Física I-IME

2º Semestre de 2016

Instituto de Física
Universidade de São Paulo

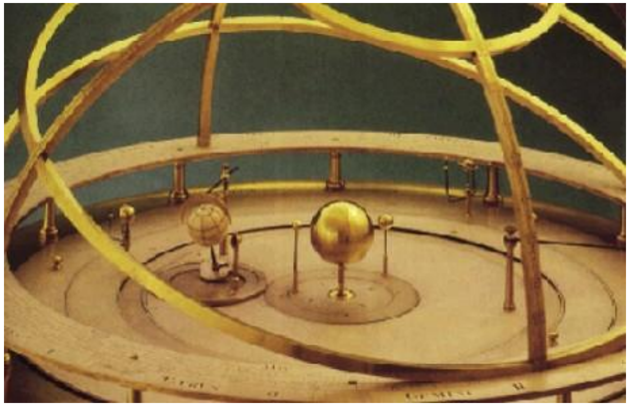
Professor: **Luiz Nagamine**
E-mail: nagamine@if.usp.br
Fone: 3091.6877

16 e 17 de outubro

Leis de Kepler

A humanidade sempre observou o céu e o utilizou como referência de orientação espacial. Porém, no ocidente, foi a partir do final da Idade Média que surgiram astrônomos que estudaram o céu de forma sistemática, a partir de observações minuciosas.

Nicolau Copérnico (heliocentrismo x geocentrismo) e as questões filosóficas e religiosas. Giordano Bruno, Galileu Galilei e a Inquisição.

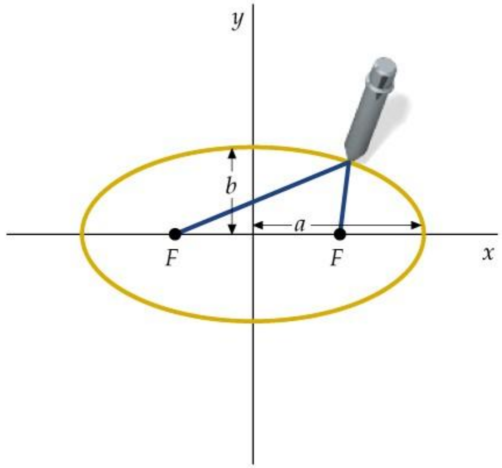


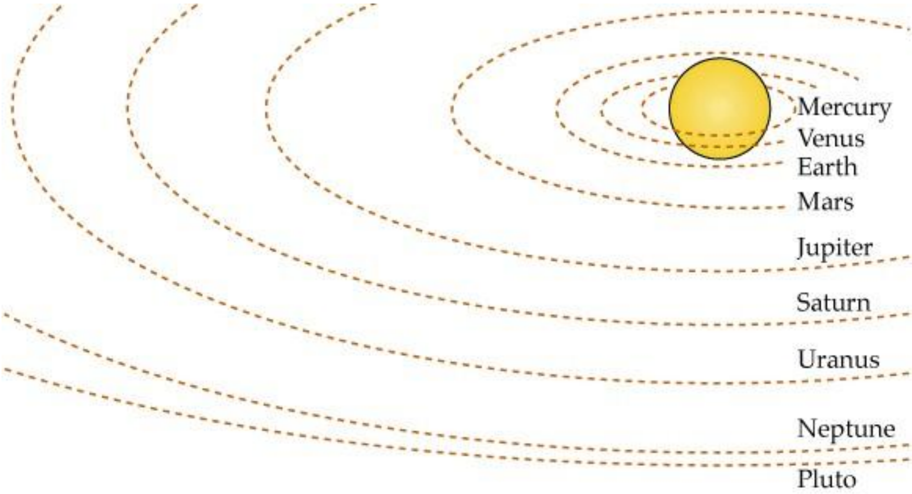
Ticho Brahe e Johannes Kepler, no século XVI, se constituem nos primeiros grandes exemplos de astrônomos observacionais.

Ticho Brahe fez grande quantidade de medições astronômicas e Kepler (discípulo) sistematizou os conhecimentos acumulados.

Primeira Lei de Kepler

Todos os planetas se movem em órbitas elípticas com o Sol em um de seus focos.





No sistema solar, o Sol está em um dos focos.

Uma elipse é o lugar geométrico dos pontos para os quais a soma das distâncias a dois pontos fixos, é constante. Os pontos fixos são chamados de focos.

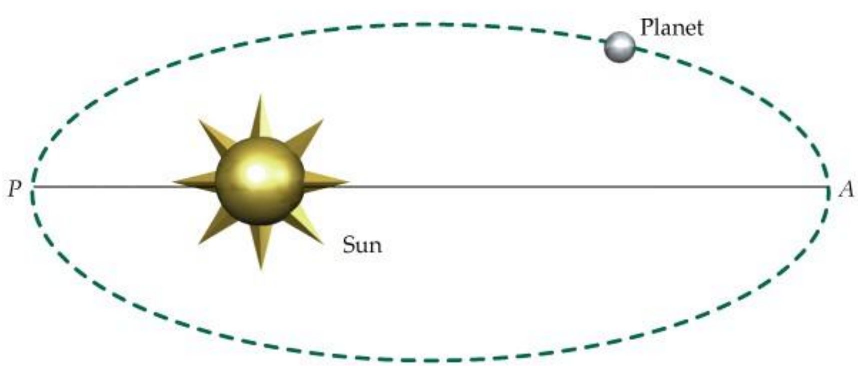
Para a Terra, a órbita é praticamente circular

