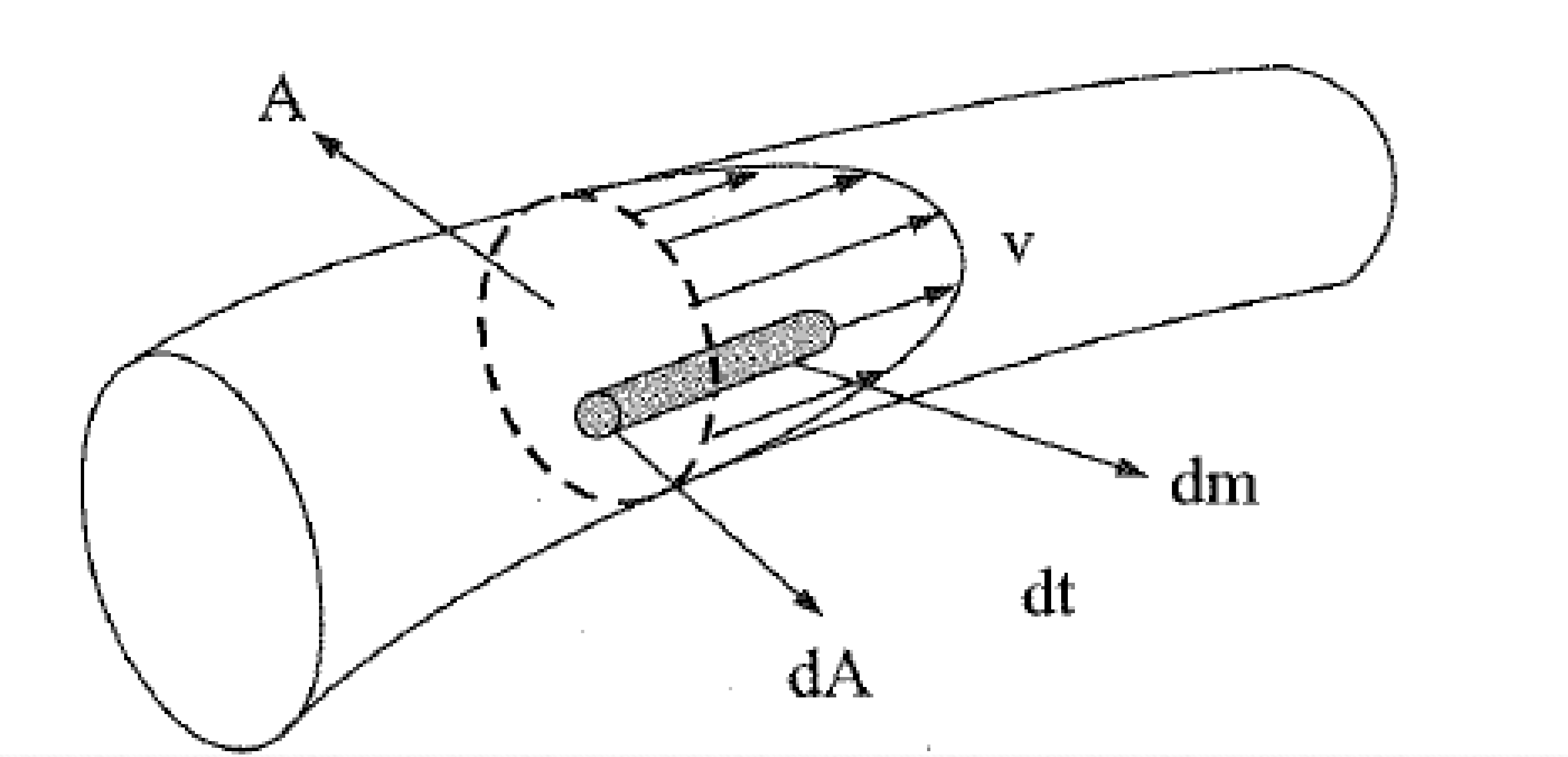
Diagrama de velocidades não uniforme na seção

