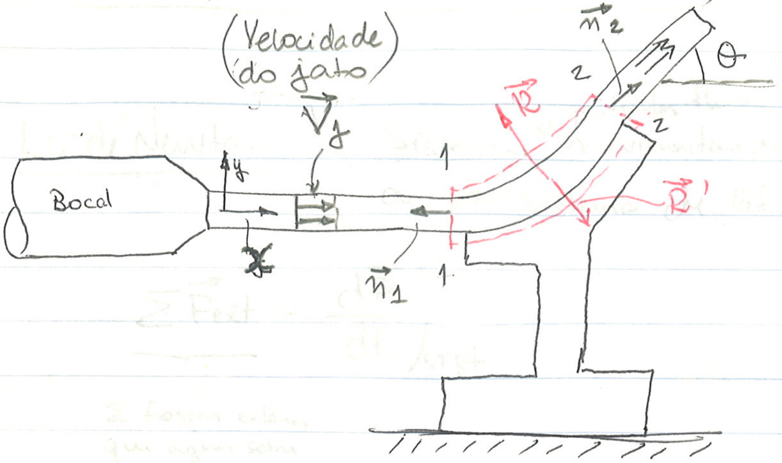
EXERCÍCIO: Nó desviador de Fluxo (Fixo)



Dados:

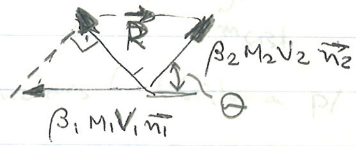
Vazão Q

Secoes: S_i

Ângulo: θ

ρ

Determinar: Resultante das forças de atrito e de pressão sobre o desviador ($\vec{R}'$)



Solução:

Hipóteses:
1. Fluido Incompressível
2. Regime Permanente
3. Nas secoes (E), (S) escoamento unidimensional (Perfil de $\vec{V}$ Uniforme)
4. Atrito viscoso desprezível: $W_a = 0$
5. Ñ há máquinas: $W_m = 0$
6. $z_1 \cong z_2$

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2$$

CONTINUIDADE: $M = c^{te} = \rho V_1 S_1 = \rho V_2 S_2 = \dot{m} = \rho V_1 A_1 = \rho V_2 A_2$

En. CINÉTICA: $H_E - H_S = \cancel{\dfrac{W_a}{\gamma Q}}^{0} - \cancel{\dfrac{W_m}{\gamma Q}}^{0} \Rightarrow H_E = H_S \Rightarrow H_1 = H_2$

Equação da Energia

$$\cancel{\alpha_1}^{1}\frac{V_1^2}{2g} + \cancel{\frac{p_1}{\gamma}}^{0 = P_{atm}} + \cancel{z_1} = \cancel{\alpha_2}^{1}\frac{V_2^2}{2g} + \cancel{\frac{p_2}{\gamma}}^{0 = P_{atm}} + \cancel{z_2} \Rightarrow \boxed{V_1 = V_2 = V_j}$$

$$\therefore A_1 = A_2 = A_j$$

Eq. QUANTIDADE MOVIMENTO: (usando função impulso)

$$\vec{G} + \vec{R} = \phi_1 \vec{n}_1 + \phi_2 \vec{n}_2 = (\cancel{p_1}^{0} A_1 + \cancel{\beta_1}^{1} \dot{m}_1 V_1)\vec{n}_1 + (\cancel{p_2}^{0} A_2 + \cancel{\beta_2}^{1} \dot{m}_2 V_2)\vec{n}_2$$

Nas componentes:

Direção x: $-R_x = -\dot{m}_1 V_1 + \dot{m}_2 V_2 \cdot \cos\theta = \dot{m} V (\cos\theta - 1) = \rho Q V_j (\cos\theta - 1)$