Periélio: $1,48 \times 10^{11}$ m

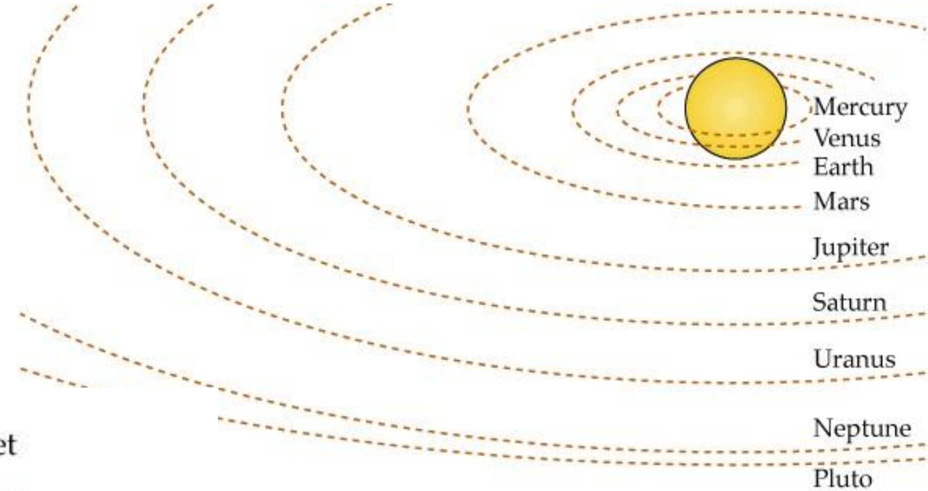
Afélio: $1,52 \times 10^{11}$ m

Unidade Astronômica (UA)

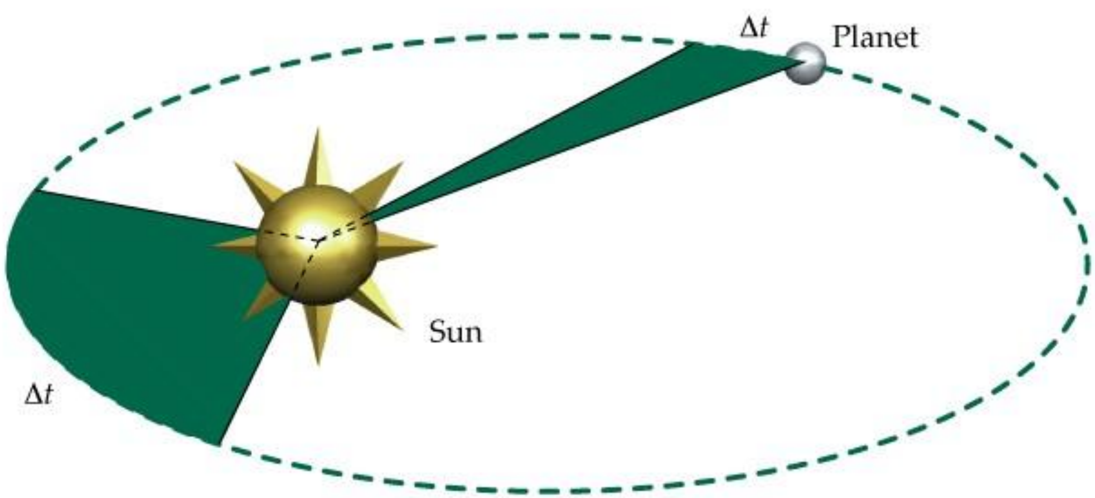
$$1UA = 1,50x10^{11}m$$



Segunda Lei de Kepler



Uma linha ligando qualquer planeta ao Sol varre áreas iguais em tempos iguais.

