EXERCÍCIO 4.2.9

MISTURADOR ÁGUA + ÓLEO

$$\begin{cases} Q_0 = 0{,}3\ L/s \text{ (água)} \\ Q_1 = 0{,}06\ L/s \text{ (óleo)} \end{cases}$$

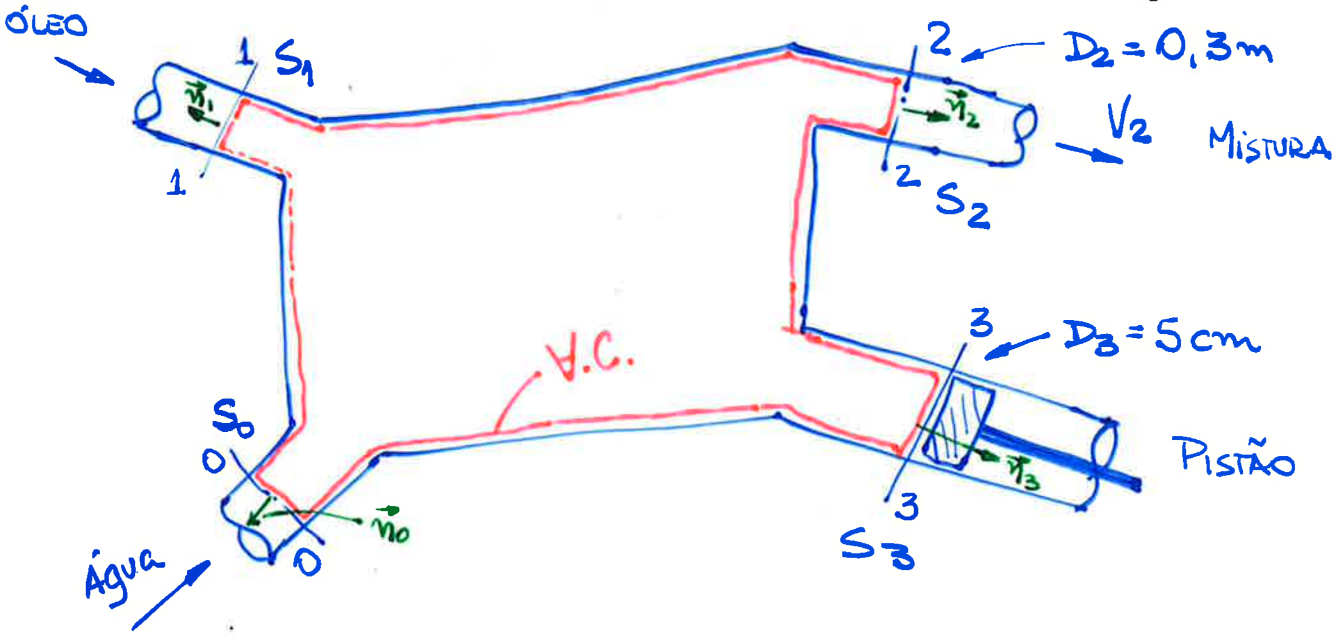
PEDE-SE: Determinar velocidade média da mistura homogênea na seção 2-2 de diâmetro $D_2 = 30$ cm nas seguintes condições:

a) PISTÃO IMÓVEL b) PISTÃO DESLOCA-SE COM VELOCIDADE 30 cm/s PARA DENTRO DO CILINDRO

DADOS:

$\gamma_{óleo} = 8.000\ N/m^3 = \gamma_1 = \rho_1 g$

$\gamma_{água} = \gamma_0 = 10.000\ N/m^3 = \rho_0 \cdot g$



SOLUÇÃO:

a) PISTÃO PARADO:

Eq. CONT.: $\dfrac{\partial}{\partial t}\displaystyle\int_{VC} \rho\, d\forall + \int_{SC} \rho\, \vec{v} \times \vec{n}\, dS = 0$

OU EM TERMOS DE VAZÃO EM MASSA:

$-M_0 - M_1 + M_2 + 0 = 0$

LOGO: $M_2 = M_0 + M_1 = \rho_0 Q_0 + \rho_1 Q_1 =$

$= 348 \times 10^{-3}$ kg/s

Ex. 42.9. (CONTINUAÇÃO)

Mas como ESCOAMENTO INCOMPRESSÍVEL → CONSERVAÇÃO do VOLUME

$$\frac{d\forall}{dt} = 0$$

$$\frac{\partial \forall}{\partial t} + \int_{SC} \vec{v} \times \vec{n}\, dS = 0$$

$$-Q_0 - Q_1 + Q_2 + 0 = 0 \Rightarrow Q_2 = Q_0 + Q_1 = 0{,}36 \frac{L}{s}$$

$$\text{Mas } Q_2 = \int_{S_2} \vec{v} \times \vec{n}\, dS = V_2 S_2$$

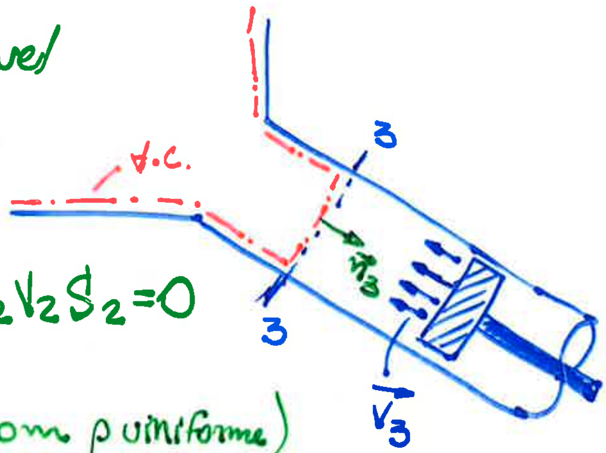
$$V_2 = \frac{Q_2}{S_2} = \frac{4Q_2}{\pi D_2^2} = \boxed{0{,}51 \text{ cm/s}}$$

A massa específica média pode ser obtida por:

$$\rho_2 = \frac{M_2}{Q_2} = \frac{348 \times 10^{-3}}{0{,}36 \times 10^{-3}} = 967 \text{ kg/m}^3$$

b) PISTÃO MÓVEL:

MÉTODO: $\forall$.C. Indeformável



LEI DOS NÓS:

$$\sum M_i = 0$$

$$-\rho_0 V_0 S_0 - \rho_1 V_1 S_1 - \rho_3 V_3 S_3 + \rho_2 V_2 S_2 = 0$$

$$\vec{V}_3 = \vec{V}_P \text{ (pistão) } = -0{,}30\, \vec{n}_3$$

como $\rho_2 = \rho_3$ (mistura com ρ uniforme)

PRINCÍPIO DA CONSERVAÇÃO DO VOLUME:

$$\sum Q_i = 0 \rightarrow -Q_0 - Q_1 + Q_2 - V_3 S_3 = 0$$

Substituindo os valores numéricos:

$$Q_2 = 0{,}95 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} \rightarrow \boxed{V_2 = 1{,}34 \text{ cm/s}}$$

ρ é o mesmo, podendo novamente ser determinado:

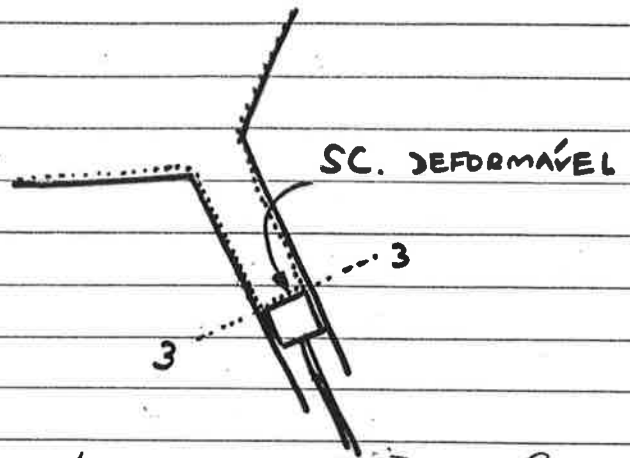
$$\rho_2 = \frac{M_2}{Q_2} \qquad M_2 = M_0 + M_1 + M_3$$

