EQUAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO

SISTEMA: $\sum \vec{F}_{ext}{}_{(t)} = \left.\dfrac{d\vec{\chi}}{dt}\right)_{Sist.}$ ou $\left(\dfrac{d\vec{P}}{dt}\right)_{Sist.}$

No instante t $\forall.C. \cong$ SISTEMA, pode-se escrever para

VOLUME de CONTROLE ($\forall$.C.):

$$\sum \vec{F}_{ext} = \sum \vec{F}_d + \sum \vec{F}_c = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall.C.} \rho \vec{v}\, d\forall + \int_{SC} \rho\, \vec{v} \cdot \vec{v} \times \vec{n}\, dS$$

PARTICULARIZANDO:

a) $\sum \vec{F}_d = \vec{G}$ (Força distância = Fpeso)

b) Sendo $SC = \sum S_e + \sum S_s + \Sigma$ $\quad \Sigma = S_{LATERAL}$

$$\sum \vec{F}_c = \underbrace{\int_{\Sigma S_e} -p_e \vec{n}\, dS_e + \int_{\Sigma S_s} -p_s \vec{n}\, dS_s + \int_{\Sigma S_e + \Sigma S_s} \vec{\tau}\, dS}_{\text{atuando em } \Sigma S_e + \Sigma S_s} + \underbrace{\int_{\Sigma} \tau_{\Sigma}\, dS_{\Sigma} + \int_{\Sigma} -p_{\Sigma} \vec{n}\, dS_{\Sigma}}_{\text{atuando em } \Sigma}$$

c) Trajetórias Retilíneas e paralelas em S_e e S_s:

$$\int_{\Sigma S_e + \Sigma S_s} \vec{\tau}\, dS = 0$$

d) Chamando $\vec{R} = \int_{\Sigma} \tau_{\Sigma}\, dS_{\Sigma} + \int_{\Sigma} -p_{\Sigma} \vec{n}\, dS_{\Sigma}$ (Reação das Fcont externas - Sup. Sólidas)

ASSIM A EQUAÇÃO FICA: (em termos de valores médios)

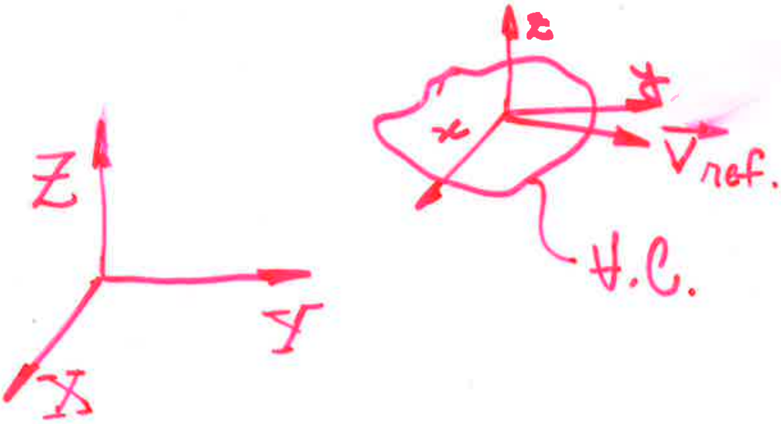
$$\vec{G} + \vec{R} = \sum (p_e S_e + \beta_e M_e V_e)\vec{n}_e + \sum (p_s S_s + \beta_s M_s V_s)\vec{n}_s + \frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C} \rho \vec{v}\, d\forall$$

USANDO A FUNÇÃO IMPULSO: $\phi = pS + \beta M V$

$$\boxed{\vec{G} + \vec{R} = \sum \phi_e \vec{n}_e + \sum \phi_s \vec{n}_s + \frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C} \rho \vec{v}\, d\forall}$$

EQ. Q. MOVIM. PARA ∀.C. COM VELOC. CONST.

· ∀.C. fixo em relação à um sistema de referência que se movimenta com velocidade constante ($\vec{V}$ = cte) em relação à um sist. Inercial (translação pura)



$V_{ref.} = cte$

$$\sum \vec{F}_{ext} = \sum \vec{F}_d + \sum \vec{F}_c = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C} \vec{v}_{x,y,z}\,\rho\, d\forall + \int_{SC} \vec{v}_{x,y,z}\,\rho\,\vec{v}_{x,y,z}\cdot\vec{n}\,dS$$

Equação idêntica à ∀.C. fixo, a menos da inclusão do índice x, y, z indicando que a velocidade deve ser em relação ao ∀.C.

