

Treliças - II

(Aula 6 - 26/09/2016)

Professores

Ruy Marcelo O. Pauletti & Leila Meneghetti Valverdes
2º Semestre 2016

PEF 2602 - TRELIÇAS ISOSTÁTICAS - 26/09/2016

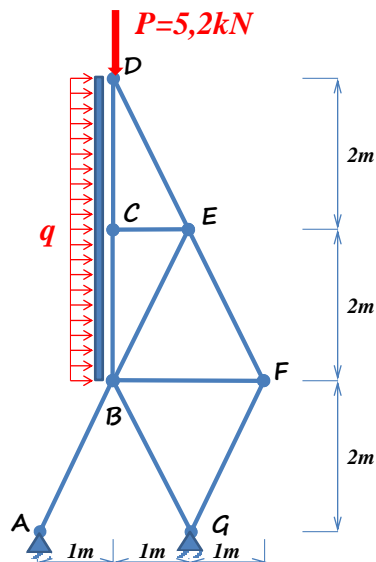
Exemplo 1:

Um painel sujeito a uma pressão de vento $p=1,0\text{kN/m}^2$ é suportado por treliças como as da figura ao lado, espaçadas de $b=2,6\text{m}$.

Dimensionar as barras da treliça, considerando uma única seção transversal, e admitindo que as cargas de vento (horizontais) possam agir em ambas as direções. Adote:

$$\sigma_e = 250\text{MPa} \quad s_\sigma = 1,25$$

$$E = 210\text{GPa} \quad s_{fl} = 2,0$$



Exemplo:

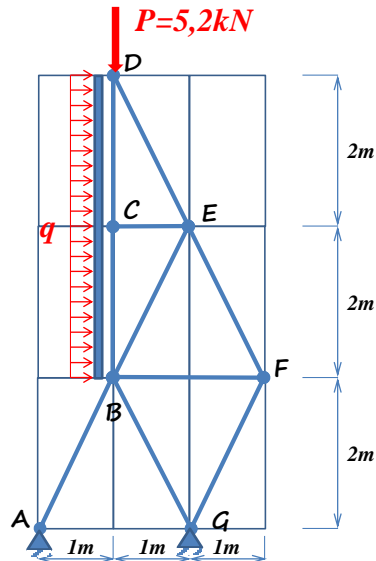
Um painel sujeito a uma pressão de vento $p=1,0\text{kN/m}^2$ é suportado por treliças como as da figura ao lado, espaçadas de $b=2,6\text{m}$.

Dimensionar as barras da treliça, considerando uma única seção transversal, e admitindo que as cargas de vento (horizontais) possam agir em ambas as direções. Adote:

$$\begin{aligned}\sigma_e &= 250\text{MPa} & s_\sigma &= 1,25 \\ E &= 210\text{GPa} & s_{fl} &= 2,0\end{aligned}$$



PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados



PEF 2602 – TRELIÇAS ISOSTÁTICAS – 26/08/2013

Exemplo:

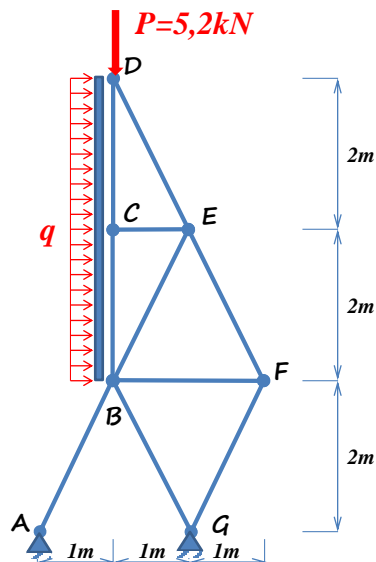
Um painel sujeito a uma pressão de vento $p=1,0\text{kN/m}^2$ é suportado por treliças como as da figura ao lado, espaçadas de $b=2,6\text{m}$.