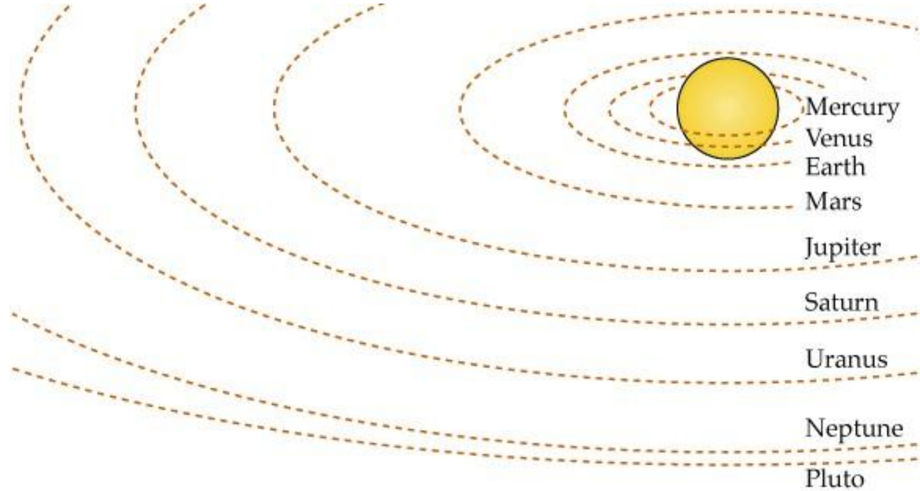


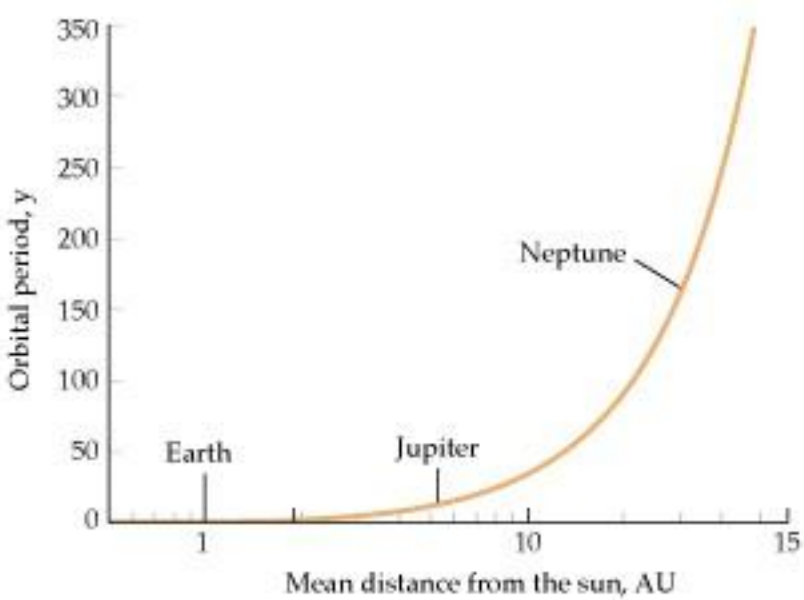
Esta lei é uma consequência da conservação da quantidade de movimento angular.

Terceira Lei de Kepler

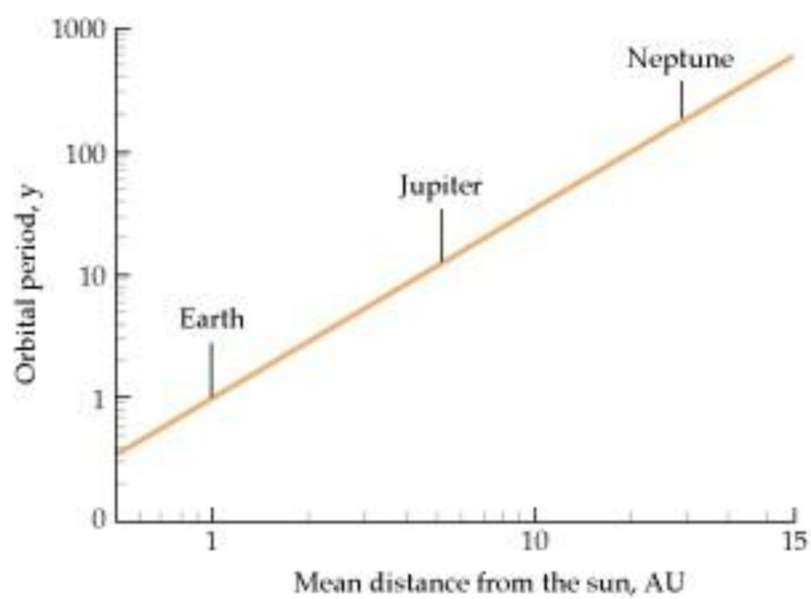
O quadrado do período de qualquer planeta é proporcional ao cubo do semi-eixo maior de sua órbita.

$$T^2 = Cr^3$$





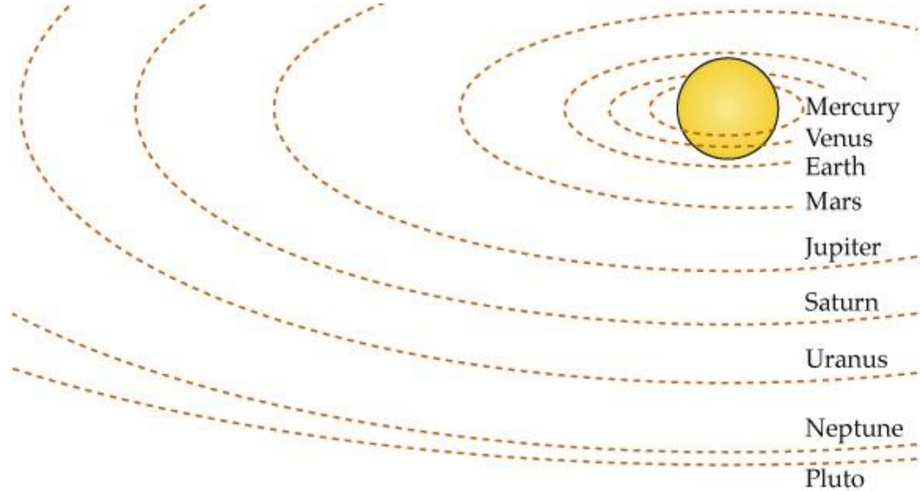
(a)



(b)

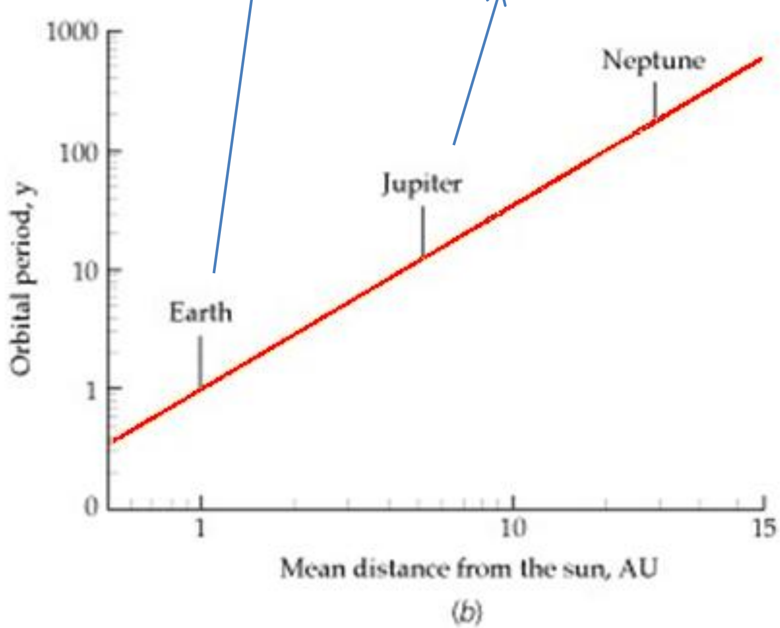
Exemplo

Sabendo-se que o raio orbital médio de Júpiter é de 5,2 UA, determine o período de sua órbita.



