

# Cálculo de condutos



PMC 3230

Prof. Marcos Tadeu Pereira

2016

(Diversas figuras retiradas da internet sem identificação de origem)

# **Bibliografia adicional**

Mémènto des Pertes de Charge (Handbook of Pressure Loss)  
– I.E. Idelchick

Applied Fluid Dynamics Handbook – Robert Blevins

Atlas de Mecânica dos Fluidos – Rui C.C. Vieira

Fundamentals of Hydro and Aeromechanics – Prandtl/Tietjens

Applied Hydro and Aeromechanics – Prandtl/Tietjens

# Cálculo de condutos - **Objetivos**

- Determinação de vazão, perda de carga, pressão e potência requerida para escoamento em dutos e suas singularidades (cotovelos, curvas, válvulas, “T”s, etc.);
- Projeto de instalações hidráulicas (água, ar, óleo, esgoto e efluentes, sucos, derivados de petróleo, gás natural, gases industriais);
- Projeto de instalações (salas limpas, sistemas de despoeiramento, chaminés, circuitos de fluidos);
- Seleção de máquinas de fluidos (bombas, turbinas, ventiladores, compressores, etc.).

**A questão da eficiência energética**

# Sistema Cantareira

## SISTEMA EQUIVALENTE

Volume útil máximo: **973,9 bilhões de litros** (973,9 hm<sup>3</sup>)



# Sistema Cantareira e o volume morto sendo bombeado



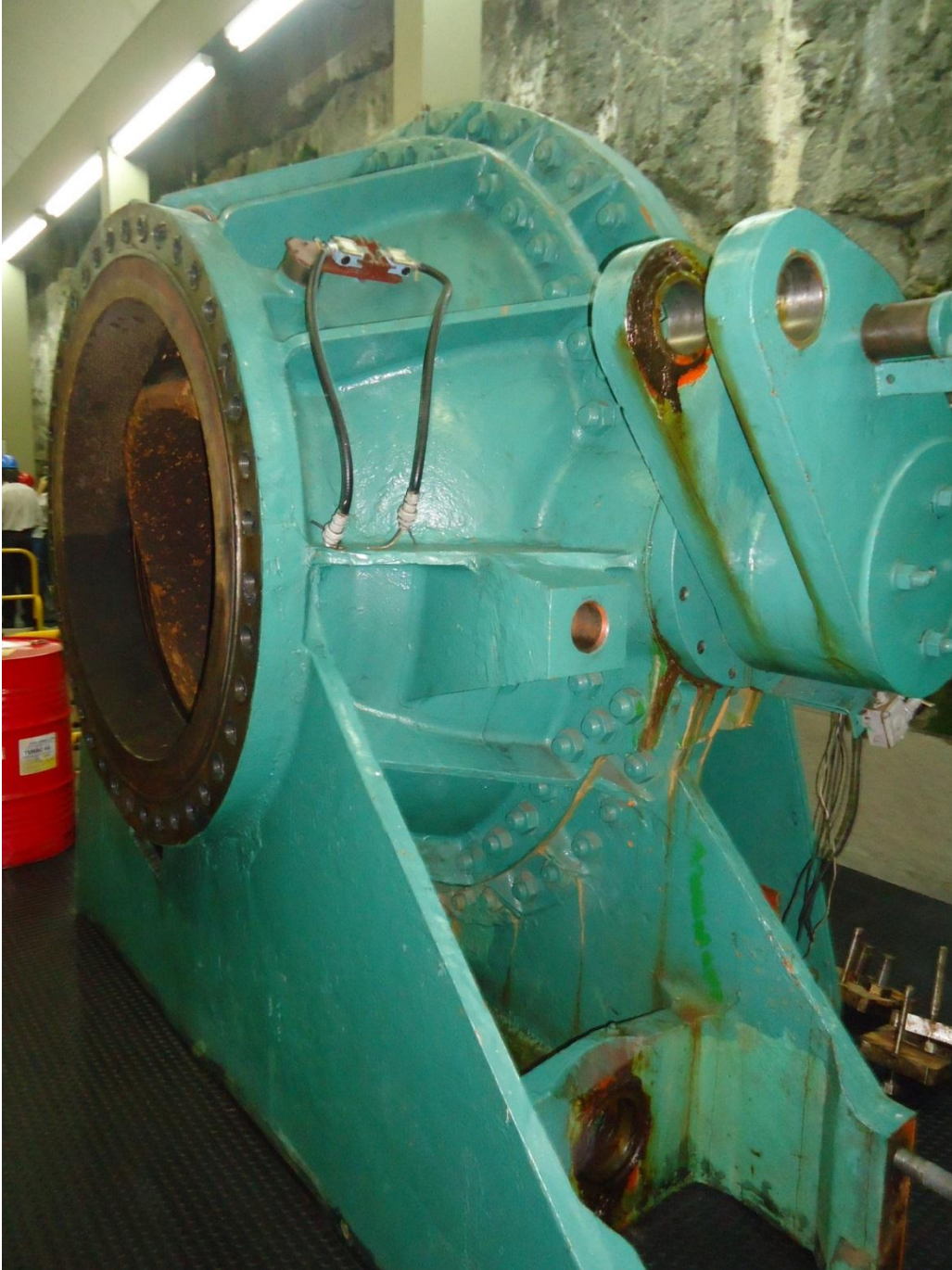


# Sistema Cantareira e o volume morto sendo bombeado

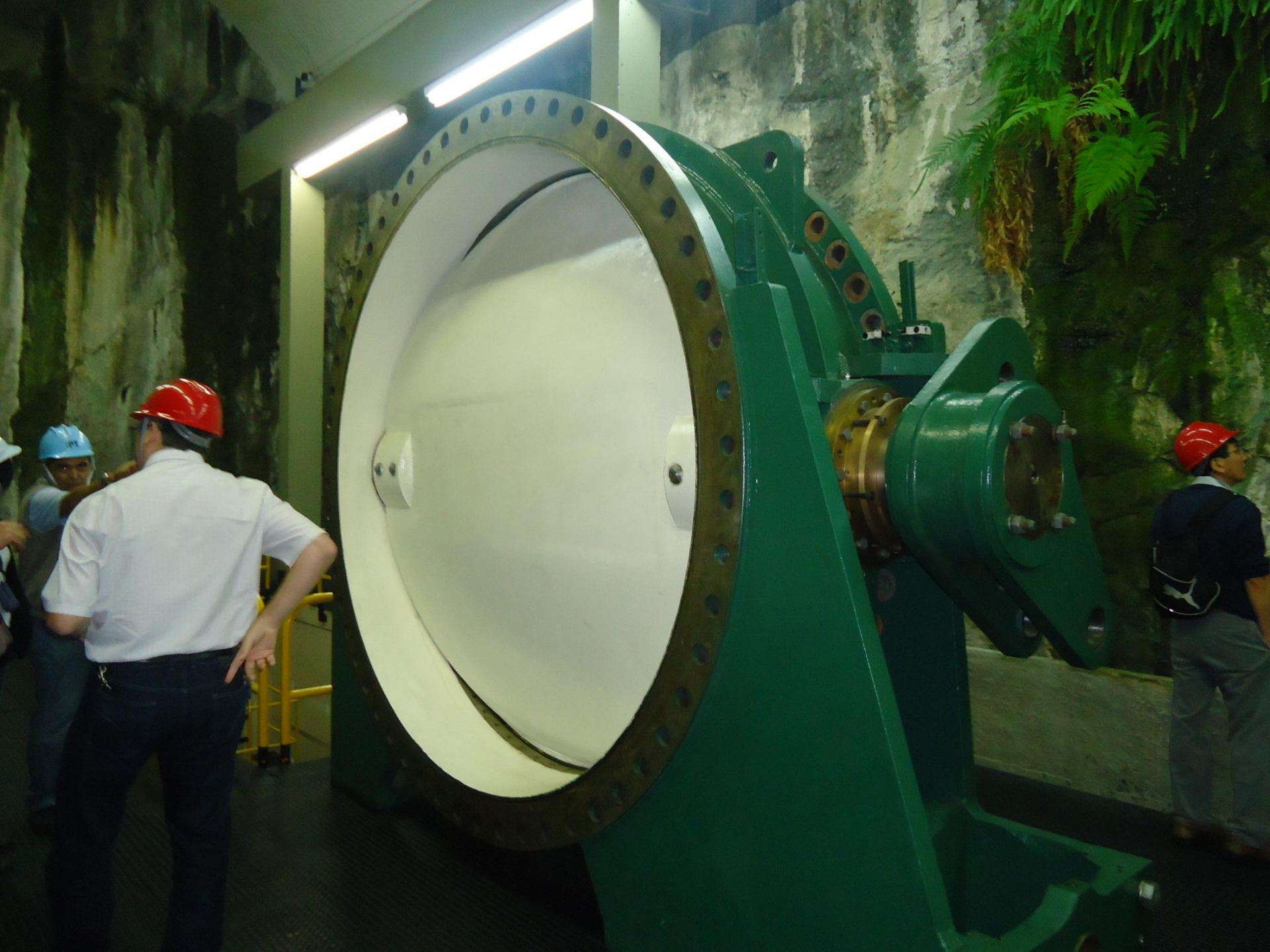




















PNEf : setor de saneamento brasileiro pode economizar **45%**, ( $\sim 1,2\%$  do consumo total de energia elétrica).

**90%** disso é consumido por sistemas de bombeamento de água, esgoto e ar.





**Medidor tipo tubo Dall,  
diâmetro 3.7 metros, vazão  
33 m<sup>3</sup>/s. Trechos retos  
menores que 10 D a  
montante e 5D a jusante**





**Medição com Pitot, vazão de  $10 \text{ m}^3/\text{s}$**













































# Cálculo de condutos - **Método**

- **Análise dimensional;**
- **Equação da Continuidade** (Conservação da Massa na forma integral (volume de controle));
- **Equação da Energia Cinética** (na forma integral (volume de controle));
- **Equação da Quantidade de Movimento** (conservação de QDM na forma integral (volume de controle)).



# Definições

Conduto, duto, tubulação, ~~cano~~

Conduto forçado: fluido inteiramente em contato com superfície interna do duto;

Conduto livre: líquido se acha parcial (em canais e dutos semi preenchidos) ou totalmente (jato livre) em contato com gás;

Raio Hidráulico  $R_H = \frac{S}{\sigma} = \frac{\textit{área da seção transversal}}{\textit{perímetro molhado}}$

Diâmetro Hidráulico  $D_H = 4 \frac{S}{\sigma} = 4R_H$

# Alguns raios e diâmetros hidráulicos

Círculo (duto) com diâmetro geométrico  $D$ :

$$R_H = \frac{S}{\sigma} = \frac{\pi D^2 / 4}{\pi D} = \frac{D}{4} \rightarrow D_h = D$$

Duto com seção transversal retangular ( $a \times b$ ):

$$R_H = \frac{ab}{2(a + b)} \rightarrow D_H = \frac{2ab}{a + b}$$

Se for quadrado,  $D_H = a$



Observações:

Canais abertos: não conte a superfície livre, ***pois ela não contribui para atrito com as paredes.***