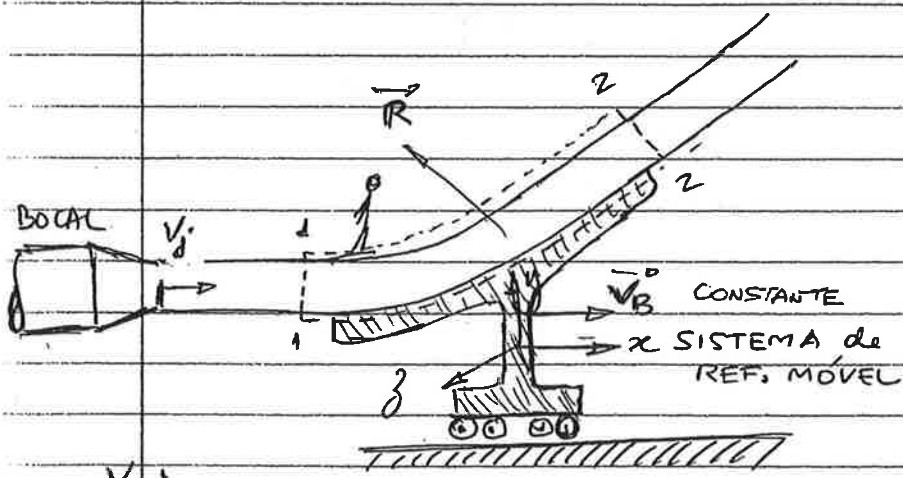
$$\boxed{R_x = \rho Q V_j (1 - \cos\theta)}$$ Reação do desviador sobre o fluido

Direção y: $-G_y + R_y = \dot{m} V_j \operatorname{sen}\theta \Rightarrow \boxed{R_y = G + \rho Q V_j \operatorname{sen}\theta}$

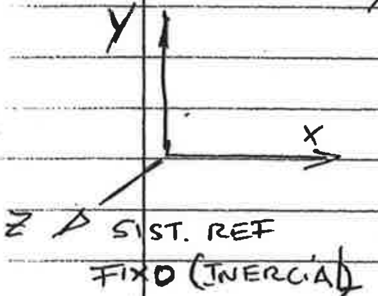
FORÇA SOBRE O DESVIADOR $\Rightarrow R'_x = -R_x = -\rho Q V_j (1 - \cos\theta)$ e $R'_y = -R_y = -(G + \rho Q V_j \operatorname{sen}\theta)$

DEFLETORES EM MOVIMENTO (de TRANSLAÇÃO UNIFORME)

∴ referencial fixo ao VC é inercial



A 2ª lei do mov. de Newton requer que o sistema de referência seja inercial



A fórmula de Reynolds é válida p/ VC fixo, logo quando VC é móvel as velocidades $\vec{V}$ devem ser medidas em relação a esse VC móvel. (desde que em relação a um referencial inercial)

Eq. da Continuidade:

$$\dot{m}_e = \dot{m}_s = \rho V_e S_e = \rho V_s S_s \qquad V_e S_e = V_s S_s$$

$$\text{mas} \quad V_e = V_j - V_B = V_s$$

$$\therefore \dot{m} = \rho (V_j - V_B) S_j$$

Eq da Energia $H_e = H_s$ (na ausência de atrito viscoso $\dot{W}_a = 0$)

$$\frac{V_e^2}{2g} + \frac{P_e}{\gamma} + z_e = \frac{V_s^2}{2g} + \frac{P_s}{\gamma} + z_s$$

$$P_e = P_s = P_{atm} = 0 \qquad z_e \cong z_s \implies V_e = V_s \quad \therefore S_e = S_s$$

na Eq Continu.

Eq do Quant. de mov.

$$\vec{R} = \dot{m}(V_e \vec{n}_e + V_s \vec{n}_s)$$

Na direção x:

$$-R_x = \dot{m}\, V_e(\cos\theta - 1) = \rho (V_j - V_B)^2 S_j (\cos\theta - 1)$$

Na direção y:

$$R_y = \dot{m}\, V_s \operatorname{sen}\theta = \rho (V_j - V_B)^2 S_j \operatorname{sen}\theta$$

Exemplo:

Jato $S_j = 2\,mm \times 40\,cm$ Defletor $V_B = 30\,m/s$

$V_j = 80\,m/s$

Determinar
a) força no defletor
b) veloc. absoluta do jato na saída do defletor
c) potência gerada pela palheta

a) $V_e = V_s = V_j - V_B = 80 - 30 = 50\,m/s$

força do defletor sobre o fluido

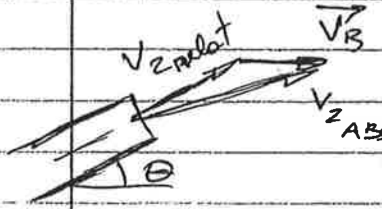
$$-R_x = 1000\,(80-30)^2\,(0{,}002 \times 0{,}40)(\cos 30 - 1) = -268$$

$$R_x = 268\,N$$

$$R_y = 1000\,(80-30)^2\,(0{,}002 \times 0{,}40)\,\text{sen}\,30$$

$$R_y = 1000\,N$$

b) velocidade absoluta $\vec{V_2} = \vec{V}_{2_{RELATIVA}} + \vec{V_B}$



Na direção x

$$V_{2x} = V_{2_{relat}} \cos\theta + V_B = 50 \times 0{,}866 + 30 = 73{,}3\,m/s$$

Na direção y

$$V_{2y} = V_{2_{RELAT}}\,\text{sen}\,\theta = 50 \times 0{,}5 = 25{,}0\,m/s$$

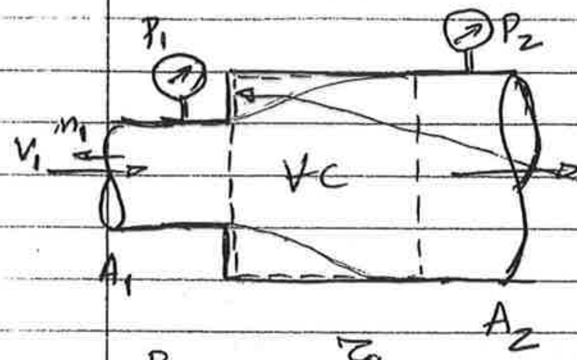
$$\boxed{\vec{V}_2 = 73{,}3\,\vec{i} + 25{,}0\,\vec{j}\ \ m/s}$$

c) Potência gerada pela palheta em movimento
= força da palheta x velocid. da palheta na direção do movimento (x)

$$\dot{W} = \vec{V_B} \cdot \vec{R_x} = 30 \times 268 = \text{[illegible]}\,W$$

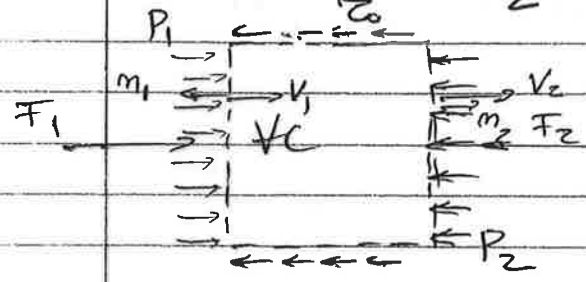
Ex 3 PERDA de CARGA em UMA EXPANSÃO SÚBITA em um CONDUTO

$h_L = ?$



Hip: perfis de veloc. uniforme em S_1 e S_2

pressão na expansão súbita é const $= P_1$



Desprezando forças viscosas nas paredes $\tau_0 = 0$ e força peso.

$$\sum \vec{F}_{ext} = \dot{m}\,(V_e \vec{n}_e + V_s \vec{n}_s)$$

na direção x:

$$P_1 A_2 - P_2 A_2 = \dot{m}(-V_1 + V_2)$$

$$\dot{m} = \rho_1 V_1 A_1 = \rho V_2 A_2 \quad \therefore \quad V_2 = \frac{V_1 A_1}{A_2}$$

$$(P_1 - P_2)\cancel{A_2} = \rho V_2 \cancel{A_2}(V_2 - V_1)$$

$$\frac{P_1 - P_2}{\rho} = V_2 (V_2 - V_1)$$

Eq da Energia: $H_e - H_s = \frac{W_a}{\gamma Q} = h_L$ PERDA de CARGA

$$\left(\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + \cancel{z_1}\right) - \left(\frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + \cancel{z_2}\right) = h_L \qquad z_1 = z_2$$

$$h_L = \frac{P_1 - P_2}{\gamma} - \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} =$$

$$h_L = \frac{V_2(V_2 - V_1)}{g} - \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} = \frac{2V_2^2 - 2V_1V_2 - V_2^2 + V_1^2}{2g} = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g}$$

$$\boxed{h_L = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 \frac{V_1^2}{2g}}$$