$$T_T^2 = Cr_T^3$$

$$T_J^2 = Cr_J^3$$



$$T_T^2 = Cr_T^3$$

$$C = 1ano^2 / UA^3$$

$$\frac{T_J^2}{T_T^2} = \frac{r_J^3}{r_T^3}$$

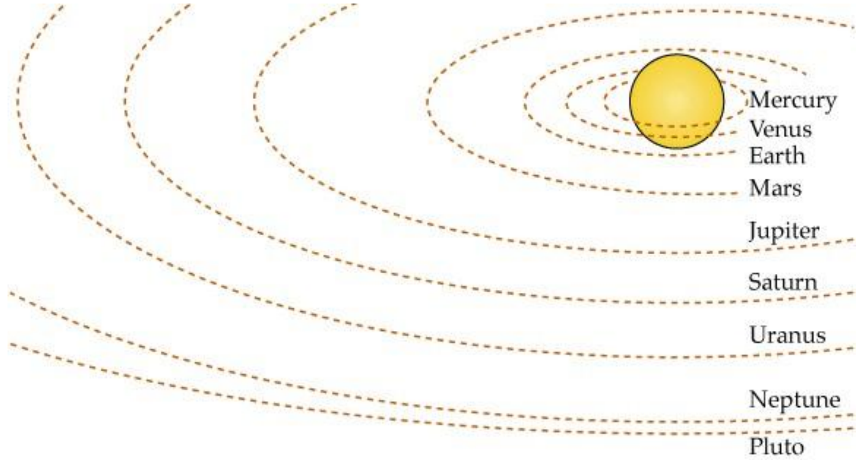
$$T_J = 11{,}9anos$$

Lei de Newton da Gravitação

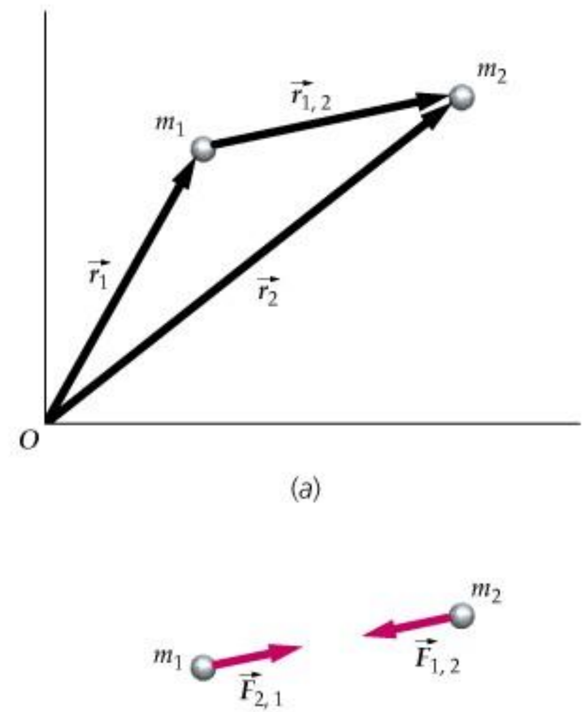
As Leis de Kepler são resultados empíricos.

Newton demonstrou que órbitas elípticas podem ser explicadas por forças atrativas que variam com o inverso do quadrado da distância.

Ele também postulou que as leis obtidas na Terra eram universais.



$$\vec{F}_{12} = -\frac{Gm_1m_2}{r_{12}^2}\hat{r}_{12}$$

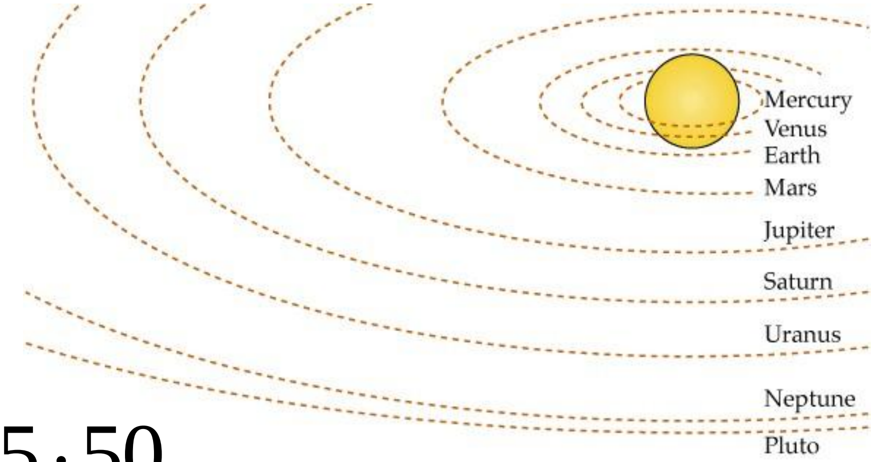


(a)

(b)

Onde G= 6,67x10^{-11} N.m^2/kg^2 é a Constante de Gravitação Universal.

Lei de Newton da Gravitação



Qual é força gravitacional que uma pessoa de 65 kg exerce sobre outra de 50 kg?

