

# **Equação de Friis**

## **Potências transmitida e recebida**

SEL 371 Sistemas de Comunicação

Amílcar Careli César  
Departamento de Engenharia Elétrica da EESC-USP

# Atenção!

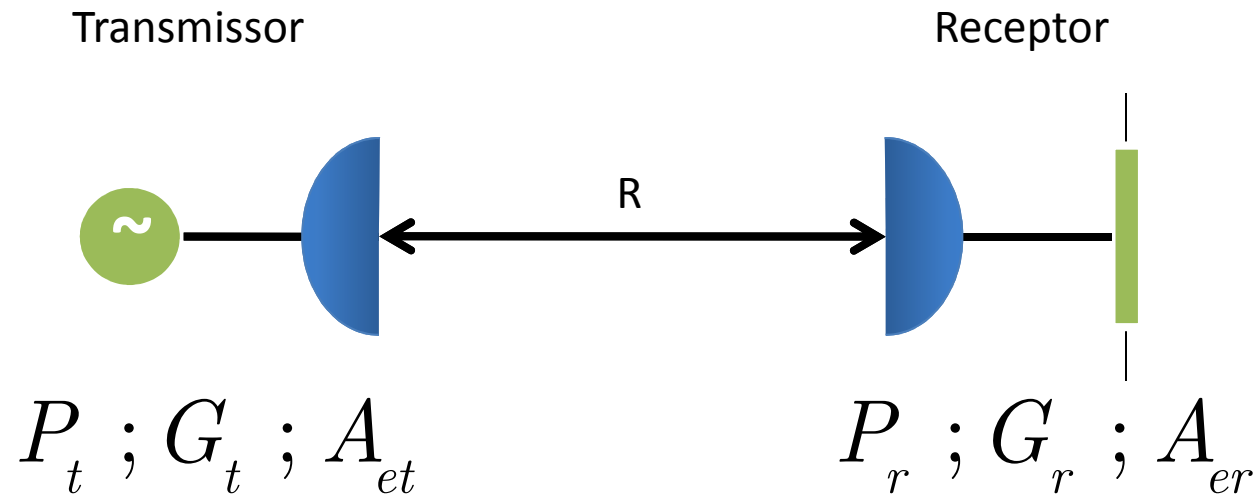
---



- ✓ Este material didático é planejado para servir de apoio às aulas de **SEL-371 Sistemas de comunicação**, oferecida aos alunos regularmente matriculados no curso de engenharia elétrica e engenharia de computação.
- ✓ Não são permitidas a reprodução e/ou comercialização do material.
- ✓ solicitar autorização ao docente para qualquer tipo de uso distinto daquele para o qual foi planejado.

# Enlace de rádio

---



$P_t$ : potência radiada pela antena, W

$4\pi R^2$ : área da esfera, m<sup>2</sup>

$A_{et}$ : área efetiva da antena transmissora

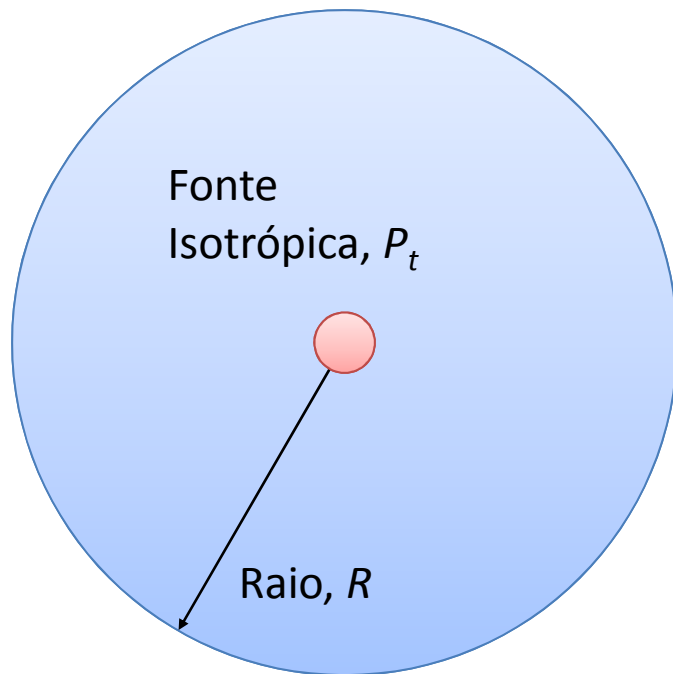
$A_{er}$ : área efetiva da antena receptora

# Antena isotrópica

---

Densidade de potência radiada

Superfície da esfera,  $4\pi R^2$



$$S_{iso} = \frac{P_t}{4\pi R^2} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

Área efetiva

$$A_{iso} = \frac{\lambda^2}{4\pi} \text{ m}^2$$

$\lambda$ : comprimento de onda

# Área efetiva (seção reta de absorção)

---

Potência recebida pela antena receptora

$$P_R = SA_e$$

$$P_R = \frac{P_T}{4\pi R^2} A_e \text{ W}$$

Eficiência da antena

$$\eta = \frac{A_e}{A}$$

$\eta$ : indica o quanto uma antena converte a radiação eletromagnética incidente em sinal elétrico

Parabólica: 45 a 75%; Outras antenas direcionais: 50 a 80%

$A_e$ : área efetiva;  $A$ : área física

## Potência transmitida e recebida por antena isotrópica-1

---

$$P_R = \frac{P_T}{4\pi R^2} A_{iso} \quad W$$

$$A_{iso} = \frac{\lambda^2}{4\pi} \quad m^2$$

$$P_R = \frac{P_T}{4\pi R^2} \frac{\lambda^2}{4\pi} = \frac{P_T \lambda^2}{(4\pi R)^2} = \frac{P_T}{\left(\frac{4\pi R}{\lambda}\right)^2} = \frac{P_T}{L_p}$$

