Introdução à Mecânica dos Fluidos

PME 3230 - Mecânica dos Fluidos I

PME/EP/USP

Prof. Antonio Luiz Pacífico

2° Semestre de 2016

Conteúdo da Aula

Definição de Fluido

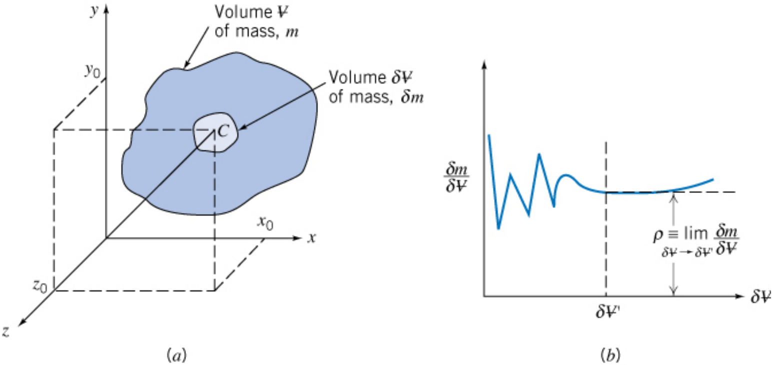
1 - **Fluido** é definido como a susbstância que deforma continuamente quando submetida a uma tensão de cisalhamento de qualquer valor. (MUNSON; YOUNG; OKIISHI, 2004)

2 - **Fluido** é o meio material que escoa e se deforma continuamente, enquanto uma tensão de cisalhamento permanece aplicada. (WHITE, 2002)

3 - **Fluido** é um meio material contínuo e deformável formado por uma infinidade de partículas para as quais é impossível o equilíbrio quando submetidas em suas faces a tensões tangenciais não nulas $\Rightarrow$ Quando um fluido está em repouso só há tensões normais de compressão.

Fluido como Meio Contínuo

As moléculas estão em constante movimento!



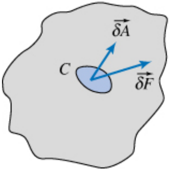
A variação das propriedades em um fluido tomado como *meio contínuo* é tão suave que os cálculos diferenciais podem ser usados para analisar a substância. (WHITE, 2002): $\delta V' \sim 10^{-9}$ m^3.

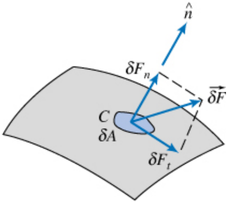
Noções de Tensão e Pressão

(FOX; MCDONALD; PRITCHARD, 2006): Cada partícula fluida pode sofrer a ação de *forças de superfície* (devidas à pressão e atrito), que são geradas pelo contato com outras partículas ou com superfícies sólidas, e *forças de campo ou de corpo* (devidas a campos tais como gravitacional e eletromagnético) que agem a distância nas partículas.

Forças de superfície agindo sobre as partículas geram *tensões*. Num fluido essas tensões estão associdas majoritariamente ao seu movimento. Num sólido não necessariamente (deflexão é um estado de tensão num sólido sem movimento).

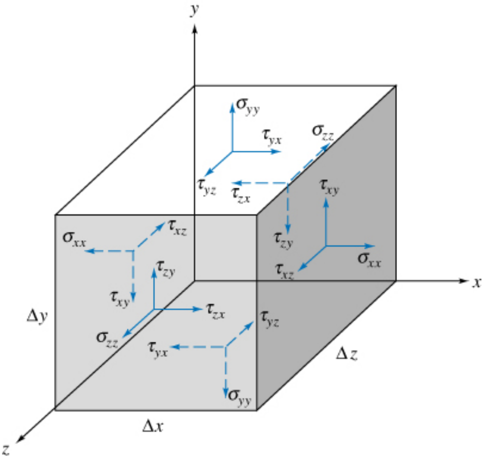
Noções de Tensão e Pressão





tensão normal: $\sigma_n = \lim_{\delta A_n \to 0} \dfrac{\delta F_n}{\delta A_n}$; tensão de cisalhamento: $\tau_n = \lim_{\delta A_n \to 0} \dfrac{\delta F_t}{\delta A_n}$

A orientação de $\delta\vec{A}$ é dada pelo vetor unitário, $\widehat{n}$, normal à superfície sempre apontando para fora dela.