$$M_3 = \rho_3 V_3 S_3$$

$$\rho_2 = 967 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

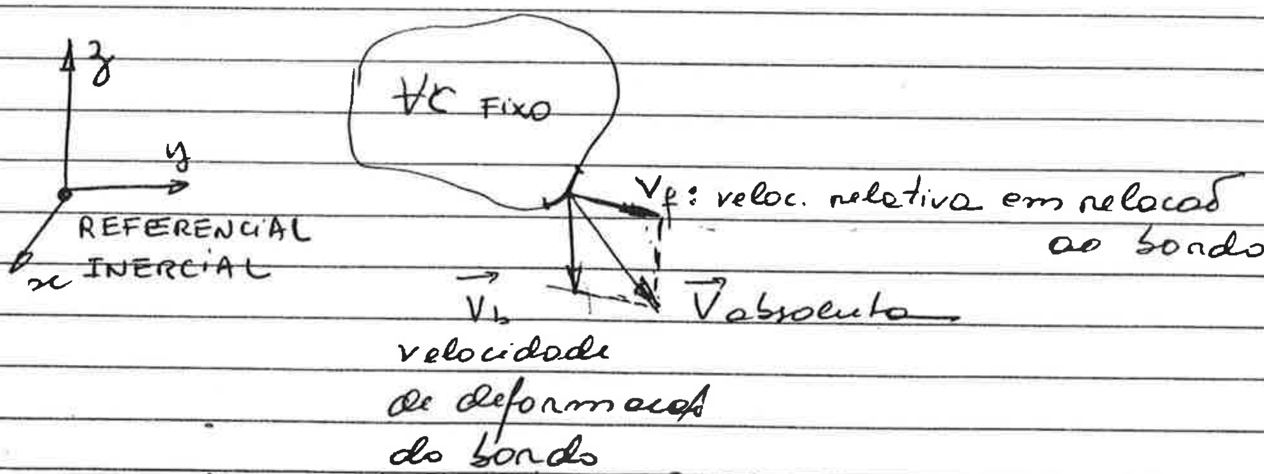
CASO 3) PISTÃO MÓVEL

2ª forma de solução: Escolhemos ∀C. DEFORMÁVEL



Lembrando que a $\vec{V}$ na Equação da continuidade é medida em relação ao ∀C ∴ a taxa de variação de m deve ser avaliada por um observador fixo ao ∀C.

No caso ∀C fixo em relação ao sistema de coordenadas ∴ $\vec{V}$ é em relação a esse sistema de coordenadas.



SEÇÃO	$\vec{V_b}$	$\vec{V_f}$	$\int \rho \vec{V_f} \times \vec{m}\, dS$	$\int \rho \vec{V_b} \times \vec{m}\, dS$
0-0	0	$-V_0 \vec{m_0}$	$-\rho_0 Q_0$	0
1-1	0	$-V_1 \vec{m_1}$	$-\rho_1 Q_1$	0
2-2	0	$+V_2 \vec{m_2}$	$\rho_2 V_2 S_2$	0
3-3	$-V_3 \vec{m_3}$	0	0	$-\rho_3 V_3 S_3$

fluido 'se mexe c/ a borda'

Exemplo 4.3 do Fox Macdonald

Variação de massa específica num tanque de alívio

Dados: Tanque

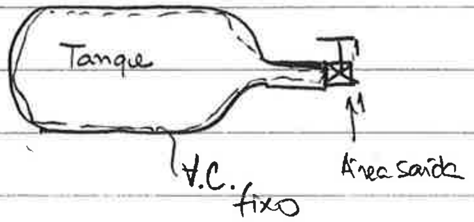
$\forall = 0{,}05\ m^3$. Ar a $P_{abs_{ar}} = 800\ kPa$