Atenuação no espaço-livre entre duas antenas isotrópicas

$$L_p = \left(\frac{4\pi R}{\lambda}\right)^2 \quad (\text{adimensional})$$

## Potência transmitida e recebida por antena isotrópica-2

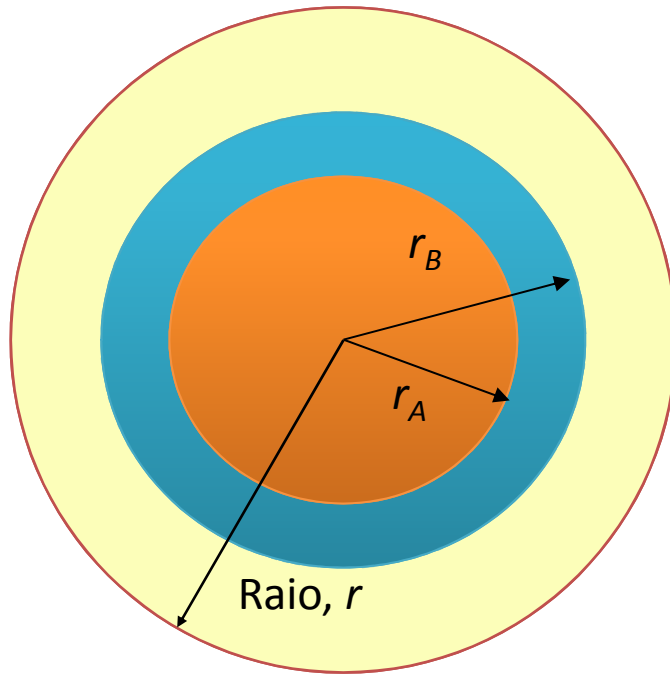
---

$$L_p = \left( \frac{4\pi R}{\lambda} \right)^2 ; P_R = \frac{P_T}{L_p}$$

$$P_R(\text{dBm}) = P_T(\text{dBm}) - L_p(\text{dB})$$

# Antena isotrópica: Relação entre densidades de potência

Relação entre as densidades de potência em duas posições



$$\frac{S_A}{S_B} = \frac{P_{rad}/4\pi r_A^2}{P_{rad}/4\pi r_B^2} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2$$

Exemplo:

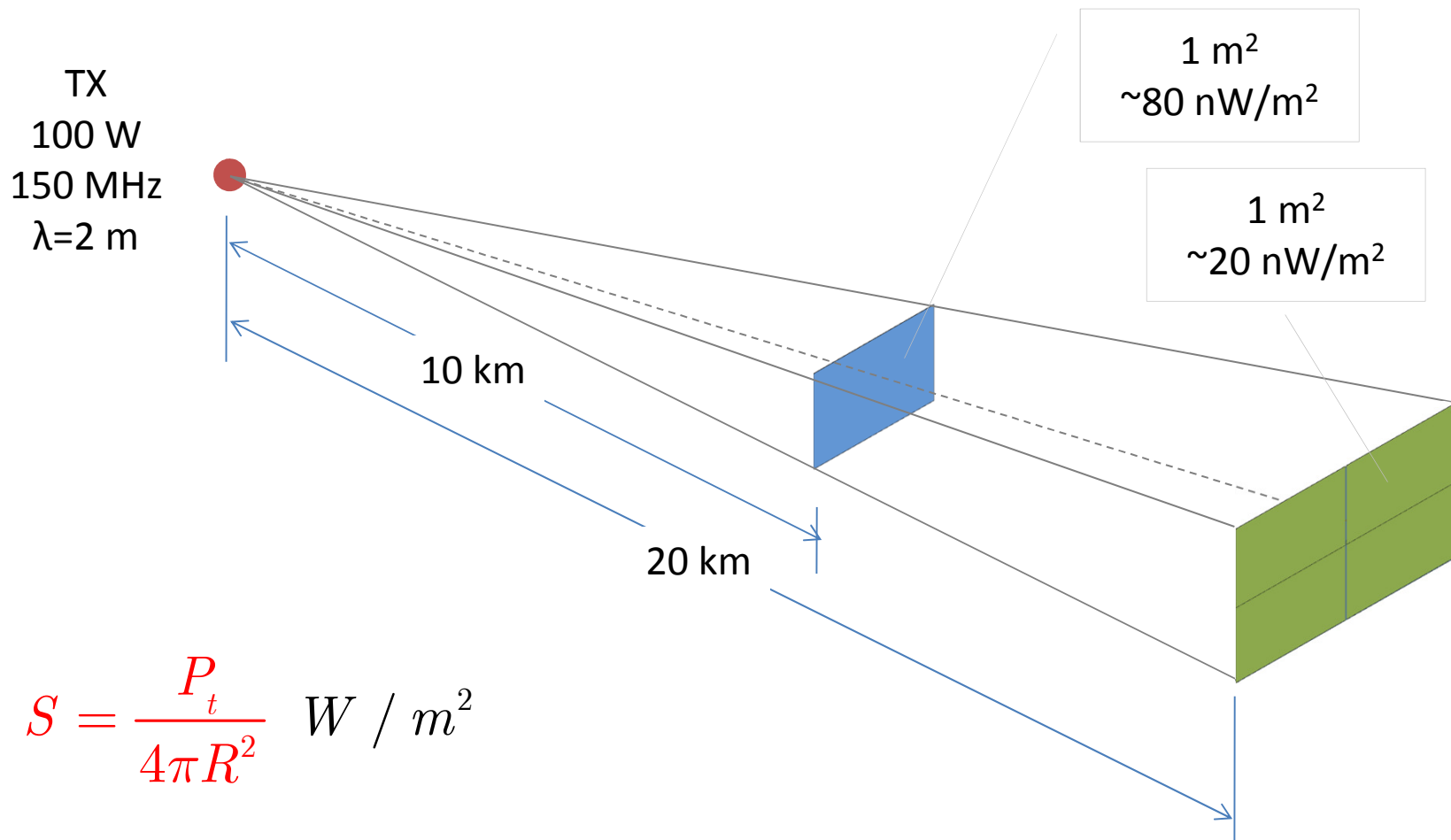
$r_A=200$  m e  $r_B=500$  m

$$\frac{S_A}{S_B} = \left(\frac{500}{200}\right)^2 = 2,5^2 = 6,25$$

$$\frac{S_A}{S_B} = 10 \log(6,25) = 8 \text{ dB}$$



# Fonte isotrópica-2



$$S = \frac{P_t}{4\pi R^2} \text{ W / m}^2$$

# Ganho

---

Ganho de antena transmissora

$$G_T(\theta, \phi) = \frac{\text{densidade de potência na direção } (\theta, \phi)}{\text{densidade de potência da antena isotrópica}}$$