Pressão, p [N/m^2 $\equiv$ Pa no SI], é o resultado da distribuição de tensões normais, σ, de compressão atuando num elemento fluido.

Tensões de cisalhamento, τ [N/m^2 $\equiv$ Pa no SI], são tensões tangenciais. $\tau_{i,j} \equiv \tau_{plano,eixo}$. $\tau_{i,j} > 0$ quando tanto o plano como o eixo no qual atua são ambos positivos ou negativos.

Mais adiante no curso o estado de tensões num elemento fluido será tratado com maior rigor.

A **massa específica**, ρ [kg/m^3 no SI], é definida como a quantidade de massa de uma determinada substância contida numa unidade de volume.

A chamada **densidade**, também cohecida por *SG* (*specific gravity*) é a razão entre a massa específica do fluido e a massa específica da água a 4 °C:

$$SG = \frac{\rho}{\rho_{H_2O\ @\ 4\ ^\circ C}} = \frac{\rho}{1000}$$

O **volume específico**, v [m^3/kg no SI], de um fluido é dado pelo inverso da sua massa específica: $v = 1/\rho$.

Finalmente, o **peso específico**, γ [N/m^3 no SI], de um fluido é definido como o peso da substância contida numa unidade de volume: $\gamma = \rho.g$, onde g é o módulo da aceleração da gravidade local.

Lei dos Gases Perfeitos

A equação de estado (relação entre pressão e temperatura absolutas e volume) de uma gás perfeito é dada por:

$$p.V = n.\overline{R}.T$$

onde n é o número de moles; V é o volume; $\overline{R}$ é a constante universal (= 8314 J/kmol.K); e T a temperatura absoluta. Recordando que $n = m/M$ (m sendo a massa do gás e M sua massa molecular), então:

$$p.V = \frac{m}{M} \cdot \overline{R}.T \Rightarrow p.V = m.R.T$$

$$p.v = R.T \; ; p = \rho.R.T$$

onde R é a constante do gás específico. Ex: para ar M = 28,9645 g/mol = 28,9645 kg/kmol, segue-se que $R = 8314/28,9645 = 287$ J/kg.K.

Compressibilidade dos Fluidos

O **módulo de elasticidade volumétrico**, E_v [N/m^2 no SI], é a propriedade do fluido utilizada para caracterizar sua compressibilidade:

$$E_v = -V \cdot \frac{dp}{dV}$$

como $dp/dV < 0$ (agem sempre forma antagônica: $p.V = m.R.T$), o sinal negativo é acrescentado à definição para que $E_v > 0$. Uma vez que $m = \rho.V$, segue-se que:

$$E_v = \rho \cdot \frac{dp}{d\rho}$$

Fluidos incompressíveis possuem E_v da ordem de giga-pascal (GPa): é necessária uma grande variação de pressão para uma criar uma pequena variação de volume em líquidos. Para gases o efeito é exatamente o contrário...

Pressão de Vapor

Líquidos tendem a evaporar quando expostos a uma atmosfera gasosa. Considere uma mistura de líquido, gás e vapor da substância do líquido. Chamando p_{pg} a pressão parcial do gás; p_{pv} a pressão parcial do vapor do líquido, a pressão total, p_t, da mistura gasosa será: $p_t = p_{pg} + p_{pv}$.

Numa condição de equilíbrio o número de moléculas por unidade de tempo que vaporizam é igual ao número de moléculas por unidade de tempo condensam. Neste estado $p_{pv} = p_v$, onde p_v é chamada **pressão de vapor**. Esta pressão é função da temperatura e seu comportamento é do tipo $dp_v/dT > 0$.

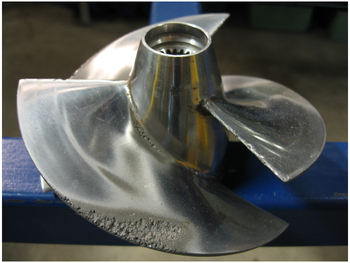
Ebulição ocorre quando $p_v >$ pressão na superfície do líquido.