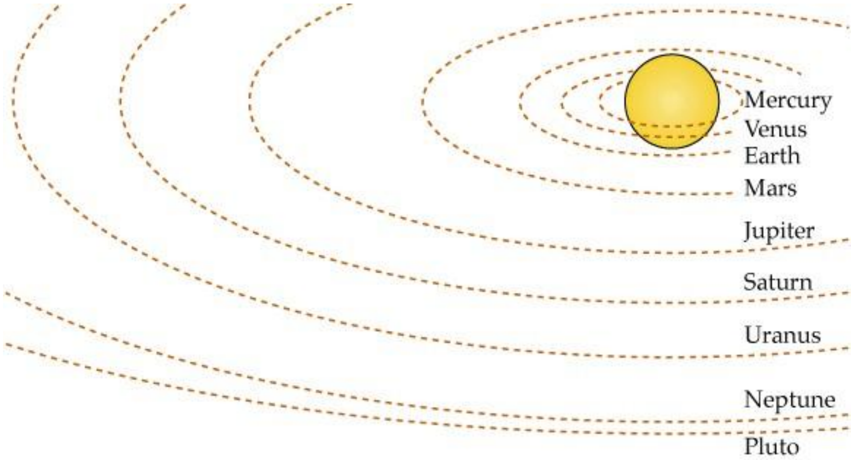
$$F_g = \frac{Gm_1 m_2}{r_{12}^2} = \frac{6{,}67x10^{-11} \cdot 65 \cdot 50}{0{,}5^2}$$

$$F_g = 8{,}67x10^{-7}\,N$$

Esta força é em geral desprezível, exceto se envolve massas astrômicas.

$$P_{mulher} \approx 500\,N$$

Comparação entre a aceleração de uma partícula na superfície da Terra e a aceleração da Lua em seu movimento orbital.



$$F_g = \frac{GM_T m}{r^2} = ma$$

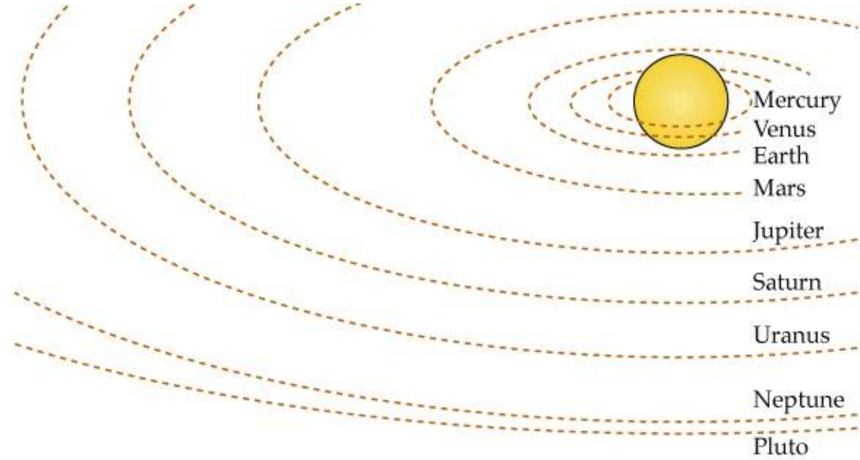
$$a = \frac{GM_T}{R_T^2} = g \qquad a_L = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = 2{,}71x10^{-3} m/s^2$$

Como a distância Terra-Lua é cerca de 60 vezes o raio da Terra,

$$a_L = \frac{GM_T}{3600\,R_T^2} = \frac{g}{3600} = 2{,}78x10^{-3} m/s^2$$

Newton fez uma boa estimativa do valor de G

Lei de Newton da Gravitação



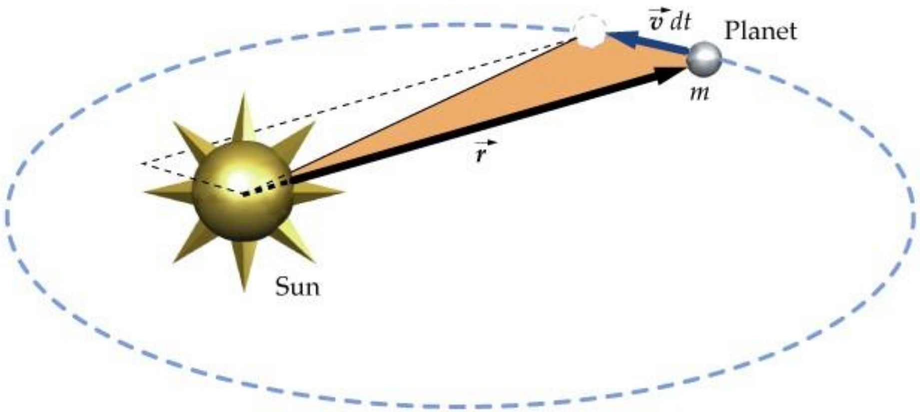
Henry Cavendish mediu G pela primeira vez em 1798 e obteve 1% de precisão.

A precisão atual é de 1 parte em 10.000.

Dentre todas as constantes universais, G é a menos precisa!

