# Propagação
# Modelo plano-terra

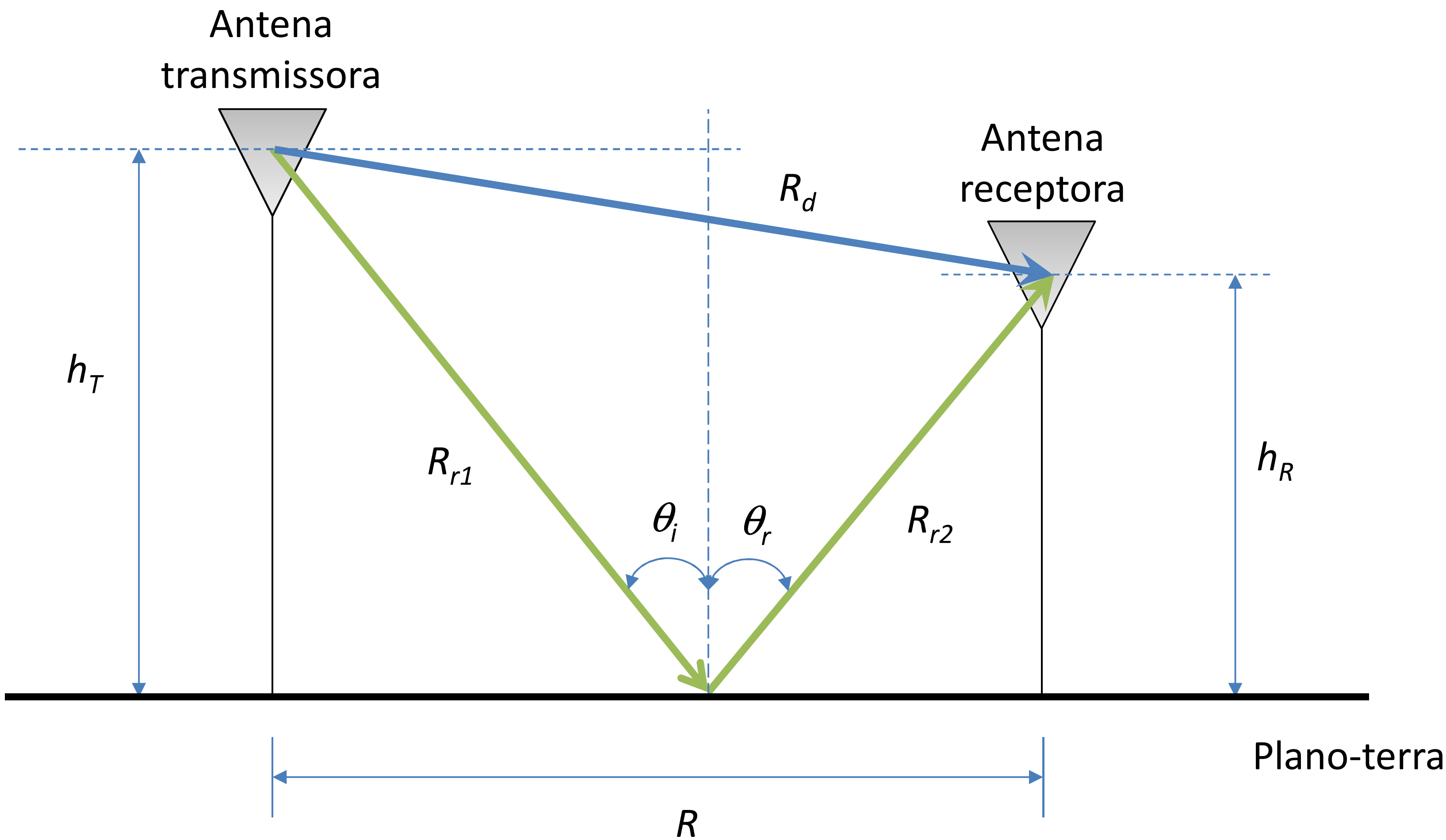
SEL 371 Sistemas de Comunicação

Amílcar Careli César
Departamento de Engenharia Elétrica da EESC-USP

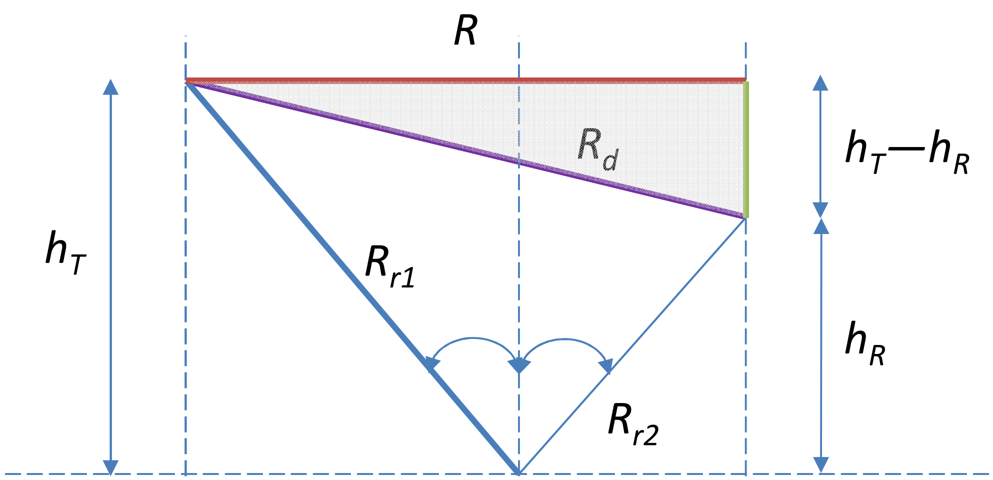
# Atenção!

- Este material didático é planejado para servir de apoio às aulas de SEL-371 Sistemas de comunicação, oferecida aos alunos regularmente matriculados no curso de engenharia elétrica e engenharia de computação.
- Não são permitidas a reprodução e/ou comercialização do material.
- solicitar autorização ao docente para qualquer tipo de uso distinto daquele para o qual foi planejado.