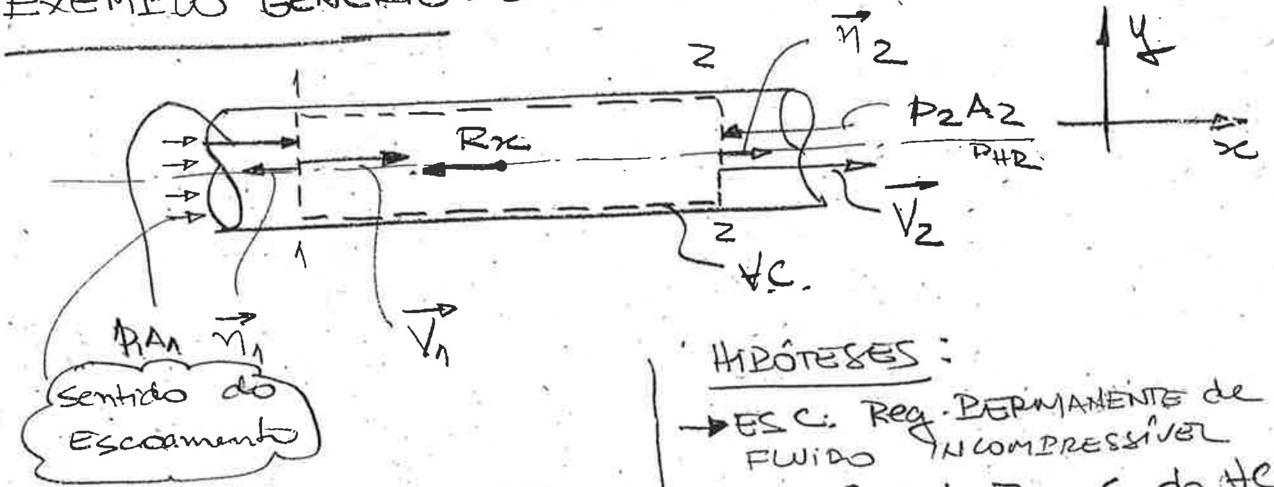
ou seja $K_s = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2$

COEF. DE PERDA de CARGA SINGULAR.

EQUAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO

EXERCÍCIOS e EXEMPLOS:

EXEMPLO GENÉRICO: DET. PERDA DISTRIBUÍDA:



HIPÓTESES:

→ ESC. Reg. PERMANENTE de FLUIDO INCOMPRESSÍVEL

→ SEÇÕES de E e S do VC com escoamento unidimensional

Eq. CONTINUIDADE

$\dot{m} = c^{te} = \rho_1 A_1 V_1 = \rho_2 A_2 V_2$

$\rho Q = c^{te} \Rightarrow A_1 V_1 = A_2 V_2$

$A_1 = A_2$

$\therefore V_1 = V_2$

Eq. Energia:

$$-\left(\cancel{\frac{V_1^2}{2g}} + \frac{p_1}{\rho g} + \cancel{z_1}\right) + \left(\cancel{\frac{V_2^2}{2g}} + \frac{p_2}{\rho g} + \cancel{z_2}\right) = \frac{W_m}{G} - \text{perdas (em termos de carga)}$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \text{Perdas} \Rightarrow \boxed{h_f = \frac{p_1 - p_2}{\rho g}}$$

Eq. Q. Movim. em x:

$$p_1 A_1 - \cancel{\dot{m} V_1} + p_2 A_2 + \cancel{\dot{m} V_2} = R_x \quad \Big\} \text{ mas } A_1 = A_2 = A$$

$$R_x = -p_1 A + p_2 A = A(p_2 - p_1)$$

Obs: como $p_2 < p_1 \Rightarrow R_x < 0 \Rightarrow$ indica sentido oposto a orientação do eixo x

v. verso →

USANDO A FUNÇÃO IMPULSO:

$\phi = pA + \beta \dot{m} V$

No VC entre 1-1 e 2-2: (c/ $\beta \cong 1$)

$(p_1 A_1 + \dot{m} V_1)\vec{n}_1 + (p_2 A_2 + \dot{m} V_2)\vec{n}_2 = \vec{R}$

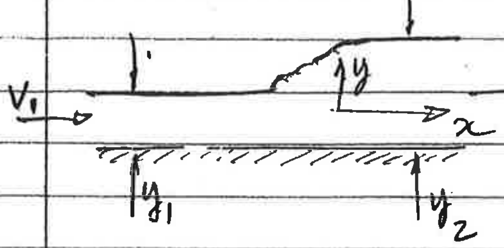
Na direção x: $\vec{n}_1 = -\vec{i}$; $\vec{n}_2 = \vec{i}$:

$-p_1 A_1 - \dot{m} V_1 + p_2 A_2 + \dot{m} V_2 = -R_x$

p/ $V_1 = V_2 \Rightarrow$

$$\boxed{R_x = p_1 A_1 - p_2 A_2}$$

Ex (2) RESSALTO HIDRÁULICO

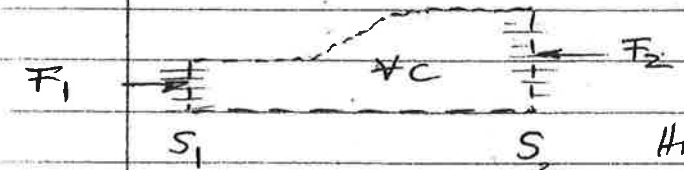


Expresse y_2 em função de y_1 e V_1

w: largura do canal

SOLUÇÃO

Hip. 1 Escoam. uniforme em S_1 e S_2.



Hip 2. Desprezando atrito na parede $\tau = 0$

Hip 3. Trajetórias retilíneas e paralelas em S_1 e S_2
$\Rightarrow$ distribuição hidrostática de pressões

$$P_1 = \frac{\gamma y_1}{2} \qquad P_2 = \frac{\gamma y_2}{2}$$

Eq da Quant. de Mov.

$$\sum \vec{F}_{ext} = \dot{m}(V_e \vec{n}_e + V_s \vec{n}_s)$$

$$\vec{n}_e = -\vec{i}$$
$$\vec{n}_s = \vec{i}$$

$$F_1 - F_2 = \rho V_1 S_1 (-V_1 + V_2)$$

$$\left(\frac{\gamma y_1}{2} \times y_1 \cancel{w}\right) - \left(\frac{\gamma y_2}{2} \times y_2 \cancel{w}\right) = \rho V_1 y_1 \cancel{w} (-V_1 + V_2)$$

Eq. da Continuidade $\cancel{\rho} V_1 S_1 = \cancel{\rho} V_2 S_2$

$$V_1 y_1 w = V_2 y_2 w$$

$$V_2 = \frac{y_1}{y_2} V_1$$

$$\frac{\gamma}{2}(y_1^2 - y_2^2) = \rho V_1^2 y_1 \left(-1 + \frac{y_1}{y_2}\right) \qquad \text{como } \gamma = \rho g$$

$$\frac{g}{2}(y_1^2 - y_2^2) = V_1^2 \left(\frac{y_1}{y_2}\right)(y_1 - y_2) \quad \therefore \quad \frac{g}{2}(y_1 + y_2) = V_1^2 \left(\frac{y_1}{y_2}\right)$$

$$y_2^2 + y_1 y_2 - \frac{2}{g} V_1^2 y_1 = 0$$

$$\boxed{y_2 = \frac{1}{2}\left(-y_1 + \sqrt{y_1^2 + \frac{8}{g} V_1^2 y_1}\right)}$$

EXERCÍCIOS (EN. CINÉTICA + Q. MOVIMENTO)

1) POÇO de PETRÓLEO

Na extração do petróleo, este jorra a uma altura 16 m acima do nível do solo. Perdas por atrito com o ar equivalem a 20% da carga total do jato do petróleo na saída do poço. Sabendo que a potência perdida por atrito no trecho de tubulação é 4×10^5 watts, e desprezando-se as perdas na entrada do tubo, calcular:

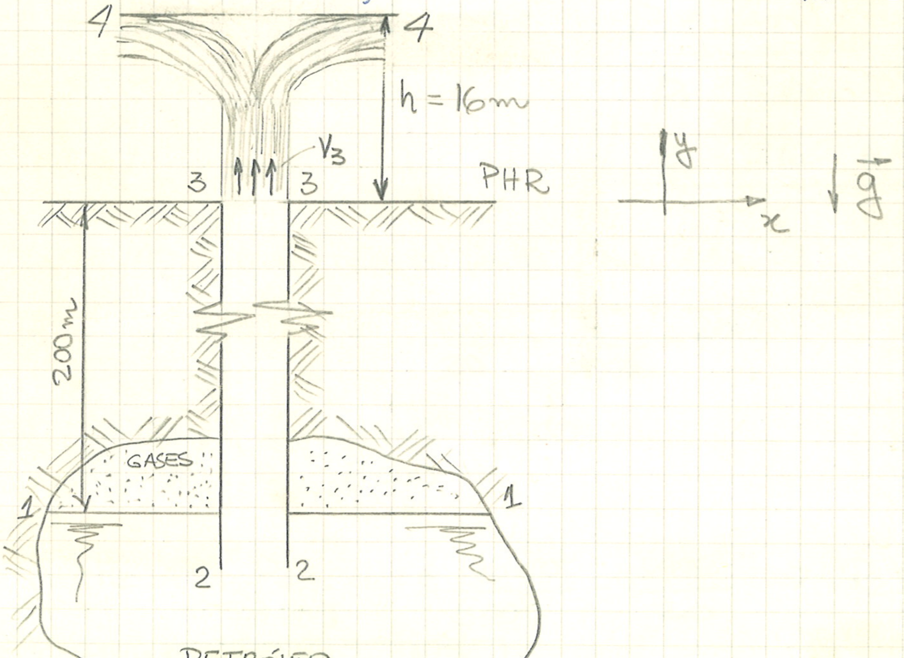
a) Velocidade V_3, e Vazão em volume Q, Vazão em massa M,

b) Pressão p_1, que os gases exercem sobre a superfície do petróleo,

c) Pressão p_2, na entrada do poço

d) Força F que o petróleo exerce sobre a tubulação de aço que forma a parede do poço.

Dados: $g \cong 10 \frac{m}{s^2}$; $\gamma_{ÓLEO} = 8.000 \frac{N}{m^3}$; $S_{TUBO} = 5 \times 10^{-2} m^2$



a) V_3, Q, M

Eq. EN. CINÉTICA entre 3 e 4:

$$H_4 - H_3 = \underbrace{\cancel{\frac{W_m}{\gamma Q}}}_{0} - \frac{W_a}{\gamma Q} \Rightarrow \begin{cases} H_4 = h = 16\,m \\ H_3 = \frac{\alpha V_3^2}{2g} = \frac{V_3^2}{20} \quad (\alpha \cong 1) \\ \frac{W_a}{\gamma Q} = 0{,}2 \times \frac{V_3^2}{20} = \frac{V_3^2}{100} \end{cases}$$

$$16 - \frac{V_3^2}{20} = -\frac{V_3^2}{100}$$

$$\frac{4 V_3^2}{100} = 16 \Rightarrow V_3^2 = 400$$

$$\boxed{V_3^2 = 20\,m/s}$$

$$Q = V_3 S = 20 \times 5 \times 10^{-2} = \boxed{1\,m^3/s}$$

$$\dot{m} = M = \rho Q = \cancel{1} \times 800 = \boxed{800\,\frac{kg}{s}}$$

b) Cálculo de p_1:

En. Cinética entre 1-1 e 3-3

$$H_3 - H_1 = \underbrace{\cancel{\frac{W_m}{\gamma Q}}}_{0} - \frac{W_a}{\gamma Q} \qquad \begin{cases} H_1 = \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{p_1}{\gamma} - 200 \\ H_3 = V_3^2/2g \\ W_a = 4 \times 10^5 \text{ watts} \end{cases}$$

$$\frac{400}{20} - \frac{p_1}{\gamma} + 200 = -\frac{4 \times 10^5}{8.000 \times 1}$$

$$\frac{p_1}{\gamma} = 220 + 50 = 270 \Longrightarrow p_1 = 270 \times 8.000$$

$$\boxed{\begin{array}{c} p_1 = 2{,}16 \times 10^6\,Pa \\ \text{ou} \\ p_1 = 2160\,kPa \end{array}}$$

c) $p_2 \Rightarrow \quad H_2 = H_1 \Rightarrow$ não há perdas entre 1-1 e 2-2

$$H_2 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 = \frac{400}{20} + \frac{p_2}{8.000} - \cancel{200}$$

$$H_1 = \underbrace{\cancel{\frac{V_1^2}{2g}}}_{0} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{2{,}16 \times 10^6}{8000} - \cancel{200}$$