Se for canal retangular com largura “a” e nível do líquido “b”:

$$D_H = 4 \frac{ab}{a + 2b}$$

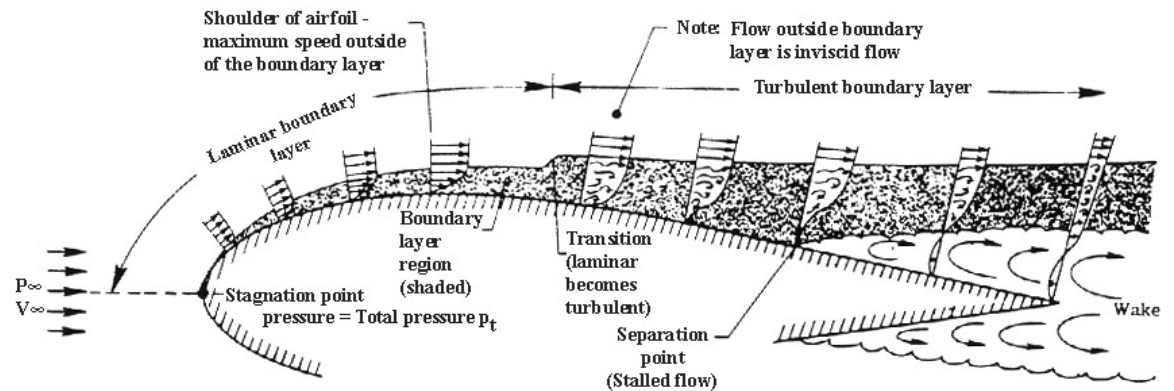
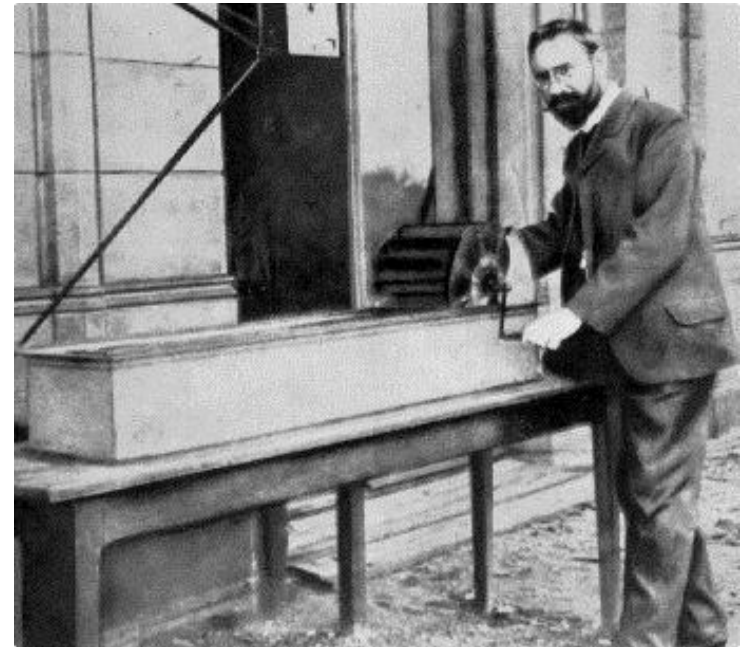
Se a=0,15m e b=0,5m, então:

$$D_H = 4 * \frac{0,15 * 0,5}{0,5 + 2 * 0,15} = 0,375m \longleftrightarrow \text{duto circular } d = 0,375$$

Ex: Prova  e túnel eletropaulo.

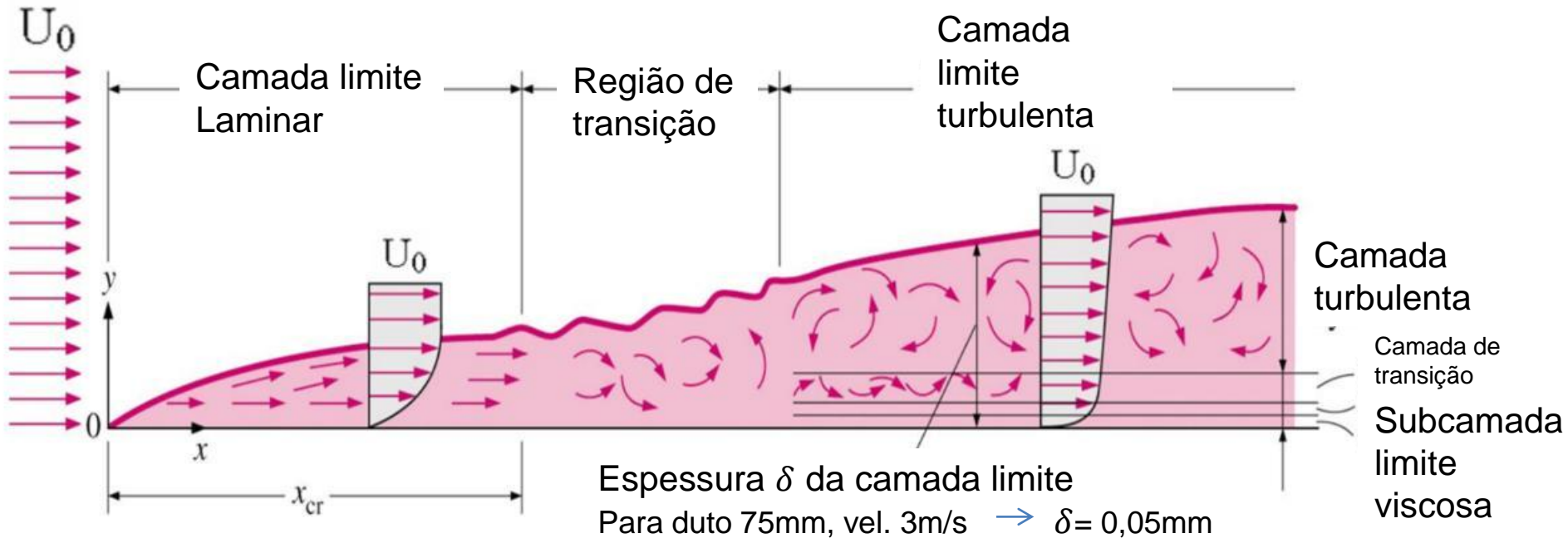
# Ludwig Prandtl

*Idealizador da “Teoria da Camada Limite” e mentor de von Kármán, Blasius, Nikuradse, Schlichting, von Braun e outros*





# Formação da Camada Limite

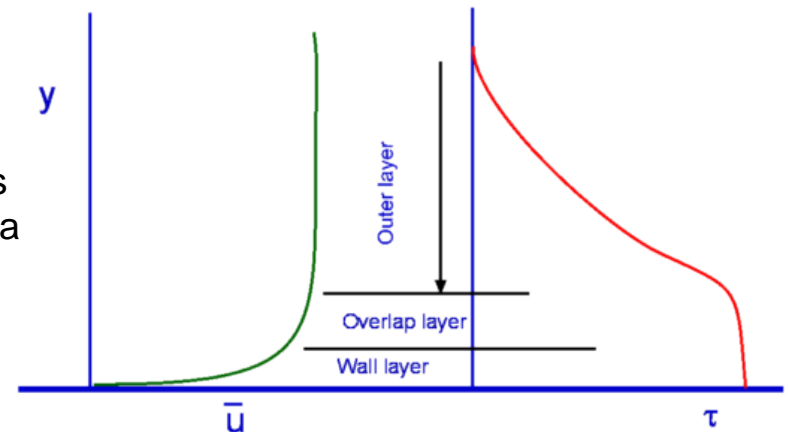


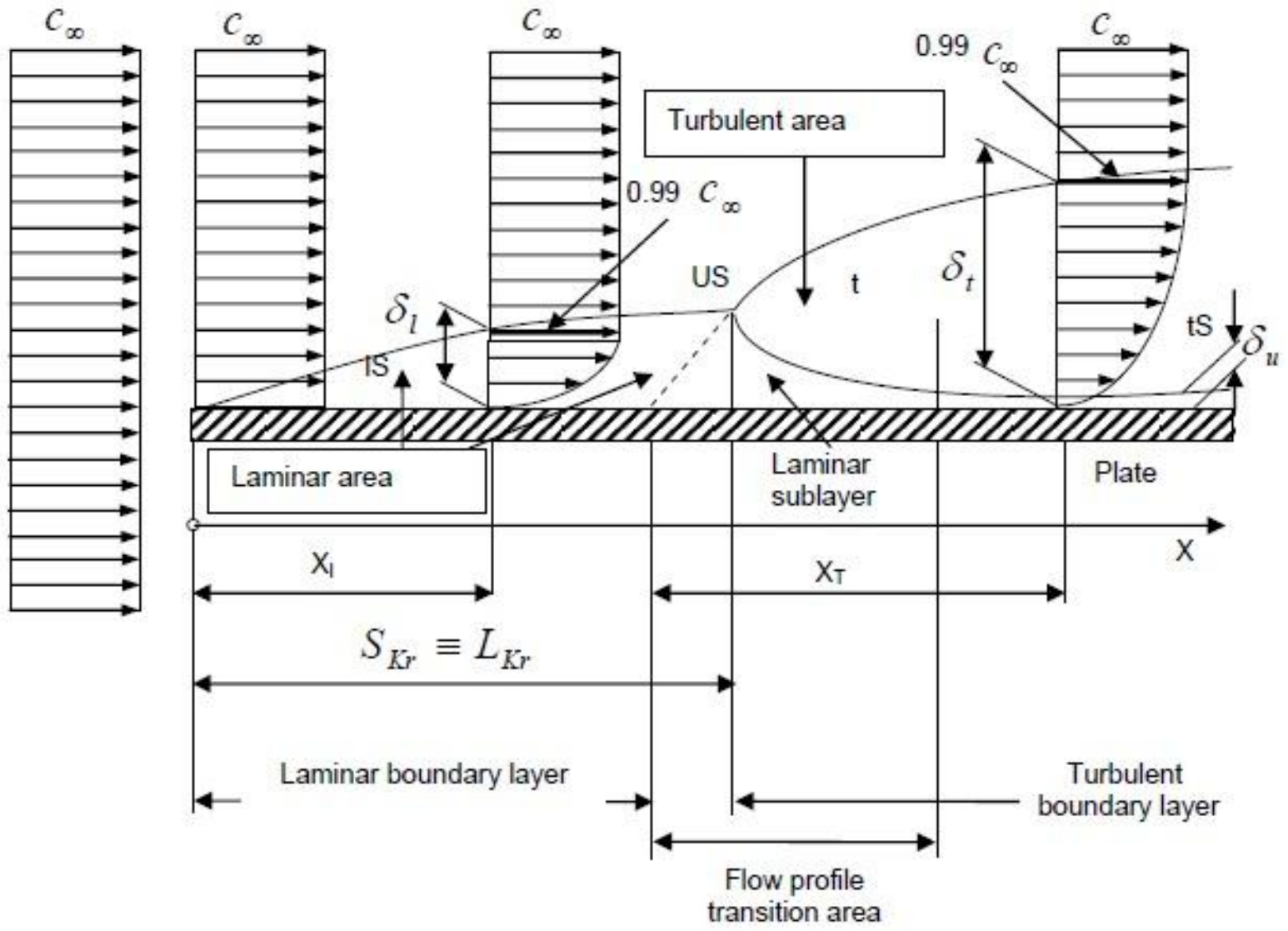
$\delta$  é definida onde  $U = 0,99U_0$

Subcamada limite viscosa- escoamento dominado por força de atrito viscosa.