- Hipóteses do problema:
  - A aderência natural do fluido com as paredes do conduto proporciona ao mesmo um escoamento não uniforme.
- Consequência do problema:
  - Mostraremos então uma variação no termo relacionado a energia cinética (por unidade de peso) que até o momento é dada por:

- Considerações iniciais para provar a variação no “termo cinético”
  - Utilizaremos o conceito de velocidade média, já discutida neste curso.
  - Escrevermos a Energia Cinética, definida em função da “Energia por unidade de Peso”
  - Introduziremos um termo de correção, ou seja, um coeficiente de correção.
  - Definiremos uma nova grandeza denominada de “Fluxo de Energia Cinética” = C


A
v
dm
dt
dA

- Sabemos que:

$$E_c = \frac{mv^2}{2},$$

logo

$$dE_c = \frac{dmv^2}{2} \qquad (1.0)$$

- O Fluxo em um pequeno elemento de área dA será:

$$dC = \frac{dE_c}{dt} = \frac{dm}{dt}\frac{v^2}{2} \qquad (2.0)$$

- Sabemos que vazão de massa é m/t logo:

$$dI_m = \frac{dm}{dt} \qquad (3.0)$$

- Lembrando que:

$$I_m = \rho I \rightarrow dI_m = \rho dI \qquad Lembrando\ que: I = v.A \rightarrow dI = v.dA$$

$$dI_m = \rho.v.dA \qquad (4.0)$$

- Substituindo 4.0 em 3.0 temos:

$$\frac{dm}{dt} = \rho.v.dA \qquad (5.0)$$

- Substituindo (4.0) na equação (2.0) obtemos a equação 6.0.

$$dC = \frac{\rho.v^3 dA}{2} \qquad (6.0)$$

- Integrando a equação (6.0) temos:

$$C = \int \frac{\rho v^3}{2} dA \qquad (7.0)$$

- Considerando o meio como constante e adotando o conceito de velocidade média onde: $v_m = \frac{1}{A}\int v dA \rightarrow \int v dA = v_m A$. Assim a equação 7.0 será expressa como:

$$C = \frac{\rho v_m^3}{2} A \qquad (8.0)$$

- A equação 8.0 diferente da equação 7.0 o que nos faz introduzir um **coeficiente de correção** para provocar a igualdade entre as duas equações.

-

- Assim α é o "**coeficiente da energia cinética**". Desta forma o fluxo da energia cinética será:

$$C = \int \frac{\rho v^3}{2} dA = \alpha \frac{\rho v_m^3}{2} A \qquad (9.0)$$

$$\alpha = \frac{2}{\rho v_m^3 A} \int \frac{\rho v^3}{2} dA$$

Ou ainda:

$$\alpha = \frac{1}{A} \int \left(\frac{v}{v_m} \right)^3 dA$$

- Analisando as dimensões:

$C = \frac{Energia}{Tempo}$, no entanto Energia $= \frac{Energia}{Peso}$, desta forma:

$$\frac{Energia}{Peso} = \frac{Energia}{Peso} \cdot \frac{tempo}{tempo} \Rightarrow \frac{Energia}{tempo} \cdot \frac{tempo}{Peso} = \frac{\frac{Energia}{tempo}}{\frac{Peso}{tempo}} = \frac{C}{*I_G} = \frac{\alpha \frac{\cancel{\rho} v_m^{\cancel{3}} \cancel{A}}{2}}{\cancel{\rho} \cancel{v_m} \cancel{A} g}$$

