

LIVRO: Princípios de Física (Óptica e Física Moderna)

Raymond A. Serway / John W. Jewett Jr.

Volume 4

GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO

Lei nº 12.730, de 11 de outubro de 2007

(Projeto de lei nº 132/2007)

Proíbe o uso do telefone celular nos estabelecimentos de ensino do Estado de São Paulo, durante o horário de aula.

Física IV para Engenharia Elétrica: Duas **Aulas teóricas** semanais de 100 minutos

Turma 3

- ❑ **Terças-Feiras das 13h10min às 14h50min**
- ❑ **Quintas-Feiras das 15h às 16h40min**

na Escola Politécnica

Horário e local das aulas de laboratório
uma aula quinzenal
às quintas-feiras das 7h30min às 11h10min
às sextas-feiras das 14h às 17h40min
(nos laboratórios didáticos do Instituto de Física).

Procure o horário da sua Turma de Laboratório.
Haverá uma aula substitutiva de laboratório e uma prova de laboratório.

http://moodle.stoa.usp.br/course/view.php?id=700

Plantão para atendimento de dúvidas:
Sala de monitoria do Biênio da Poli – Sala C1-07
às quartas-feiras das 11h às 12h
Exercícios supervisionados: às sextas-feiras das 11h às 12h

$$M_P = \frac{P_1 + P_2 + P_3}{3}$$ P_1, P_2, P_3 são as três provas teóricas da disciplina

$$f_P = \sum_3 f_{P_i}$$ é a frequência (presença) nas provas teóricas

$$M_L = \frac{M_R + P_L}{2}$$ onde P_L é a nota da prova de laboratório

$$M_R = \frac{10}{4} \sum_4 R$$ é a soma dos pontos obtidos nos relatórios normalizada a DEZ

$$f_L = \sum_4 f_{Ri}$$ é a frequência (presença) nas 4 aulas práticas

Haverá uma aula para reposição de laboratório que permite recuperar a nota e a presença de uma aula perdida

APROVAÇÃO

$$M_L \geq 5.0$$

$$M_P \geq 5.0$$

$$f_L \geq 4$$

$$f = \frac{f_P + f_L + f_{PL}}{8} \geq 70\%$$

$$M_{FINAL} = 0.75 M_P + 0.25 M_L$$

MATÉRIA E DATA DAS PROVAS

- Matéria da P1: Capítulo 25 + Capítulo 27 (menos 27.10) + Notas de Aulas Extras
  - **DATA da P1: 03/09/2014**

O capítulo 26 não entra em nenhuma prova

- Matéria da P2: Capítulo 28 + Cap. 29
  - **DATA da P2: 15/10/2014**

- Matéria da P3: Capítulo 30 + Cap. 31
  - **DATA da P3: 26/11/2014**

- **DATA DA SUB: 03/12/2014**

Horários das aulas de Laboratório

6as feiras das 14:00 às 17:40h;
para as turmas 21, 22, 24, 25, 27, 28, 30 e 31

5as feiras das 07:30 às 11:10 ;
para as turmas 23, 26, 29 e 32

AULA 1: TERÇA-FEIRA 05 DE AGOSTO DE 2014

- ❑ LEIS DE MAXWELL
- ❑ REVISÃO DE ONDAS ELETROMAGNÉTICAS

Leis de Maxwell:

Leis **fundamentais** que governam o comportamento de campos elétricos e magnéticos

$$1)\ \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$ **LEI DE GAUSS**

$$2)\ \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$ **LEI DE GAUSS para o magnetismo**

$$3)\ \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$ **LEI DA INDUÇÃO de FARADAY**

$$4)\ \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$ **LEI DE AMPÈRE-MAXWELL**

Objetivo: Ondas Eletromagnéticas

composição de campos elétrico e magnético

Leis de Maxwell:

Leis **fundamentais** que governam o comportamento de campos elétricos e magnéticos

1) $$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

LEI DE GAUSS: o fluxo elétrico total através de qualquer superfície fechada (integral) é igual à carga líquida dentro desta superfície dividida por ϵ_0

2) $$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

LEI DE GAUSS para o magnetismo: o fluxo magnético resultante através de uma superfície fechada é nulo

3) $$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

LEI DA INDUÇÃO de FARADAY:
a integral de linha do campo elétrico em torno de qq trajetória fechada (f.e.m.) é igual à taxa de variação (derivada) do fluxo magnético através de qualquer superfície limitada por essa trajetória.

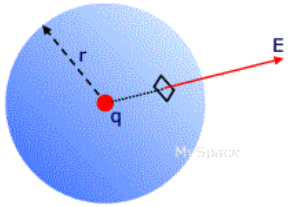
4) $$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

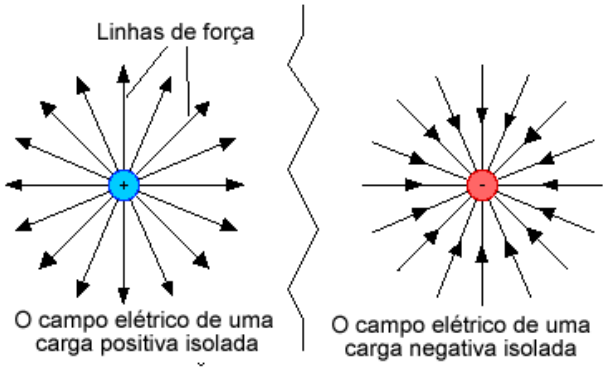
LEI DE AMPÈRE-MAXWELL:
a integral de linha do campo magnético em torno de qq trajetória fechada é determinada pela corrente resultante e pela taxa de variação (derivada) do fluxo elétrico através de qualquer superfície limitada por essa trajetória

Leis de Maxwell:

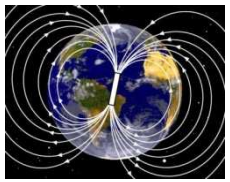
Leis **fundamentais** que governam o comportamento de campos elétricos e magnéticos

1) $$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$





2) $$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$



3) $$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

4) $$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

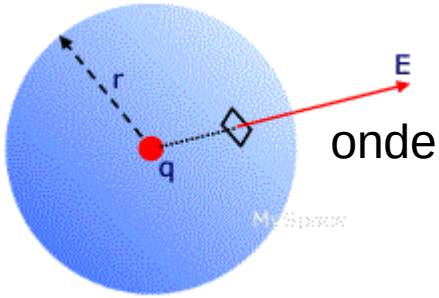
um campo magnético variável resulta em um campo elétrico e

um campo elétrico variável gera um campo magnético

Ondas Eletromagnéticas

1) $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$ **Lei de Gauss para o campo elétrico**

Carga pontual:

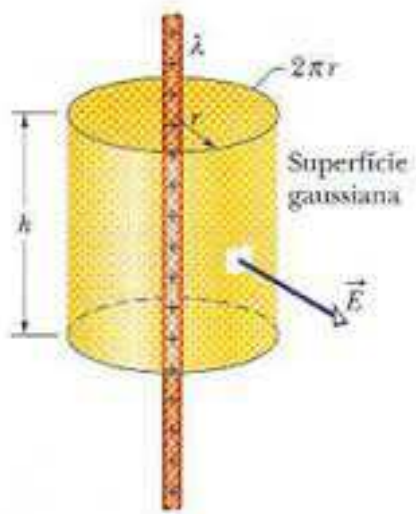


Definição de uma superfície onde as linhas de campo são “normais”

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0}$$

Cilíndro:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E \cdot 2\pi \cdot rL = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{2\pi rL \varepsilon_0}$$



Ondas Eletromagnéticas

- ❑ ondas de rádio (comunicação)
- ❑ ondas de TV
- ❑ ondas de telefonia celular
- ❑ microondas (alimentação, comunicação)
- ❑ infra-vermelho (imágens)
- ❑ LUZ (iluminação, lasers & aplicações)
- ❑ raios ultra-violeta (câncer de pele)
- ❑ raios-X (radiografias – imágens, caracterização de materiais)
- ❑ raios-gamma (gamagrafias, radioterapia, medicina nuclear)

Qual é a diferença entre estas ondas eletromagnéticas?

$$E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

$$h = 6.63 \times 10^{-34}\, J \cdot s$$

$$c = 3 \times 10^{8}\, \frac{m}{s}$$

$$\lambda_{LUZ} \approx 400nm - 700nm \approx 400 \times 10^{-9} m - 700 \times 10^{-9} m$$

$$E(400nm) = 6.63 \times 10^{-34} (J \cdot s) \cdot \frac{3 \times 10^{8} \left(\frac{m}{s} \right)}{400 \times 10^{-9} (m)} =$$

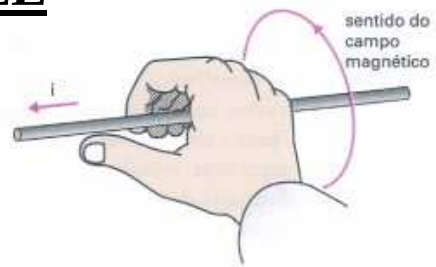
$$E(400nm) = 6.63 \times 10^{-34} (J \cdot s) \cdot 7.5 \times 10^{14} \left(\frac{1}{s} \text{ ou } (Hz) \right) =$$

$$E(400nm) = 49.7 \times 10^{-20}\, J$$

$$1J \rightarrow 6.24 \times 10^{18}\, eV$$

$$49.7 \times 10^{-20}\, J \rightarrow 3.1 eV$$

LEI DE AMPÈRE: origem da LEI de AMPÈRE-MAXWELL

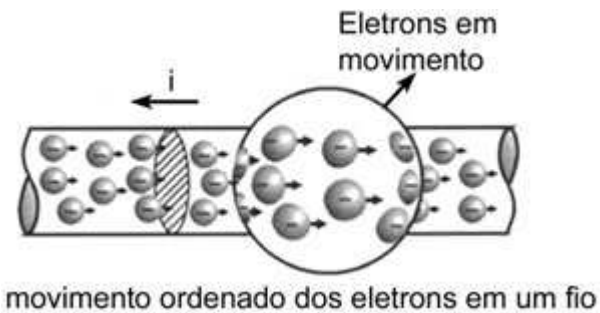


$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I \text{ (integral de linha - somatória)}$$

$$I = \frac{dQ}{dt} \text{ (derivada - taxa de variação de carga com o tempo)}$$

Definição de **carga** está normalmente relacionada com elétrons (…prótons, íons …).
Definição de corrente: **fluxo de carga por unidade de tempo**.

Suponhamos que a carga "q" se move através de uma **seção transversal** de um arame (fio), em um tempo *t*, então a **intensidade de corrente** "*I*" através do arame é dada por:



$$I(A) = \frac{Q}{t}\left(\frac{1C}{1s}\right)$$

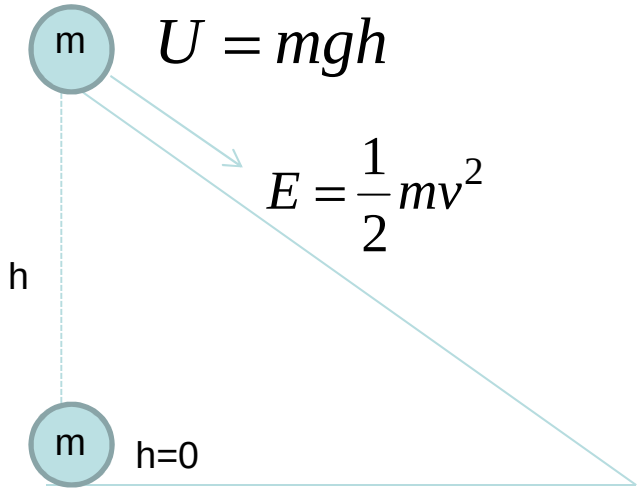
$$1C = 6.24 \times 10^{18} e^{-}$$

Corrente de condução: corrente (carga) transportada por partículas através de um fio.
A Lei de Ampère é válida somente se a corrente de condução for contínua no espaço.

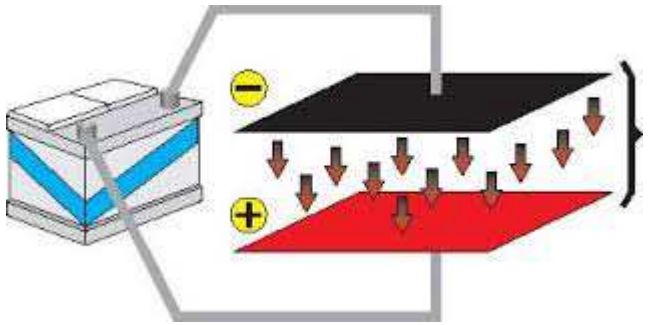
Diferença De Potencial (DDP):

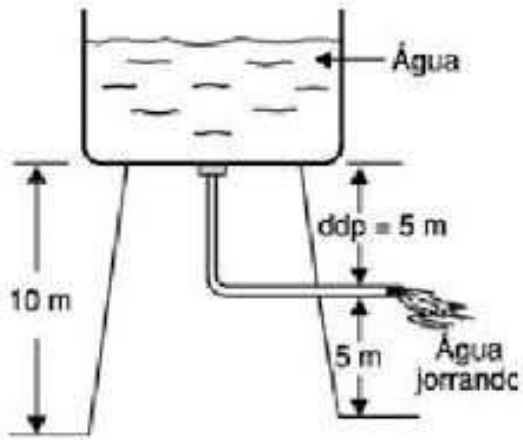
é definida como o trabalho realizado, por unidade de **carga (q)**, contra um **campo elétrico** para se movimentar uma carga qualquer.