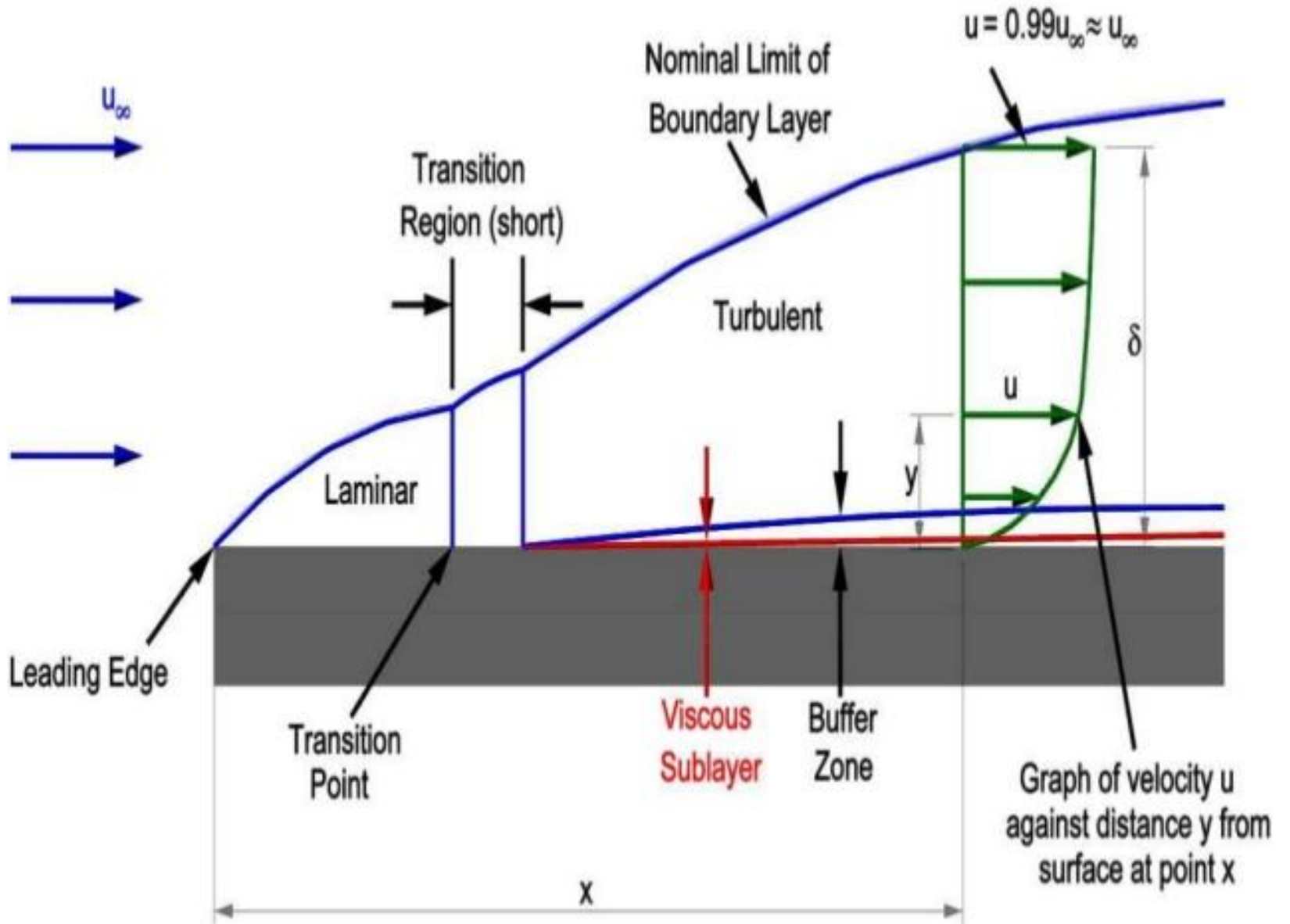
Camada de transição(overlapping) – tensões viscosas laminares e turbulentas. O perfil de velocidades é dado pela lei logarítmica

Camada turbulenta: nesta camada  $u$  é independente da viscosidade.



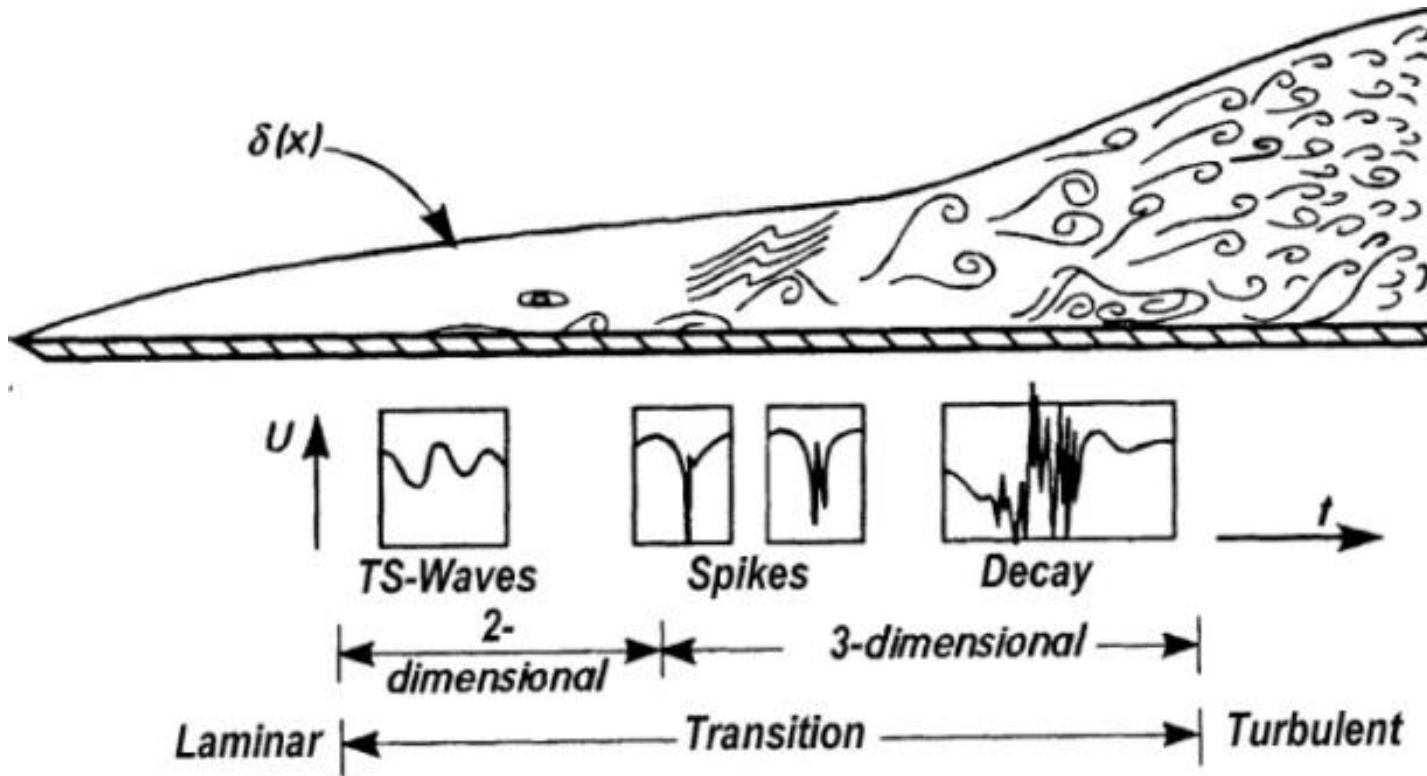






Escoamento laminar, regime estacionário,  
incompressível, propr. constantes, dissipação  
viscosa desprezível

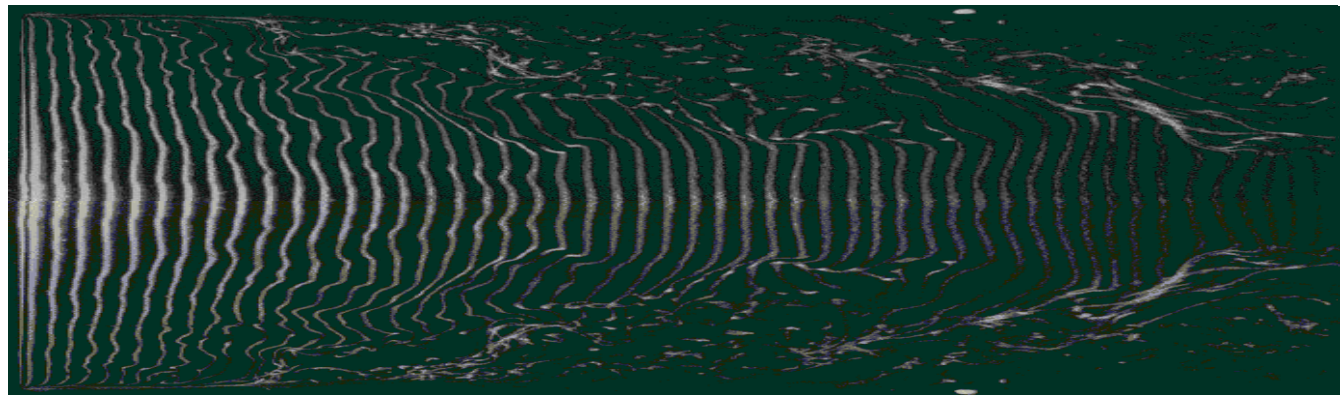
$$\delta = 5 \sqrt{\frac{\mu l}{\rho U}} \text{ (Blasius)}$$





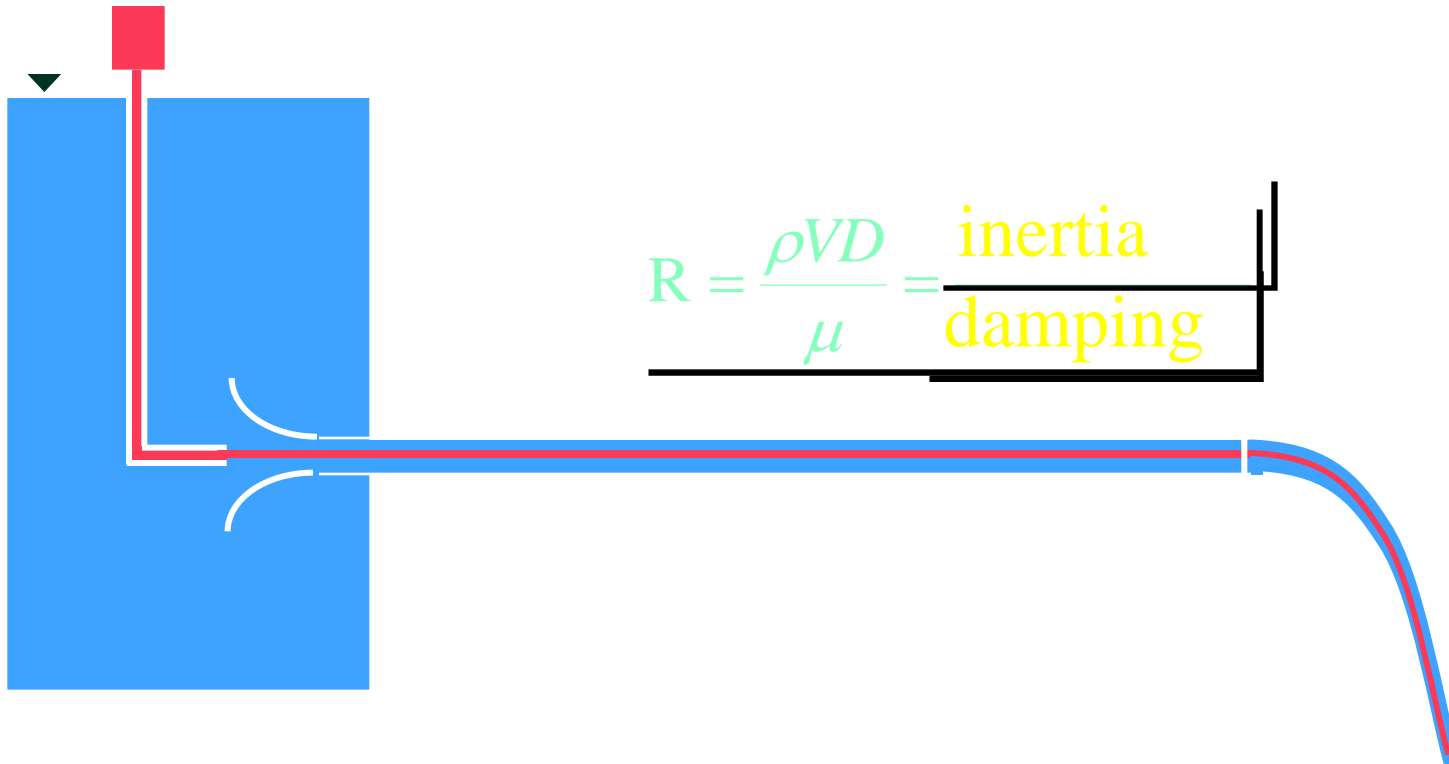
# Crescimento da Camada limite: comprimento de transição