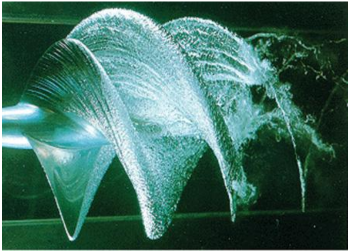
Um líquido que se caracteriza por ter p_v elevada é chamado de volátil. Para mantê-lo líquido é, então, necessário armazená-lo em recipientes à alta pressão. Ex: CO_2, gasolina, etc.

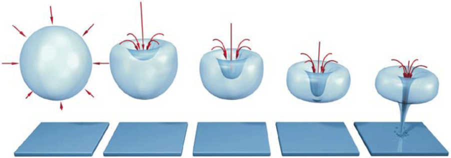
Cavitação é o fenômeno que ocorre quando há redução brusca da pressão sobre um fluido tal que esta pressão passa a ser menor que a pressão de vapor do fluido na temperatura específica. Neste estado o fluido entra em ebulição. Na sequência há aumento da pressão acima da pressão de vapor e as bolhas se colapsam causando micro-jatos na sua vizinhança.

A cavitação causa vibrações nas estruturas; desgaste ou erosão de superfícies sólidas; redução do rendimento de bombas e turbinas, entre outros efeitos indesejáveis.

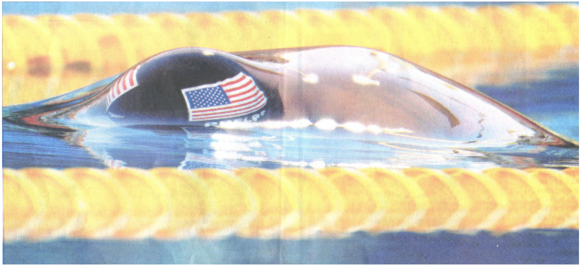
Cavitação







Tensão Superficial



Superfícies líquidas livres mostram uma variedade de fenômenos que podem ser reduzidos à mesma causa: a tendência da superfície tornar-se tão pequena quanto for possível. O fato de que um líquido, isento de forças externas, adquira uma forma esférica, pode ser atribuído à propriedade da superfície em buscar a mínima área para um dado volume.

A causa deste efeito é devida à força molecular assimétrica entre as moléculas da supefície do líquido. Enquanto dentro do líquido as forças moleculares compensam-se, as moléculas da superfície experimentam uma força dirigida para dentro previnindo o seu escape.

Como resultado a superfície tem a tendência a tornar-se tão pequena quanto possível. Este fenômeno também ocorre na interface entre líquidos imiscíveis.

Tensão Superficial

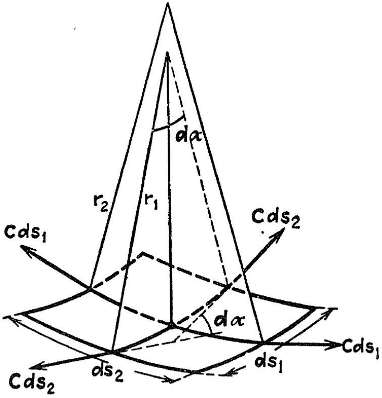


Figura: Aqui leia-se $C \equiv \sigma$.

A **tensão superficial**, σ [N/m no SI], é a mesma em qualquer parte de uma superfície líquida e, em qualquer ponto dado, sua direção está no plano que tangencia a superfície naquele ponto; σ é a força tangencial por unidade de comprimento de um corte na superfície líquida.

Se traçarmos o diagrama de forças perpendicular a ds_2 então, uma vez que $ds_1 = r_1.d\alpha$, a força resultante perpendicular será:

$$\sigma.ds_2.d\alpha = \sigma \cdot ds_2 \cdot \frac{ds_1}{r_1}$$

uma vez que para ângulos muito pequenos, $\text{sen}(d\alpha) = d\alpha$.

Analogamente, a força perpendicular a ds_1 será $\sigma.ds_1.(ds_2/r_2)$.

Para equilíbrio: a soma desas duas forças deve ser balanceada pela diferença de pressão na área $ds_1.ds_2$: $\Delta F_p = \Delta p.ds_1.ds_2$ Como,

$$\sigma \cdot ds_2 \cdot \frac{ds_1}{r_1} + \sigma \cdot ds_1 \cdot \frac{ds_2}{r_2} = \Delta F_p$$

segue-se que,

$$\Delta p = \sigma \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

A pressão é maior sempre no lado côncavo da superfície. A equação acima é independente da direção na qual o elemento retangular é tomado.