Dimensionar as barras da treliça, considerando uma única seção transversal, e admitindo que as cargas de vento (horizontais) possam agir em ambas as direções. Adote:

$$\begin{aligned}\sigma_e &= 250\text{MPa} & s_\sigma &= 1,25 \\ E &= 210\text{GPa} & s_{fl} &= 2,0\end{aligned}$$



PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados

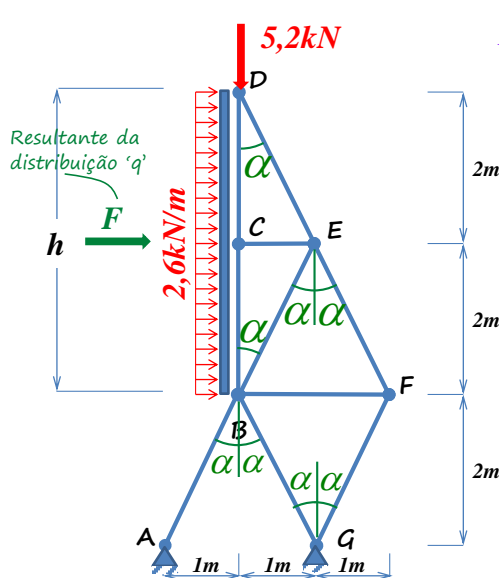




$$q = p \times b = 1,0 \frac{kN}{m^2} \times 2,6m = 2,6 \frac{kN}{m}$$



PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados



$$F = q \times h = 2,6 \frac{kN}{m} \times 4m = 10,4kN$$

Devemos considerar dois casos:

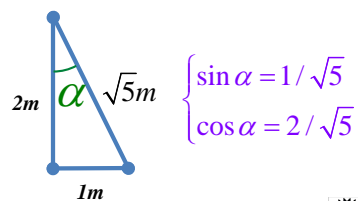
(A) Vento da esquerda para a direita

$$F = 10,4kN (\rightarrow)$$

(B) Vento da direita para a esquerda

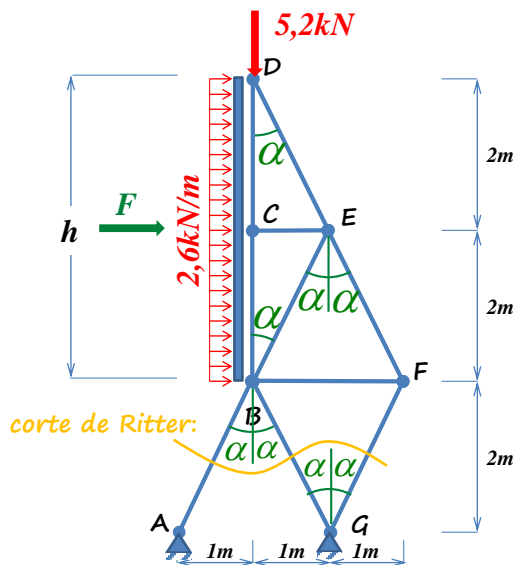
$$F = -10,4kN (\leftarrow)$$

Reconhecemos um ângulo α :



PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados



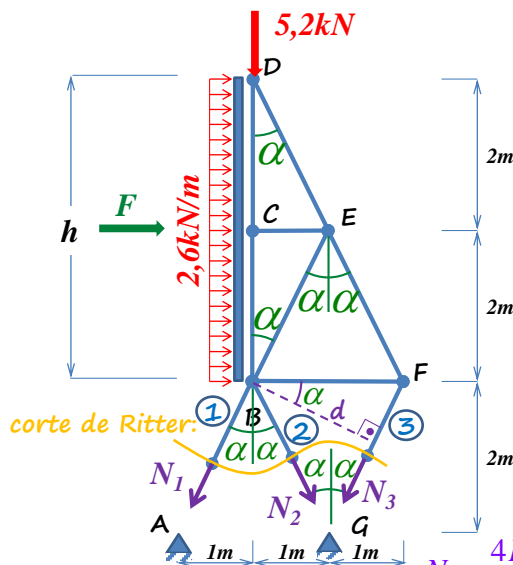


Por inspeção, percebe-se que as barras mais solicitadas são as barras da base da treliça!

