EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE

(FORMA INTEGRAL)

OU PRINCÍPIO DA CONSERVAÇÃO DA MASSA

* FORMULAÇÃO PARA SISTEMA:

$m_{SIST} = \text{constante}$ (por def.)

$$\boxed{\left.\frac{dm}{dt}\right|_{SIST} = 0}$$

onde $\begin{cases} m_{SIST} = \int_{m_{SIST}} dm \\ \text{ou} \\ m_{SIST} = \int_{\forall_{SIST}} \rho \, d\forall \end{cases}$

* FORMULAÇÃO PARA VOLUME DE CONTROLE (∀.C.)

- APLICANDO TEOREMA TRANSPORTE DE REYNOLDS

ONDE:

$$N = m_{SIST} \qquad \eta = 1$$

NO INSTANTE t_0:

$$\left.\frac{dm}{dt}\right)_{SIST} = \frac{d}{dt}\int_{\forall sist} \rho\, d\forall = \boxed{\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall.C.(t_0)} \rho\, d\forall}_{I} + \underbrace{\int_{S.C.(t_0)} \rho\, \vec{v}\times\vec{n}\, d\vec{S}}_{II} = 0}$$

Eq. Cont. (Forma Integral)

Analisando cada termo:

I ⇒ TAXA de VARIAÇÃO DE MASSA NO INTERIOR DO ∀.C. (no instante t_0)

II ⇒ VAZÃO LÍQUIDA EM MASSA QUE ATRAVESSA A SUPERFÍCIE DE CONTROLE (SC) (no instante t_0) (OU TAXA RESULTANTE DO FLUXO DE MASSA ATRAVÉS DE SC em t_0)

INTERPRETAÇÃO FÍSICA:

"EM UM ∀.C. O BALANÇO DE MASSA É NULO"

OU SEJA:

$$\left[\begin{array}{c}\text{MASSA QUE}\\ \text{SAI de } \forall.C.\end{array}\right] - \left[\begin{array}{c}\text{MASSA QUE}\\ \text{ENTRA em } \forall.C.\end{array}\right] + \left[\begin{array}{c}\text{VARIAÇÃO DE}\\ \text{MASSA DENTRO DE } \forall.C.\end{array}\right] = 0$$

OU UTILIZANDO O CONCEITO DE VAZÃO:

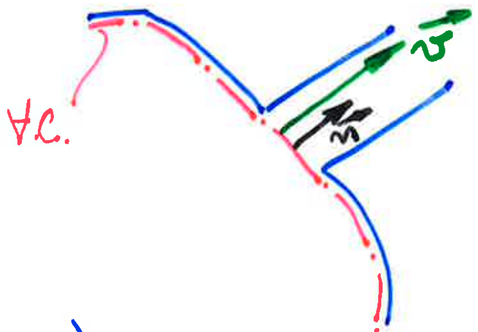
$$\left[\begin{array}{c}\text{VARIAÇÃO DE MASSA}\\ \text{NO INTERIOR DE } \forall.C.\end{array}\right] + \left[\begin{array}{c}\text{FLUXO (VAZÃO) PARA}\\ \text{FORA DE } \forall.C. \text{ (LÍQ.)}\end{array}\right] = 0$$

NOTAS IMPORTANTES:

* $\vec{v}$ é medida em relação à $\forall C$ ou SC
* $\vec{n}$ → versor normal: sempre para fora
* $\vec{v} \times \vec{n}$ possui sinal que depende da orientação de $\vec{v}$ e de $\vec{n}$.

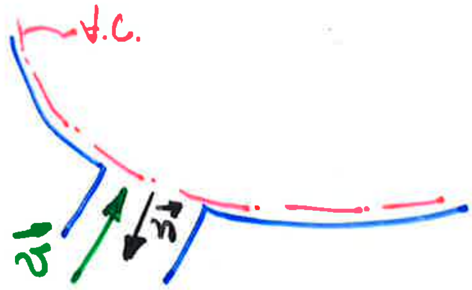
EXEMPLOS:

a) ESCOAMENTO PARA FORA DO $\forall$.C.:



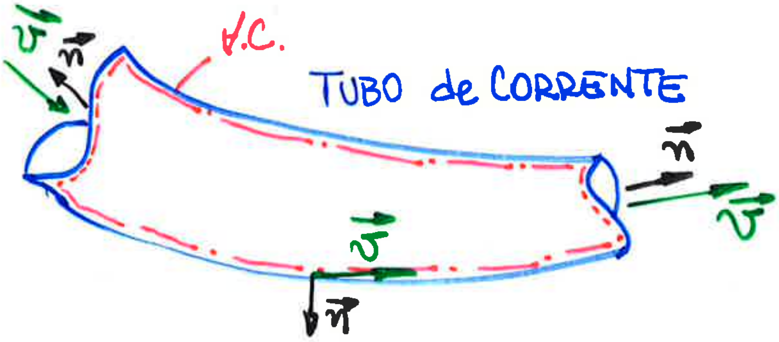
$$\vec{v} \times \vec{n} > 0$$

b) ESCOAMENTO PARA DENTRO DO $\forall$.C.



$$\vec{v} \times \vec{n} < 0$$

c) SUPERFÍCIES LATERAIS (não é entrada, nem saída)



$$\vec{v} \times \vec{n} = 0$$

pois $\begin{cases} \vec{v} = 0 \text{ (PRINC. AD. COMPLETA)} \\ \text{OU} \\ \vec{v} \perp \vec{n} \text{ (tubo de corrente imaginário na interface 2 fluidos)} \end{cases}$

LEI DOS NÓS

- $\forall$.C. com nº finito de entradas e saídas
- Escoamento unidimensinal nas ENT. e SAÍDAS
- Perfil de velocidades uniforme " " " " (HIP ②)
- Regime de escoamento em movimento permanente (APLICADO NA HIPÓTESE ①)

EQUAÇÃO: $\dfrac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C}\rho\, d\forall + \int_{SC}\rho\, \vec{v}\times\vec{n}\, dS = 0$

onde:

$$SC = \sum S_e + \sum S_s + \sum S_L$$

NOTAÇÃO $\Sigma = \Sigma S_L$

ENT. SAÍDAS LATERAIS

ASSIM

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C}\rho\, d\forall = \frac{\partial m}{\partial t}$$

$$\int_{S_e}\rho\, \vec{v}_e\times\vec{n}_e\, dS = -\sum M_e$$

$$\int_{S_s}\rho\, \vec{v}_s\times\vec{n}_s\, dS = +\sum M_s$$

$$\int_{S_L}\rho\, \vec{v}_{S_L}\times\vec{n}_{S_L}\, dS = 0$$

CASO GERAL:

$$\boxed{\underbrace{\frac{\partial m}{\partial t}}_{\mathrm{I}} = \underbrace{\sum M_e - \sum M_s}_{\mathrm{II}}}$$

HIPÓTESE ①: CAMPO DE ESCOAMENTO EM MOV PERMANENTE

$$\frac{\partial m}{\partial t} = 0 \Rightarrow \sum M_e - \sum M_s = 0$$

OU $\boxed{\sum M_i = 0}$

LEI DOS NÓS

HIPÓTESE (2): ESCOAMENTO UNIFORME NAS SEÇÕES

IMPLICA EM:

- Massa específica não varia de ponto a ponto na seção
- perfil de velocidades pode ser substituído pela velocidade média (V)

$$\int_{SC} \rho \vec{v} \times \vec{n}\, dS = \rho V S$$

Assim a Lei dos Nós (incluindo hipótese (1)) fica:

$$\boxed{\sum \rho_i V_i S_i = 0}$$

CASOS PARTICULARES:

* ESCOAMENTO INCOMPRESSÍVEL (Nº Mach: $Ma \leq 0{,}3$)

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho \int_{\forall C} d\forall + \rho \int_{SC} \vec{v} \times \vec{n}\, dS = 0 \Rightarrow \int_{SC} \vec{v} \times \vec{n}\, dS = 0$$

OU $\sum V_e S_e = \sum V_s S_s$ OU AINDA: $\boxed{\sum Q_i = 0}$

PRINCÍPIO DA CONSERVAÇÃO DO VOLUME

isto ocorre pois $\forall C$ é fixo e indeformável

logo: $\frac{\partial}{\partial t}(\rho \forall) = 0$

* ESCOAMENTO PERMANENTE EM TERMOS DE VOLUME:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\forall C} \rho\, d\forall = 0 \longrightarrow \int_{SC} \vec{v} \times \vec{n}\, dS = 0$$

EXERCÍCIOS → Apostila 4