Ganho de antena receptora

$$G_R(\theta, \phi) = \frac{\text{área efetiva na direção } (\theta, \phi)}{\text{área efetiva da antena isotrópica}}$$

Ganho máximo de antena em qualquer direção

$$G_{\max} = \frac{A_e}{A_{iso}} = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_e$$

# Diretividade e ganho

---

Se a antena não apresenta perdas, a eficiência é 100%  
Se há perdas, a eficiência é menor que 100% e

$$G = \kappa D \quad \text{adimensional}$$

$k$  (ou  $\eta$ ): fator de eficiência da antena

A diretividade de uma antena em dB é

$$D(\text{dB}) = 10 \log \left( \frac{D}{D_i} \right) = 10 \log (D)$$

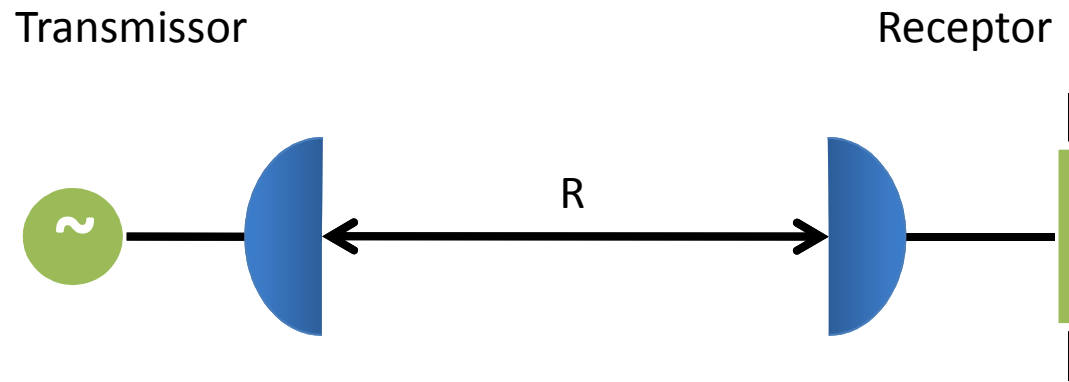
$D_i = 1$ : diretividade da antena isotrópica

X dB acima da diretividade da antena isotrópica significa que é mais diretiva

Não há direção preferencial na antena isotrópica,  
que radia igualmente em todas as direções

# Diretividade de antena transmissora

---



$$D = \frac{A_{et}}{A_{iso}} = \frac{4\pi A_{et}}{\lambda^2} \quad \text{adimensional}$$

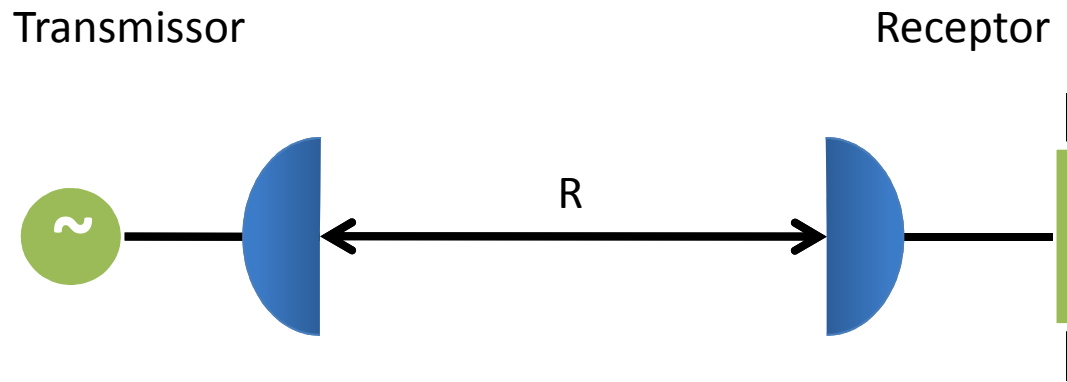
$A_{et}$ : área efetiva da antena transmissora

$\lambda$ : comprimento de onda, m

100% de eficiência

# Densidade de potência radiada por antena qualquer

---



$$S = \frac{G_t P_t}{4\pi R^2} \quad \text{W/m}^2$$

$P_t$ : potência radiada, W

$G_t$ : ganho de potência

$4\pi R^2$ : área da esfera, m<sup>2</sup>

# Potência recebida por antena qualquer

---

$$P_r = D S A_{er} = \frac{4\pi A_{et}}{\lambda^2} S A_{er} = \frac{4\pi A_{et}}{\lambda^2} \frac{P_t}{4\pi R^2} A_{er}$$

$$P_r = \frac{A_{et} A_{er}}{R^2 \lambda^2} P_t \text{ W}$$

$$P_r = \frac{(G_r A_{iso})(G_t A_{iso})}{R^2 \lambda^2} P_t = \frac{(G_r G_t)(A_{iso})^2}{R^2 \lambda^2} P_t$$

# Equação de Friis

---

$$P_r = \frac{(G_r G_t) (A_{iso})^2}{R^2 \lambda^2} P_t$$

$$A_{iso} = \frac{\lambda^2}{4\pi} m^2$$

$$P_r = \frac{G_t G_r \lambda^2}{(4\pi R)^2} P_t = \frac{G_t G_r}{\left(\frac{4\pi R}{\lambda}\right)^2} P_t = \frac{G_t G_r}{L_P} P_t \quad \mathbf{W}$$

# Potência recebida em dBm

---

Como  $P_r = \frac{G_t G_r}{L_P} P_t = \frac{G_t G_r}{\left(\frac{4\pi R}{\lambda}\right)^2} P_t$  (equação de Friis)