# Reflexão e modelo plano-terra (1)



# Reflexão e modelo plano-terra (2)



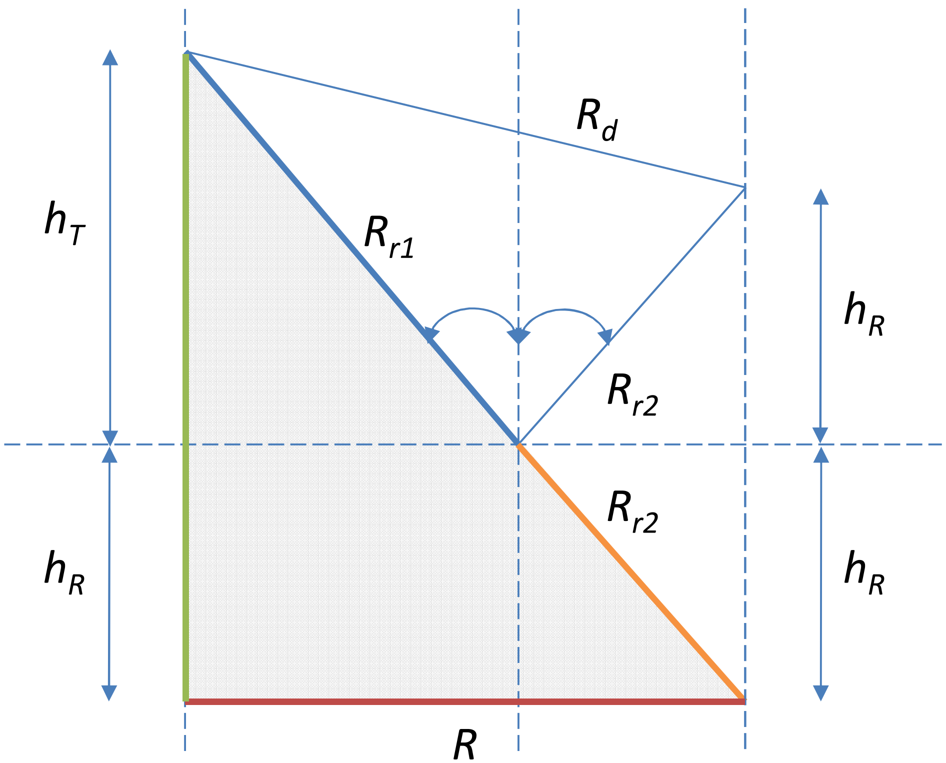

Percurso direto ($R_d$)

$$R_d = \sqrt{R^2 + \left(h_T - h_R\right)^2}$$

$h_T$ : altura da antena transmissora

$h_R$ : altura da antena receptora

# Reflexão e modelo plano-terra (3)




Percurso indireto (reflexão)

$$R_r \equiv R_{r1} + R_{r2}$$

$$R_r = \sqrt{R^2 + \left(h_T + h_R\right)^2}$$

$h_T$ : altura da antena transmissora

$h_R$ : altura da antena receptora

# Diferença de percurso entre as duas ondas (1)

$$R_d = \sqrt{R^2 + \left(h_T - h_R\right)^2} \; ; \; R_r = \sqrt{R^2 + \left(h_T + h_R\right)^2}$$