De volta as Leis de Kepler

Newton mostrou que quando temos forças centrais, como é o caso do sistema solar, as trajetórias possíveis para os corpos são: elípticas, parabólicas e hiperbólicas.



$$F_g = \frac{GM_T m}{r^2} = ma$$

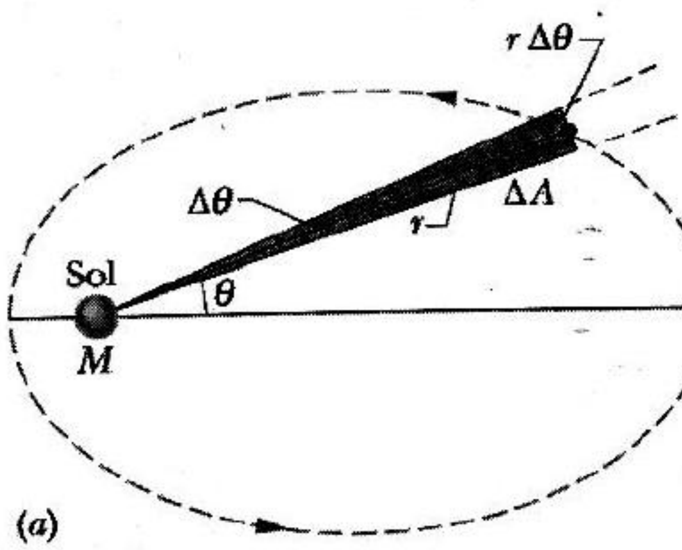
$$a_{cp} = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

$$\frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{GM_S}{r^2}$$

$$dA = \frac{1}{2}\left|\vec{r}\times\vec{v}dt\right| = \frac{1}{2m}\left|\vec{r}\times m\vec{v}\right|dt$$

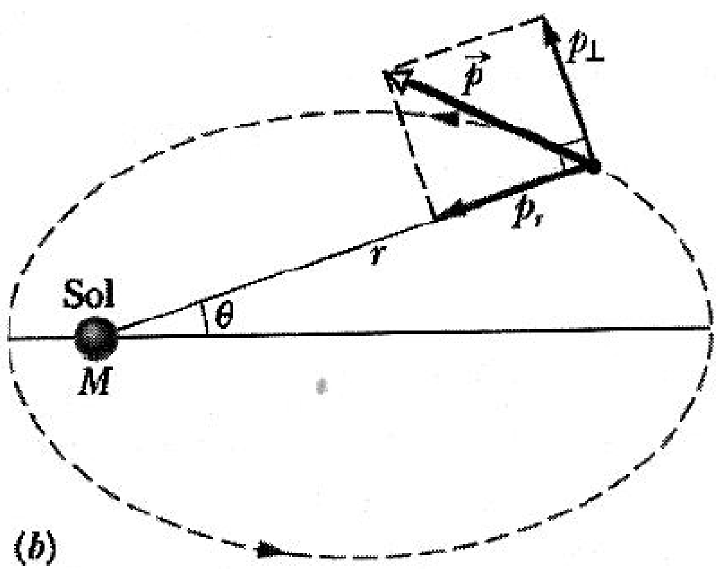
$$\frac{dA}{dt} = \frac{L}{2m}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_S} r^3$$



$$\frac{dA}{dt}=\frac{1}{2}r^2\frac{d\theta}{dt}=\frac{1}{2}r^2\omega$$

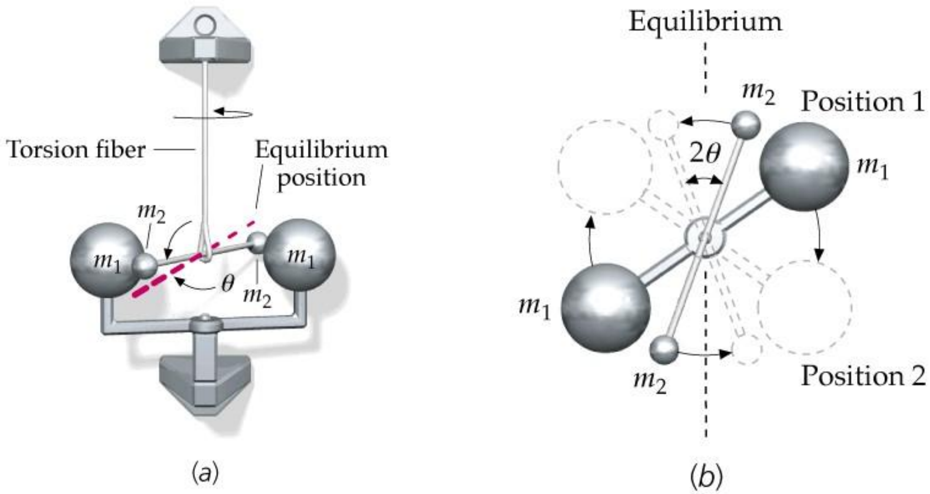
$$L=\vec{r}\times\vec{p}=rp_{\perp}=rmv_{\perp}=rm\omega r=mr^2\omega$$



$$\frac{dA}{dt}=\frac{L}{2m}$$

Massa gravitacional

O experimento de Cavendish permitiu a verificação da expressão da força gravitacional e a determinação de G.



$$F_g = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$$

Para um corpo em queda livre, temos:

$$F_g = \frac{GM_Tm_g}{r^2}$$

$$a = \frac{F_g}{m_i} = \frac{GM_T}{r^2}\frac{m_g}{m_i}$$

Galileu verificou que todos os corpos caem com a mesma aceleração g. Portanto,

$$m_g / m_i = 1$$

Massa inercial

Quando um corpo está submetido a uma força, aparece uma aceleração. A constante de proporcionalidade descreve a inércia deste corpo.