$$* \; I_G = vazão\ gravitacional = \frac{mg}{t} = I_m g = \rho v_m A g$$

$$\frac{Energia}{Peso} = \frac{\alpha v_m^2}{2g}$$

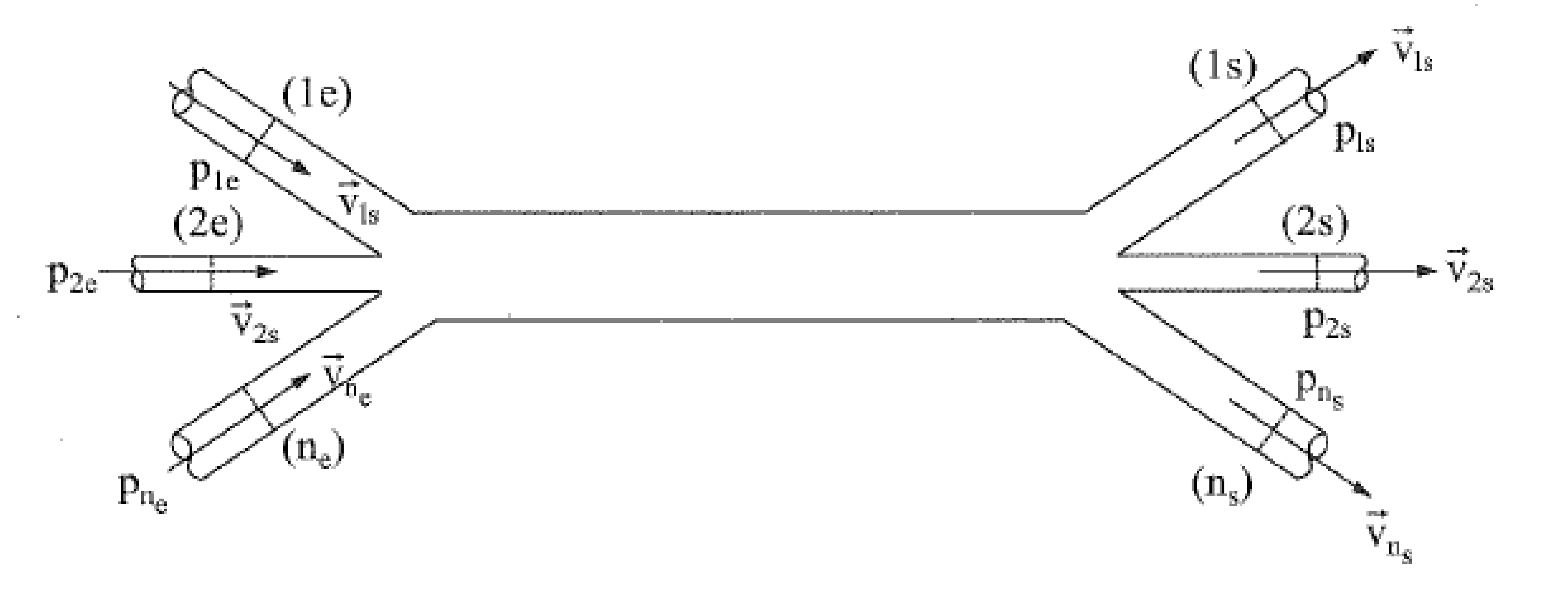
- Assim:

$$\alpha_1 \frac{v_{m,1}^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + y_1 + E_M = \alpha_2 \frac{v_{m,2}^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + y_2 + E_{p1,2}$$

- $E_{p1,2}$= Energia perdida =E_{diss}

Equação da quantidade de movimento para diversas entradas e saídas em regime permanente

- A ao lado mostra um sistema genérico com diversas entradas e saídas.



- $$\sum_{entrada} E = \sum_{saídas} E$$

- Dividindo a equação acima por unidade de tempo

$$\sum_{entrada} E/t = \sum_{saídas} E/t$$

- Lembrando que energia por tempo é potência temos então:

$$\sum_{entrada} N = \sum_{saídas} N$$

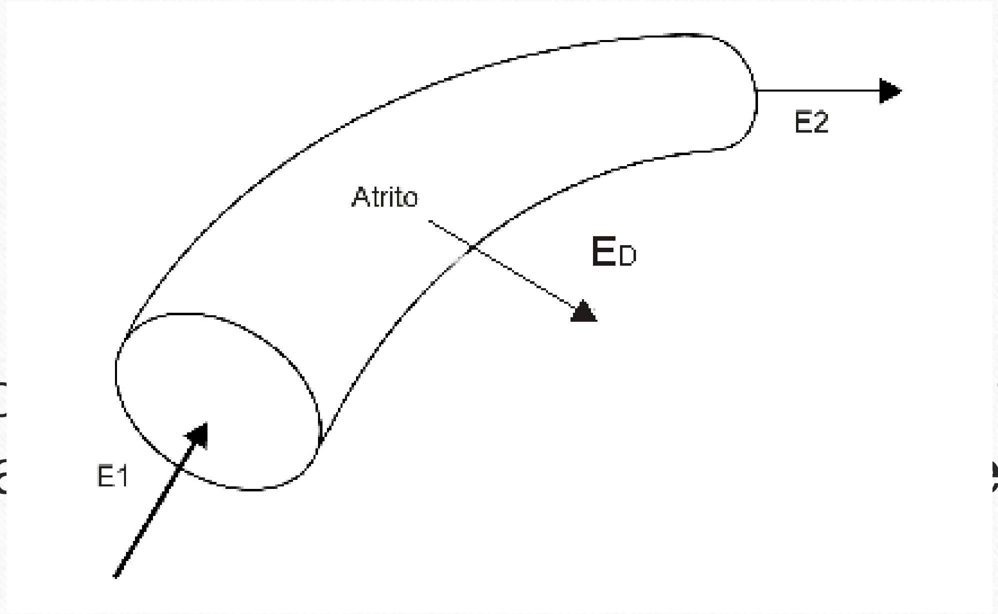
- Ou ainda:

$$\sum_{entrada} \gamma IE = \sum_{saídas} \gamma IE$$

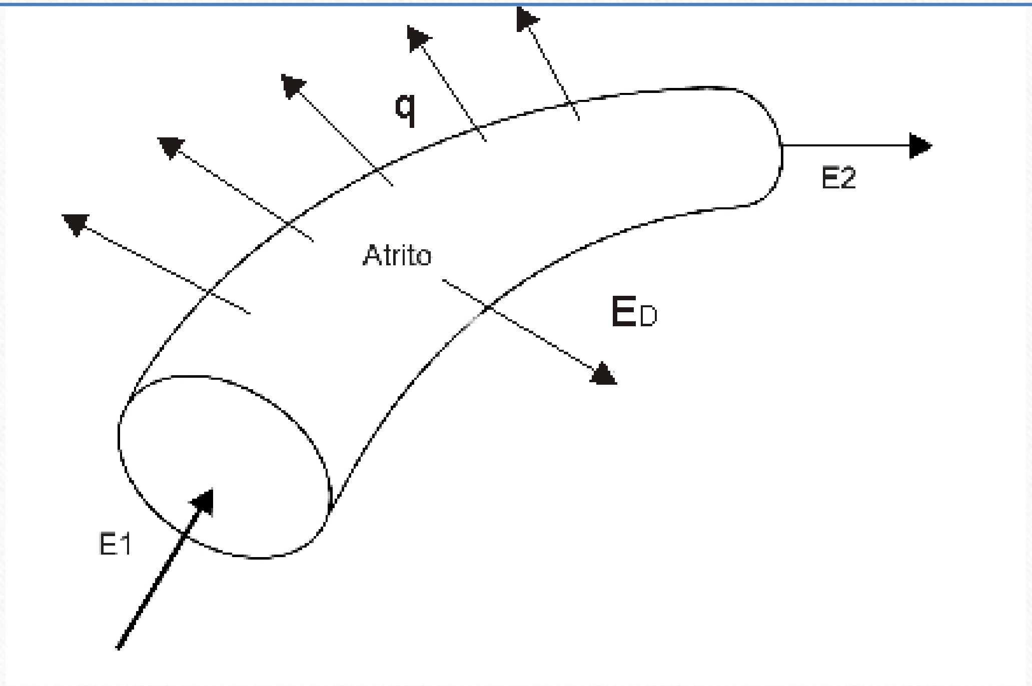
Interpretação da perda de carga

- A perda de carga pode ser interpretada como sendo a energia dissipada.
- A energia dissipada é inserida com o intuito de balancear a equação.
- Podemos analisar 2 casos isolados, que na prática acontecem simultaneamente.