Reescrevendo

$$R_d = R\sqrt{1 + \frac{\left(h_T - h_R\right)^2}{R^2}} \; ; \; R_r = R\sqrt{1 + \frac{\left(h_T + h_R\right)^2}{R^2}}$$

# Diferença de percurso entre as duas ondas (2)

$$R_d = R\sqrt{1+\frac{\left(h_T - h_R\right)^2}{R^2}} \; ; \; R_r = R\sqrt{1+\frac{\left(h_T + h_R\right)^2}{R^2}}$$

aproximação binomial: $\sqrt{1+x} \approx 1+\frac{x}{2}$ para $x \ll 1$

para $R \gg \left(h_T - h_R\right)$ e $R \gg \left(h_T + h_R\right)$

$$R_d \simeq R\left[1+\frac{\left(h_T - h_R\right)^2}{2R^2}\right] \text{ e } R_r \simeq R\left[1+\frac{\left(h_T + h_R\right)^2}{2R^2}\right]$$

# Diferença de percurso entre as duas ondas (3)

Diferença entre percursos: $\Delta R = R_r - R_d$

$$\Delta R = \begin{cases} R\left[1 + \dfrac{\left(h_T + h_R\right)^2}{2R^2}\right] - R\left[1 + \dfrac{\left(h_T - h_R\right)^2}{2R^2}\right] \\ \dfrac{R}{2R^2}\left[\left(h_T + h_R\right)^2 - \left(h_T - h_R\right)^2\right] \\ \dfrac{1}{2R}\left(4h_T h_R\right) \end{cases}$$

$$\Delta R = 2\frac{h_T h_R}{R}$$

# Campo elétrico (1)

Suposição: diferença entre as atenuações nos percursos direto e indireto é desprezível.

Campo elétrico das ondas

$$\left|\mathbf{E}_r\right| \approx \left|\mathbf{E}_d\right|$$

Diferença de percurso

$$\Delta R = R_r - R_d$$

Diferença de fase

$$\Delta\phi = k\Delta R = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\left(\frac{2h_T h_R}{R}\right) = \frac{4\pi h_T h_R}{\lambda R}$$

# Campo elétrico (2)

$$\mathbf{E}_t = \begin{cases} \mathbf{E}_d + \mathbf{E}_r \\ \mathbf{E}_d + \Gamma_r \mathbf{E}_d \exp\left[-j\Delta\phi\right] \\ \mathbf{E}_d + \left|\Gamma_r\right| \exp\left[j\theta_r\right] \mathbf{E}_d \exp\left[-j\Delta\phi\right] \\ \mathbf{E}_d \left\{1 + \left|\Gamma_r\right| \exp\left[j\theta_r\right] \exp\left[-j\Delta\phi\right]\right\} \end{cases}$$

$\Gamma_r = \left|\Gamma_r\right| \exp\left[j\theta_r\right]$ : coeficiente de reflexão

$\mathbf{E}_d$ : campo elétrico da onda direta

$\mathbf{E}_r$ : campo elétrico da onda refletida

# Campo elétrico (3)

Suposições

(1) superfície é plana e lisa

(2) $\left|\Gamma_r\right| \exp\left[j\theta_r\right] = -1$

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_d \left\{1 + \left|\Gamma_r\right| \exp\left[j\theta_r\right] \exp\left[-j\Delta\phi\right]\right\}$$

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_d \left[1 - \exp\left[-j\Delta\phi\right]\right]$$

# Campo elétrico (4)

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_d\left[1 - \exp\left(-j\Delta\phi\right)\right]$$

$$\left|\mathbf{E}_t\right| = \begin{cases} \left|\mathbf{E}_d\right|\left|1 - \exp\left[-j\Delta\phi\right]\right| \\ \left|\mathbf{E}_d\right|\left|1 - \cos\left(\Delta\phi\right) - j\mathrm{sen}\left(\Delta\phi\right)\right| \\ \left|\mathbf{E}_d\right|\left\{\left[1 - \cos\left(\Delta\phi\right)\right]^2 + \mathrm{sen}^2\left(\Delta\phi\right)\right\}^{1/2} \\ \left|\mathbf{E}_d\right|\left[1 - 2\cos\left(\Delta\phi\right) + \left[\cos^2\left(\Delta\phi\right) + \mathrm{sen}^2\left(\Delta\phi\right)\right]\right]^{1/2} \end{cases}$$

$$\left|\mathbf{E}_t\right| = \sqrt{2}\left|\mathbf{E}_d\right|\left[1 - \cos\left(\Delta\phi\right)\right]^{1/2}$$

