Lista 1

1) Calcule e^{tA} para:

a) $A = \begin{bmatrix} 12 & -14 \\ 7 & -9 \end{bmatrix}$ b) $A = \begin{bmatrix} -8 & -25 \\ 4 & 12 \end{bmatrix}$ c) $A = \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 9 & 1 \end{bmatrix}$

d) $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 3 \\ 10 & -7 & 10 \\ 4 & -2 & 5 \end{bmatrix}$ e) $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3w^2 & 0 & 0 & 2w \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2w & 0 & 0 \end{bmatrix}$, onde $w \neq 0$

2) Resolva as seguintes EDOS:

a) $\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} sen(t), \quad \begin{bmatrix} x(0) \\ y(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

b) $\begin{cases} \dot{x} = 12x - 14y + cos(t) \\ \dot{y} = 7x - 9y \end{cases}$ com $x(0) = 2$ e $y(0) = 1$

c) $\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + u_0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x(0) \\ y(0) \\ z(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ e $u_0 \neq 0$.

d) $\begin{cases} \ddot{x} = -\frac{4}{3}x - \frac{2}{3}y \\ \dot{y} = 16\dot{x} - 6y + t \end{cases}$ com $x(0) = 1$, $\dot{x}(0) = 0$ e $y(0) = 1$

3) Seja $F(x, y, z) = (x-1)^2 y + y^2 + 2z^2$. Encontre um ponto de equilíbrio e a linearização neste ponto do sistema:

$$\dot{x} = -\vec{\nabla} F(x(t))$$

Ache a solução do sistema linear obtido com a condição inicial $x(0) = (1, 1, 0)$.

4) Na figura 1 temos o esquema de um manipulador robótico rotacional-translacional bidimensional.

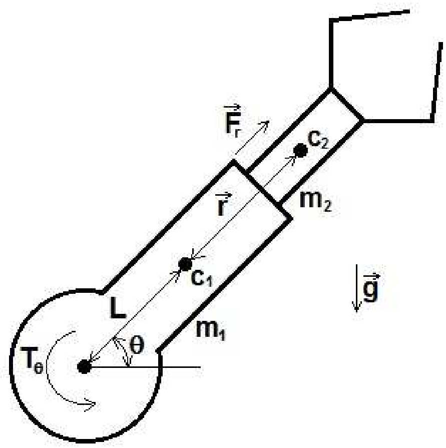

Figura 1: Manipulador robótico rotacional-translacional bidimesional.

Aqui temos que:

- c_1 e c_2 são os centros de massa de cada parte do manipulador
- m_1 e m_2 são as massas de cada parte do manipulador
- J_1 e J_2 são os momentos de inércia de cada parte do manipulador
- L é a distância entre a referência e c_1
- θ é a inclinação do manipulador em relação a referência
- T_θ é o torque aplicado no manipulador
- $\vec{r}$ é o vetor dado pela diferença entre c_2 e c_1, cujo módulo é r
- $\vec{F}_r$ é a força aplicada sobre c_2
- $\vec{g}$ é a aceleração da gravidade.

Considerando θ e r as variáveis do sistema e T_θ e F_r as entradas de controle, as equações que representam a dinâmica do sistema são dadas abaixo:

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = \frac{-2m_2 r\dot{r}\dot{\theta} - g\,cos(\theta)(m_1 L + m_2 r) + T_\theta}{m_1 L^2 + m_2 r^2 + J_1 + J_2} \\ \ddot{r} = r\dot{\theta}^2 - g\,sen(\theta) + \frac{F_r}{m_2} \end{cases} \tag{1}$$

A partir disso:

a) Escreva as equações (1) como um sistema de EDOs de primeira ordem.
b) Considerando $T_\theta = F_r = 0$, encontre os pontos de equilíbrio do sistema obtido em a) e o linearize em cada um destes pontos.