Uma **diferença de potencial** pode representar tanto uma fonte de energia (**força eletromotriz**), quanto pode representar energia "perdida" ou armazenada (queda de **tensão**).



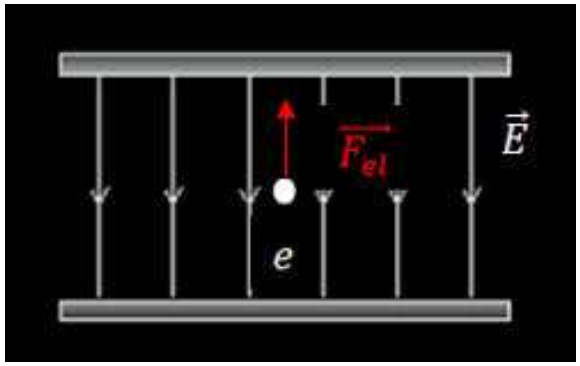
ANALOGIA



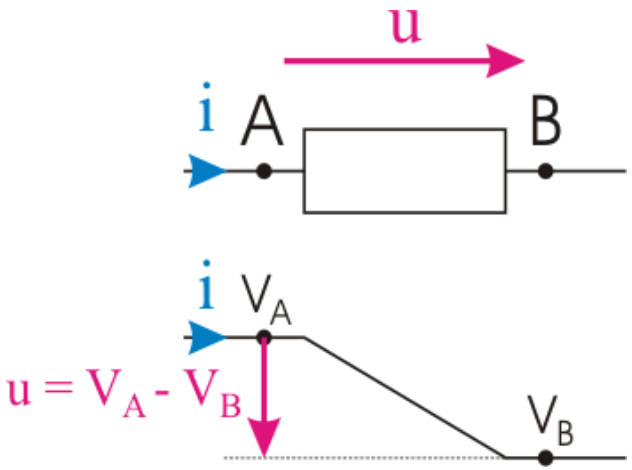


A **tensão elétrica** é a "força" responsável pela movimentação de elétrons.

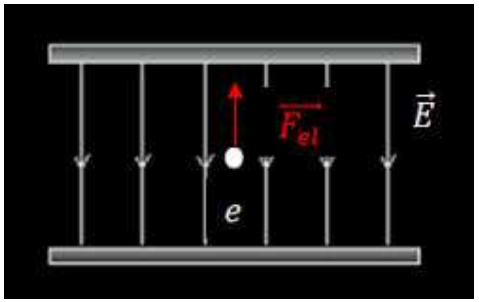
A **tensão elétrica** mede a **força que uma carga elétrica experimenta** no seio de um **campo elétrico**.



Portanto a **tensão elétrica** é a tendência que uma carga tem de ir de um ponto para o outro. Normalmente, tomamos um ponto onde consideramos a tensão=zero (TERRA) e medimos a tensão do resto dos pontos relativamente a este.



A **tensão elétrica** pode ser causada por **campos elétricos estáticos**, por uma **corrente elétrica sob a ação de um campo magnético**, por **campo magnético variante** ou uma combinação de todos os três.

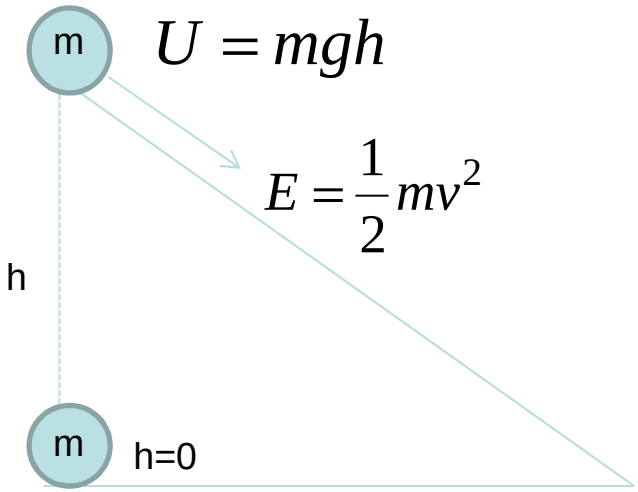


A **tensão elétrica** entre dois pontos, ou seja [(+) e (-)] é definida matematicamente como a **integral de linha do campo elétrico**:

$$V_b - V_a = \int_a^b E \cdot dl = \int_a^b E \cdot \cos\phi \cdot dl =$$

$$E // d \Rightarrow V_b - V_a = E(b-a)$$

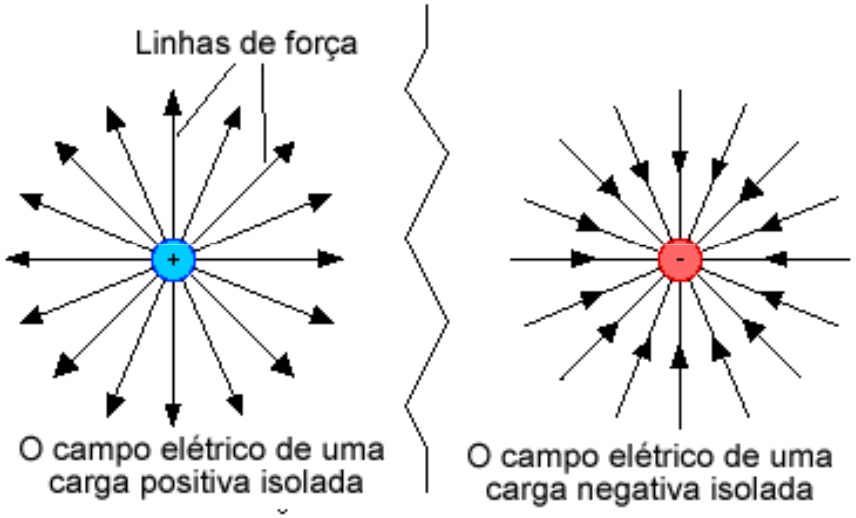
análogo a $U = mgh = mg(h-0)$



❑ **Campos elétricos** são análogos aos campos gravitacionais e magnéticos.

❑ **Campos elétricos (assim como os outros campos)** interagem entre si quando colocados próximos uns dos outros, produzindo **forças**.

❑ As **Forças** são as que produzem a **atração entre corpos de cargas opostas** (positiva-negativa), da mesma forma que a repulsão entre cargas iguais.



$$F = \frac{kq_1q_2}{r^2}$$

Lei de Coulomb

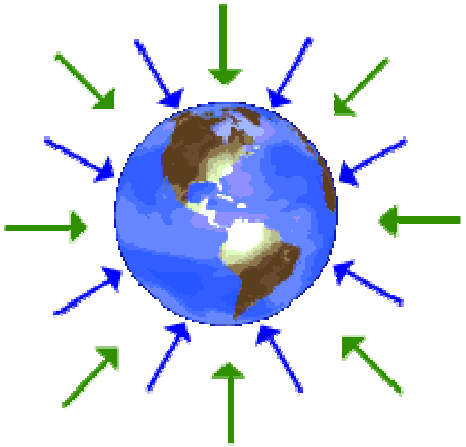
Cargas elétricas colocadas num campo elétrico estão sujeitas à ação de forças elétricas, de atração e repulsão.

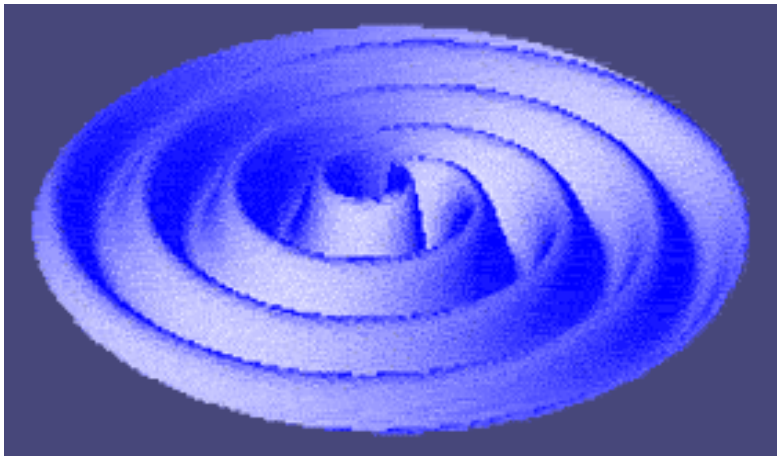
Campo elétrico: é o campo de força produzido pela ação de cargas elétricas, (elétrons, prótons ou íons) ou por seus conjuntos.

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}\left(\frac{N}{C}\right)$$

Newton: como é possível que se exerçam forças entre dois corpos celestes sem haver nada entre eles? ¿Qual pode ser o mecanismo da interação?.





Dois séculos depois de que Newton enunciara a lei da gravitação universal, foi elaborado o **conceito de campo**.

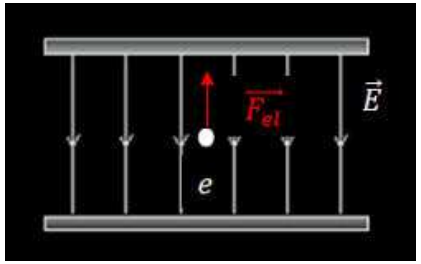
Enunciado por **Faraday** para interpretar as leis que regem as ações entre **cargas, correntes elétricas, e imãs**, e logo se converteu em um dos conceitos básicos da Física.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Lei de Faraday

O conceito de **CAMPO** nos leva à ideia de que no espaço invisível existem campos energéticos (de força) que acionam as funções do Universo.

O **campo elétrico uniforme** apresenta igualdade em suas **linhas de força**, (o campo se mantém igual entre placas condutoras) e, uma carga elétrica posicionada entre elas estará sujeita a uma **força** cuja intensidade e sentido são constantes ao longo do campo.



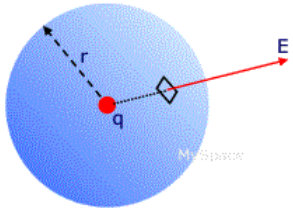
$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}\left(\frac{N}{C}\right)$$

Lei de **Coulomb**: a **força elétrica** que atua sobre **dois corpos eletricamente carregados** é diretamente **proporcional às suas cargas** e **inversamente proporcional ao quadrado da distância.**

Do mesmo modo que ocorre com a **força da gravidade** enunciada por **Newton**.

$$F = \frac{kq_1q_2}{r^2}; \text{onde}$$



$$F = \frac{GM_1M_2}{r^2}; \text{onde}$$

$F \equiv$ força (N)

$q \equiv$ carga elétrica (C)

$r \equiv$ distância (m)

$k \equiv$ constante eletrostática $\left(\frac{Nm^2}{C^2}\right)$

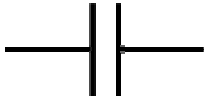
$F \equiv$ força (N)

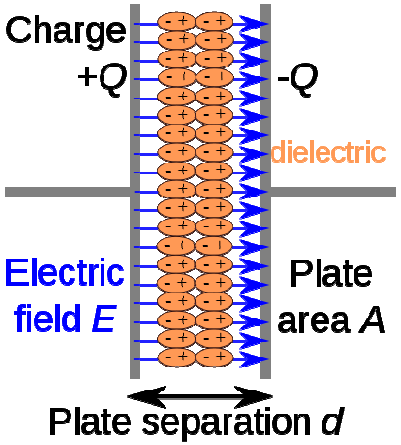
$M \equiv$ massa (Kg)

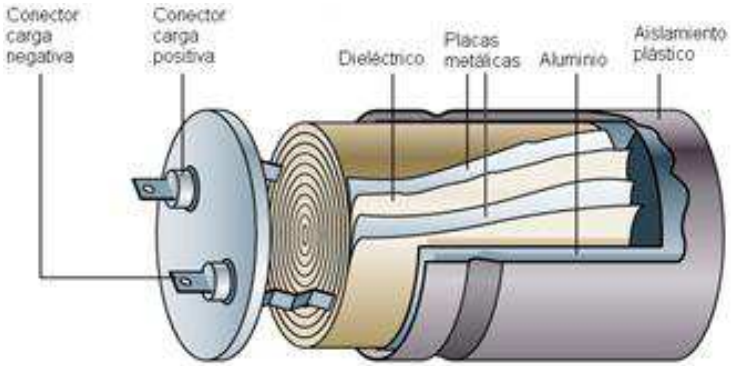
$r \equiv$ distância (m)

$G \equiv$ constante gravitacional $\left(\frac{Nm^2}{Kg^2}\right)$

Um capacitor é um dispositivo, utilizado em eletrônica, capaz de **armazenar energia** na forma de **campo elétrico**. Está formado por um par de superfícies condutoras,

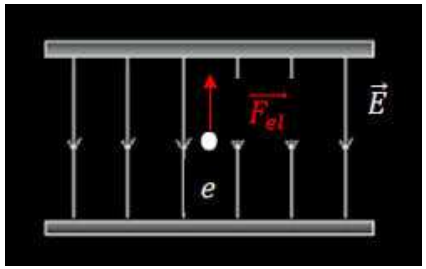




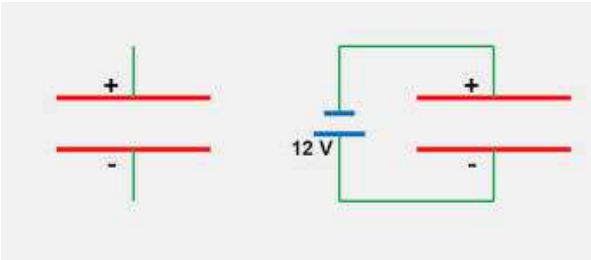


geralmente na forma de lâminas ou *placas*, de forma que todas as **linhas de campo elétrico** que partem de uma vão parar na outra, e são separadas por um material dielétrico ou por vácuo e que implicam em uma **força**:

$$\vec{F} = q\vec{E}$$



As placas, submetidas a uma **diferencia de potencial**, adquirem uma determinada **carga elétrica**, **positiva em uma e negativa na outra, sendo nula a variação da carga total.**