$T_{ar} = 15°C$

Em $t = 0\,s$ ar escapa por uma válvula c/ $S_v = 65\ mm^2$

$V_{ar_{válvula}} = 311\ m/s$ e $\rho_{ar_{válvula}} = 6{,}13\ kg/m^3$

Pede-se: Taxa de variação de $\rho_{ar_{tanque}} = \rho(t)_{ar_{tanque}}$



Hipóteses p/ solução:
- propriedades do ar no tanque são unif. porém dependem de t
- Escoamento uniforme em (1)

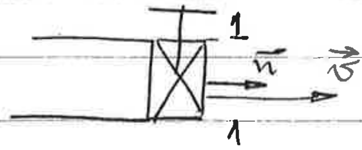
Sendo ρ uniforme em cada t ; a eq. cont fica:

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho\int_{VC} d\forall + \int_{SC}\rho\,\vec{v}\times\vec{n}\,dS = 0 \qquad \text{mas} \quad \int_{VC} d\forall = \forall$$

tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho\forall\Big)_{VC} + \int_{SC}\rho\,\vec{v}\times\vec{n}\,dS = 0$$

usando V_1 (vel. média) → Fluxo através de 1-1



$$\frac{\partial}{\partial t}\rho\forall + \rho_1 V_1 S_1 = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\forall) = -\rho_1 V_1 S_1$$

como $\forall$ é fixo em relação ao tempo:

$$\forall\frac{\partial\rho}{\partial t} = -\rho_1 V_1 S_1 \implies \frac{\partial\rho}{\partial t} = -\frac{\rho_1 V_1 S_1}{\forall}$$

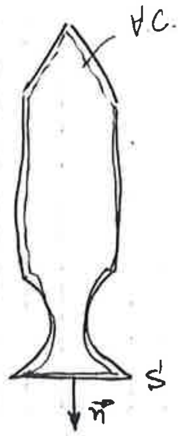
Para $t = 0 \implies \frac{\partial\rho}{\partial t} = -6{,}13\,\frac{kg}{m^3}\times 311\,\frac{m}{s}\times 65\times10^{-6}\,m^2\times\frac{1}{0{,}05}\,m^3$

$$\boxed{\frac{\partial\rho}{\partial t} = -2{,}48\ \frac{kg}{(m^3\cdot s)}}$$

ou seja a massa específica está diminuindo

EXERCÍCIOS (Eq. CONTINUIDADE)

4.2.2. FOGUETE



Dados: - Fluido combustível é consumido à taxa de β (kg/s)

- m_0 : massa inicial do foguete
- S : área do bocal de saída
- ρ : massa específica no bocal de saída (seção de saída do bocal)

Pede-se : Velocidade V de saída dos gases

SOLUÇÃO

HIPÓTESES
- Escoamento em mov. permanente
- " uniforme em $\underline{S}$ e $\underline{e}$
- " unidimensional em $\underline{S}$ e $\underline{e}$

Eq. Continuidade : (∀.C.) $\dfrac{\partial}{\partial t}\int_{\forall.C.} \rho\, d\forall + \int_{SC} \rho\, \vec{v} \times \vec{n}\, dS = 0$

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall.C.} \rho\, d\forall = \left.\frac{\partial m}{\partial t}\right)_{\forall.C.}$$

$$m = m_0 - \beta t$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall.C.} \rho\, d\forall = -\beta \qquad \text{sendo } \beta = \text{cte} \Rightarrow \text{Hipótese Regime Permanente}$$

Sendo $SC. = S_{saída} + \Sigma$ onde p/ $\Sigma \Rightarrow \vec{v} \times \vec{n} = 0$

$$\int_{SC} \rho\, \vec{v} \times \vec{n}\, dS = \int_{SC} \rho\, \vec{v} \times \vec{n}\, dS = \rho V S$$

pois : Hip: Escoamento na seção de saída é uniforme e unidimensional, ρ é uniforme / $V \rightarrow$ Vel. média

$$-\beta + \rho V S = 0 \Rightarrow \boxed{V = \frac{\beta}{\rho S}}$$