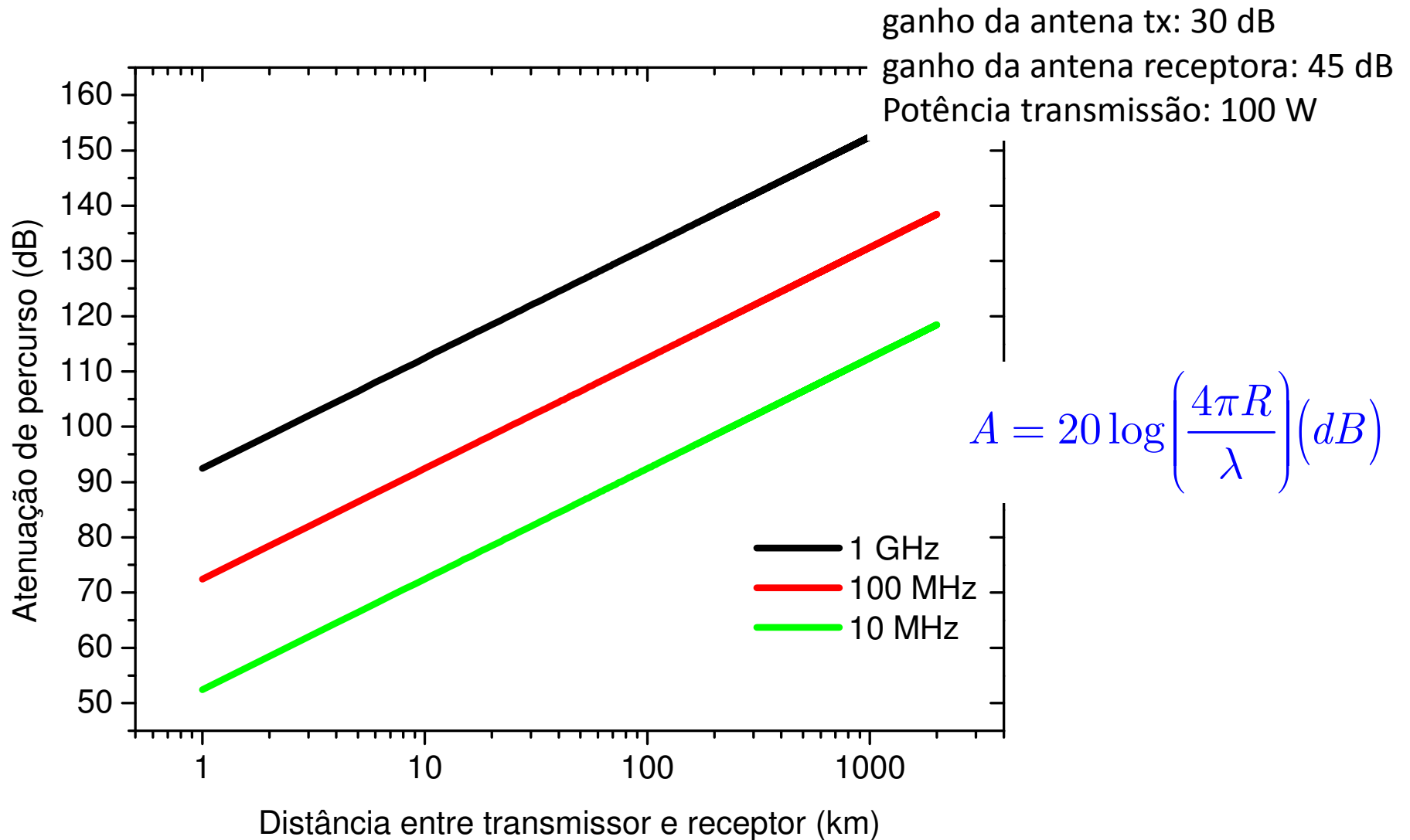
Então  $10 \log \left( \frac{P_r}{P_t} \right) = 10 \log \left( \frac{P_r / 1 \text{ mW}}{P_t / 1 \text{ mW}} \right) = 10 \log \left[ \frac{G_t G_r}{\left(\frac{4\pi R}{\lambda}\right)^2} \right]$

e

$$P_r \text{ (dBm)} = P_t \text{ (dBm)} + G_t \text{ (dB)} + G_r \text{ (dB)} - 20 \log \left( \frac{4\pi R}{\lambda} \right) \text{ (dB)}$$



# Atenuação de percurso vs. distância



# Potência recebida em dB: diretiva e isotrópica

---

diretiva

$$P_{r,diretiva} (dBm) = P_t (dBm) + G_t (dB) + G_r (dB) - 20 \log \left( \frac{4\pi R}{\lambda} \right) (dB)$$

isotrópica

$$P_{r,iso} (dBm) = P_t (dBm) - 20 \log \left( \frac{4\pi R}{\lambda} \right) (dB)$$