Fazemos um corte de Ritter por estas barras!



PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados



Por inspeção, percebe-se que as barras mais solicitadas são as barras da base da treliça!

Fazemos um corte de Ritter por estas barras!

Consideremos o caso (A):

$$F = 10,4 \text{ kN} (\rightarrow)$$

$$\sum M_{(G)} = N_1 d + P \times 1 - F \times 4 = 0$$

$$d = 2 \times \cos \alpha = 2 \times \frac{2}{\sqrt{5}} = 1,78885 \text{ m}$$

$$N_1 = \frac{4F - P}{d} = \frac{4 \times 10,4 - 5,2}{1,78885} = 20,348 \text{ kN}$$

(tração)



PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados



Diagram of a truss structure with a vertical load of 5,2 kN at node D and a horizontal load F at node C. The truss has a height of 6m (3 segments of 2m) and a base width of 3m (3 segments of 1m). A distributed load of 2,6 kN/m acts vertically on the left vertical member. A Ritter cut is shown at node B, with internal forces N_1 , N_2 , and N_3 . Angles α are indicated at various joints.

Equations for the first case (F to the right):

$$\sum M_{(B)} = -N_3 d - F \times 2 = 0$$

$$N_3 = -\frac{2F}{d} = -\frac{2 \times 10,4}{1,78885}$$

$$N_3 = -11,628 \text{ kN} \quad (\text{compress\~ao!})$$

$$\sum M_{(F)} = N_1 d + N_2 d - F \times 2 + P \times 2 = 0$$

$$N_2 = \frac{-N_1 d + 2F - 2P}{d}$$

$$N_2 = \frac{-20,348 \times 1,78885 + 2 \times 10,4 - 2 \times 5,2}{1,78885} = -14,534 \text{ kN} \quad (\text{compress\~ao!})$$

PEF2602: Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados

Consideremos o caso (B): $F=10,4 \text{ kN}$ (\rightarrow)

Diagram of the same truss structure as above, but with the horizontal load F acting to the left at node C. The Ritter cut is still at node B, and internal forces N_1 , N_2 , and N_3 are shown. Angles α are indicated.

Equations for the second case (F to the left):

$$\sum M_{(G)} = N_1 d + P \times 1 + F \times 4 = 0$$

$$N_1 = \frac{-4 \times 10,4 - 5,2}{1,78885} = -26,162 \text{ kN}$$

$$\sum M_{(B)} = -N_3 d + F \times 2 = 0$$

$$N_3 = \frac{2F}{d} = \frac{2 \times 10,4}{1,78885} = 11,628 \text{ kN} \quad (\text{tra\~c\~ao!})$$

$$\sum M_{(F)} = N_1 d + N_2 d + F \times 2 + P \times 2 = 0$$

$$N_2 = \frac{-20,348 \times 1,78885 - 2 \times 10,4 - 2 \times 5,2}{1,78885} = +8,72 \text{ kN}$$

PEF2602: Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados

Em resumo:

[kN]	(A)	(B)
N_1	+20,348	-26,162
N_2	-11,628	+11,628
N_3	-14,534	+8,720

Considerando uma única seção transversal, a condição determinante para o dimensionamento é o da barra (1), no caso (B):

1º Critério: Tensão Normal:

$$\sigma_{\max} = \frac{|N_{\max}^c|}{A} \leq \frac{\sigma_e}{s_\sigma} \quad A \geq \frac{s_\sigma |N_{\max}^c|}{\sigma_e}$$

$$A \geq \frac{1,25 \times 26,162 \times 10^3}{250 \times 10^6} = 1,31 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$A \geq 1,31 \text{ cm}^2$$



PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados



Em resumo:

[kN]	(A)	(B)
N_1	+20,348	-26,162
N_2	-11,628	+11,628
N_3	-14,534	+8,720

Considerando uma única seção transversal, a condição determinante para o dimensionamento é o da barra (1), no caso (B):