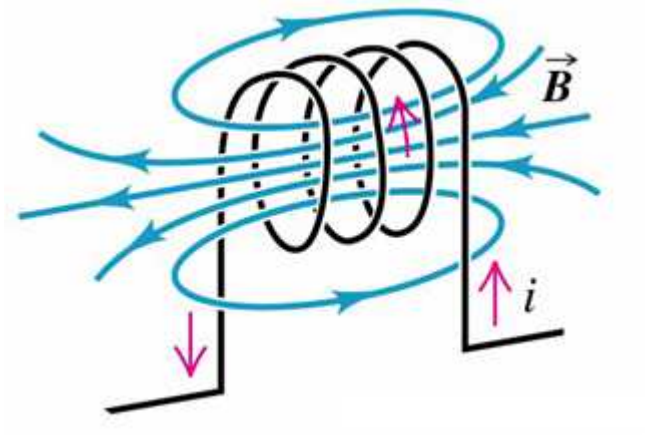


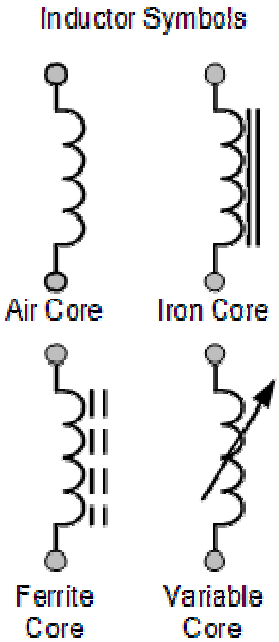
$$\vec{F} = q\vec{E}$$

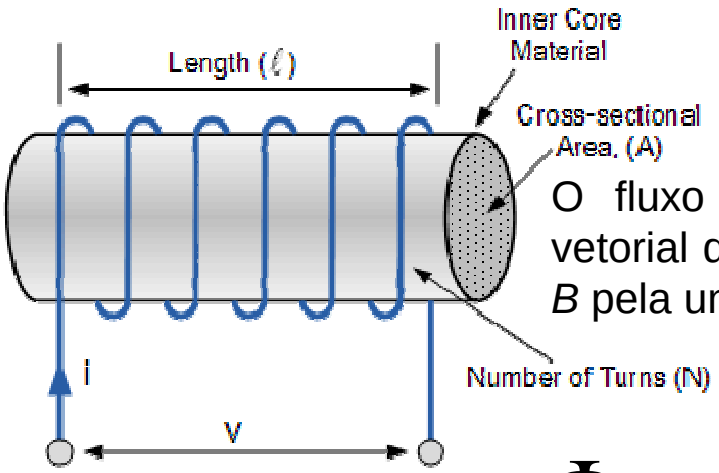
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

INDUTOR:

componente passivo de um circuito elétrico que, devido ao fenômeno da **autoindução**, **armazena energia na forma de campo magnético**.







O fluxo magnético é dado pelo produto vetorial da intensidade do campo magnético *B* pela unidade de área *A*. ou seja:

$$\Phi = \vec{B} \times \vec{A} = \iint \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Leis de Maxwell:

Leis **fundamentais** que governam o comportamento de campos elétricos e magnéticos

$$1)\ \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

LEI DE GAUSS: o fluxo elétrico total através de qualquer superfície fechada (integral) é igual à carga líquida dentro desta superfície dividida por ϵ_0

$$2)\ \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

LEI DE GAUSS para o magnetismo: o fluxo magnético resultante através de uma superfície fechada é nulo

$$3)\ \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

LEI DA INDUÇÃO de FARADAY:
a integral de linha do campo elétrico em torno de qq trajetória fechada (f.e.m.) é igual à taxa de variação (derivada) do fluxo magnético através de qualquer superfície limitada por essa trajetória.

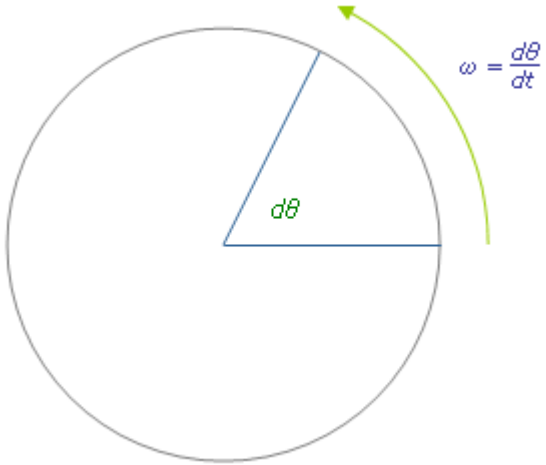
$$4)\ \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

LEI DE AMPÈRE-MAXWELL:
a integral de linha do campo magnético em torno de qq trajetória fechada é determinada pela corrente resultante e pela taxa de variação (derivada) do fluxo elétrico através de qualquer superfície limitada por essa trajetória

CIRCUITO LC: CAPACITOR – INDUTOR: CARGA E DESCARGA

Movimento circular

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$, analogamente em uma trajetória circular

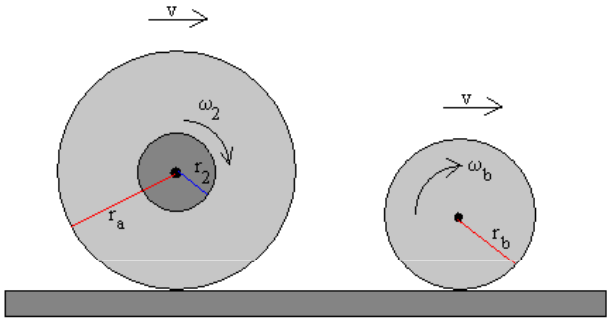


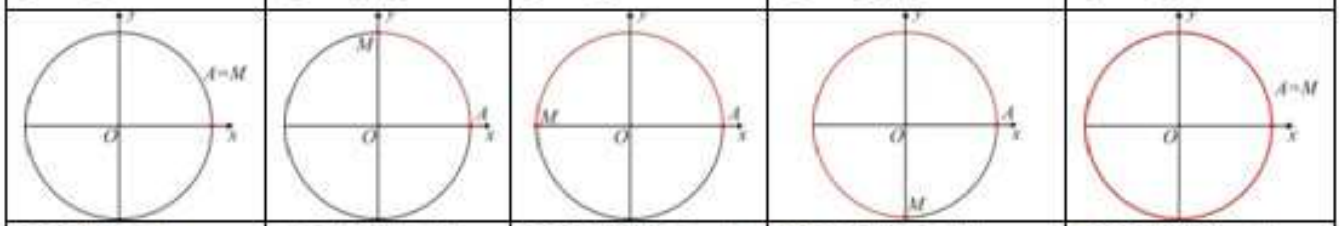
$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$, e uma revolução é igual a 2π; se

$$\Delta\theta = 2\pi$$

$$\Delta t = T$$

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

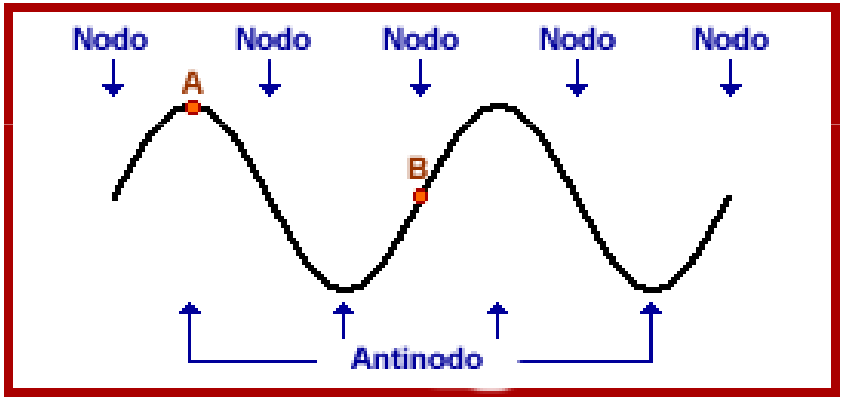


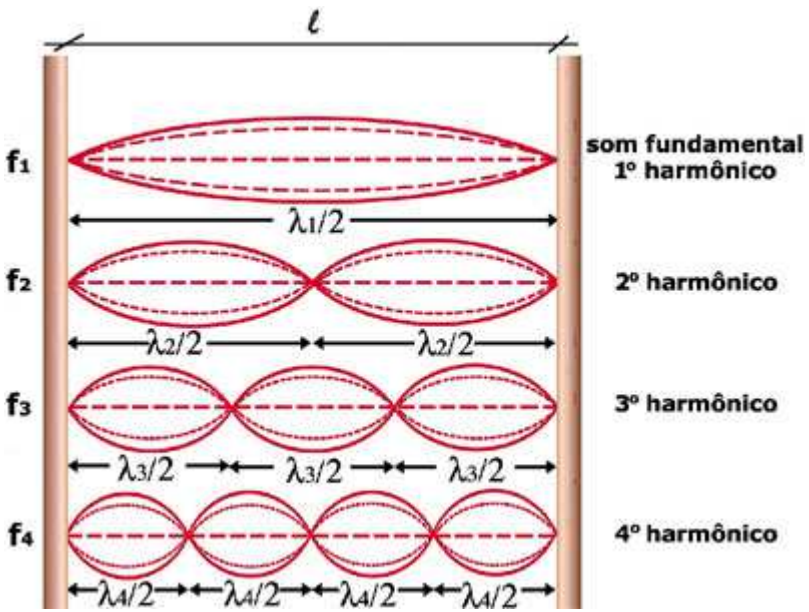
θ = 0	θ = π/2	θ = π	θ = 3π/2	θ = 2π
				
cos 0° = 1	cos 90° = 0 cos (π/2) = 0	cos 180° = −1 cos π = −1	cos 270° = 0 cos (3π/2) = 0	cos 360° = 1 cos 2π = 1

Ondas estacionárias

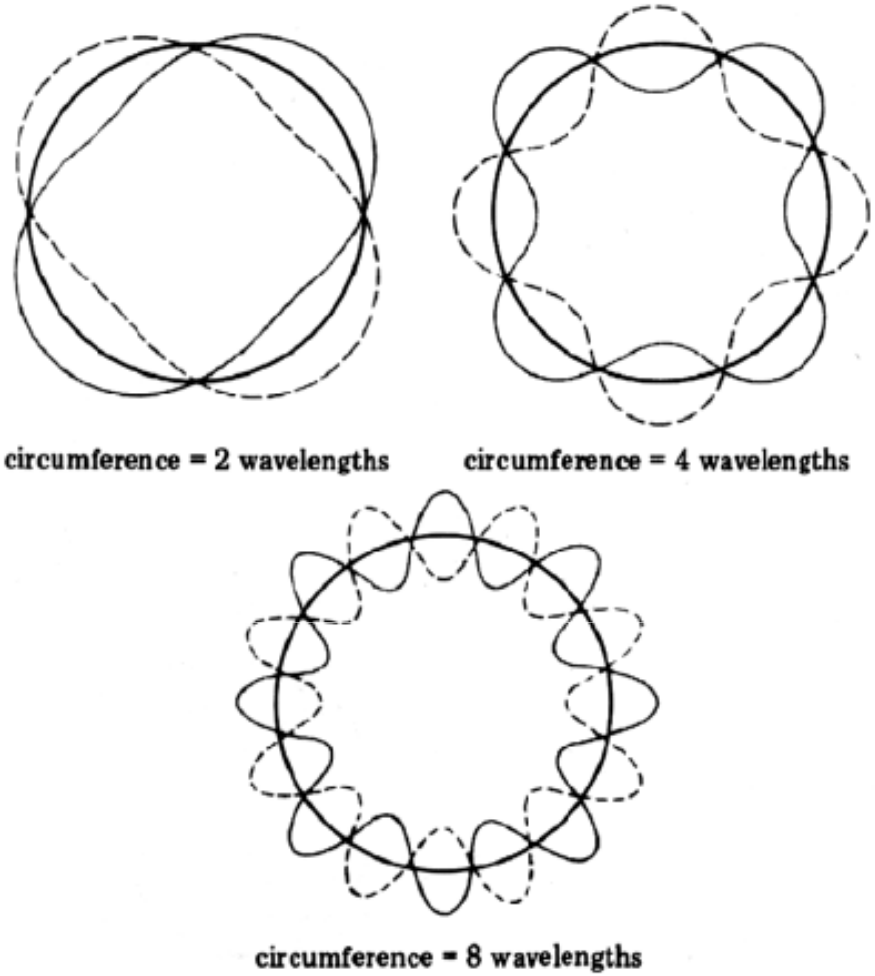
Conceito básico:

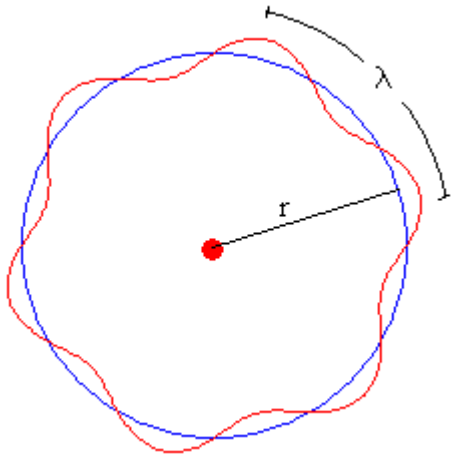
As **ondas estacionárias** são aquelas ondas nas quais, certos pontos da onda chamados nós, permanecem imóveis

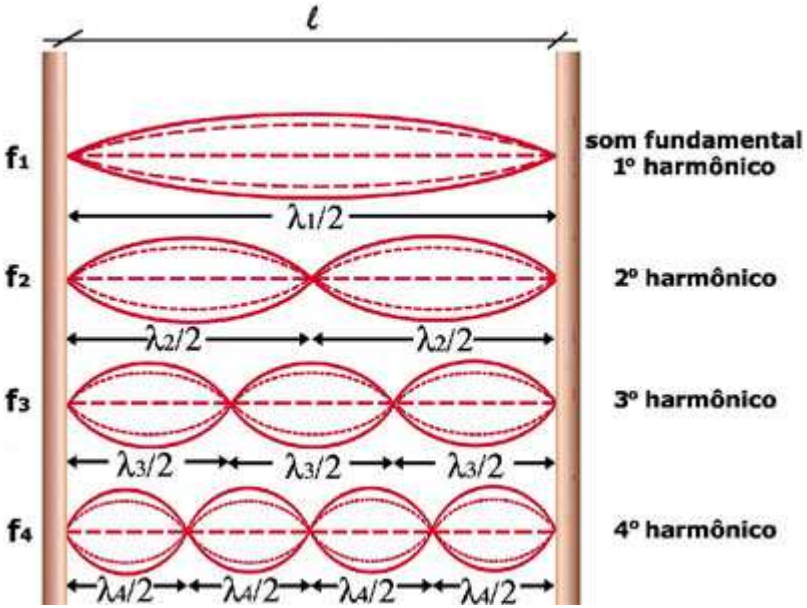




Ondas estacionárias – “movimento” ondulatório





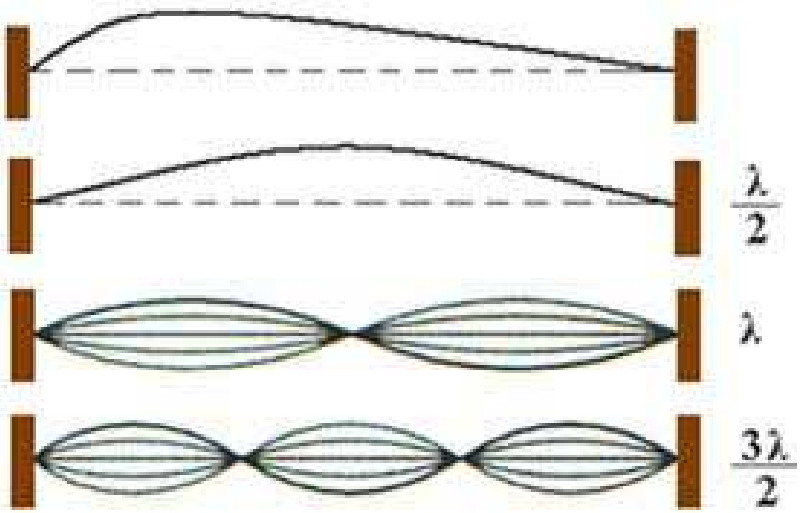


$k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ é o número de onda

λ é o comprimento de onda - distância entre cristas ou vales sucessivos

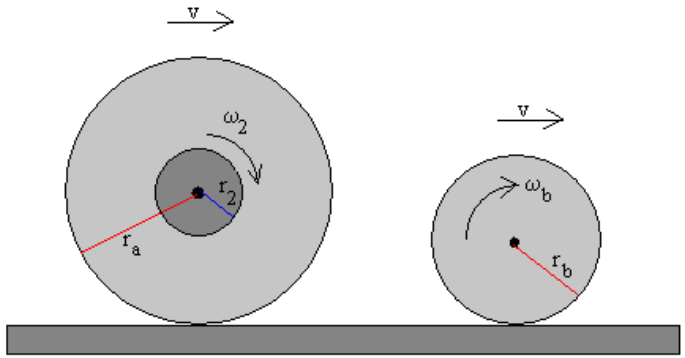
ω é a frequência angular; $\omega = \dfrac{2\pi}{\mathrm{T}} = 2\pi f$, onde f é a frequência

Ondas estacionárias



Movimento circular

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T}; \ \frac{1}{T} = f \Rightarrow \omega = 2\pi f$$



<u>Uma revolução é igual a 2π radianos</u>

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f,$$

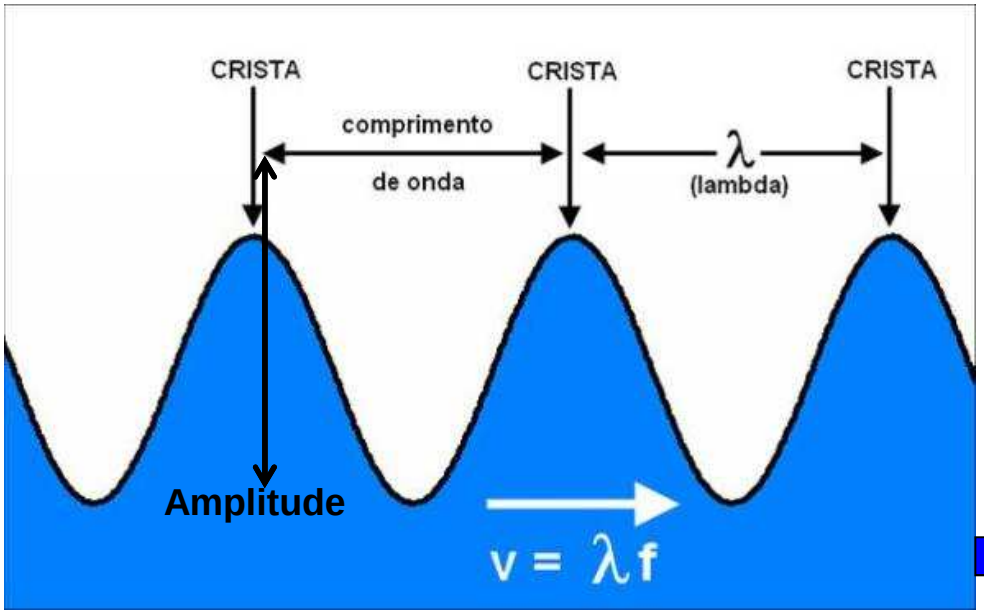
onde: *ω* é a frequência angular ou velocidade angular (medida em radianos por segundo),

***T* é o período (medido em segundos),**

***f* é a frequência normal (medida em Hertz)**

λ é o comprimento de onda – distância entre cristas ou vales sucessivos

Ondas em movimento (progressivas)



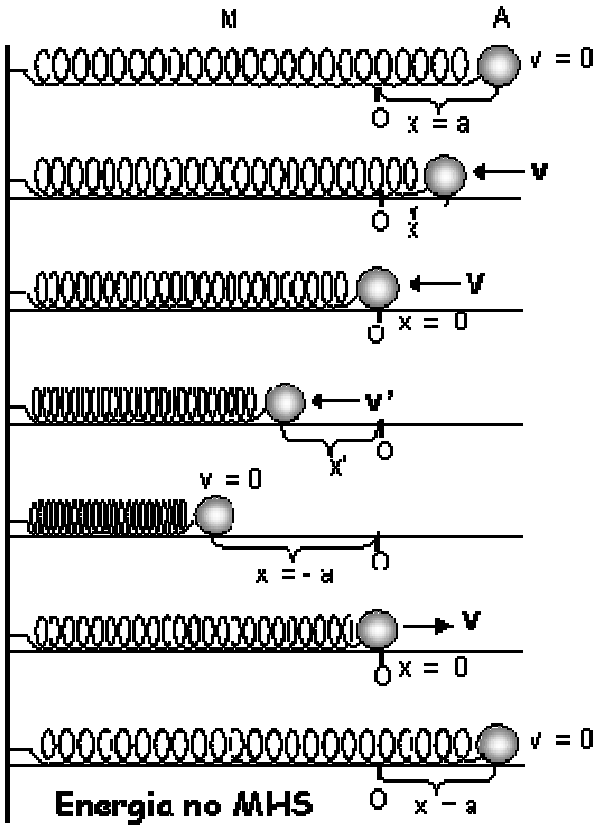
Sistema Massa - Mola

$$F = k \cdot x$$

$$E_p = \frac{kx^2}{2}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_T = E_c + E_p$$