# Exemplo 1 (a)

Satélite geoestacionário

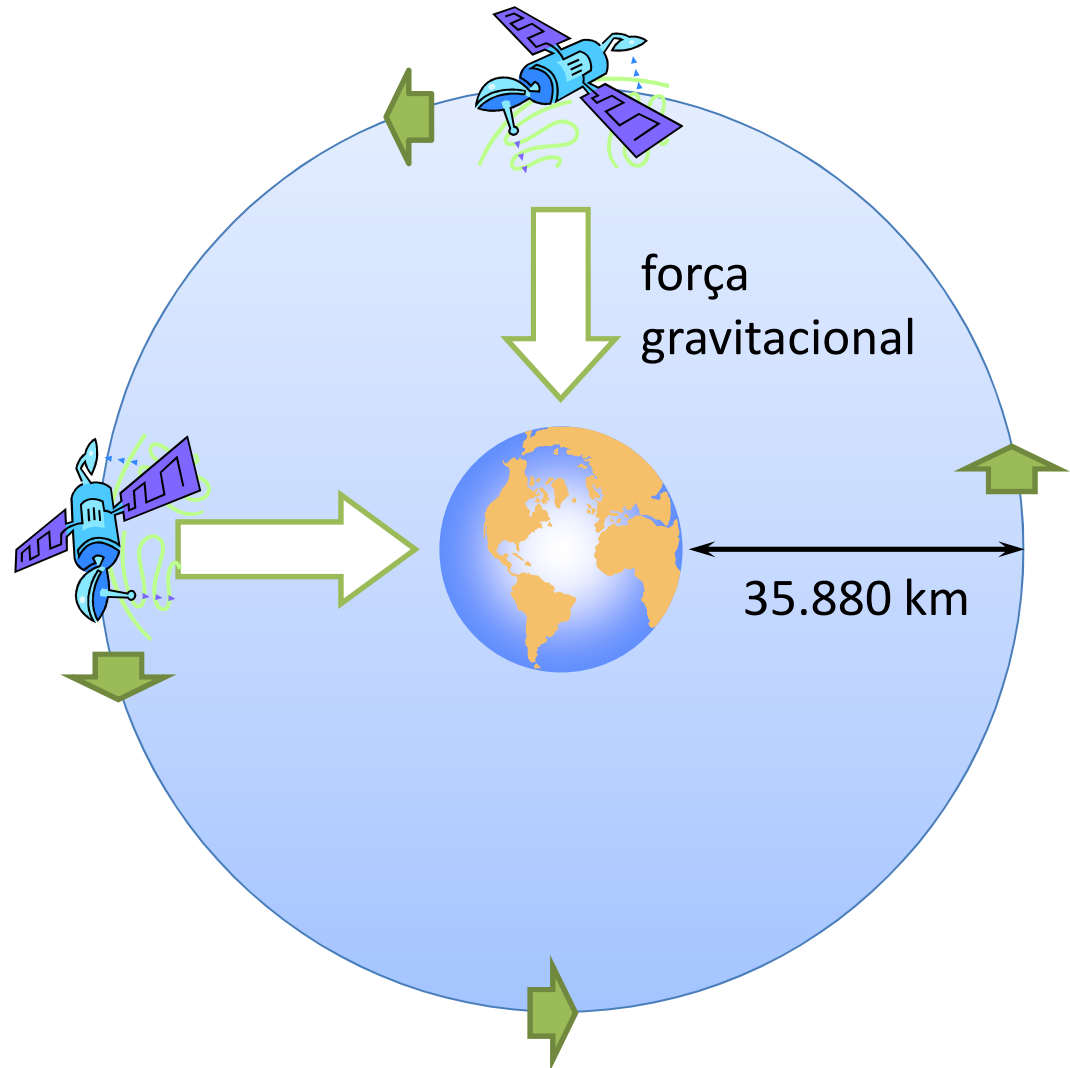
$R=36.000$  km

Frequência: **20** GHz

pot tx: **2** W

ganho da antena tx: **37** dB

ganho da antena rx  
na Terra: **45,8** dB



# Exemplo 1 (b)

---

Satélite geoestacionário; 36.000 km; pot tx 2 W; ganho da antena tx: 37 dB; freq 20 GHz; ganho da antena receptora na Terra: 45,8 dB

$$\frac{4\pi R}{\lambda} = \frac{4\pi \times 36.000 \times 10^3}{3 \times 10^8 / 20 \times 10^9} = 3,09 \times 10^{10}$$

$$P_r (dBm) = P_t (dBm) + G_t (dB) + G_r (dB) - 20 \log \left( \frac{4\pi R}{\lambda} \right) (dB)$$

$$P_r (dBm) = 10 \log \left( \frac{2}{10^{-3}} \right) (dBm) + 37 (dB) + 45,8 (dB) - 20 \log (3,09 \times 10^{10}) (dB)$$

## Exemplo 1 (c)

---

$$P_r (dBm) = 10 \log \left( \frac{2}{10^{-3}} \right) (dBm) + 37 (dB) + 45,8 (dB) - 20 \log (3,09 \times 10^{10}) (dB)$$