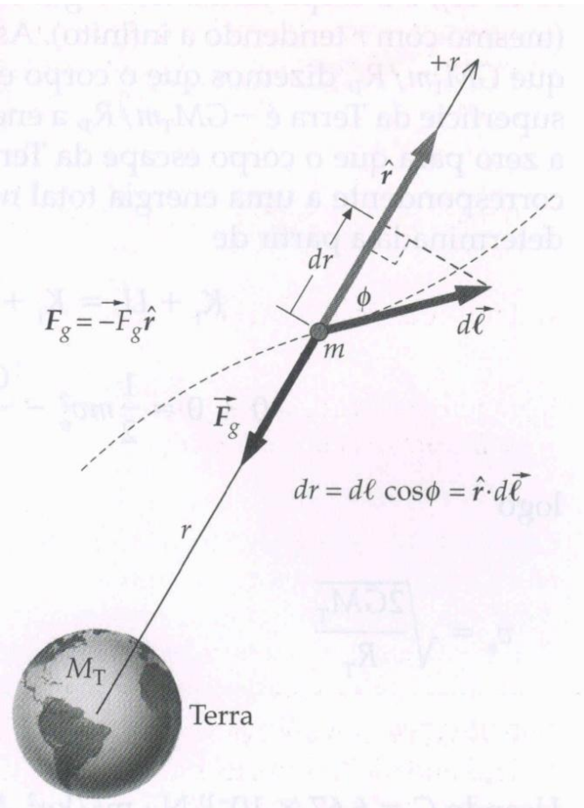
$$F = ma$$

Energia potencial gravitacional

Próximo à superfície da Terra, a força gravitacional da Terra sobre um corpo de massa m é igual a P=mg e a energia potencial gravitacional é U=mgh, onde $h=r-R_T$ e r é a distância entre os centros de massa.

Longe da superfície da Terra a força gravitacional depende da distância e portanto, a energia potencial gravitacional necessita ser redefinida.

$$F_g = \frac{GM_T m}{r^2}$$



$$dU = -\vec{F}_g \cdot d\vec{l}$$

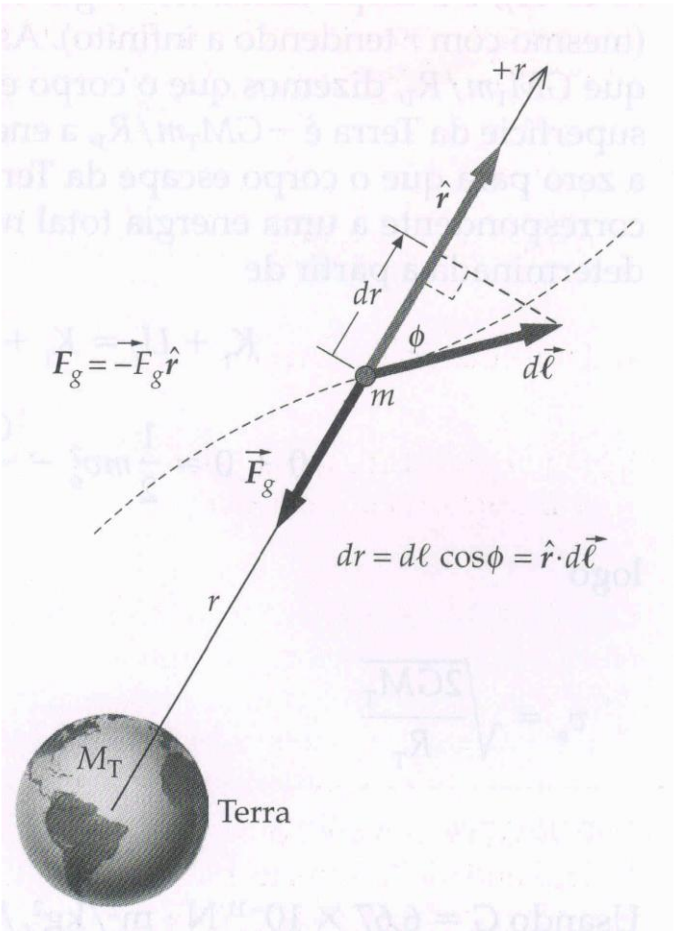
$$\vec{F}_g = -\frac{GM_T m}{r^2}\hat{r} = -F_g \hat{r}$$

$$dU = F_g \hat{r} \cdot d\vec{l} = F_g dr = \frac{GM_T m}{r^2} dr$$

Energia potencial gravitacional

Longe da superfície da Terra a força gravitacional depende da distância e portanto, a energia potencial gravitacional necessita ser redefinida.

$$F_g = \frac{GM_T m}{r^2}$$



$$dU = F_g \hat{r} \cdot d\vec{l} = F_g dr = \frac{GM_T m}{r^2} dr$$

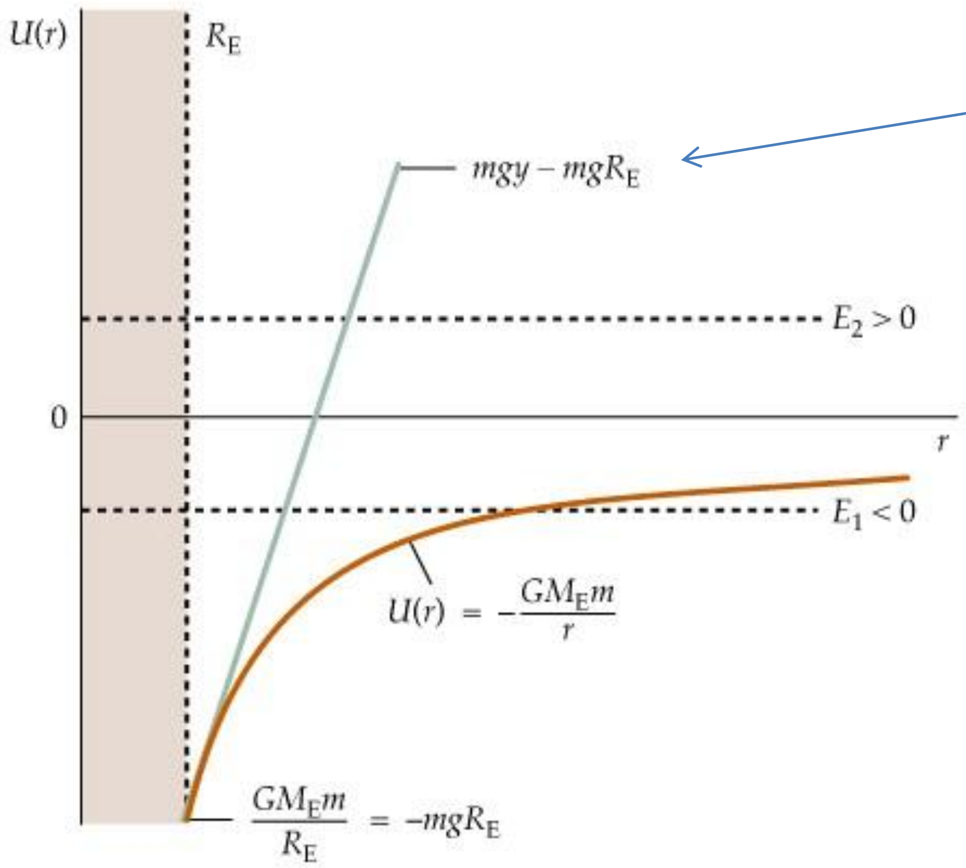
$$U = GM_T m \int \frac{dr}{r^2} = -\frac{GM_T m}{r} + U_0$$