a) $E = E_p = \frac{K \cdot a^2}{2}$

b) $E = E_p + E_c = \frac{K \cdot x^2}{2} + \frac{m \cdot v^2}{2}$

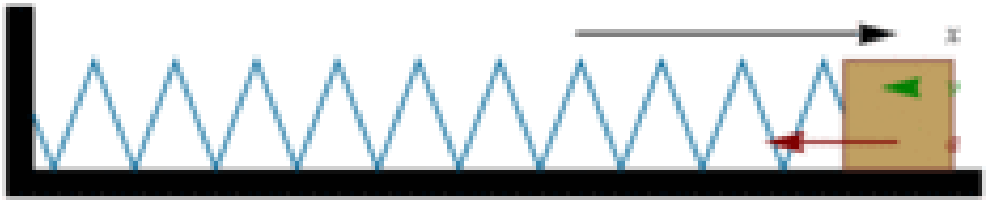
c) $E = E_c = \frac{m \cdot V^2}{2}$

d) $E = E_p + E_c = \frac{K \cdot x'^2}{2} + \frac{m \cdot v'^2}{2}$

e) $E = E_p = \frac{K \cdot a^2}{2}$

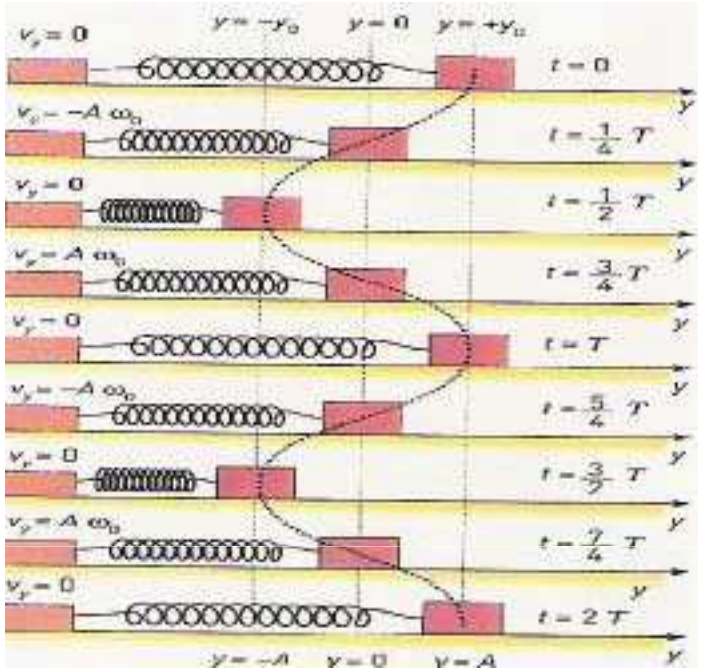
f) $E = E_c = \frac{m \cdot V^2}{2}$

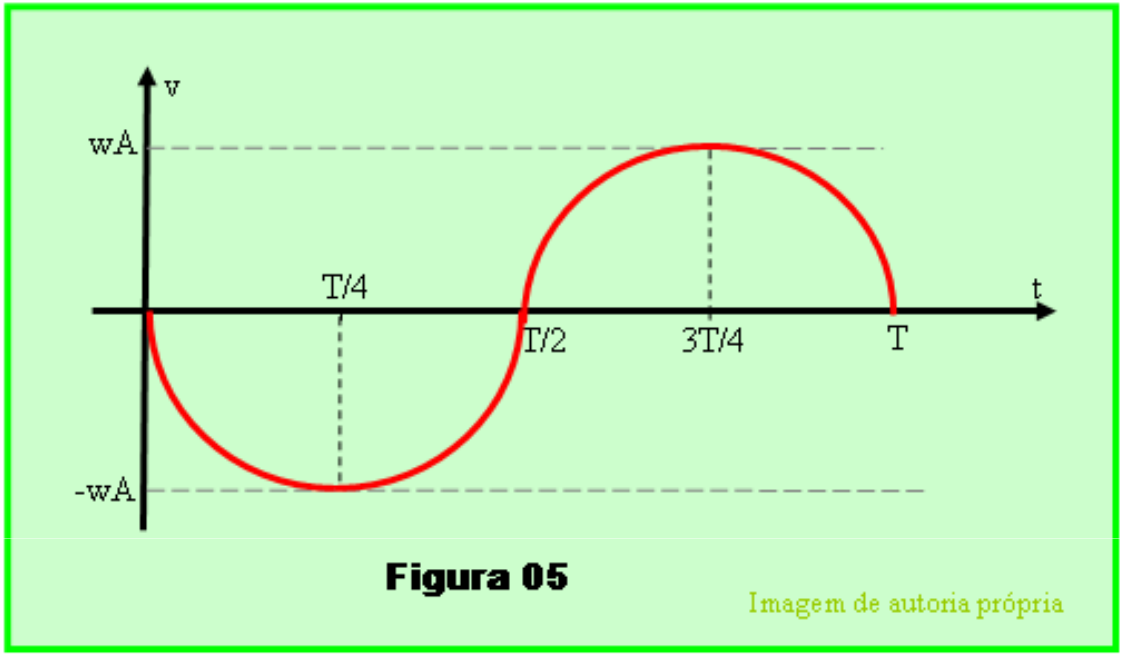
g) $E = E_p = \frac{K \cdot a^2}{2}$

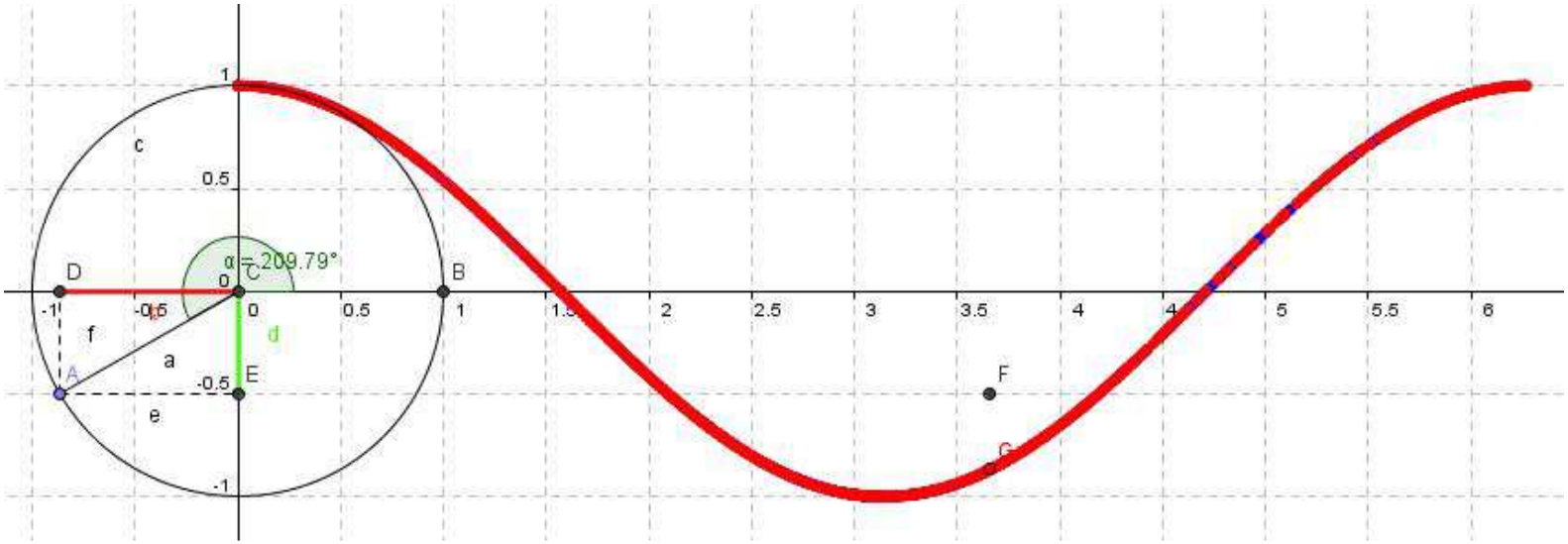


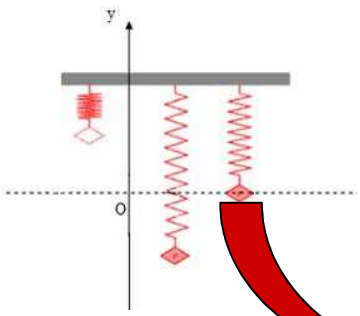
inversão de sentido – oscilação – em um certo período (frequência)

Conexão entre o movimento oscilatório & ondulatório – (funções seno e cosseno)









variação da posição "x" no MHS

$$F = m \cdot a = -kx \Rightarrow m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

$$\omega^2$$

$$a = cte \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} = 0$$

$$u(\vec{x},t) = A\cos(kx - \omega \cdot t)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial}{\partial x}(A\cos(kx - \omega \cdot t))\right) = \frac{\partial}{\partial x}(-kA \cdot \text{sen}(kx - \omega \cdot t)) =$$

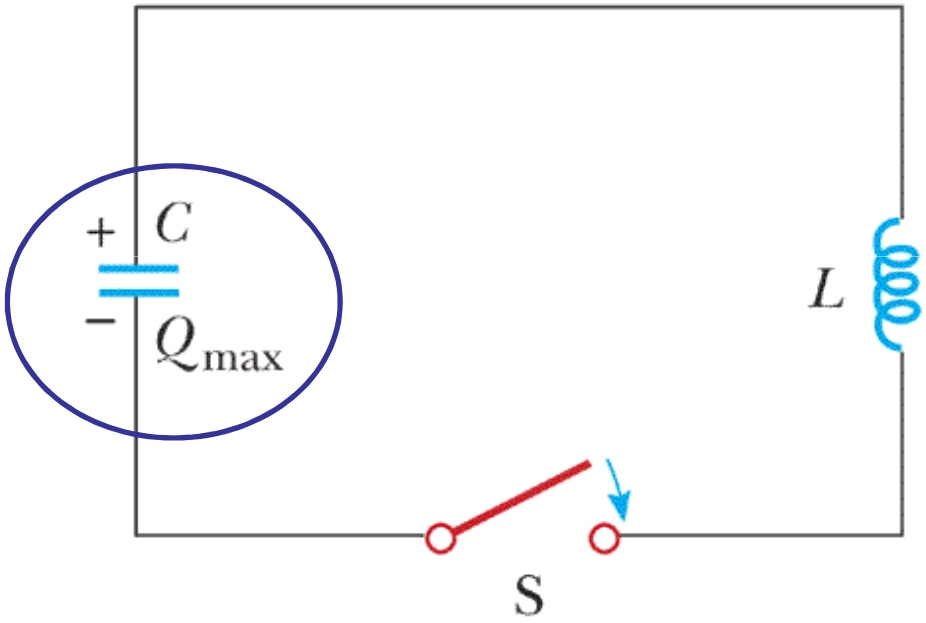
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -k^2 A\cos(kx - \omega \cdot t) \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -k^2\,\text{u}(x,t) \Rightarrow \text{u}(x,t) = cte\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$ ou analogamente

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial}{\partial t}(A\cos(kx - \omega \cdot t))\right) = \frac{\partial}{\partial t}(+\omega \cdot A \cdot \text{sen}(kx - \omega \cdot t)) =$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\omega^2 A\cos(kx - \omega \cdot t) \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\omega^2\,\text{u}(x,t) \Rightarrow \text{u}(x,t) = cte\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

Circuito LC – Sistema Massa-Mola

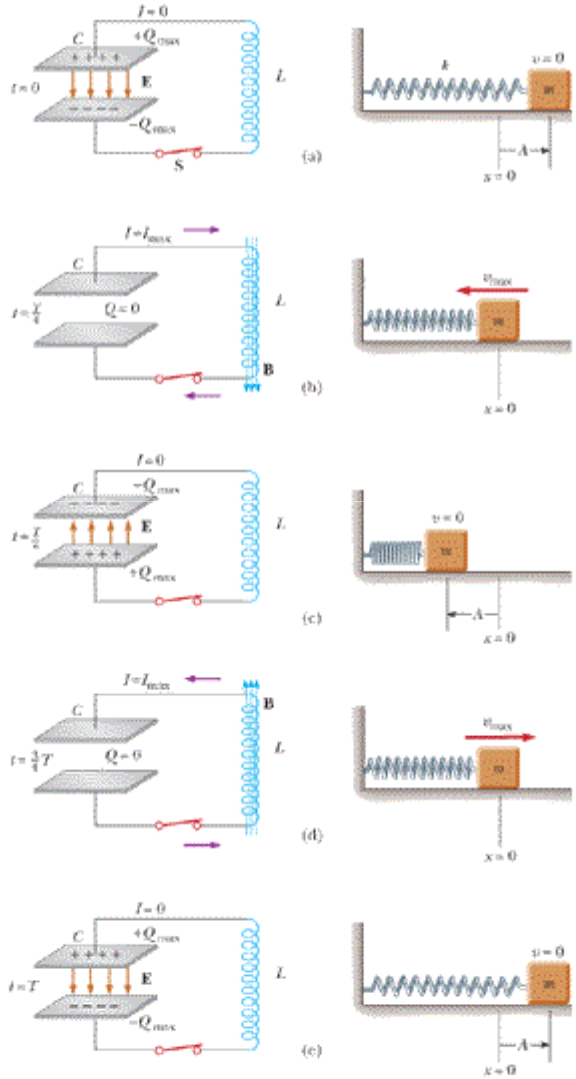
Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 24.8



O que ocorre ao fechar a chave "S" ???

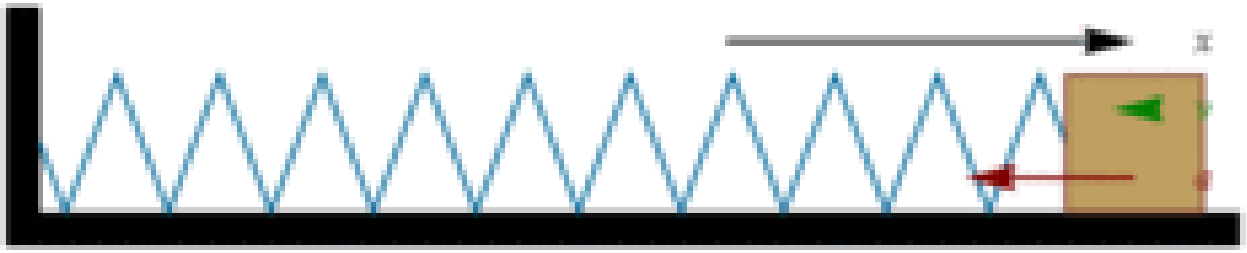
Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

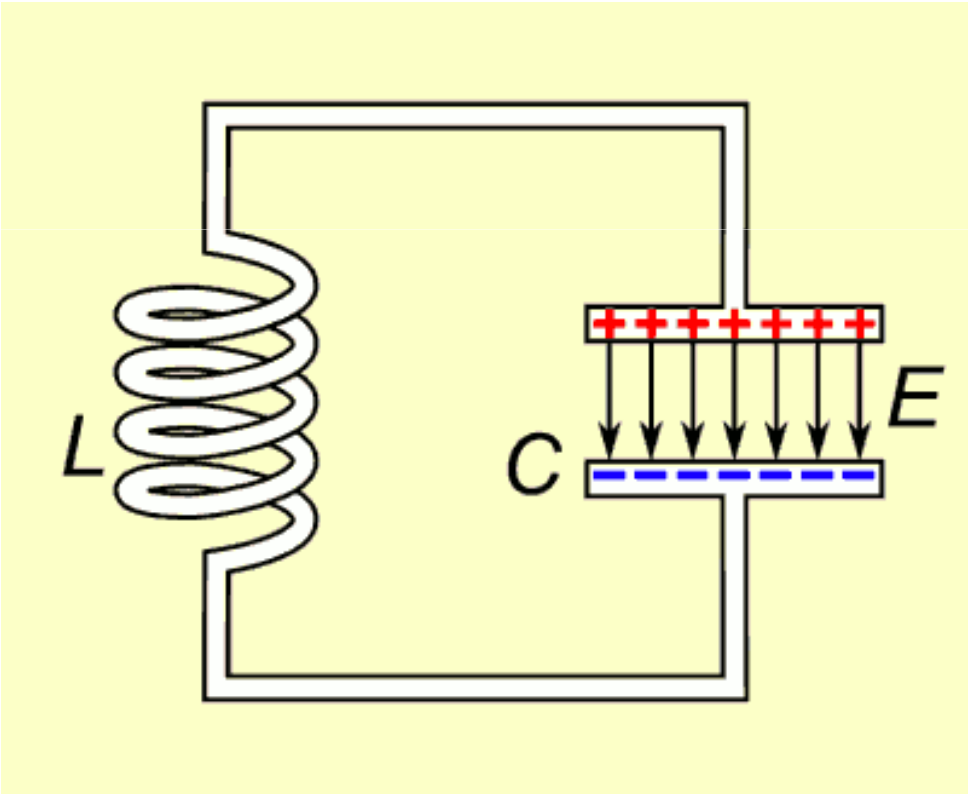
Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 24.9



Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

inversão do sentido da massa

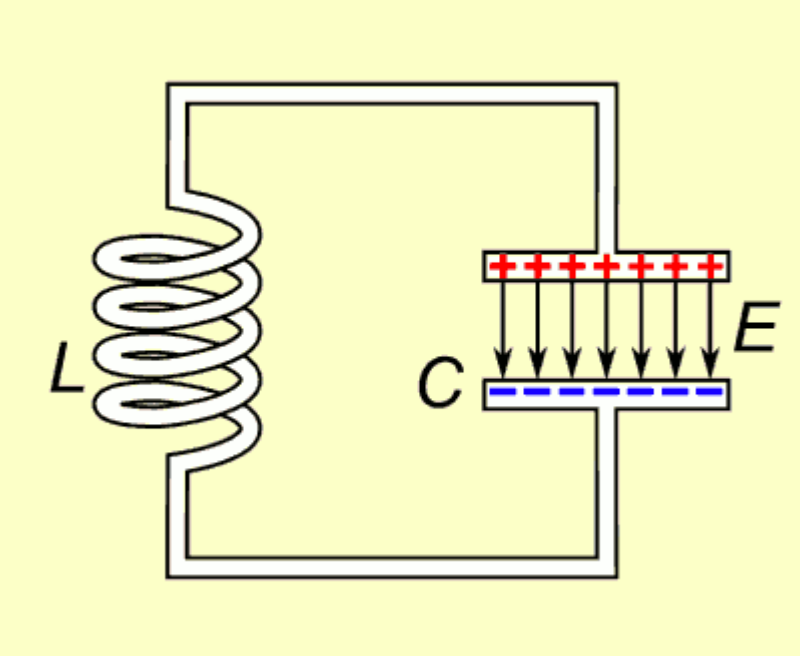




inversão do sentido da corrente

Em um circuito LC, um capacitor carregado com carga Qmax é conectado a um indutor (L).