Entrada  
do duto



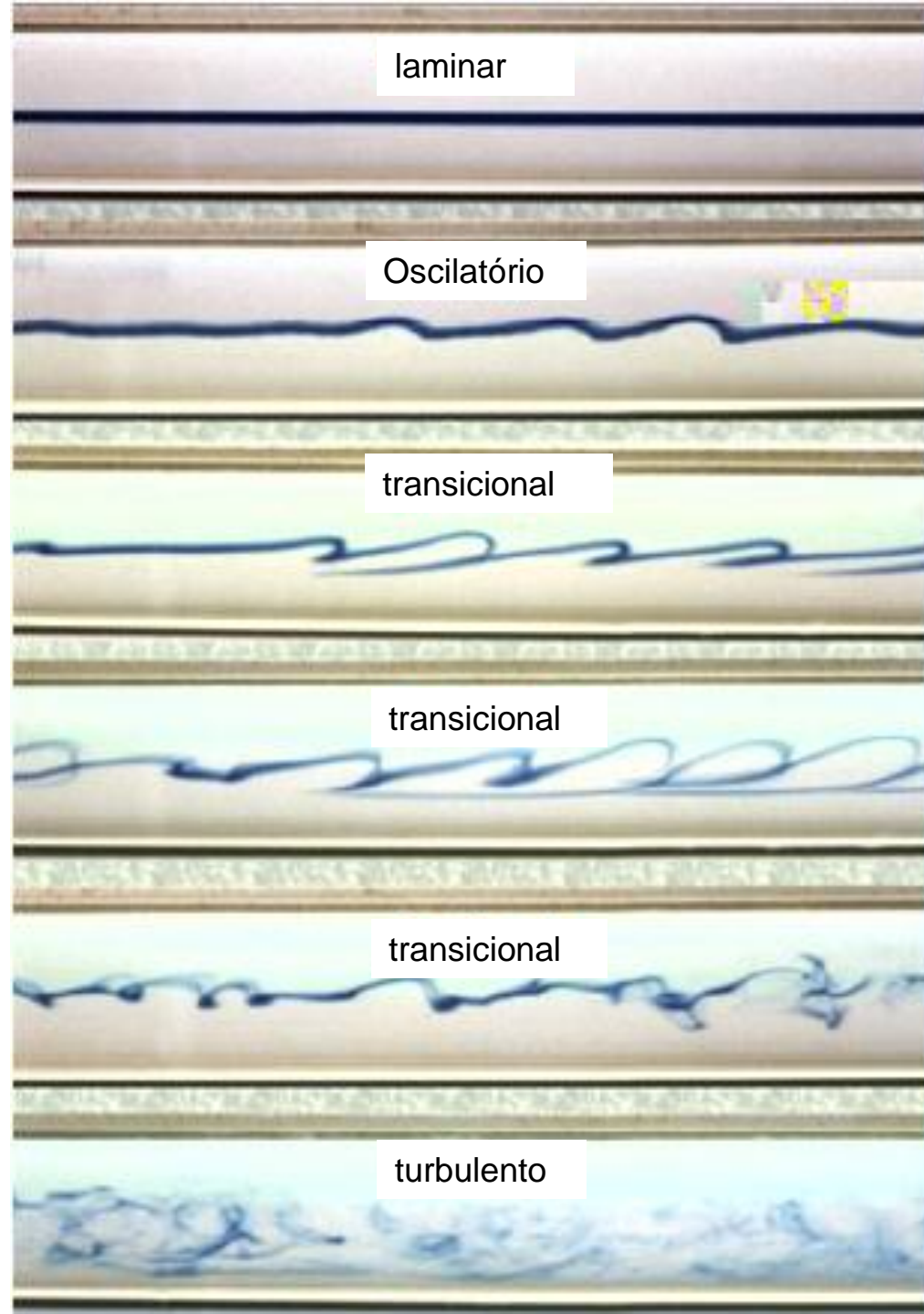
# Experiência de Reynolds

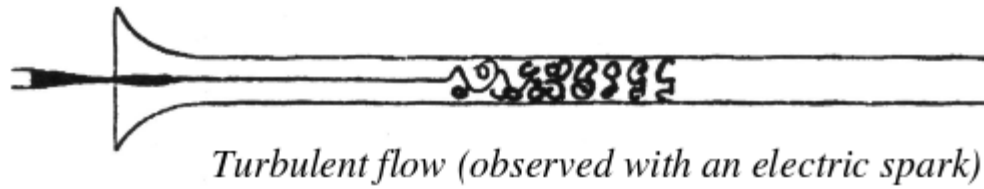
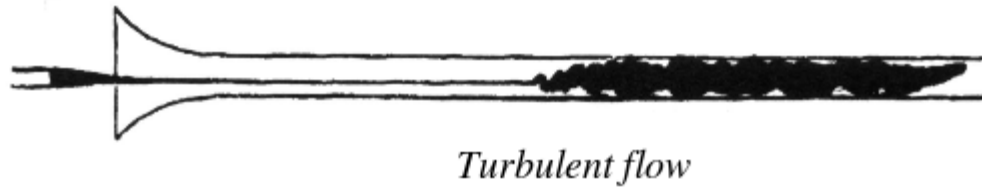
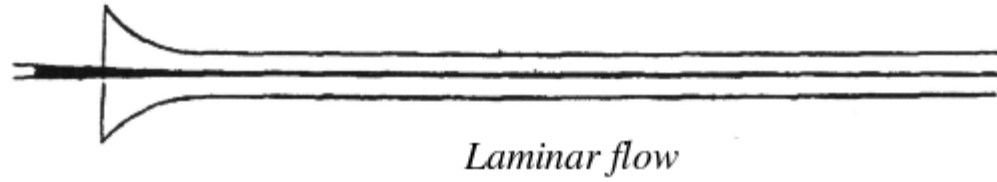
➤ Forma do filete de tinta



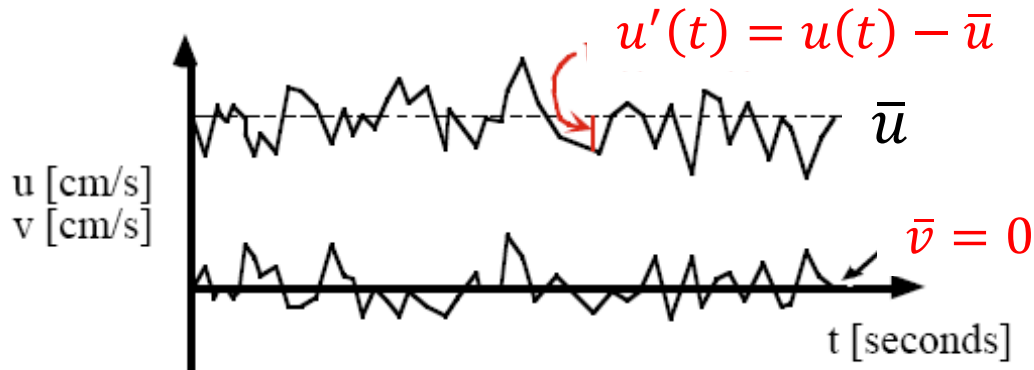
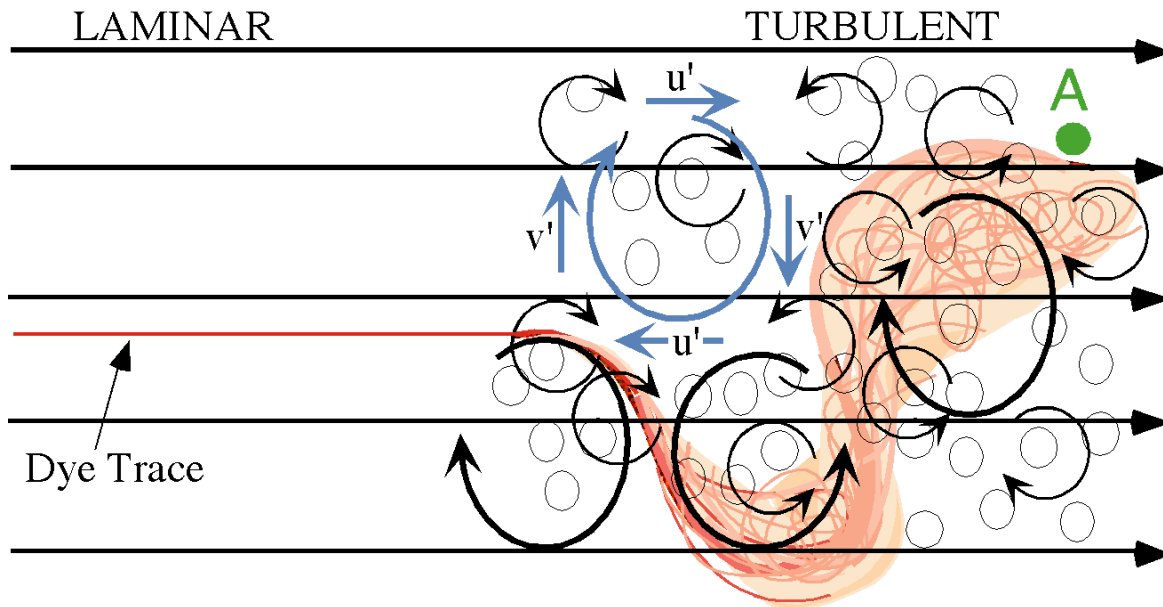


# Experimento de Reynolds – escoamentos laminar, na transição e turbulento









No ponto A:

$$u(t) = \bar{u} + u'(t)$$

$$v(t) = \bar{v} + v'(t)$$

= média + flutuação turbulenta

# Osborne Reynolds, 1883

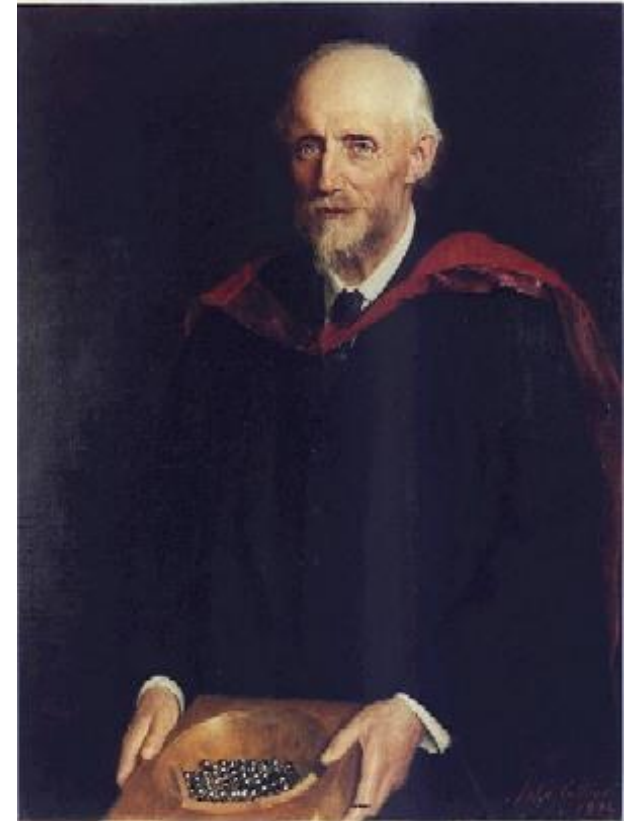
$$\mathbf{Re} = \frac{VD}{\nu}$$

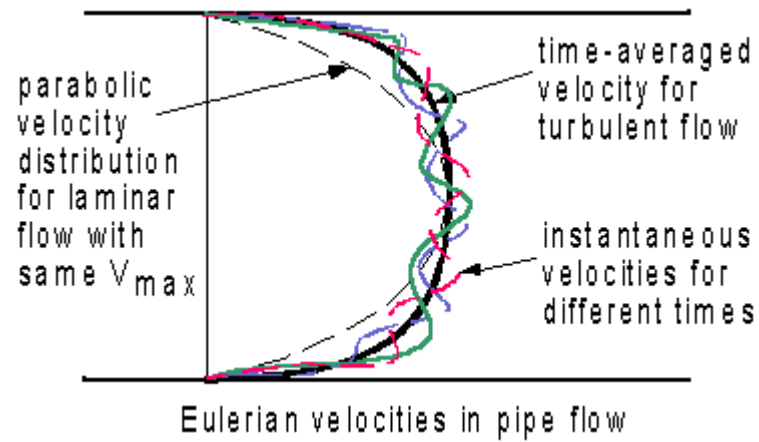
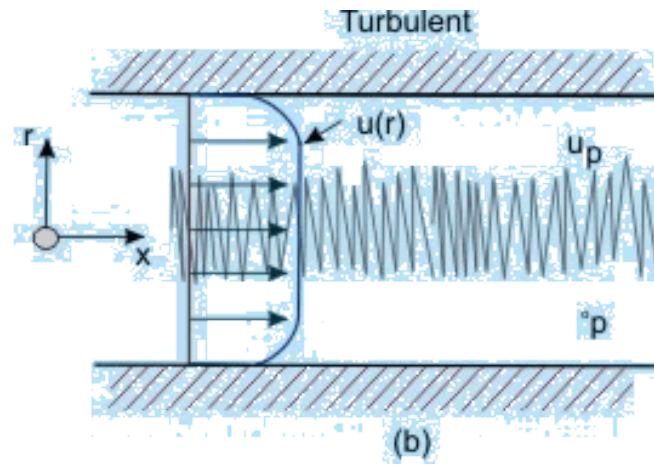
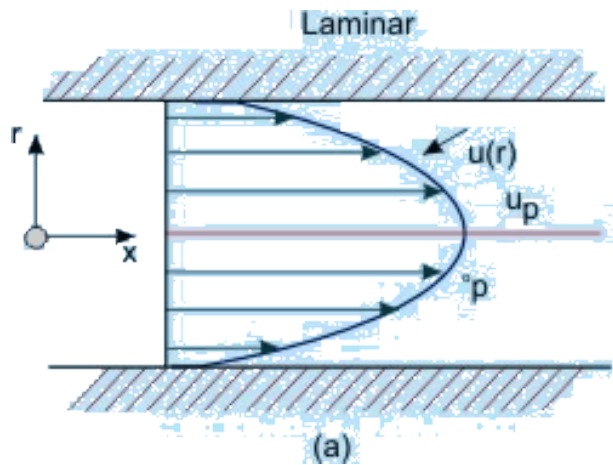
Laminar < 2,000