- 1º Caso: Efeito isotérmico



- O atrito provoc nto, no entanto haverá uma troca eio



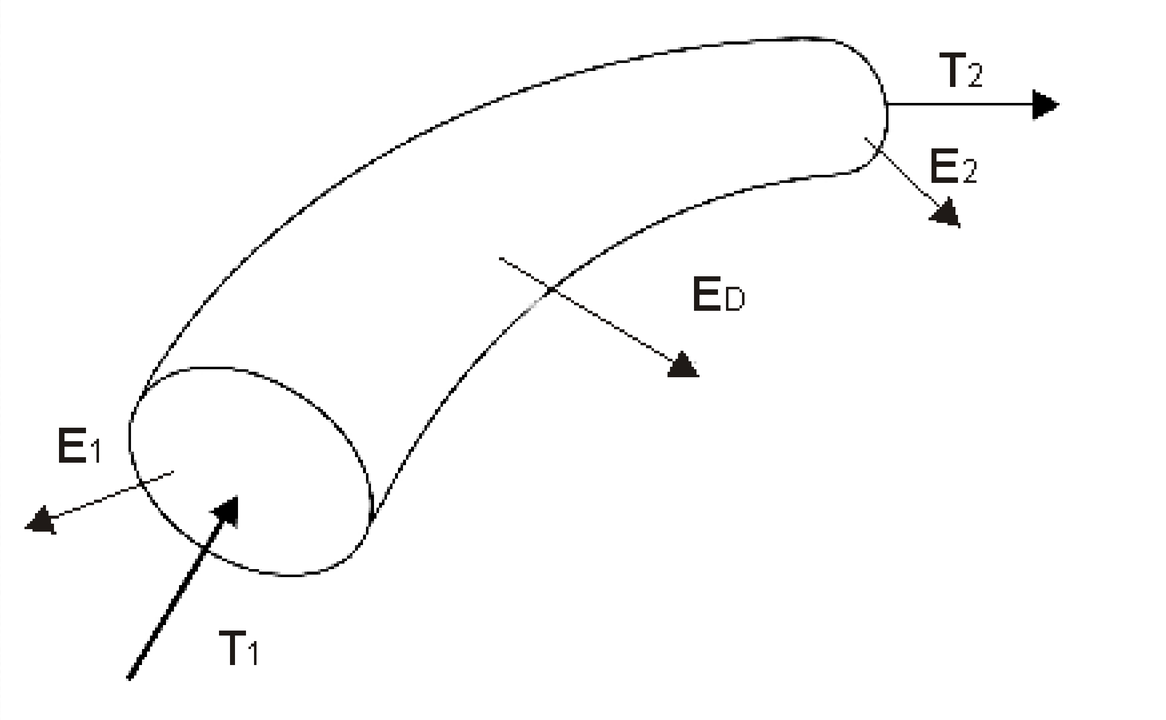
- Sabe-se que:

q>0 = o calor trocado por unidade de peso será fornecido ao fluido;
q<0= o calor trocado por unidade de peso será retirado do fluido.

- Sendo assim o calor gerado pelo atrito é sempre retirado do fluido, ou seja: $q<0$, desta forma

$$Ed=-q$$

- **2º Caso: Escoamento adiabático (sem troca de calor)**
- Não há troca de calor entre (1) e (2)



- Existe, ao longo do escoamento, um aquecimento provocado pelo atrito.
- O aumento da temperatura do fluido denota um aumento da energia interna **(*i*)**.
- A energia interna é definida por:

$$i = \frac{c_e}{g} T$$

c_e → Calor específico do fluido

- No entanto, devido ao atrito $T_2 > T_1$, logo $i_2 > i_1$ que implica o aumento da energia térmica do fluido.

- Porém, pelo principio da conservação da energia o aumento da energia térmica do fluido será acompanhada pela diminuição da energia mecânica.

$$i_2 > i_1 \Rightarrow E_2 < E_1$$

- Logo a perda de carga deverá ser interpretada pelo aumento da energia térmica ou por uma perda de energia de pressão.
- Assim:

$$E_D = i_2 - i_1$$

$$E_D = \frac{c_e}{g}(T_2 - T_1)$$