$$H_1 = H_2 \rightarrow \frac{p_2}{8.000} = \frac{2{,}106 \times 10^6}{8000} - \frac{400}{20} \Rightarrow p_2 = 2{,}00 \times 10^6\,Pa$$

$$\boxed{p_2 \cong 2000\,kPa}$$

d) FORÇA F — $\forall$.C. entre 2-2 e 3-3

$$\vec{R} + \vec{G} = \phi_e \vec{n_e} + \phi_s \vec{n_s}$$

Na direção y:

$$R_y - G = -\left(p_2 S_2 + \beta_2 M_2 V_2\right) + \left(\underbrace{\cancel{p_3 S_3}}_{0} + \beta_3 M_3 V_3\right) \qquad \beta_2 \cong \beta_3 \cong 1$$

Sendo $S = cte \Rightarrow M_2 V_2 = M_3 V_3$

$$R_y = G - \left(2 \times 10^6 \times 5 \times 10^{-2}\right)$$

como $G = \rho \cdot g \cdot \forall = \gamma \forall = 8.000 \times 200 \times 5 \times 10^{-2}$

$G = 80.000$

logo $R_y = -100.000 + 80.000$

$\boxed{R_y = -20.000\ N}$ Reação da Tubulação sobre o fluido.

$\boxed{R'_y = 20.000\ N}$ FORÇA DO PETRÓLEO SOBRE O TUBO.

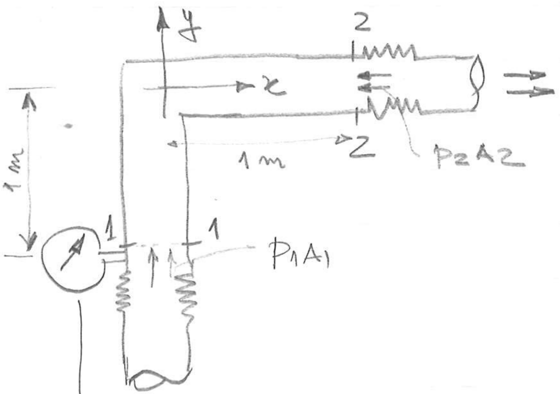
EXERCÍCIO 6.10 · EQ. QUANT. MOVIMENTO

COTOVELO PRESO POR DUAS LUVAS ELÁSTICAS DE FORMA QUE NÃO É INFLUENCIADO PELO RESTANTE DA INSTALAÇÃO.

- ÁREA SEÇÃO TRANSVERSAL $\Rightarrow A_S = 20\,cm^2$
- VAZÃO DE ÁGUA $\Rightarrow Q = 20\ L/s$
- PESO ESPECÍFICO $\Rightarrow \gamma_{H_2O} = 10^4\ N/m^2$
- $g = 10\ m/s^2$
- COTOVELO NO PLANO HORIZONTAL Oxy $(\vec{g} = g_z \vec{k})$
- PERDA de CARGA TOTAL NA TUBULAÇÃO $\Delta H = 1\ mca$

PEDE-SE:

QUAL A FORÇA CAUSADA PELO FLUIDO NO COTOVELO?



PRESSÃO NO MANÔMETRO:

$p_{MAN_1} \cong 2 \times 10^5\ Pa$

(na apostila $\Rightarrow p_1 \cong 2\ \frac{kgf}{cm^2}$)

Solução:

Eq. ENERGIA em termos de carga:

$$-H_1 + H_2 = \cancel{\frac{W_m}{\gamma Q}}^{\,0} - \Delta H$$

$$H_2 = H_1 - \Delta H$$

$$\cancel{\frac{V_2^2}{2g}} + \frac{p_2}{\gamma} = \cancel{\frac{V_1^2}{2g}} + \frac{p_1}{\gamma} - \Delta H$$

$$\frac{p_2}{\gamma} = \frac{2 \times \cancel{10^5}^{\,10}}{\cancel{10^4}} - 1$$

$$\frac{p_2}{\gamma} = 19\ m.c.a.$$

$$p = 19 \times 10^4\ N/m^2$$

$$p = 190\ kPa.$$

Determinação da Velocidade média:

$$Q = V \cdot A$$

$$V = \frac{\cancel{20} \times 10^{-3}}{\cancel{20} \times \cancel{10^{-4}}_{10^{-1}}}$$

$$\boxed{V = 10\ m/s} \rightarrow \text{COMO } A_S = cte \Rightarrow V_1 = V_2 = V$$