2,000 > Transição > 4,000

Turbulento > 4,000

$$f = \frac{64}{\mathbf{Re}} \quad \textit{Escoamento laminar}$$







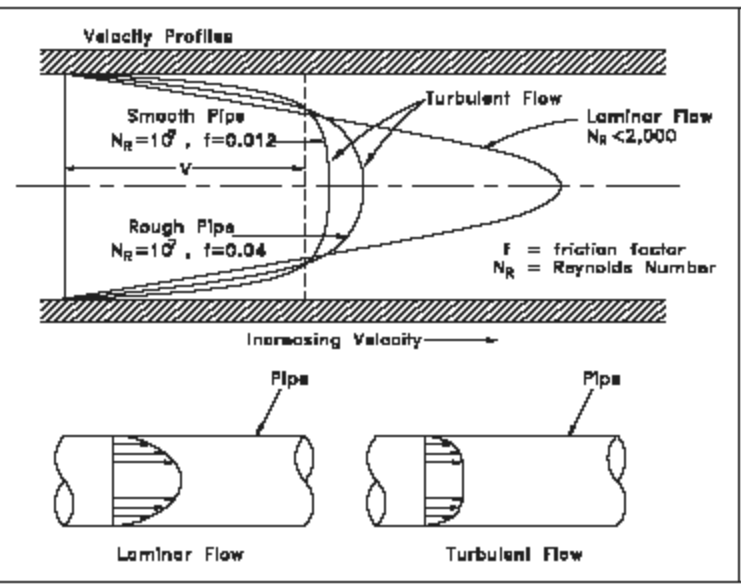
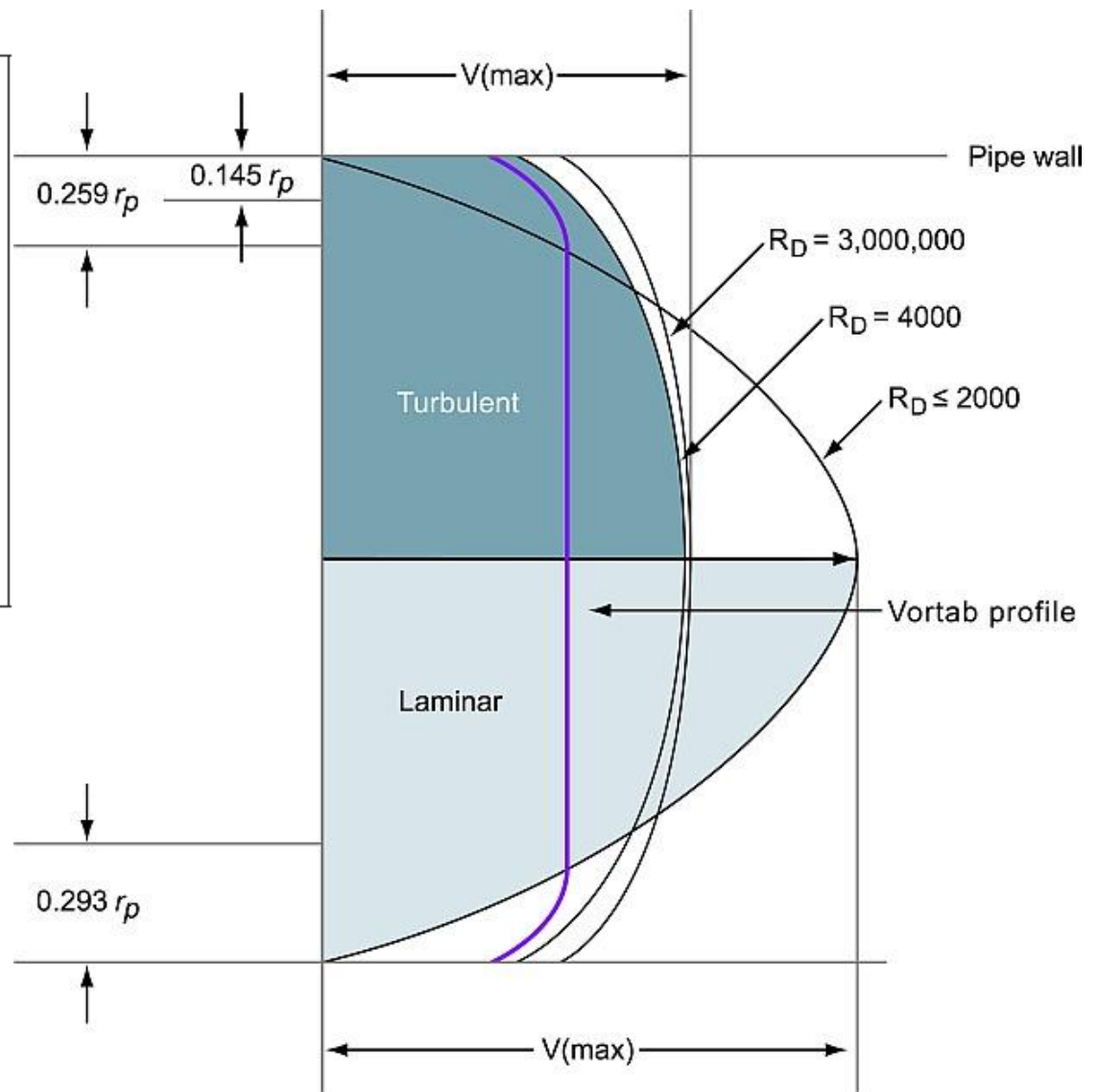
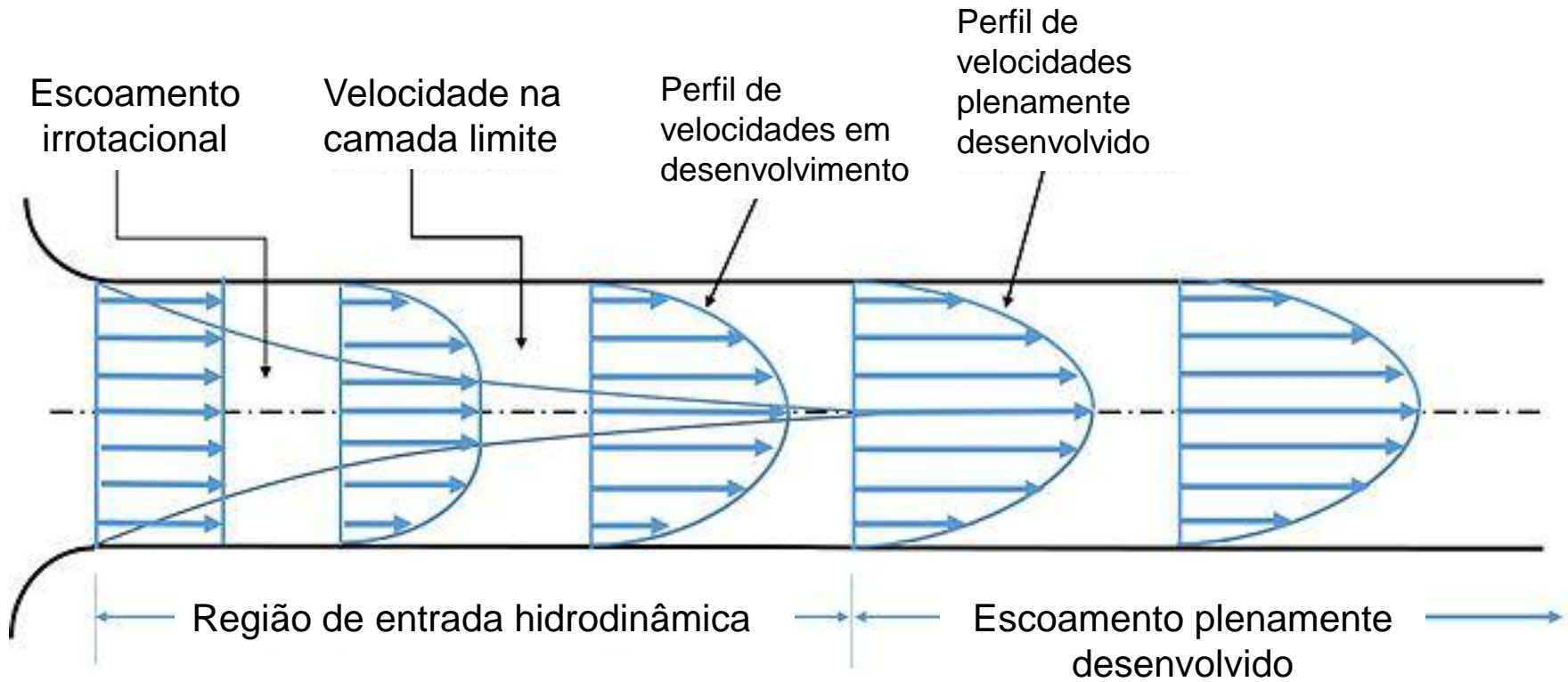


Figure 5 Laminar and Turbulent Flow Velocity Profiles



# Escoamento Laminar, $Re < 2300$

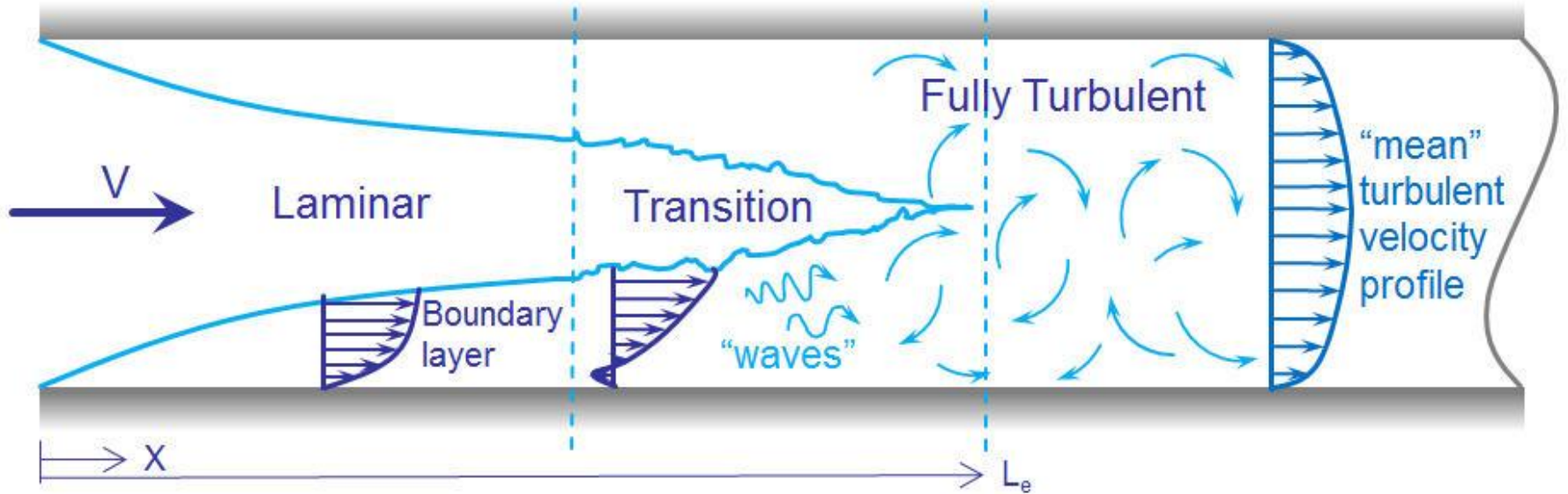


O perfil forma uma parábola  $V = V_{max} \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right]$

$$V_{max} = 2V_{\infty} \quad \alpha = 2 \quad \beta = 4/3$$

$$Q = \frac{\pi D^4 \Delta P}{128 \mu L} \quad \text{Equação de Poiseuille, escoamento laminar}$$