Adota-se $U_0=0$. Portanto, a energia potencial gravitacional é nula para uma distância muito longa ("infinito").

$$U(r) = -\frac{GM_T m}{r}$$

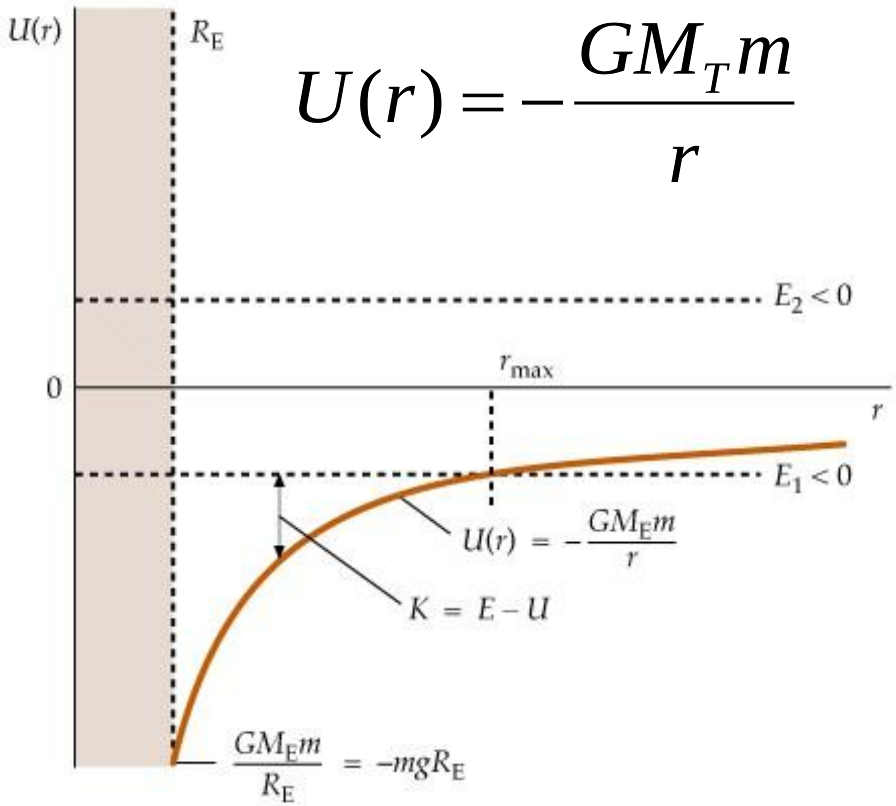
Energia potencial gravitacional

$$U(r) = -\frac{GM_T m}{r}$$



Próximo à superfície da Terra, a aproximação U=mgh é aceitável.

Energia potencial gravitacional



$$U(r) = -\frac{GM_T m}{r}$$

Classificação das órbitas

Se um corpo submetido à energia potencial gravitacional terrestre tiver uma energia mecânica E<0, ele estará confinado a uma região do espaço definida por r_{max}. Dizemos que o sistema é ligado e deverá descrever uma órbita fechada (elíptica).

Para E>0, o sistema não é ligado e a órbita será hiperbólica.

(Para E=0, o sistema não é ligado e a órbita será parabólica.)

Velocidade de escape

$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

$$0 = \frac{1}{2} m v_e^2 - \frac{GM_T m}{R_T}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$$

$$v_e = 11.200 m/s \approx 40.000 Km/h$$

Discutir energia cinética dos gases!

Exemplo

Um projétil é disparado verticalmente, para cima, com uma velocidade inicial de 8,0 km/s. (a) Determine a altura máxima que ele atinge. (b) Se a velocidade inicial for 15 km/s, determine a sua velocidade para uma posição muito distante da Terra. Despreze a resistência do ar.

$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

$$-\frac{GM_T m}{r_f} = \frac{1}{2} m v_i^2 - \frac{GM_T m}{R_T}$$

$$r_f = 1{,}3x10^7\, m$$

$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

$$\frac{1}{2} m v_f^2 = \frac{1}{2} m v_i^2 - \frac{GM_T m}{R_T}$$

$$v_f = 1{,}0x10^4\, m/s$$

$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

$$\frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{GM_T m}{r_f} = \frac{1}{2} m v_i^2 - \frac{GM_T m}{R_T}$$