2º Critério: Estabilidade

$$|N_{\max}^c| \leq \frac{1}{s_\ell} \frac{\pi^2 EI}{\ell^2}$$

$$I \geq \frac{s_\ell \ell^2 |N_{\max}^c|}{\pi^2 E}$$

$$I \geq \frac{2 \times (\sqrt{5})^2 \times 26,162 \times 10^3}{\pi^2 \times 210 \times 10^9} = 1,26 \times 10^{-7} \text{ m}^2$$

$$I \geq 12,6 \text{ cm}^2$$



PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados



Escolha de um perfil comercial:



$$A \geq 1,31 \text{ cm}^2$$

$$I \geq 12,6 \text{ cm}^4$$

Perfis MSH com seção circular

Diâmetro externo	Espessura da parede	Massa linear	Superfície de corte transversal	Segundo momento da superfície
D	T	M	A	I
mm	mm	kg/m	cm ²	cm ⁴
21,3	2,3	1,08	1,37	0,629
	2,6	1,20	1,53	0,681
	2,9	1,32	1,68	0,727
	3,2	1,43	1,82	0,768

Perfis MSH com seção circular

Diâmetro externo	Espessura da parede	Massa linear	Superfície de corte transversal	Segundo momento da superfície
D	T	M	A	I
mm	mm	kg/m	cm ²	cm ⁴
42,4	2,9	2,82	3,60	7,06
	3,2	3,09	3,94	7,62
	3,6	3,44	4,39	8,33
	4,0	3,79	4,83	8,99
	4,5	4,21	5,36	9,76
	5,0	4,61	5,87	10,5
	5,6	5,08	6,47	11,2
	6,3	5,61	7,14	12,0
	7,1	6,18	7,87	12,8
	8,0	6,79	8,65	13,5
48,3	2,9	3,25	4,14	10,7
	3,2	3,56	4,53	11,6
	3,6	3,97	5,06	12,7
	4,0	4,37	5,57	13,8

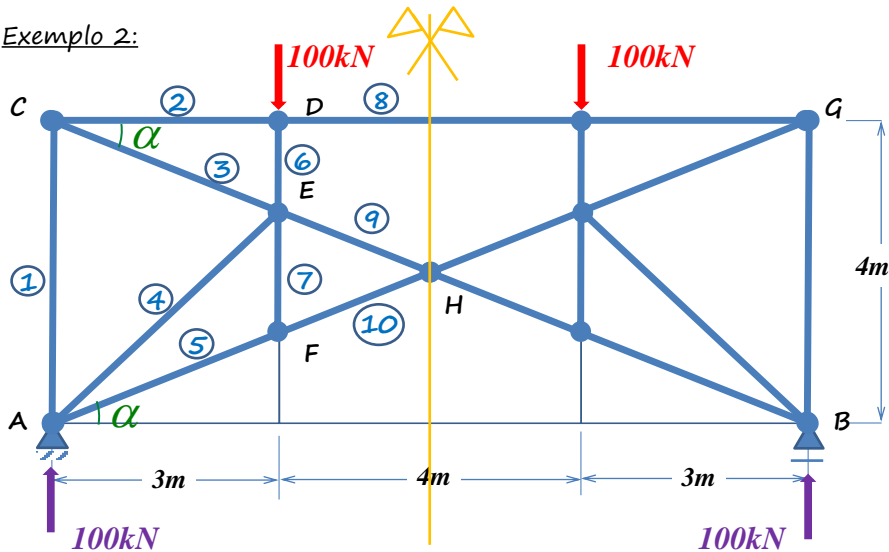


PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados



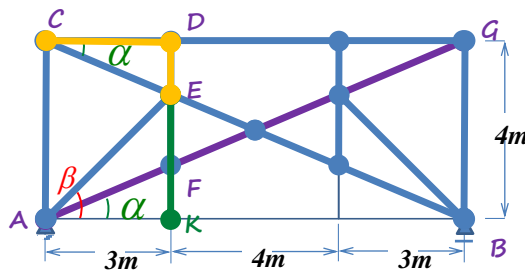
PEF 2602 – TRELIÇAS ISOSTÁTICAS – 26/08/2013