# Escoamento turbulento em dutos

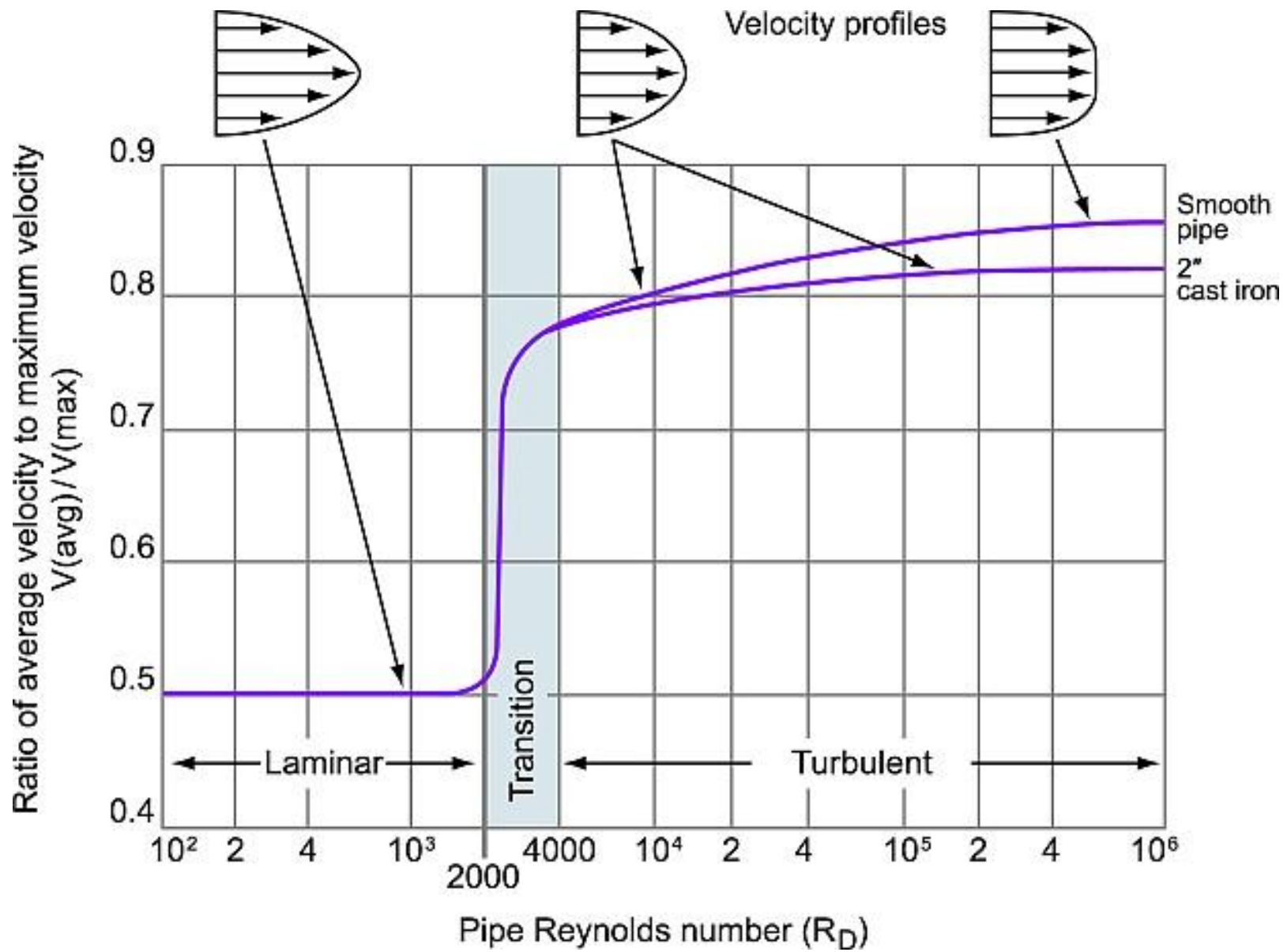


Observar o comprimento de entrada  $L_e$  e o fluxo reverso na parede

$$V = V_{max} \left( \frac{R - r}{R} \right)^{\frac{1}{n}} \quad n \text{ aumenta com } Re \text{ e para } Re < 10^5, n = 7$$

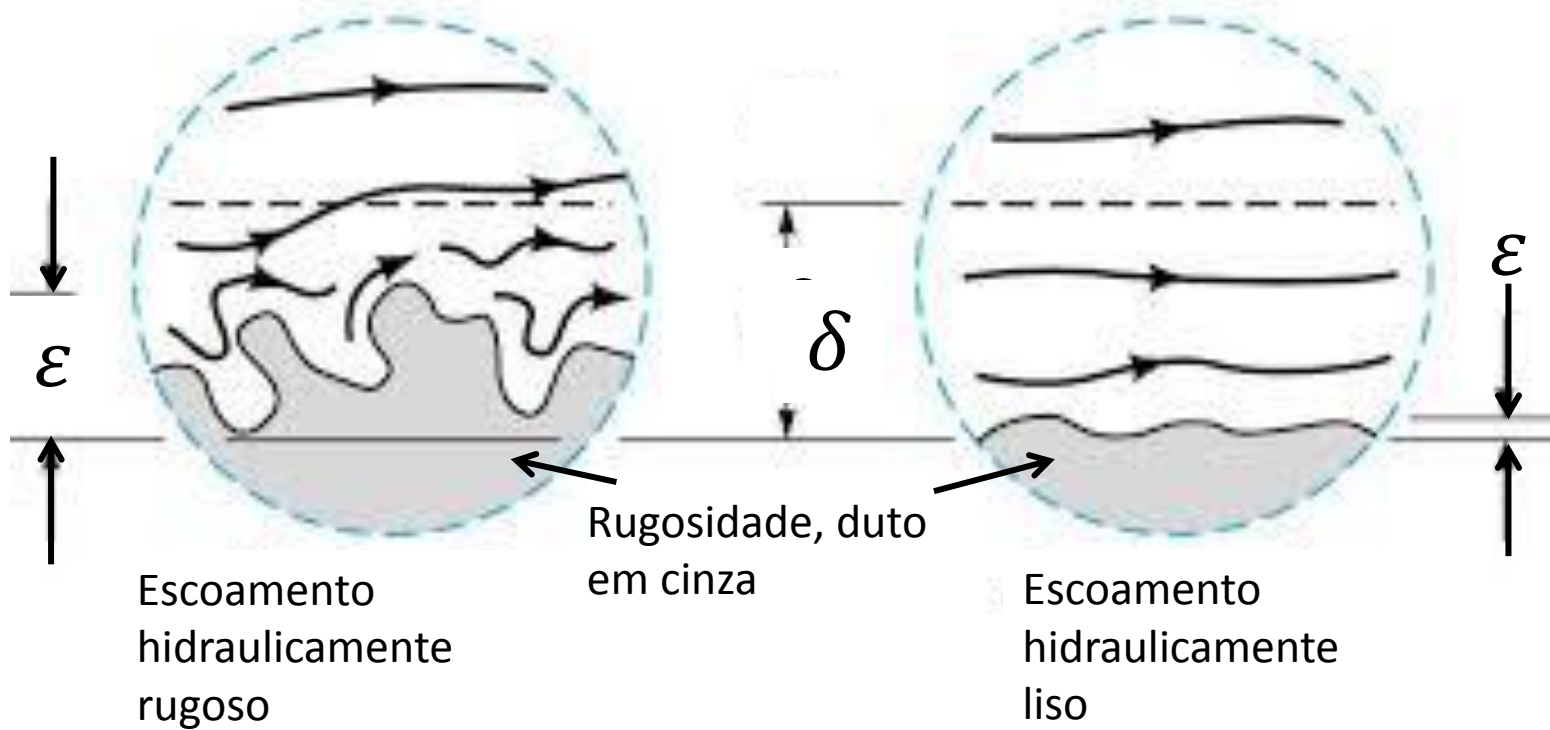
$$\alpha = 1 \quad \beta = 1$$





$\epsilon$  rugosidade equivalente

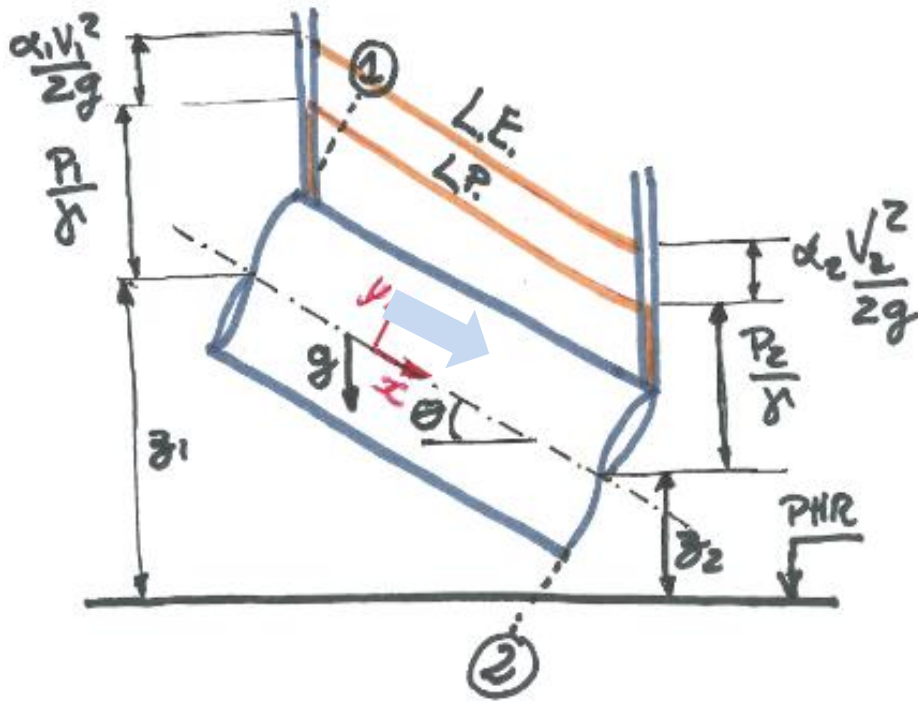
$\delta$  espessura da camada limite



# Significado físico da viscosidade

- Viscosidade é uma manifestação macroscópica de interações intermoleculares e sempre leva à dissipação viscosa.
- Todos os fenômenos envolvendo viscosidade são irreversíveis.