1. Quando a chave se fecha o **capacitor** começa a descarregar e **gera uma corrente** no circuito.
2. O **indutor,** (elemento resistivo), **produz uma tensão contrária à Vc**.
3. Com a descarga do capacitor a corrente vai aumentando, até que a carga no capacitor seja zero.
4. O **indutor reage a esta "queda" de corrente gerando uma diferença de potencial**, contrária, que tende a preservar a corrente no sentido positivo.
5. Assim o capacitor se carrega ao contrário, criando uma tensão que se opõe ao sentido positivo da corrente.
6. Até que **a corrente irá a zero**, as tensões **Vc e VL se invertem**, em relação ao princípio e a sequência se repete, ao contrário, com corrente negativa, até que o capacitor se recarrega e o sistema volta ao estado inicial e o ciclo se fecha, e está pronto para repetir-se.



Ao ser introduzido em um circuito, **um capacitor** se comporta na práctica como um elemento "capaz" de **armazenar a energía** elétrica que recebe durante o **período de carga**, a mesma energía que cede depois durante o **período de descarga.**

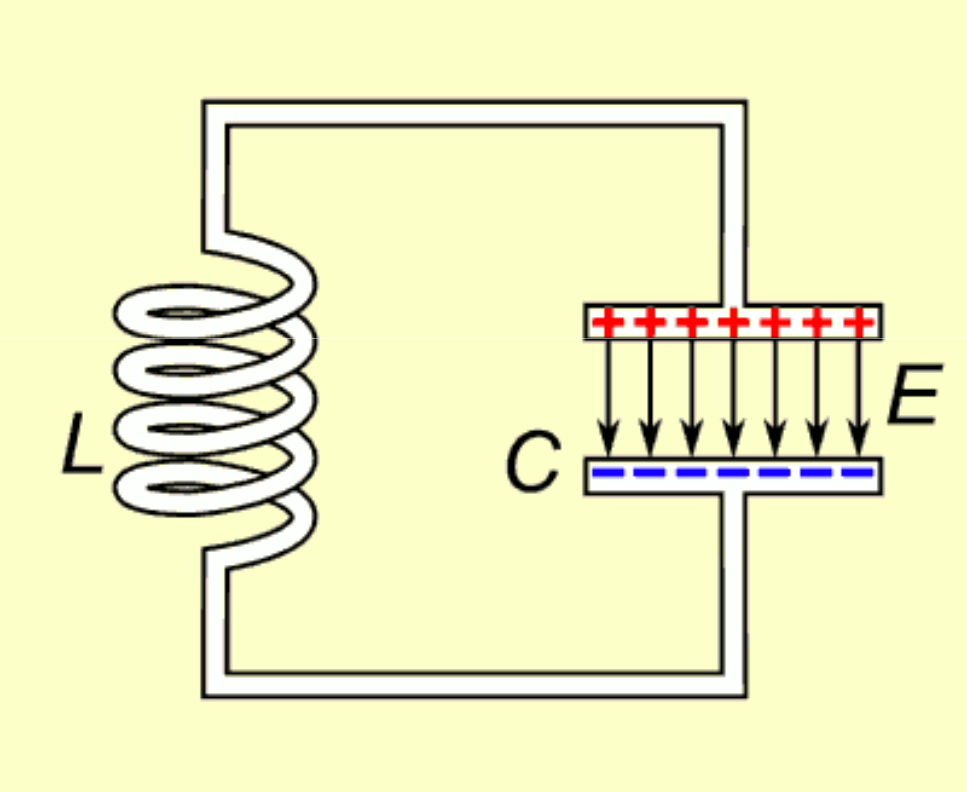
A corrente elétrica alterna a uma frequência:

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$\omega^2 = \frac{1}{\mathrm{LC}}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

frequência de ressonância



Para poder ouvir nossa emissora de rádio preferida só temos que **ajustar a frequência de ressonância do circuito LC à frequência de transmissão da emissora que queremos sintonizar**.

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

ANALOGAMENTE

$$\frac{Q}{C} + L\frac{dI}{dt} = 0, \text{ sendo } I = \frac{dQ}{dt} \Rightarrow \frac{Q}{C} + L\frac{d}{dt}\left(\frac{dQ}{dt}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{Q}{C} = -L\frac{d}{dt}\left(\frac{dQ}{dt}\right) \Rightarrow \frac{Q}{C} = -L\frac{d^2Q}{dt^2} \text{ ou } \frac{d^2Q}{dt^2} = -\frac{1}{LC}Q$$

Conclusão: a carga no circuito LC oscilará de maneira análoga à oscilação de uma partícula na mola

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \text{ ou } \omega = \sqrt{\mathrm{k}/\mathrm{m}}$$

por analogia

$$\omega^2 = \frac{1}{\mathrm{LC}}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ frequência de ressonância}$$

variação da posição "x"

$$F = m \cdot a = -kx \Rightarrow m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

variação da carga "q"

Aplicando as regras das malhas de Kirchhoff

soma das tensões em um circuito fechado = 0

$$\frac{Q}{C} + L\frac{dI}{dt} = 0, \text{ sendo } I = \frac{dQ}{dt} \Rightarrow \frac{Q}{C} + L\frac{d}{dt}\left(\frac{dQ}{dt}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{Q}{C} = -L\frac{d}{dt}\left(\frac{dQ}{dt}\right) \Rightarrow \frac{Q}{C} = -L\frac{d^2Q}{dt^2} \text{ ou } \frac{d^2Q}{dt^2} = -\frac{1}{LC}Q$$

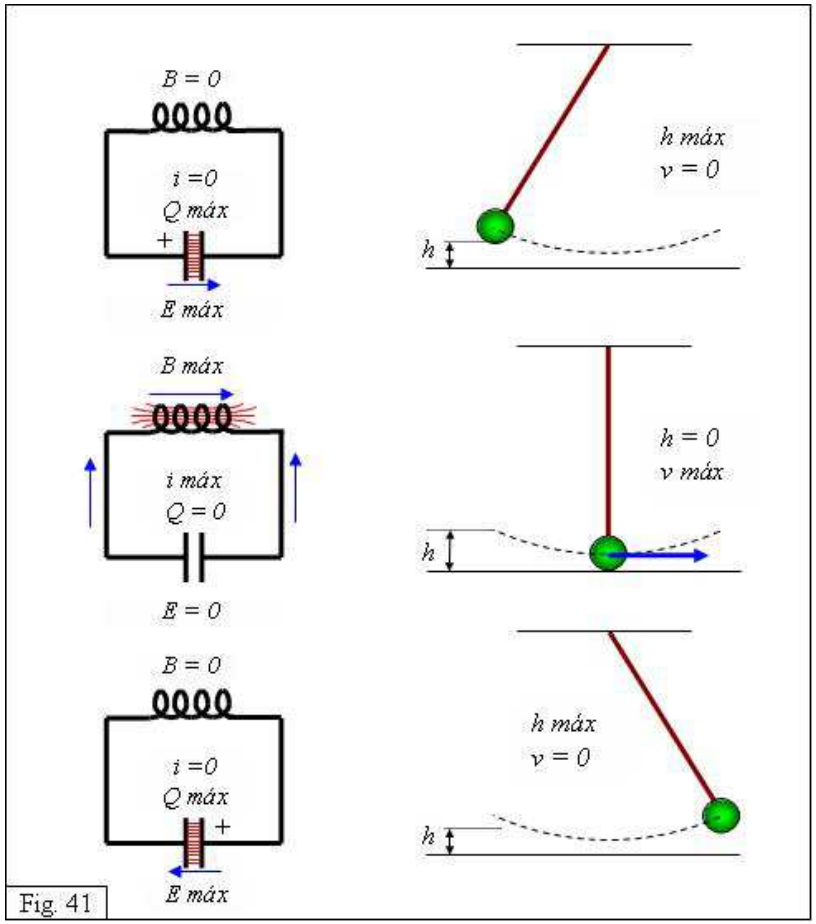


Fig. 41

LEI DE AMPÈRE

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I \text{ (integral de linha - somatória)}$$

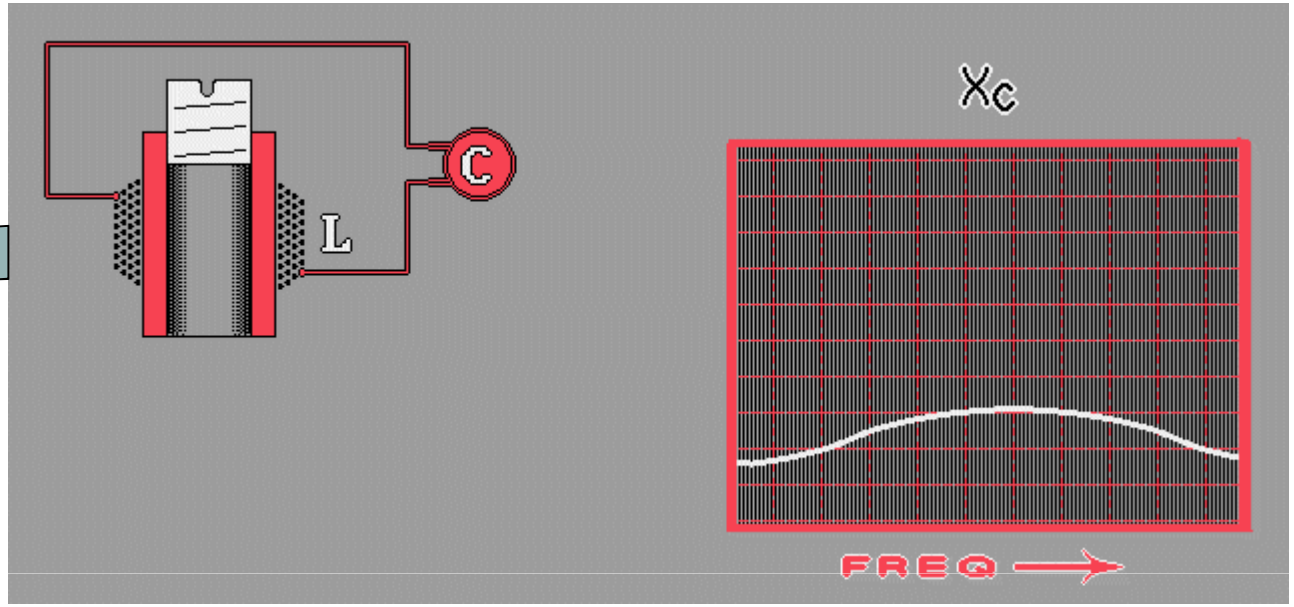
$$I = \frac{dQ}{dt} \text{ (derivada - taxa de variação de carga com o tempo)}$$

$$V_L(t) = L\frac{dI}{dt}$$

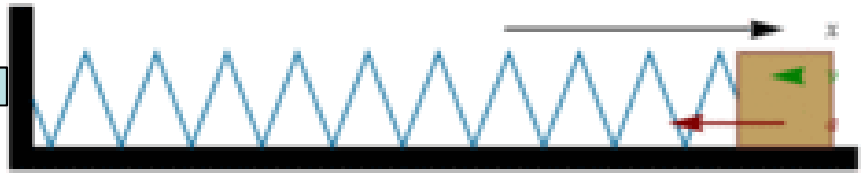
$$V_C = \frac{Q}{C}$$

$$V_R = R \cdot I$$

Circuito LC com L variável



$$\omega^2 = \frac{k}{m} \text{ ou } \omega = \sqrt{k/m}$$



por analogia

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ frequência de ressonância}$$

Lei de Ampère - Maxwell

Um capacitor, ao ser introduzido em um circuito se comporta na práctica como um elemento "capaz" de armazenar a energia elétrica que recebe durante o período de carga, a mesma energia que cede depois durante o período de descarga.