Exemplo 2:



PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados





$$\overline{AG} = \sqrt{10^2 + 4^2} = 10,7703m$$

$$\sin \alpha = \frac{\overline{BG}}{\overline{AG}} = \frac{4}{10,7703} = 0,3714$$

$$\cos \alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{AG}} = \frac{10}{10,7703} = 0,9285$$

$$\tan \alpha = \frac{\overline{DE}}{\overline{CD}} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{0,3714}{0,9285} = 0,4$$

$$\overline{DE} = \overline{CD} \tan \alpha = 0,4 \times 3 = 1,2m$$

$$\overline{EK} = \overline{AC} - \overline{DE} = 4 - 1,2 = 2,8m$$

$$\overline{AE} = \sqrt{\overline{AK}^2 + \overline{EK}^2} = \sqrt{3^2 + 2,8^2} = 4,10366m$$

$$\sin \beta = \frac{\overline{EK}}{\overline{AE}} = \frac{2,8}{4,10366} = 0,6823$$

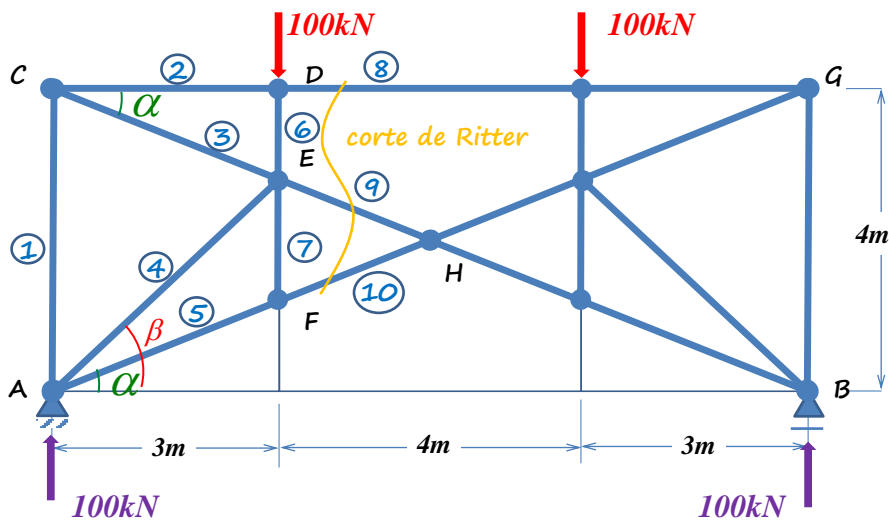
$$\cos \beta = \frac{\overline{AK}}{\overline{AE}} = \frac{3}{4,10366} = 0,7310$$



PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados



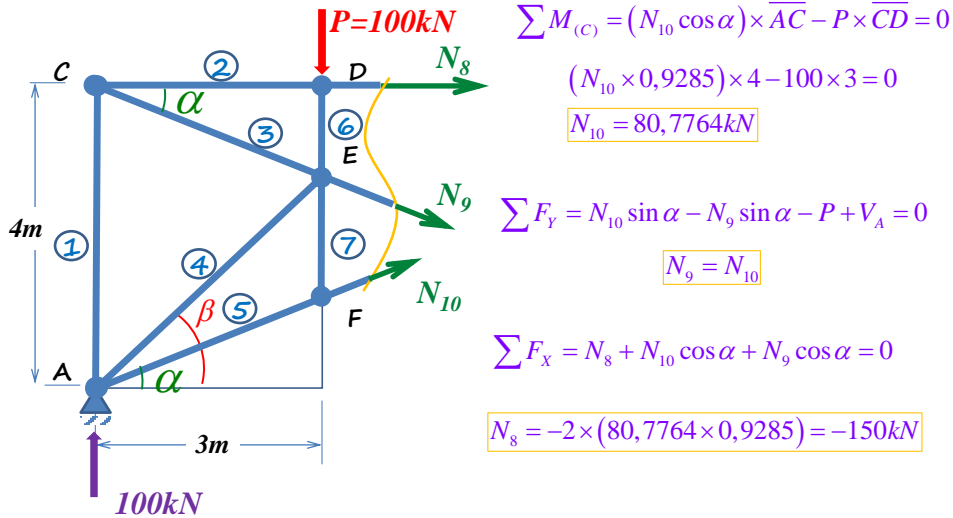
PEF 2602 – TRELIÇAS ISOSTÁTICAS – 26/08/2013