Escoamento de 1 para 2

## Escoamento em conduto circular

- Regime permanente
- Fluido incompressível
- Escoamento isotérmico
- Escoamento dinamicamente estabelecido
- Propriedades uniformes em 1 e 2
- $w_m = 0$
- $w_{cisalhamento} = 0$ , pois embora  $\tau_p$  exista, a velocidade é nula na parede

## 1) Equação da Continuidade

A vazão mássica é dada por  $\dot{m} = \rho_1 V_1 s_1 = \rho_2 V_2 s_2$

E, como o duto tem seção transversal constante e o fluido é incompressível em regime permanente:

$$V_1 = V_2$$

## 2) Equação da Energia Cinética para regime permanente

Define-se carga em uma seção  $i$  como  $H_i = \left( \frac{\alpha_i V_i^2}{2g} + \frac{P_i}{\gamma} + z_i \right)$

$$H_1 - H_2 = \left( \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + z_1 \right) - \left( \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + z_2 \right) = \frac{\dot{w}_a}{\gamma Q} - \frac{\dot{w}_m}{\gamma Q}$$

E, como  $\dot{w}_m = 0$ ,  $\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}$ , e chamando  $\frac{\dot{w}_a}{\gamma Q} = h_f$  de perda de carga distribuída no trecho de tubo, teremos:

$$h_f = \left( \frac{P_1}{\gamma} + z_1 \right) - \left( \frac{P_2}{\gamma} + z_2 \right)$$

$h_f$  = perda de carga entre seções 1 e 2 do trecho considerado.



### 3) Equação da Quantidade de Movimento (regime permanente)

$$\sum F_{ext} = \frac{\partial}{\partial t} \int \rho V dv + \sum \dot{m}_e V_e - \sum \dot{m}_s V_s$$

Do diagrama de corpo livre das forças externas no trecho:

$$\begin{aligned} (P_1 - P_2)\pi R^2 + \rho g \operatorname{sen} \theta \cdot \pi R^2 (x_2 - x_1) - \tau_{par} \cdot 2\pi R (x_2 - x_1) \\ = \dot{m}(V_1 - V_2) = 0 \end{aligned}$$

Com  $(z_1 - z_2) = (x_2 - x_1) \operatorname{sen} \theta$  e  $\div$  tudo por  $\gamma \pi R^2$  resulta:

$$\frac{(P_1 - P_2)}{\gamma} + (z_1 - z_2) = \frac{\tau_{par} \cdot \Delta x}{\gamma R}$$

$$h_f = \left( \frac{P_1}{\gamma} + z_1 \right) - \left( \frac{P_2}{\gamma} + z_2 \right) = \frac{\tau_{par} \cdot \Delta x}{\gamma R}$$

Por outro lado, sabe-se que  $\tau_{par} = f(\rho, V, \mu, d, \varepsilon)$

e, com a A.D.:  $\frac{\tau_{par}}{\rho V^2} = f = f\left(Re, \frac{\varepsilon}{d}\right)$

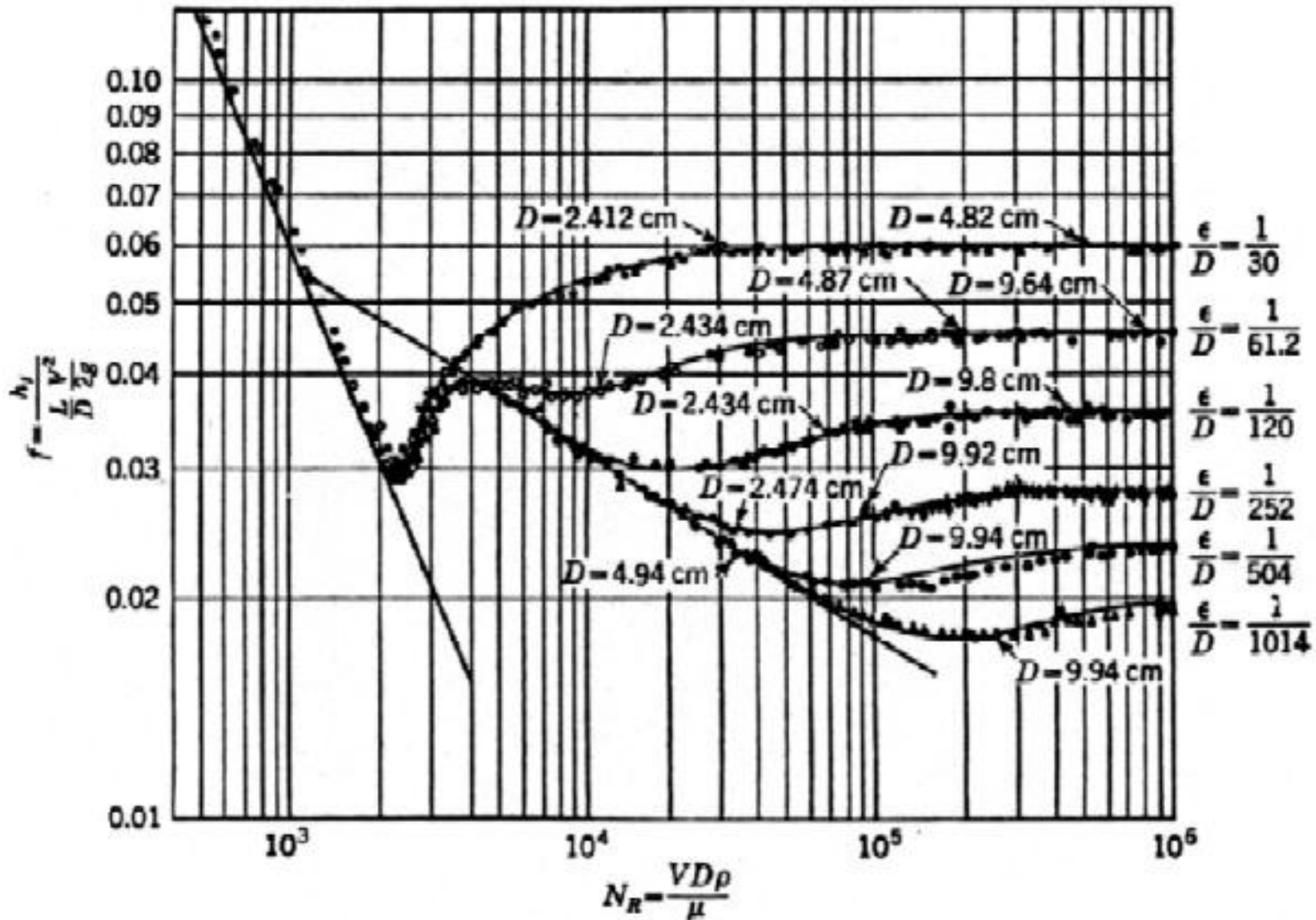
Onde  $f$  é o fator de atrito ou coeficiente de perda de carga distribuída. Combinando as duas equações anteriores, resulta a equação de Darcy-Weisbach (1857±):

$$h_f = f \frac{l}{D} \frac{V^2}{2g}$$

O problema é a determinação do valor de  $f$ .

# Johann Nikuradse, 1933

*Rugosidade artificial com areia colada aos dutos*





Material do Duto	Rugosidade Absoluta mm
Aço carbono sem revestimento e limpo	0,03 a 0,05
PVC	0,01 a 0,05
Alumínio	0,04 a 0,06
Aço Galvanizado, com costura longitudinal e espaçamento de juntas de 1,2 m	0,05 a 0,10
Aço Galvanizado, construído por rolamento, com costura em espiral e juntas a 3m	0,06 a 0,12
Aço Galvanizado, com costura em espiral, com 1, 2 ou 3 nervuras, e juntas a 3,6 m	0,09 a 0,12
Aço Galvanizado, com costura longitudinal, e juntas a 760mm	0,15
Duto rígido de fibra de vidro	0,9
Duto revestido internamente com fibra de vidro	1,5
Duto metálico flexível totalmente estendido	1,2 a 2,1
Duto flexível de tecido e fios, totalmente estendido	1,0 a 4,6
Concreto	1,3 a 3,0

Material	Rugosidade equivalente (mm)
Aço, revestimento asfalto quente	0,3 a 0,9
Aço, revestimento esmalte centrifugado	0,01 a 0,06
Aço enferrujado ligeiramente	0,15 a 0,3
Aço enferrujado	0,4 a 0,6
Aço muito enferrujado	0,9 a 2,4
Ferro galvanizado novo, com costura	0,15 a 0,2
Ferro galvanizado novo, sem costura	0,06 a 0,15
Ferro fundido revest. asfalto	0,12 a 0,20
Ferro fundido com crostas	1,5 a 3,0
PVC e Cobre	0,015
Cimento-amianto, novo	0,05 a 0,10

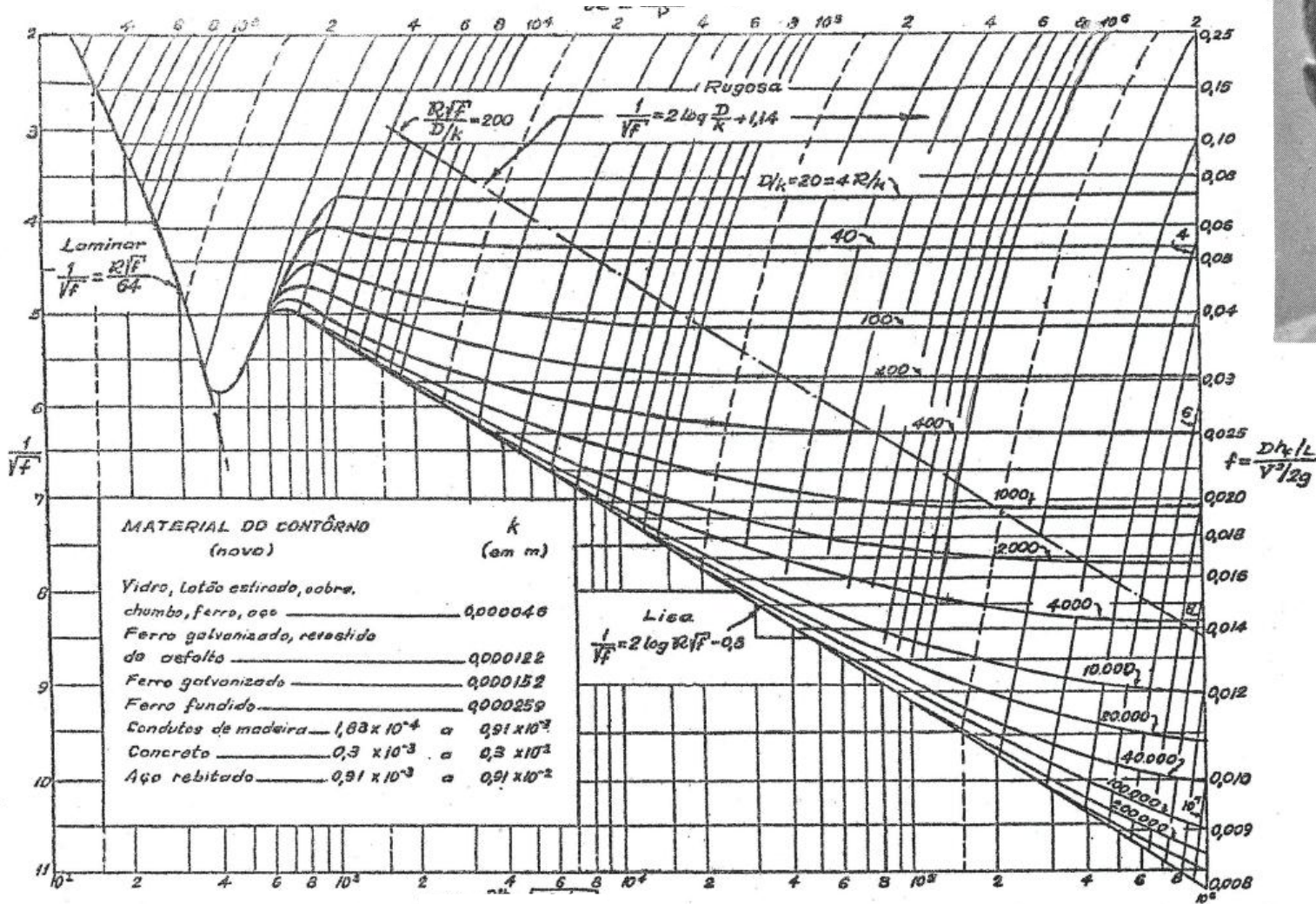
# C. F. Colebrook, 1939

Colebrook e White publicaram diversos artigos sobre atrito em dutos. O último continha, para tubos comerciais, na zona de transição:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2 \log \left( \frac{\varepsilon}{D} + \frac{9.35}{\mathbf{Re} \sqrt{f}} \right)$$