$$P_r (dBm) = 33 (dBm) + 37 (dB) + 45,8 (dB) - 209,8 (dB)$$

$$P_r = -94 \text{ dBm}$$

$$\log(P_r) = -\frac{94}{10} \text{ e } P_r = 10^{-9,4}$$

$$P_r = 3,98 \times 10^{-10} \text{ mW}$$

# Mars Reconnaissance Orbiter (MRO) 2 (a)

---

## ✓ Finalidade

- procurar evidências água em Marte

## ✓ NASA, Laboratório de Jatopropulsão

## ✓ Lançamento: 10 de agosto de 2005

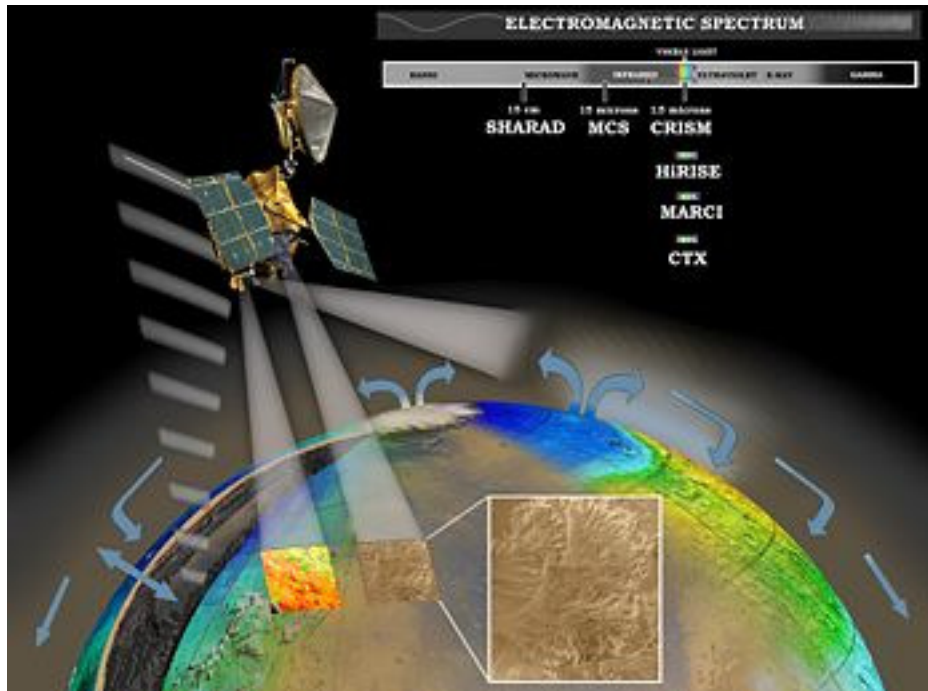
- Foguete Atlas V-40

## ✓ Comunicação com Deep Space Network

- rede de antenas para comunicação e monitoração

- Goldstone, Califórnia, EUA
- Robledo de Chavela, Espanha
- Canberra, Austrália

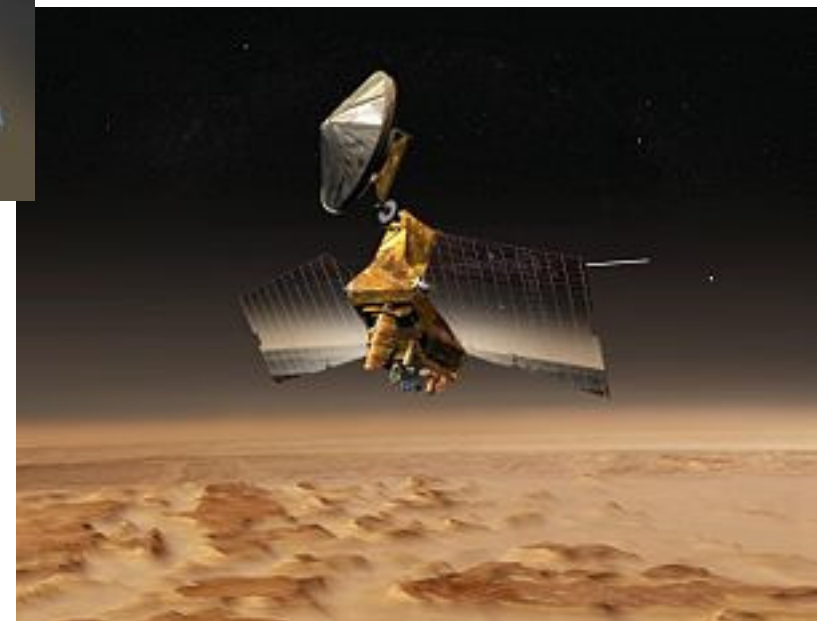
# Mars Reconnaissance Orbiter (MRO) 2 (b)