Ex. 6.10 (CONTINUAÇÃO)

DUAS FORMAS PARA APRESENTAR O EQUACIONAMENTO:

a) USANDO A FUNÇÃO IMPULSO

$$\vec{R} + \vec{G} = \phi_1 \vec{n}_1 + \phi_2 \vec{n}_2 \qquad \text{com } \phi = pA + \beta \dot{m} V$$

Aplicado ao problema:

$\vec{G} = 0 \quad (\vec{g} = g_3 \vec{k})$

$$\vec{R} = -(p_1 A_1 + \beta_1 \dot{m}_1 V_1)\vec{j} + (p_2 A_2 + \beta_2 \dot{m}_2 V_2)\vec{i}$$

NAS COMPONENTES:

$$R_x = p_2 A_2 + \beta_2 \dot{m}_2 V_2 = p_2 A_2 + \beta_2 \rho Q V_2$$

$$R_x = (19 \times \cancel{10^4} \cdot 20 \times \cancel{10^{-4}}) + (1 \cdot \cancel{10^3} \cdot 20 \times \cancel{10^{-3}} \cdot 10)$$

$$R_x = 380 + 200$$

$$\boxed{R_x = 580 \text{ N}}$$

$$R_y = -(p_1 A_1 + \beta_1 \dot{m}_1 V_1) = -p_1 A_1 - \beta_1 \rho Q V_1$$

$$R_y = (-2 \times 10^5 \cdot 20 \times 10^{-4}) - (1 \cdot \cancel{1000} \cdot 20 \times \cancel{10^{-3}} \cdot 10)$$

$$R_y = -400 - 200$$

$$\boxed{R_y = -600 \text{ N}}$$

R_x e R_y representam a Reação do cotovelo sobre o fluido no VC entre 1-1 e 2-2.

A FORÇA CAUSADA PELO FLUIDO SOBRE O COTOVELO POSSUI COMPONENTES: $R'_x = -R_x$ e $R'_y = -R_y$

O MÓDULO DESTA FORÇA PODE SER DETERMINADO E RESULTA: $\boxed{|\vec{F}| = 834{,}5 \text{ N}}$

NOTA: Estes valores estão com pequena diferença em relação à resposta na Apostila de exercício pois a pressão p_1 foi convertida de modo aproximado.

6.10c

b) UTILIZANDO A EQ. QUANT. MOVIM. DIRETAMENTE

$$\sum \vec{F}_{EXT} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C} \vec{v} \cdot \rho \, d\forall + \int_{SC} \vec{v} \cdot \rho \vec{v} \cdot \vec{n} \, dA$$

$$\sum \vec{F}_{EXT} = \sum \vec{F}_c + \sum \vec{F}_s$$ mas neste caso $\sum \vec{F}_c = 0$

campo ← → superficie, contato

$$\sum \vec{F}_S = \vec{F}_{S_1} + \vec{F}_{S_2} + \vec{F}_{SL} \Rightarrow p_1 A_1 \vec{n}_1 + p_2 A_2 \vec{n}_2 + \vec{R}$$

NOTA: LEMBRAR QUE $\vec{n}$ É ORIENTADO PARA FORA → Sinal (−)

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C} \vec{v} \cdot \rho \, d\forall = 0 \Rightarrow \text{Reg. Permanente}$$

ASSIM: $$p_1 A_1 \vec{j} - p_2 A_2 \vec{i} + \vec{R} = \int_{SC} \vec{v} \cdot \rho \vec{v} \cdot \vec{n} \, dA$$

NAS COMPONENTES

$$R_x = p_2 A_2 + \beta_2 \rho Q V_2$$
$$R_x = 580 \text{ N}$$

$$R_y = -p_1 A_1 - \beta_1 \rho Q V_1$$ (pois $\int_{SE} < 0 \Rightarrow \vec{v} \cdot \vec{n} < 0$ na entrada)
$$R_y = -600 \text{ N}$$

$$\boxed{|\vec{F}| = 834{,}5 \text{ N}}$$