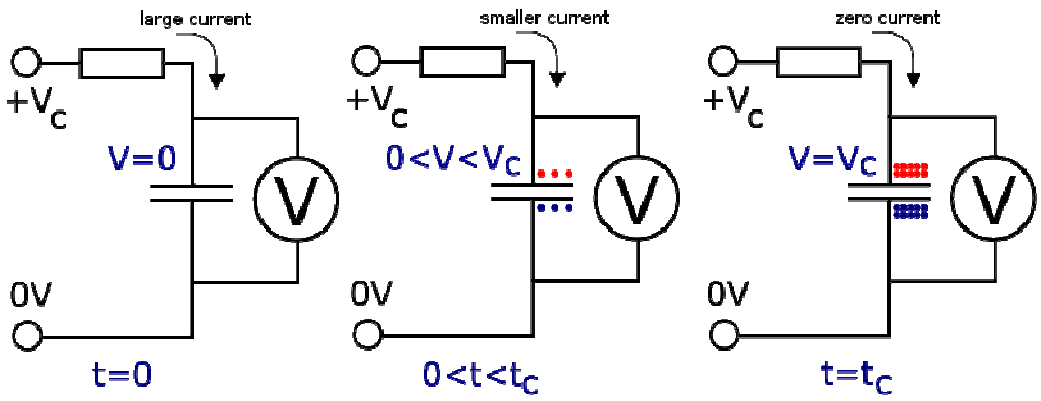
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I \text{ (integral de linha - somatória)}$$

$$I = \frac{dQ}{dt} \text{ (derivada - taxa de variação de carga com o tempo)}$$

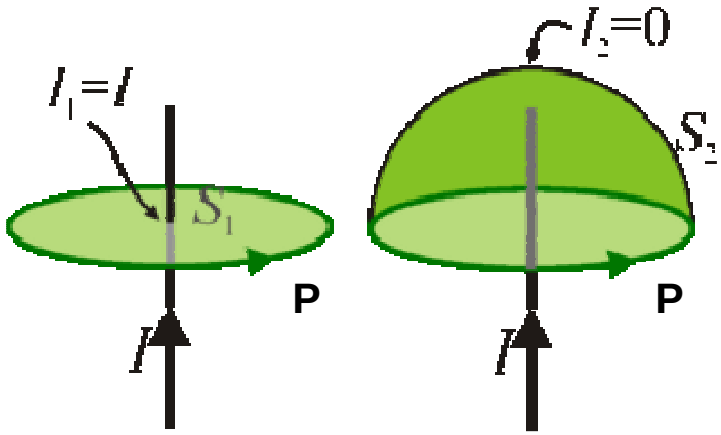
Corrente de condução: corrente (carga) transportada por partículas através de um fio.

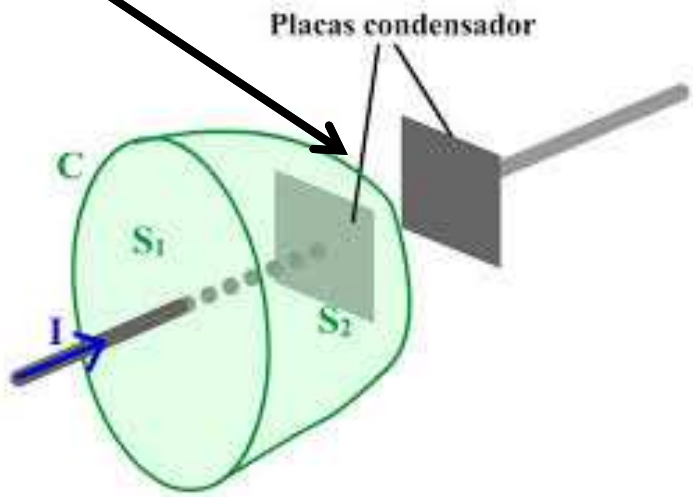
A Lei de Ampère é válida somente se a corrente de condução for contínua no espaço.

A Lei de Ampère é válida somente se a corrente de condução for contínua no espaço. No caso do capacitor, quando existe corrente de condução nos fios, a carga nas placas varia com o tempo, **mas não existe nenhuma condução entre as placas**.

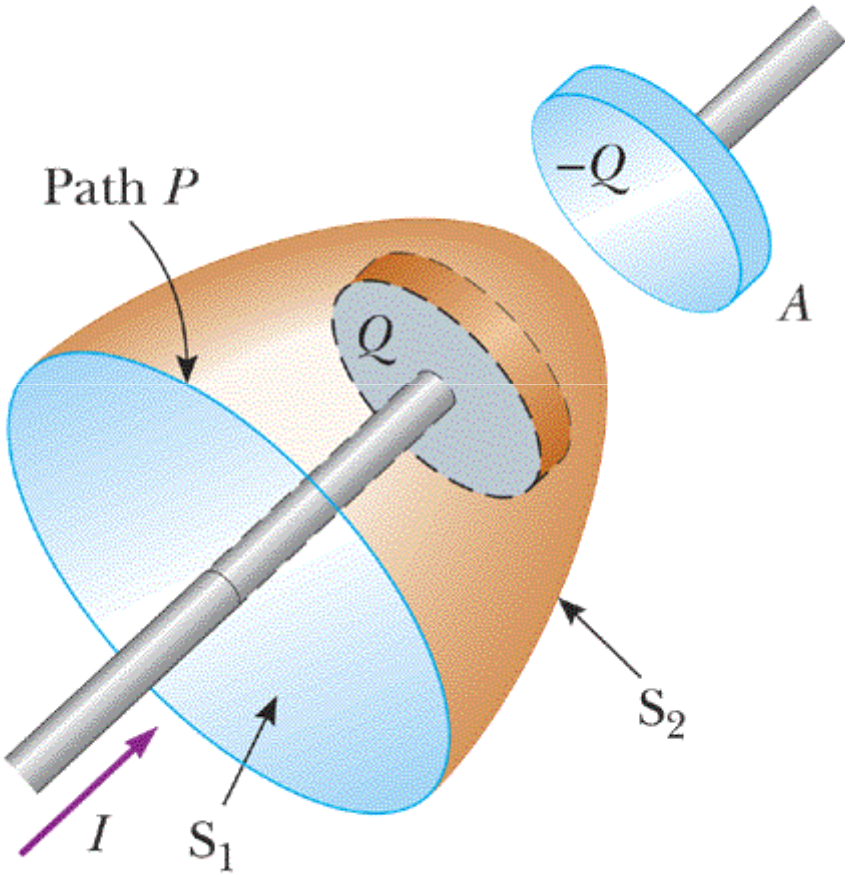


Considere as duas **superfícies S1** (área transversal) e **S2** (um parabolóide) passando **<u>entre as placas de um capacitor</u>**, limitadas pela mesma trajetóira "P"



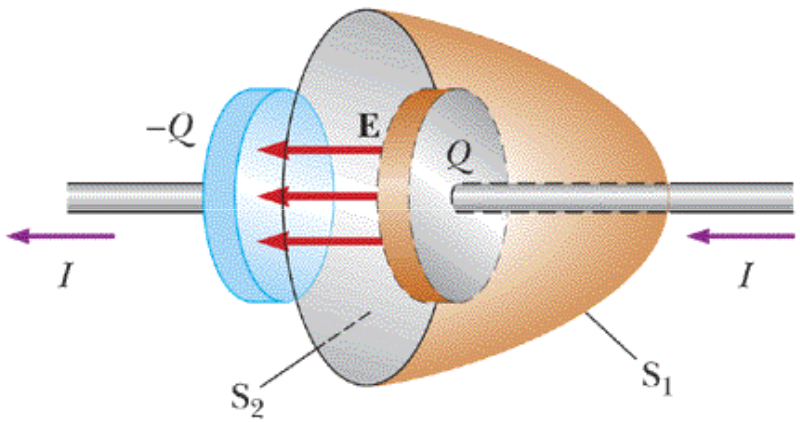


Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 24.1



Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 24.2



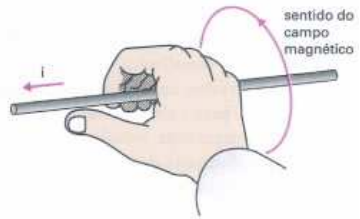
Harcourt, Inc. items and derived items copyright © 2002 by Harcourt, Inc.

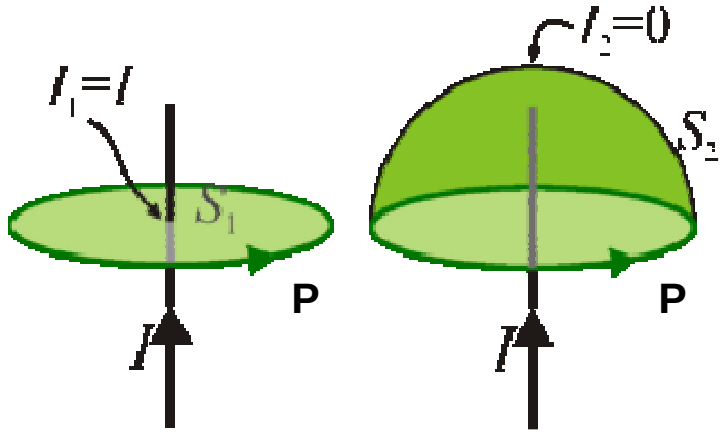
A Lei de Ampère diz que a integral de linha de ***B.ds*** ao redor dessa trajetória tem de ser igual a $\mu_0 I$

onde ***I*** é a corrente total através de qualquer superfície limitada pela trajetória ***P***

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I \text{ (integral de linha)}$$

$$I = \frac{Q}{t}$$





Quando a **trajetória P é considerada como limitando S1**, o resultado da integral é ***μoI*** porque a corrente de condução atravessa S1 enquanto o capacitor está carregando.

No entanto, quando a trajetória P limitar S2, **o resultado será nulo** porque **nenhuma corrente de condução atravessa S2.**

Maxwell resolveu esse problema postulando um termo adicional no lado direito da Lei de Ampère:

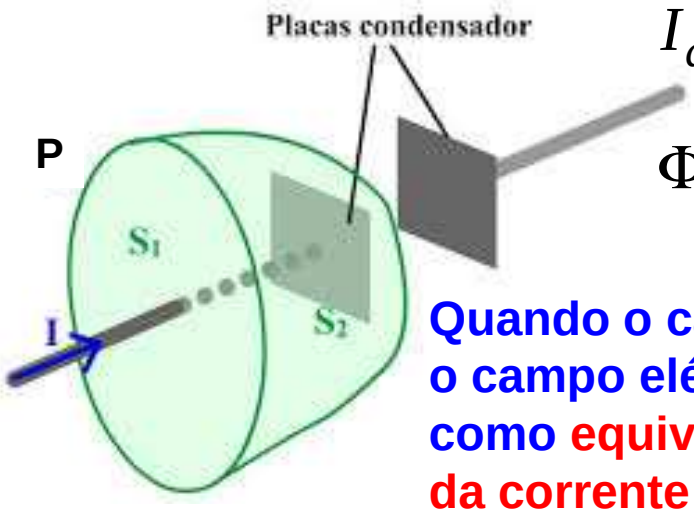
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I \text{ (Lei de Ampère)}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \text{ (Lei de Ampère - Maxwell)}$$

Lei de Ampère - Maxwell

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I \text{ (Lei de Ampère)}$$

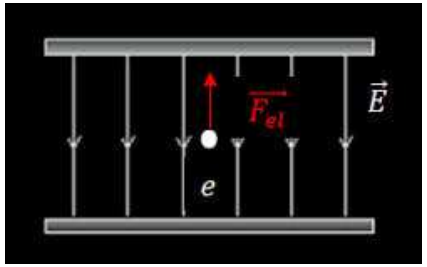
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \text{ (Lei de Ampère - Maxwell)}$$



$$I_d = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$ **corrente de deslocamento**

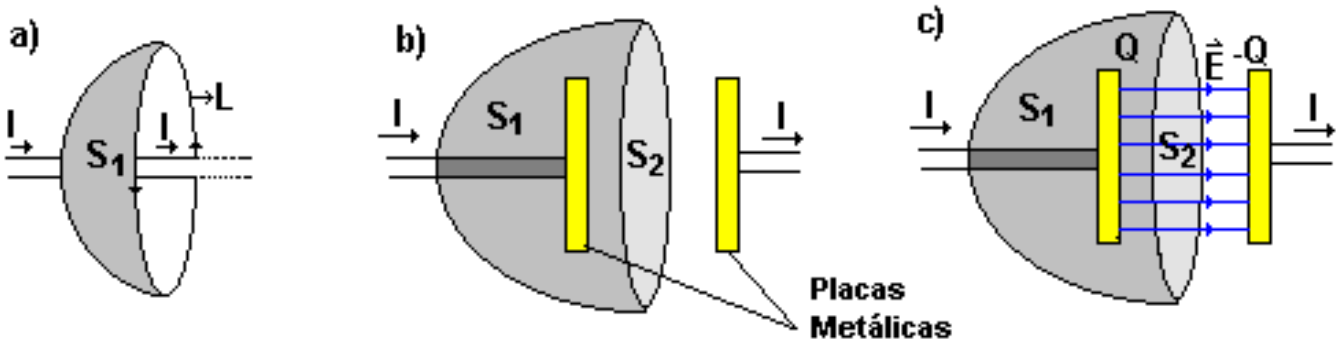
$$\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} \Rightarrow \text{fluxo do campo elétrico}$$

Quando o capacitor está sendo carregado (ou descarregado), o campo elétrico variável entre as placas pode ser considerado como equivalente a uma corrente que atua como continuação da corrente de condução no fio.