Hunter Rouse, 1942

$$R = \frac{VD}{v}$$



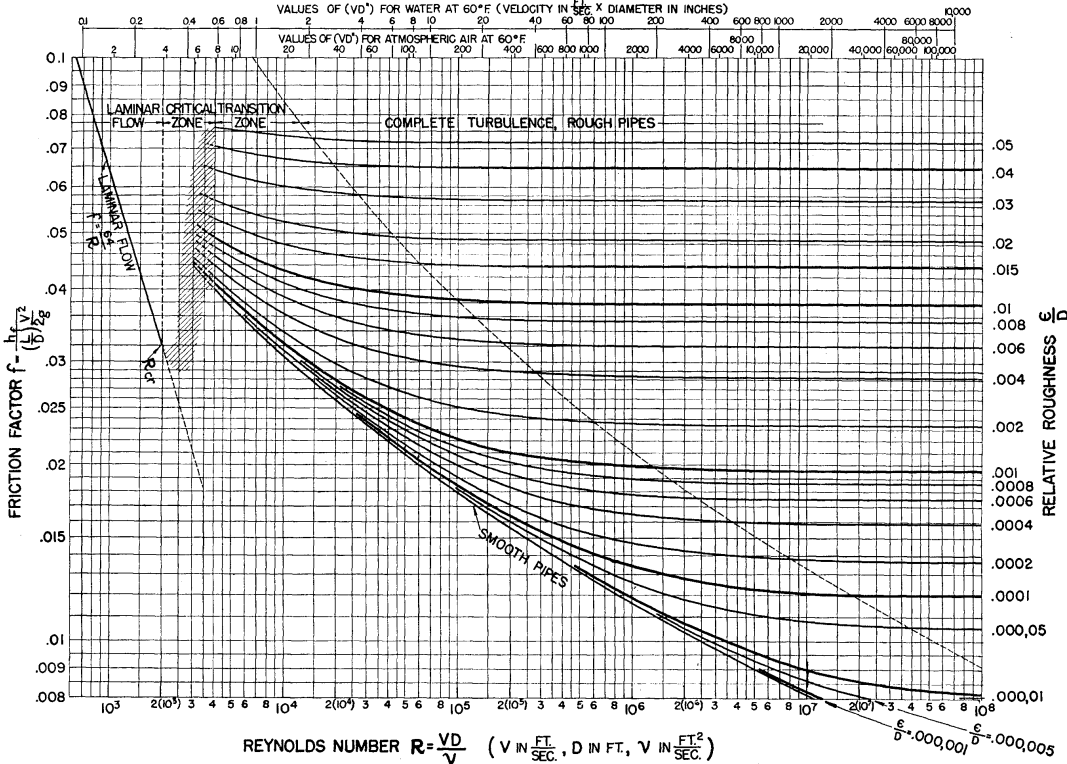
$$R\sqrt{f} = \frac{D^{3/2}}{v} \sqrt{\frac{2gh_f}{L}}$$



# Lewis Moody, 1944

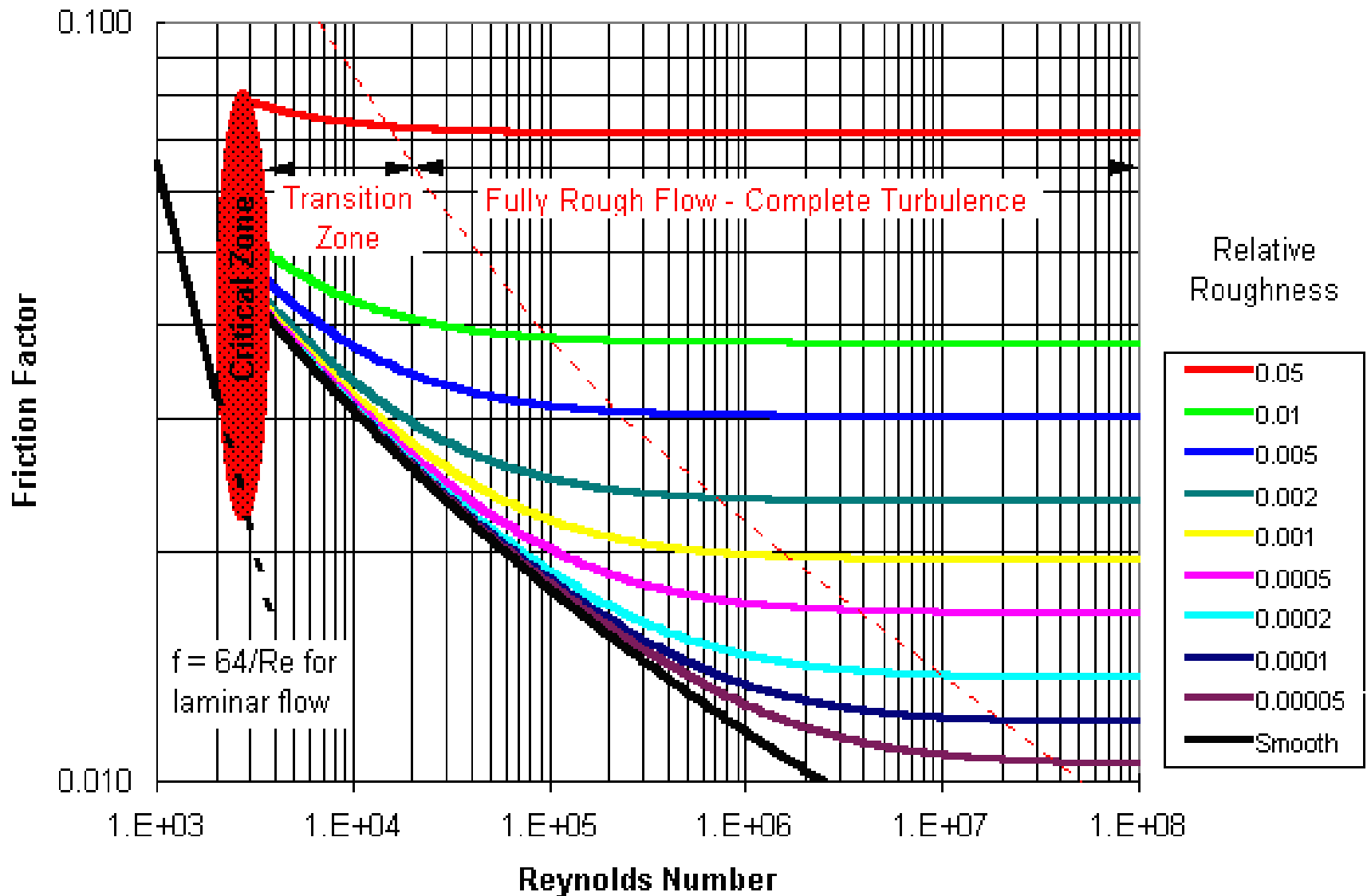
*“forma conveniente”*

oportunistista

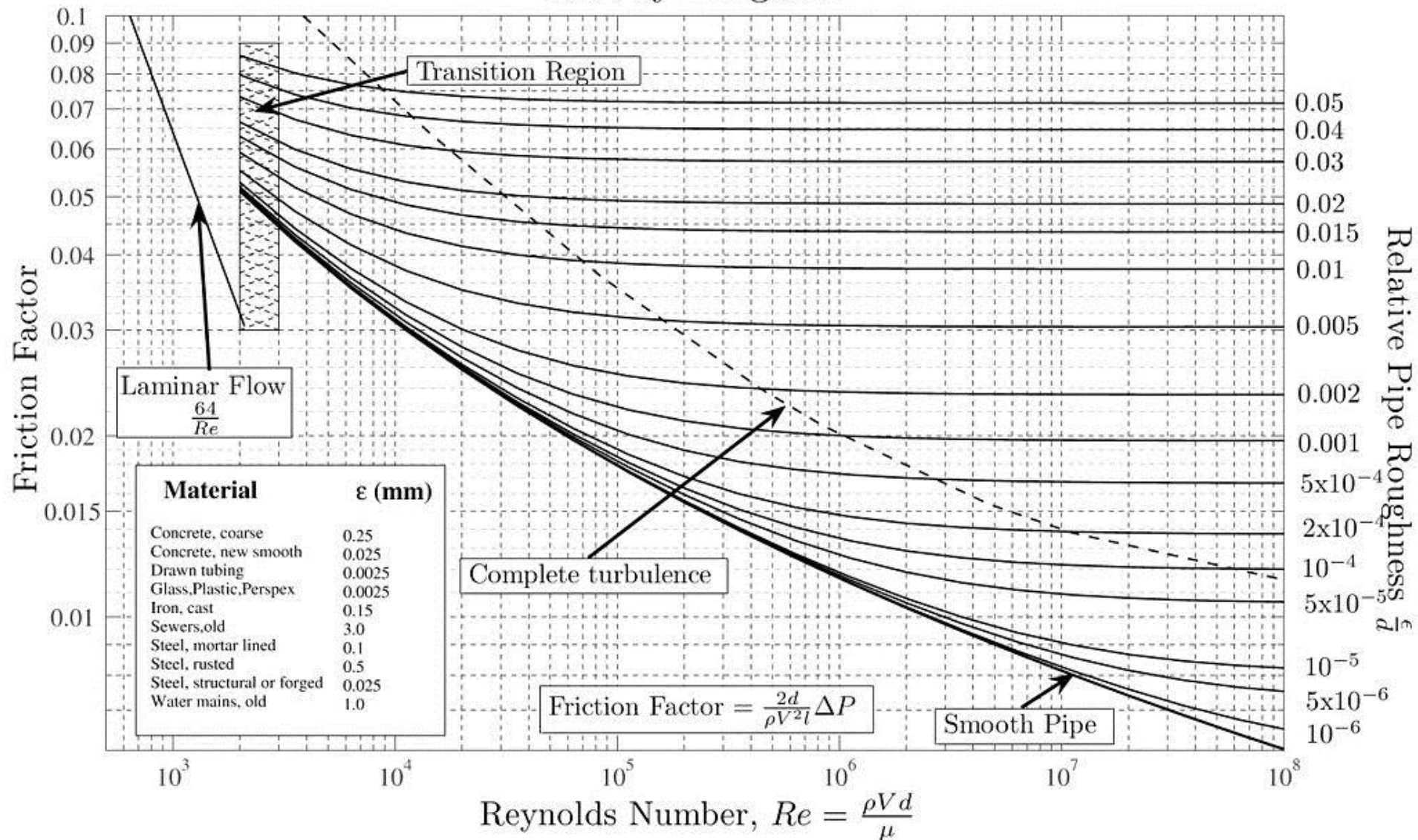


REYNOLDS NUMBER  $R = \frac{VD}{\nu}$  (  $V$  IN  $\frac{FT}{SEC.}$ ,  $D$  IN FT.,  $\nu$  IN  $\frac{FT^2}{SEC.}$  )

### Moody Diagram (Plot of Colebrook's Correlation)



# Moody Diagram





## Resumo

- 1) Equação da Continuidade fluido incompressível, regime permanente, em um duto:

A vazão mássica é dada por  $\dot{m} = \rho_1 V_1 s_1 = \rho_2 V_2 s_2$

- 2) Equação da Energia Cinética, mesmas condições:

$$H_1 - H_2 = \left( \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + z_1 \right) - \left( \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + z_2 \right) = \frac{W_a}{\gamma Q} - \frac{W_m}{\gamma Q}$$

- 3) Equação da Quantidade de Movimento mesmas condições:

$$\sum F_{ext} = \sum \dot{m}_e V_e - \sum \dot{m}_s V_s$$

## Resumo cont.

4) Equação de Darcy-Weisbach

$$h_f = f \frac{l}{D} \frac{V^2}{2g}$$

5) Equação de Colebrook

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2 \log \left( \frac{\varepsilon}{D} + \frac{9.35}{\mathbf{Re} \sqrt{f}} \right)$$

6) Diagramas de Moody e de Rouse