EQUAÇÃO da QUANTIDADE DE MOVIMENTO

APLICADA AO MOVIMENTO RELATIVO

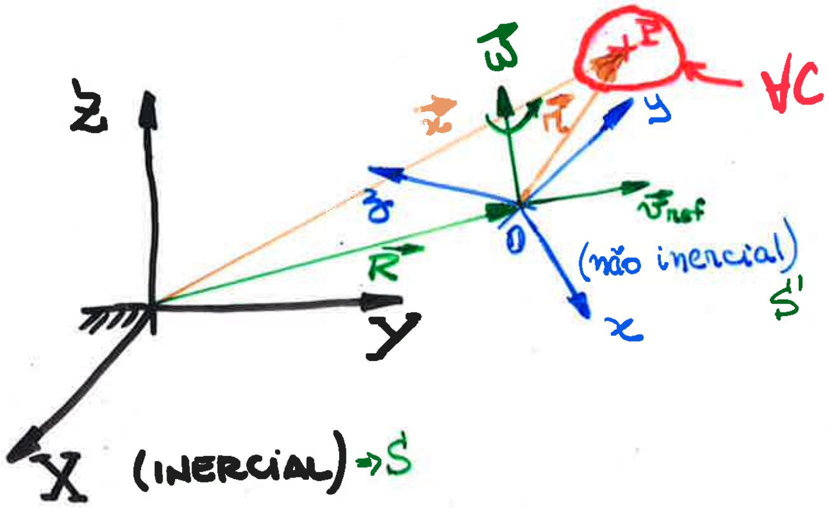
OU ∀.C. COM ACELERAÇÃO ARBITRÁRIA

PROCEDIMENTO: DESENVOLVER A 2ª LEI de NEWTON PARA COORDENADAS NÃO INERCIAIS

SEJA: S ⇒ SISTEMA de COORDENADAS (REFERÊNCIA) INERCIAL

$S \Rightarrow (X; Y; Z)$

e S' ⇒ SIST. de COORDENADAS NÃO INERCIAL $(x; y; z)$ (MOVIMENTA-SE EM RELAÇÃO A S)



Usando da Mecânica:

p/ $t = t_0 \Rightarrow$ ∀C ≅ Sistema Fluido (sistema com massa: m_{sist}) SF

$$(SF; S) = (SF; S') + (S'; S)$$

ou

$$\vec{v}_{abs} = \vec{v}_{rel} + \vec{v}_{arr}$$

$$\vec{a}_{abs} = \vec{a}_{rel} + \vec{a}_{arr} + \vec{a}_c$$

do TEOREMA FUNDAMENTAL DA MECÂNICA:

$$\sum \vec{F}_{ext} - \int_{\forall} \rho \, (\vec{a}_{rel} + \vec{a}_{arr} + \vec{a}_c) \, d\forall = 0$$

$$\sum \vec{F}_{ext} - \int_{\forall} \rho \, \vec{a}_{arr} \, d\forall - \int_{\forall} \rho \, \vec{a}_c \, d\forall = \frac{d}{dt} \int_{\forall} \rho \, \vec{v}_{rel} \, d\forall$$

ASSIM PARA UM SISTEMA FLUIDO QUE OCUPA O ∀C EM t_0
TEM-SE : (A EQ. QUANT. MOVIMENTO ⇒)

$$\sum \vec{F}_{ext} - \int_{\forall C} \rho\, \vec{a}_{arr}\, d\forall - \int_{\forall C} \rho\, \vec{a}_c\, d\forall = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\forall C} \rho\, \vec{v}_{rel}\, d\forall + \int_{SC} \rho\, \vec{v}_{rel} \cdot \vec{v}_{rel} \times \vec{n}\, dS$$

Observação:

$$\vec{a}_{arr} = \ddot{O} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) + \dot{\vec{\omega}} \wedge \vec{r}$$

$$\vec{a}_c = 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_{rel}$$

onde: $\ddot{O}$ ⇒ (ou $\vec{a}_{ref}$) é a aceleração linear absoluta do Sistema de Referência (S') móvel em relação à Sist. de Ref. Inercial ($S \to XYZ$)

$\vec{\omega}$ ⇒ rotação do sistema S' em relação à S

$$\sum \vec{F}_{ext} = \sum \vec{F}_d + \sum \vec{F}_c$$