Sonda e equipamentos em ação

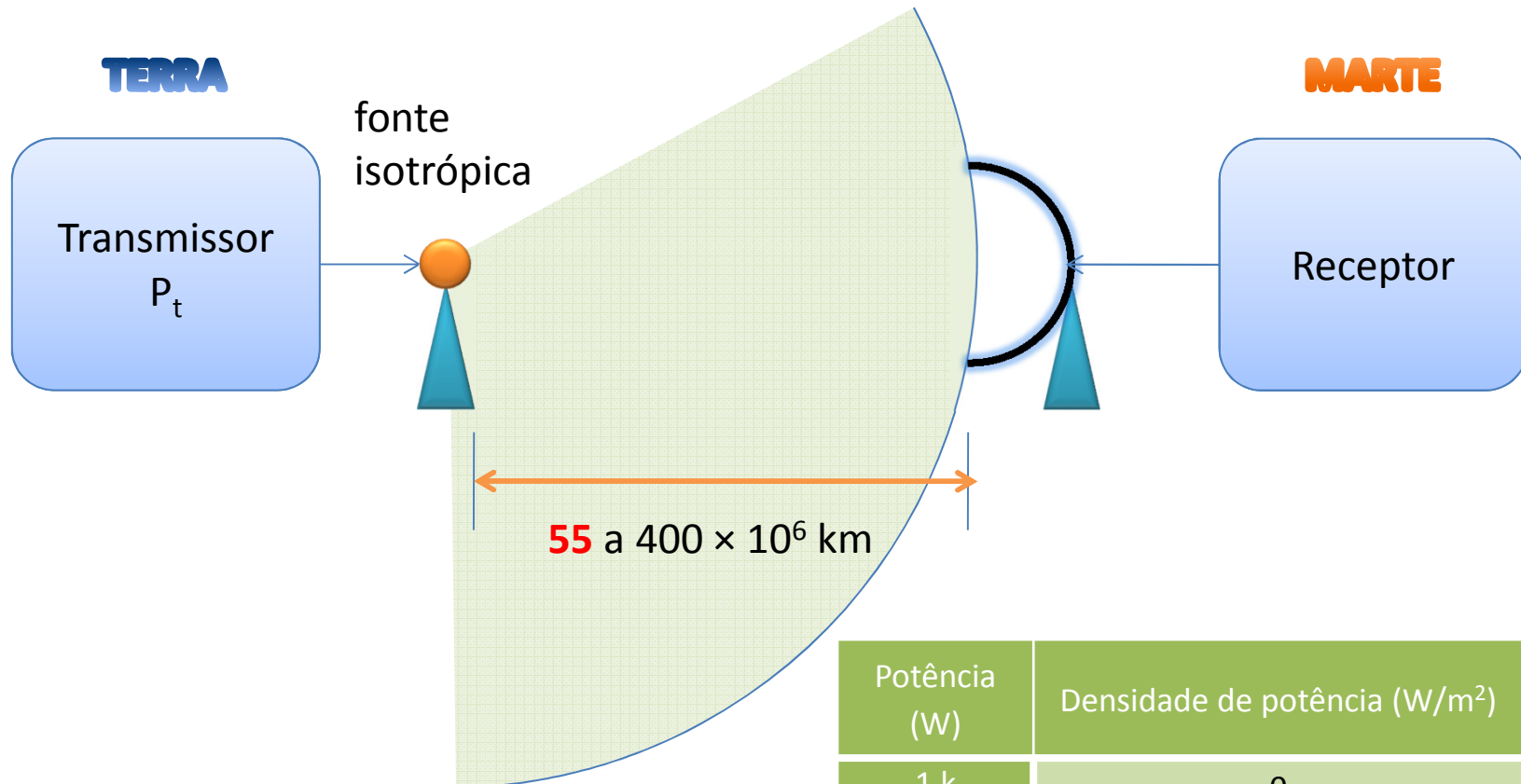


Goldstone DNS antena, CA, EUA



MRO satélite

# Distância Terra-Marte 2 (c)

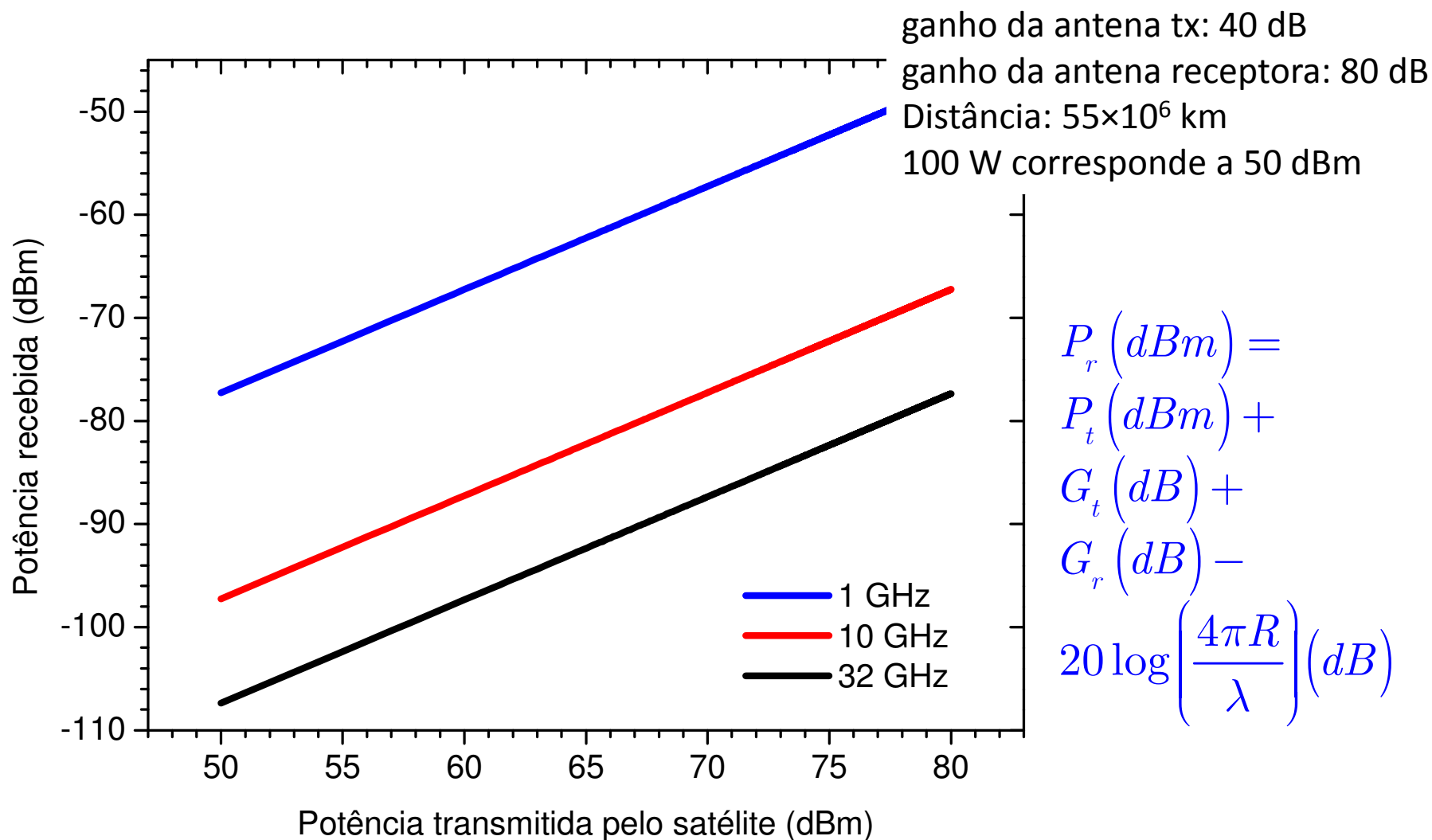


$$S = \frac{P_t}{4\pi R^2} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

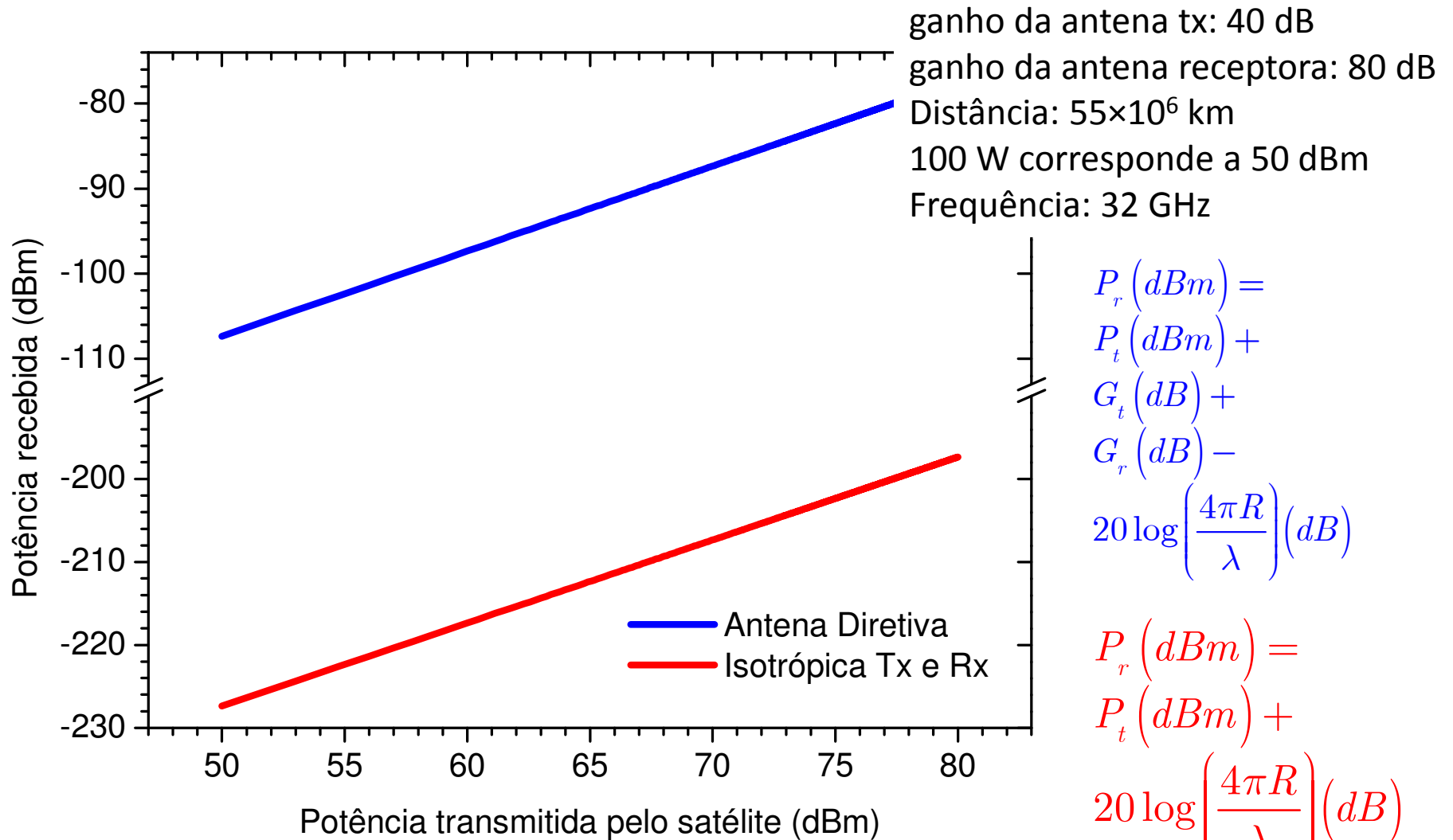
Potência (W)	Densidade de potência (W/m <sup>2</sup> )
1 k	0
1 M	0
100 M	$2,6 \times 10^{-15}$
1 G	$2,6 \times 10^{-14}$
100 G	$2,6 \times 10^{-12}$