Tensão Superficial

A tensão superficial entre dois corpos 1 e 2, rigorosamente falando, deve ser escrita como $\sigma_{1,2}$. Considere a figura abaixo: 1 é líquido, 2 é ar e 3 sólido.

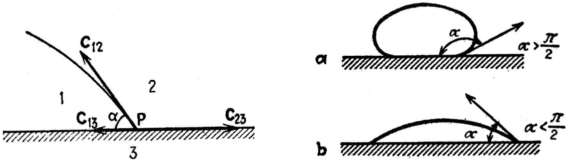


Figura: Aqui leia-se $C \equiv \sigma$.

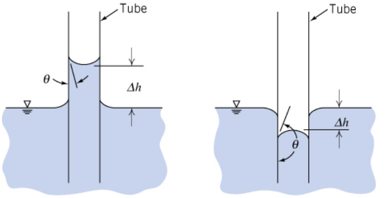
$$\sigma_{1,2}.\cos\alpha + \sigma_{1,3} = \sigma_{2,3} \; (\bigstar)$$

Se $\sigma_{2,3} - \sigma_{1,3} < 0 \Rightarrow \alpha > \pi/2$: diz-se que o líquido <u>não molha</u> o sólido (Ex: Hg no vidro); se $\sigma_{2,3} - \sigma_{1,3} < \sigma_{1,2} \Rightarrow \alpha < \pi/2$: diz-se que o líquido <u>molha</u> o sólido, pois $(\bigstar)$ já não pode ser satisfeita: não haverá equilíbrio e o ponto P mover-se-á para a direita continuamente. Ex: óleo em água forma uma película fina e esparramada.

A pressão em qualquer ponto de um líquido 1, de massa específica ρ_1, e a pressão em qualquer ponto de um líquido 2, de massa específica ρ_2, são dadas por $p_1 = p_{atm} - \rho_1.g.z$ e $p_2 = p_{atm} - \rho_2.g.z$. Para $z = 0 \Rightarrow p_1 = p_2$. Por outro lado, a se houver diferença de pressão, $p_1 - p_2 = \Delta p$, então $\Delta p = (\rho_1 - \rho_2).g.z$. Aplicando este ao resultado anterior para Δp:

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{(\rho_1 - \rho_2).g.z}{\sigma_{1,2}}$$

os raios r_1 e r_2 serão positivos se: (1) a interface é côncava na direção ascendente; (2) o líquido 2 estando sobre o líquido 1 com $\rho_2 < \rho_1$, caso contrário se $\rho_2 > \rho_1$, a interface é convexa



(a) Capillary rise (θ < 90°) (b) Capillary depression (θ > 90°)

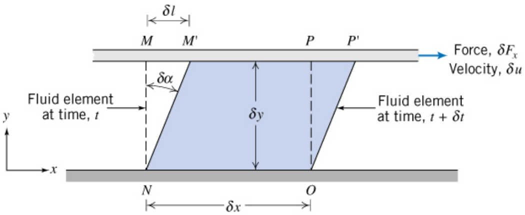
Do resultado anterior, se for assumido que o menisco tem raio de curvatura a, e força superficial ao longo do perímetro do menisco, $2.\pi.a$, é balanceada pelo peso da coluna Δh de líquido:

$$2.\pi.\sigma_{1,2}.\cos\theta = \pi.a^2.(\rho_1 - \rho_2).g.\Delta h$$

$$\Delta h = \frac{2.\sigma_{1,2}.\cos\theta}{(\rho_1 - \rho_2).g.a}$$

Para $\theta > \pi/2 \Rightarrow \Delta h < 0$. Ex: Mercúrio e tubo capilar.

Para $\theta < \pi/2 \Rightarrow \Delta h > 0$. Ex: Água em tubo capilar.



$$\tau_{yx} = \lim_{\delta A_y \to 0} \frac{\delta F_x}{\delta A_y} = \frac{dF_x}{dA_y}$$

Durante um intervalo δt o elemento fluido é deformado de MNOP para M'NOP'.

$$\text{taxa de deformação} = \lim_{\delta t \to 0} \frac{\delta\alpha}{\delta t} = \frac{d\alpha}{dt}$$

Pode-se expressar a distância δl por:

$$\delta l = \delta u . \delta t \text{ ; alternativamente para pequenos ângulos: } \delta l = \delta y . \delta\alpha$$

Igualando essas duas expressões para δl e tomando o limite das razões:

$$\frac{\delta\alpha}{\delta t} = \frac{\delta u}{\delta y} \therefore \frac{d\alpha}{dt} = \frac{du}{dy}$$

Importante: a taxa de deformação (taxa de cisalhamento), $d\alpha/dt$, pode ser expressa em função de quantidades mais fáceis de serem medidas: du/dy.