Assim, não importa qual superfície limitada pela trajetória *P* seja escolhida, ou a corrente de condução ou a corrente de deslocamento a atravessa

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \text{ (Lei de Ampère - Maxwell)}$$



Na figura, o fluxo elétrico através de S2 (círculo entre as placas) é:

$$\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \cdot A$$

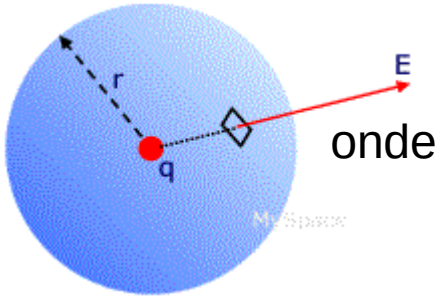
$$E = \frac{Q}{\varepsilon_0 A} \Rightarrow \Phi_E = \frac{Q}{\varepsilon_0 A} \cdot A = \frac{Q}{\varepsilon_0}, \text{ sendo}$$

$$I_d = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \varepsilon_0 \frac{dQ}{\varepsilon_0 dt} = \frac{dQ}{dt}$$

Conclusão:
A corrente de deslocamento através de S2 é igual à corrente de condução através de S1.

1) $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$ **Lei de Gauss para o campo elétrico**

Carga pontual:

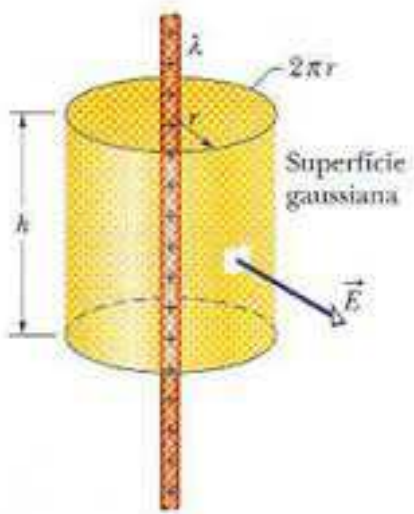


Definição de uma superfície onde as linhas de campo são “normais”

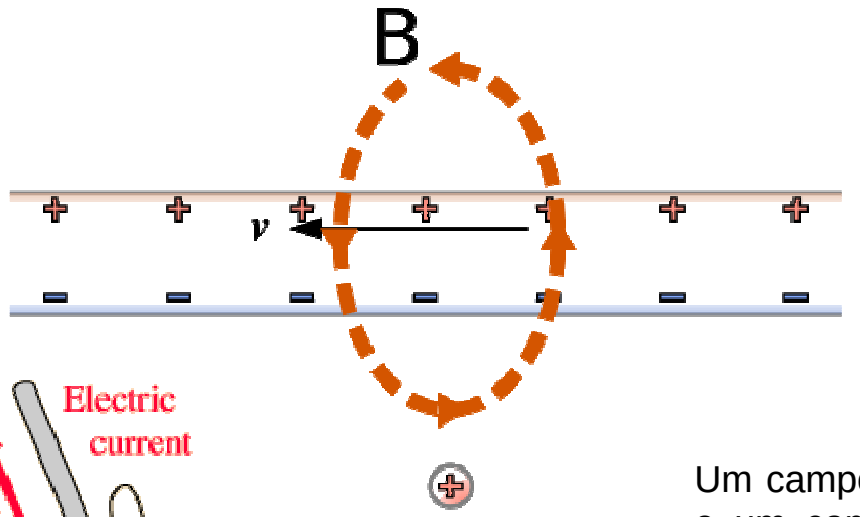
$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0} = \frac{Q}{A\varepsilon_0}$$

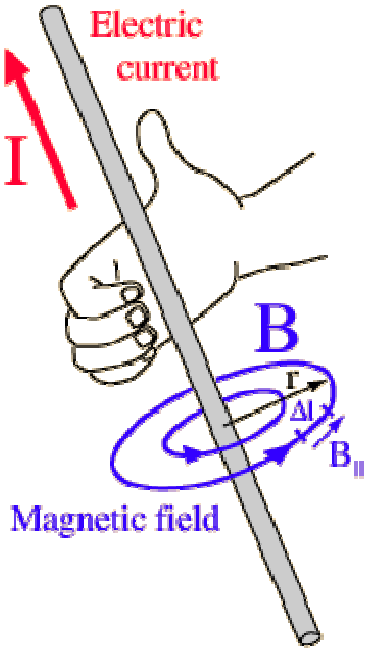
Cilíndro:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E \cdot 2\pi \cdot rL = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{2\pi rL \varepsilon_0}$$



O ponto central desse formalismo é que campos magnéticos são produzidos tanto por <u>correntes de condução</u> quanto por <u>campos elétricos variáveis</u>





Um campo magnético variável gera um campo elétrico e um campo elétrico variável resulta em um **campo magnético**

Resumo - Leis de Maxwell:

Leis **fundamentais** que governam o comportamento de campos elétricos e magnéticos

$$1)\ \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$2)\ \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

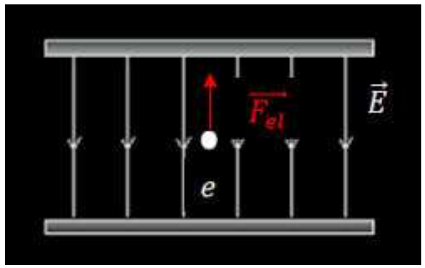
$$3)\ \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$4)\ \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

um campo magnético variável resulta em um campo elétrico e

um campo elétrico variável gera um campo magnético

$$1)\ \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$



O fluxo elétrico total (definido pela integral de linha) através de qualquer superfície fechada é igual à carga dentro desta superfície dividida por uma constante.

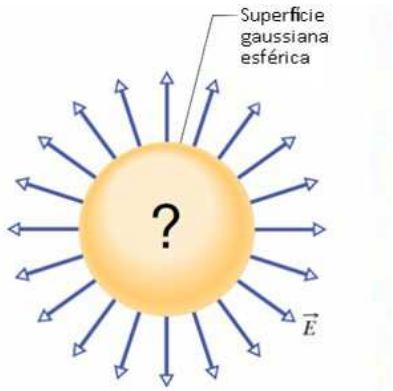
$$\varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} = \frac{1}{4\pi\cdot 10^{-7}\left(\frac{T\cdot m}{A}\right)}\cdot\frac{1}{\left(3\cdot 10^{8}\left(\frac{m}{s}\right)\right)^2} = 8.854187817\cdot 10^{-12}\left(\frac{C^2}{N\cdot m^2}\right)$$

permissividade no vácuo

$$\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}\left(\frac{T\cdot m}{A}\right)$$ permeabilidade no vácuo

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\,\epsilon_0}} \approx 3,0\times 10^8 m/s$$

A quantidade de linhas de campo elétrico emitidas por uma carga é proporcional à quantidade de cargas



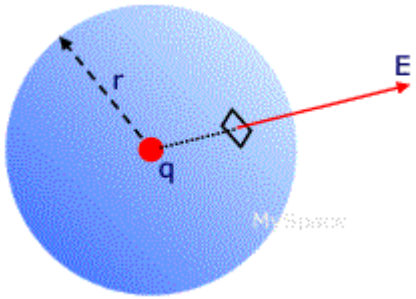
A intensidade do campo depende da densidade de linhas.

Assim, o campo elétrico deve ser proporcional à quantidade de cargas.

Para somar as linhas de campo, integramos estas linhas em uma superfície fechada

1) $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$ **<u>Lei de Gauss para o campo elétrico</u>**

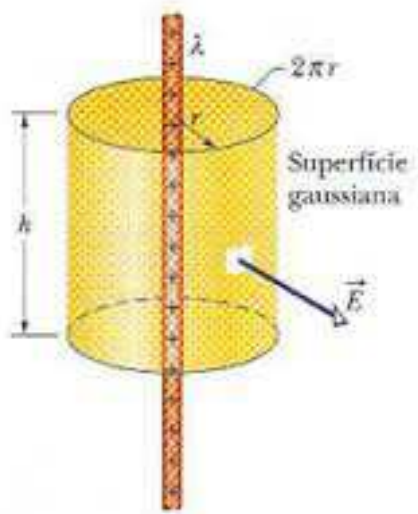
Carga pontual:



$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

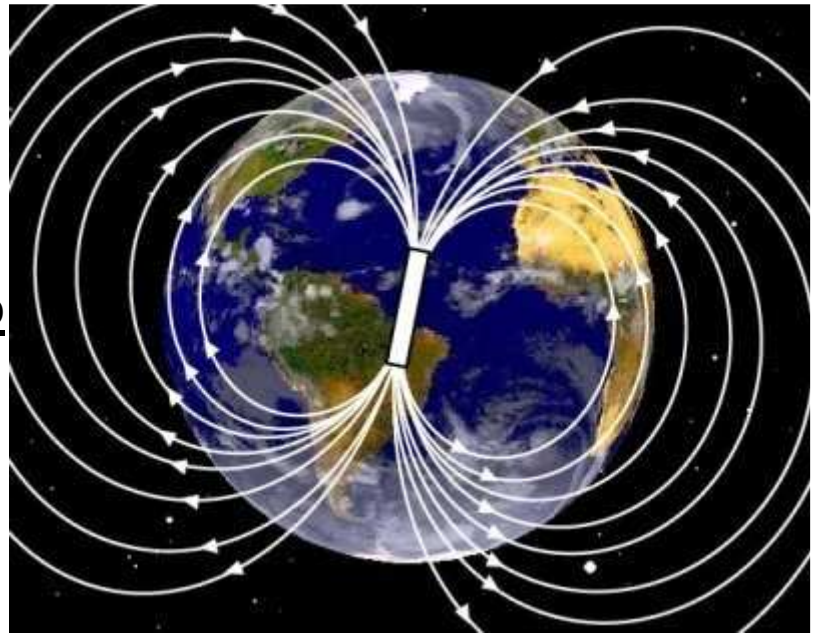
Cilíndro:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E \cdot 2\pi r L = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{2\pi r L \varepsilon_0}$$



Lei de Gauss para o campo magnético

$$2)\ \oint \vec{B}\cdot d\vec{A} = 0$$



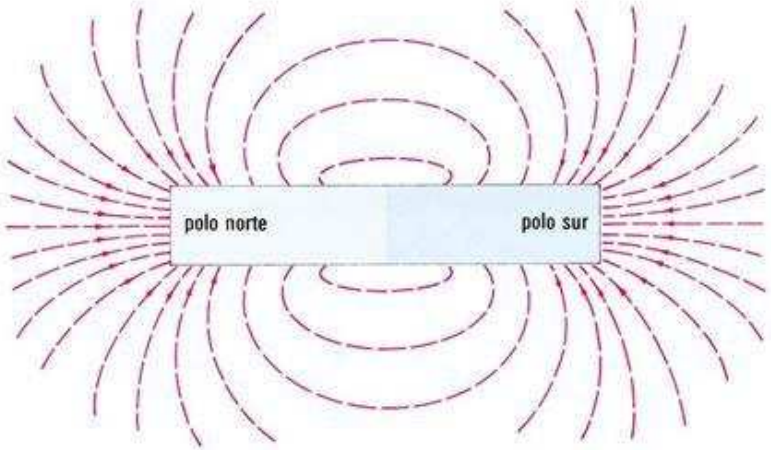
Lei de Gauss para o campo elétrico e magnético

$$1)\ \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$2)\ \oint \vec{B}\cdot d\vec{A} = 0$$

Lei de Gauss para campos magnéticos é nula.

O fluxo do campo magnético produzido por um imã na superfície fechada é zero. Pode-se visualizar, pela figura, que *todas as linhas de campo magnético que entram, saem*.



Conclusão:
***não existem cargas magnéticas*.**
não existe monopolo magnético.

3) A **Lei da indução eletromagnética de Faraday** (**Lei de Faraday**) estabelece que a **f.e.m. induzida em um circuito fechado** é diretamente proporcional à **taxa de variação do fluxo magnético** que atravessa uma superfície qualquer com o circuito como (borda/fronteira):

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

LEI DA INDUÇÃO de FARADAY:
a integral de linha do campo elétrico em torno de qq trajetória fechada (f.e.m.) é igual à taxa de variação (derivada) do fluxo magnético através de qualquer superfície limitada por essa trajetória.

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt}\int_s \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$\Phi_B(t) = B(t) \cdot A$$

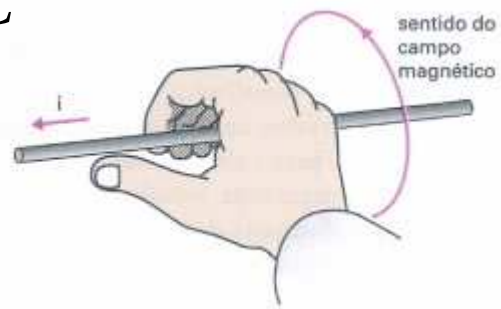
$\vec{E}$ é o campo elétrico

$d\vec{l}$ é o elemento infinitesimal do contorno C

$\vec{B}$ é a densidade do campo magnético e

S é uma superfície arbitrária cujo borde/fronteira é C

As direções do contorno C e de $d\vec{A}$ são dadas pela regra da mão direita



$$4)\ \oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

uma corrente elétrica "*I*" ou
um campo elétrico variável gera um campo magnético

A equação é a forma generalizada da Lei de Ampère e descreve como:
uma corrente elétrica ou um campo elétrico variável criam um campo magnético.

Dito de outra maneira:

a integral de linha do campo magnético em torno de qualquer **trajetória fechada**
é determinada pela **corrente resultante** e pela **taxa de variação do fluxo elétrico**
através de qualquer superfície limitada por essa trajetória

Simetria

$$\begin{cases} 3)\ \oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\dfrac{d\Phi_B}{dt} \\ 4)\ \oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \varepsilon_0 \dfrac{d\Phi_E}{dt} \end{cases}$$