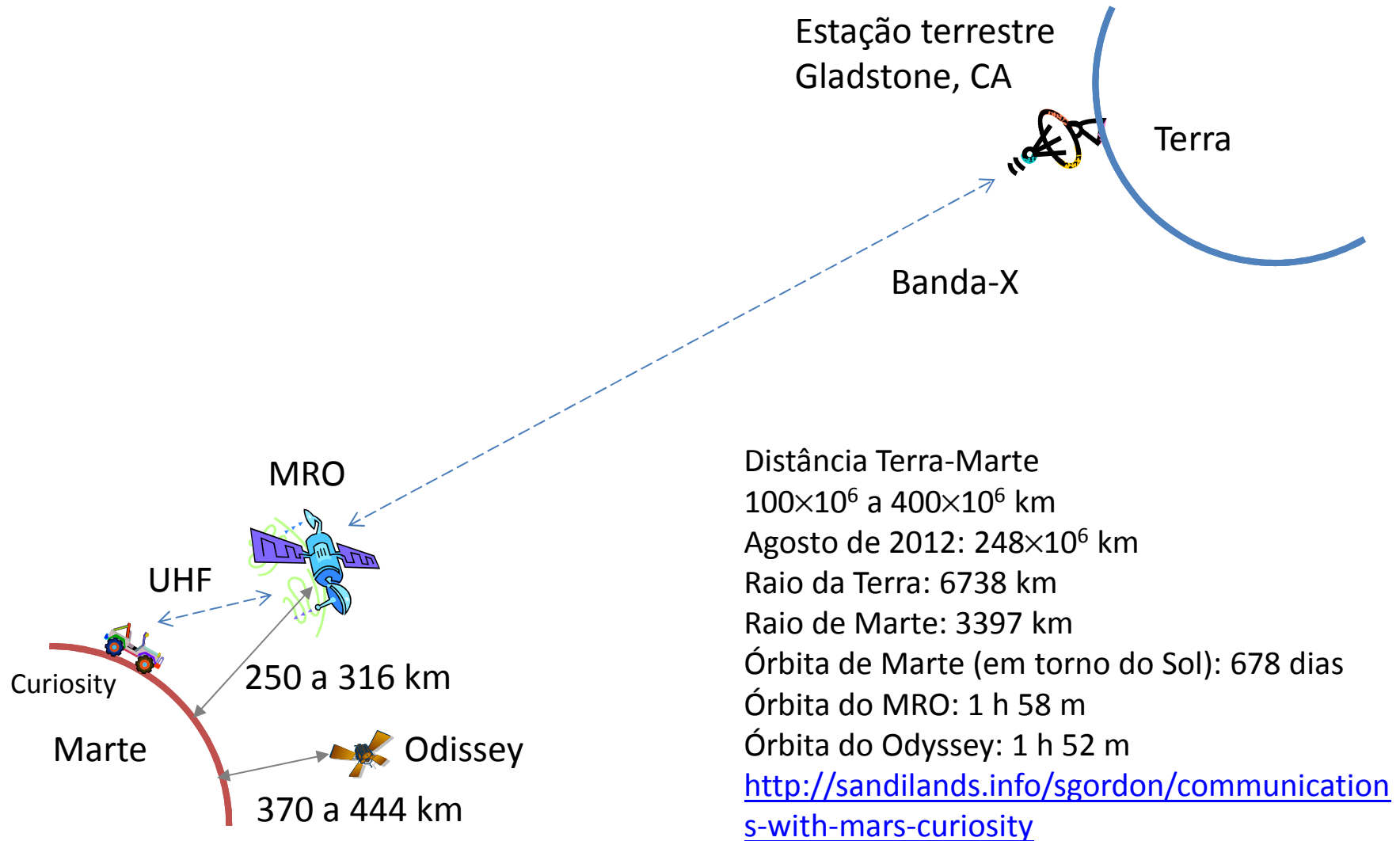
# Distância Terra-Marte 2 (d)



# Distância Terra-Marte 2 (e)



# Curiosity 2 (f)



# Curiosity vídeos

---

Simulação

[http://www.youtube.com/watch?v=TU5On872QFs&feature=BFa&list=FLO4aIMf38WFQWgUQIncZ\\_yg](http://www.youtube.com/watch?v=TU5On872QFs&feature=BFa&list=FLO4aIMf38WFQWgUQIncZ_yg)

pouso

[http://www.youtube.com/watch?v=N9hXqzkH7YA&list=FLO4aIMf38WFQWgUQIncZ\\_yg&feature=plcp](http://www.youtube.com/watch?v=N9hXqzkH7YA&list=FLO4aIMf38WFQWgUQIncZ_yg&feature=plcp)