Viscosidade

Quando a **tensão de cisalhamento** é diretamente proporcional à **taxa de cisalhamento** o fluido é dito **Newtoniano**, caso contrário é dito **não-Newtoniano**. Portanto, para fluido newtoniano:

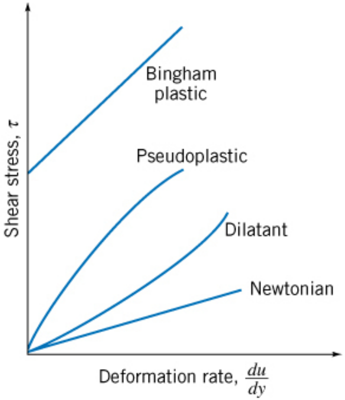
$$\tau_{yx} \propto \frac{du}{dy}$$

O coeficiente de proporcionalidade que completa a relação acima é conhecido como **viscosidade absoluta (ou dinâmica)** do fluido, tem como símbolo a letra grega μ e unidade no SI [N.s/m^2 $\equiv$ Kg/m.s $\equiv$ Pa.s]. Assim, para um fluido newtoniano pode-se escrever, finalmente:

$$\tau_{yx} = \mu \cdot \frac{du}{dy}$$

Em mecânica dos fluidos, ocorre com freqência a razão μ/ρ. Assim, designa-se esta razão por **viscosidade cinemática**; símbolo grego ν e unidade no SI [m^2/s].

Reologia



Para fluidos não-newtonianos a inclinação da curva em função da taxa de deformação é conhecida como viscosidade aparente, μ_{ap}. Para fluidos newtonianos esta viscosidade é sempre igual à viscosidade absoluta.

Plástico de Binghan: este material não é nem um fluido nem um sólido! Ele resiste à tensão de cisalhemanto até um determinado limite. A partir dai começa a escoar como um fluido newtoniano. Ex: pasta de dente, maionese.

Pseudoplástico: nestes fluidos a viscosidade (aparente) diminui à medida que a taxa de cisalhamento aumenta. Ex: tinta látex, soluções de polímeros em geral.

Dilatante: comportamento contrário ao do pseudoplástico: $\mu_{ap} \uparrow$ com $\uparrow du/dy$. Ex: mistura de água com Maizena; areia movediça.

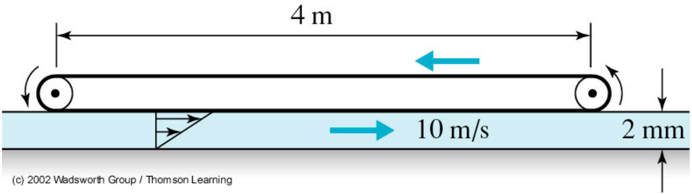
Descrição e Classificação dos Movimentos dos Fluidos

Em sala de aula será feito breve comentário sobre os seguintes tópicos:

- Fluidos Viscosos e Não-viscosos;
- Escoamentos Laminar e Turbulento;
- Escoamentos Compressível e Incompressível;
- Escoamentos Interno e Externo.

Exercício de Aula 1

Enunciado: Uma cinta de 60 cm de largura move-se a 10 m/s, como mostrado na figura abaixo. Calcule a potência necessária, considerando um perfil de velocidade linear em água a 10 °C. [(POTTER; WIGGERT; RAMADAN, 2014), exercício 1.47]

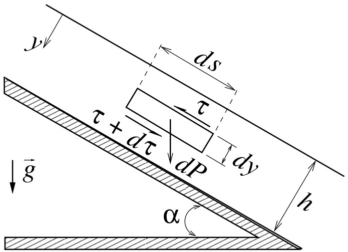


Exercício de Aula 2

Enunciado: Um cubo sólido com 152,4 mm de lado, massa de 45,3 kg, desliza sobre uma superfície inclinada de 30° em relação à horizontal. Entre o bloco e a superfície há um filme de óleo ($\mu = 0,819$ N.s/m^2). Qual a espessura deste filme se a velocidade terminal do bloco é de 0,36 m/s? Adote distribuição de velocidades linear no filme de óleo.