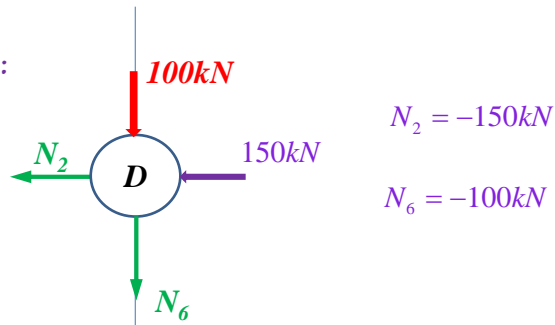
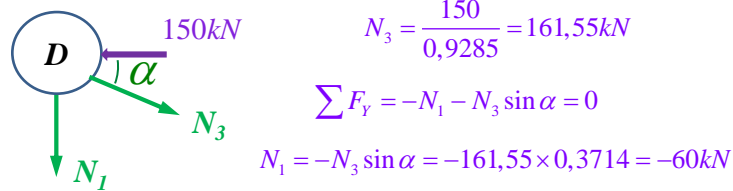
PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados



PEF 2602 – TRELIÇAS ISOSTÁTICAS – 26/08/2013



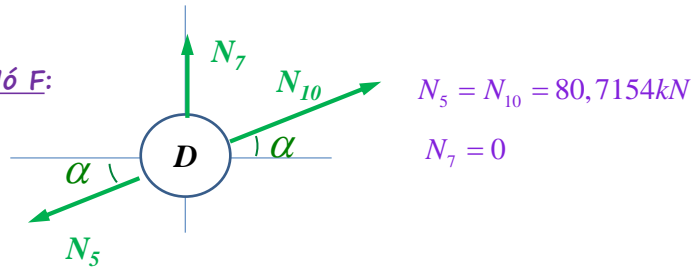
PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados

Equilíbrio Nó D:Equilíbrio Nó C:

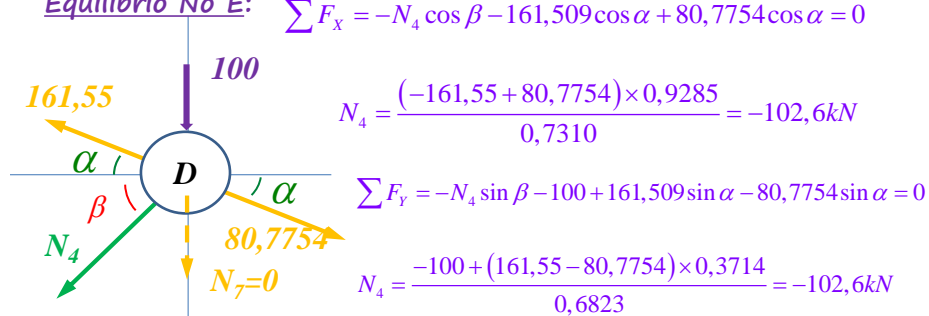
PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados



Equilíbrio Nó F:



Equilíbrio Nó E:

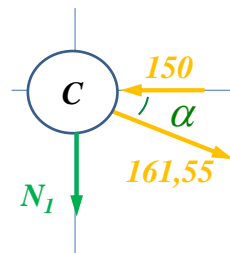


PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados

OK!



Equilíbrio Nó C:



$$\sum F_y = -N_1 - 161,509 \sin \alpha = 0$$

$$N_1 = -161,55 \times 0,3714 = 60 \text{ kN}$$

Nota: Equilíbrio do nó A serve como verificação!



PEF2602 : Estruturas na Arquitetura I I - Sistemas Reticulados