# Campo elétrico (5)

$$\left|\mathbf{E}_t\right| = \sqrt{2}\left|\mathbf{E}_d\right|\left[1-\cos\left(\Delta\phi\right)\right]^{1/2}$$

$$\text{mas, } \operatorname{sen}\left(\frac{A}{2}\right) = \pm\left(\frac{1-\cos\left(A\right)}{2}\right)^{1/2}$$

$$\text{e } \sqrt{2}\operatorname{sen}\left(\frac{A}{2}\right) = \pm\left[1-\cos\left(A\right)\right]^{1/2}$$

$$\text{Assim, } \left|\mathbf{E}_t\right| = 2\left|\mathbf{E}_d\right|\operatorname{sen}\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)$$

# Campo elétrico (6)

$$\left|\mathbf{E}_t\right| = 2\left|\mathbf{E}_d\right| \operatorname{sen}\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)$$

$$\Delta\phi = \frac{4\pi h_T h_R}{\lambda R}$$

$$\left|\mathbf{E}_t\right| = 2\left|\mathbf{E}_d\right| \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi h_T h_R}{\lambda R}\right) \ \mathrm{V} \cdot \mathrm{m}^{-1}$$

# Potência recebida (1)

$$P_R = \begin{cases} \dfrac{\left|\mathbf{E}\right|^2}{\eta_0} A_{er} \\ 4\dfrac{\left|\mathbf{E}_d\right|^2}{\eta_0} A_{er} \operatorname{sen}^2\left(\dfrac{2\pi h_T h_R}{\lambda R}\right) \end{cases}$$

$A_{er}$ : área efetiva da antena

$\eta_0$ : impedância intrínseca do meio

# Potência recebida (2)

$$P_R = 4\frac{|\mathbf{E}_d|^2}{\eta_0} A_{er}\, \mathrm{sen}^2\left(\frac{2\pi h_T h_R}{\lambda R}\right)$$

$$\frac{|\mathbf{E}_d|^2}{\eta_0} : \left[\left(V \cdot m^{-1}\right)^2 \cdot \Omega^{-1}\right] = W \cdot m^{-2}$$

densidade de potência transmitida

por antena de ganho $G_T$

$$W_T = G_T\left(\frac{P_T}{4\pi R^2}\right) \; W \cdot m^{-2}$$

$$W_{iso} = \left(\frac{P_T}{4\pi R^2}\right) \; W \cdot m^{-2}$$

# Potência recebida (3)

$$P_R = 4G_T\left(\frac{P_T}{4\pi R^2}\right)A_{er}\ \mathrm{sen}^2\left(\frac{2\pi h_T h_R}{\lambda R}\right)$$

mas,

$$A_{er} = G_R\left(\frac{\lambda^2}{4\pi}\right)\ \mathrm{m}^2$$

$$P_R = 4G_T\left(\frac{P_T}{4\pi R^2}\right)G_R\left(\frac{\lambda^2}{4\pi}\right)\mathrm{sen}^2\left(\frac{2\pi h_T h_R}{\lambda R}\right)$$

# Potência recebida (4)

$$P_R = 4G_T\left(\frac{P_T}{4\pi R^2}\right)G_R\left(\frac{\lambda^2}{4\pi}\right)\mathrm{sen}^2\left(\frac{2\pi h_T h_R}{\lambda R}\right)$$

Se $\lambda R \gg h_T h_R$ , então $sen\theta \approx \theta$

$$P_R = 4G_T\left(\frac{P_T}{4\pi R^2}\right)G_R\left(\frac{\lambda^2}{4\pi}\right)\left(\frac{2\pi h_T h_R}{\lambda R}\right)^2$$

$$P_R = P_T G_T G_R\left(\frac{h_T h_R}{R^2}\right)^2 \quad \mathrm{W}$$

# Potência recebida (5)

$$P_R = P_T G_T G_R \left( \frac{h_T h_R}{R^2} \right)^2 \quad \mathrm{W}$$

$$P_R(\mathrm{dBm}) = P_T(\mathrm{dBm}) + G_T(\mathrm{dB}) + G_R(\mathrm{dB}) - 40\log\left( \frac{R}{\sqrt{h_T h_R}} \right)(\mathrm{dB})$$