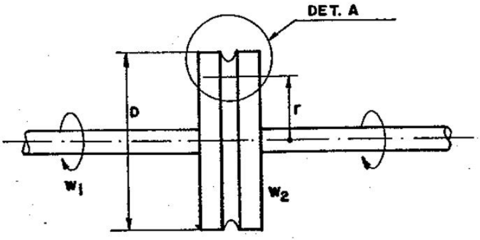
Exercício de Aula 3

Enunciado: Determinar a expressão analítica para a distribuição de velocidades de um fluido de viscosidade dinâmica μ, peso específico γ, que escoa num canal de largura infinita inclinado de α em relação à horizontal. A profundidade do fluido no canal é constante e igual a *h*. O eixo *y* é orientado da superfície livre para o fundo e é perpendicular a este. (Apostila, exercício 1.3)



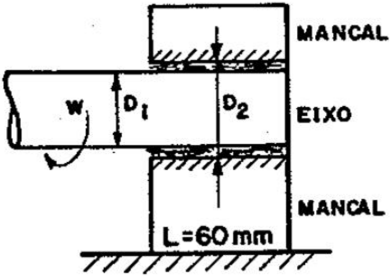
Exercício de Aula 4

Enunciado: Dois discos são justapostos coaxialmente, face a face, separados por um filme de óleo lubrificante de espessura ε pequena e viscosidade absoluta μ. Aplicando-se um conjugado (momento ou torque), C, ao disco 1 este inicia um movimento em torno de seu eixo e através do fluido viscoso estabelece-se o regime permanente e as velocidades angulares ω_1 e ω_2, que ficam constantes. Para a condição de regime permanente, determine a função $\omega_1 - \omega_2 = f(C, \varepsilon, D, \mu)$, onde D é o diâmetro dos discos. (Apostila, exercício 1.15)

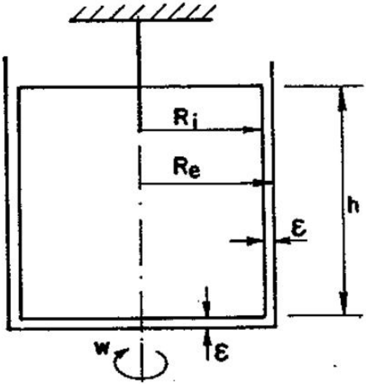


Exercício de Aula 5

Enunciado: Um eixo de 30 mm de diâmetro (D_1) gira em um mancal de diâmetro interno (D_2) de 30,1 mm e 60 mm de comprimento (L) com frequência (ω) de 5000 rpm. A esta frequência pode-se supor que a excentricidade seja nula. O lubrificante utilizado é óleo SAE 30 a 60 °C ($\mu = 0,04$ Pa.s). Qual é a potência absorvida pelo mecanismo eixo-mancal? (Apostila, exercício 1.18)



Enunciado: Determinar a expressão da viscosidade absoluta de um fluido quando se opera com um viscosímetro de cilindros coaxiais. Admitir $\omega = cte$ e considerar linear o perfil de velocidades no fluido. As folgas do fundo e da lateral são iguais. (Apostila, exercício 1.20)



Referências Bibliográficas

FOX, R. W.; MCDONALD, A. T.; PRITCHARD, P. J. *Introdução à Mecânica dos Fluidos*. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006. ISBN 978-85-216-1468-5.

MUNSON, B. R.; YOUNG, D. F.; OKIISHI, T. H. *Fundamentos da Mecânica dos Fluidos*. 4. ed. São Paulo: Blücher, 2004. ISBN 978-85-212-0343-8.

POTTER, M. C.; WIGGERT, D. C.; RAMADAN, B. H. *Mecânica dos Fluidos*. 4. ed. São Paulo: Blücher, 2014. ISBN 978-85-221-1568-6.

WHITE, F. M. *Mecânica dos Fluidos*. 4. ed. Rio de Janeiro: McGraw Hill, 2002. ISBN 978-85-868-0424-3.