COMPLEMENTOS DE MECÂNICA CLÁSSICA

1ª LISTA DE EXERCÍCIOS/2014

Forças dependentes do tempo

1. Uma partícula de massa m, em movimento unidimensional, em repouso na origem no instante t=0, está submetida a uma força unidimensional $F(t) = F_0 \cos(\omega t + \theta)$.

(a) Esboce a forma que se deve esperar para v(t) e para x(t), para vários períodos de oscilação da força.

(b) Determine v(t) e x(t) e compare com o seu esboço anterior.

2. Uma partícula de massa m, inicialmente em repouso, está submetida a uma força unidimensional $F(t) = k\, t \exp(-\alpha\, t)$ onde k e α são constantes. Suponha que a força comece a atuar no instante t=0.

(a) Determine a velocidade v(t) da partícula. Qual a velocidade final da partícula.

(b) Determine a equação horária que descreve o movimento da partícula. O que acontece para $t \to \infty$?

Forças dependentes da velocidade

3. Um barco de massa **m** e velocidade inicial $\mathbf{v_0}$ é freado por uma força de atrito F= - b exp (av), a e b>0.

(a) Determine a velocidade do barco v(t).

(b) Mostre que o barco vai parar após um tempo $t = \frac{m}{a\,b}[1 - \exp(-a\, v_0)]$.

(c) Determine x(t) e mostre que a distância percorrida pelo barco até parar será:

$$d = \frac{m}{a^2\, b}[1 - (a\, v_0 + 1)\exp(-a\, v_0)\,.$$

Dado: $\int \ln u \, du = u[\ln|u| - 1] + C$

4. Um corpo é abandonado do repouso em y=0 caindo sob a influência da gravidade e da resistência do ar. Obtenha uma relação entre a velocidade $v_y(t)$ e a distância percorrida y(t) considerando a resistência do ar igual a (a) bv_y e a (b)bv_y^2.

5. Uma partícula de massa m desce um plano inclinado sob a ação da força da gravidade. Se o movimento for retardado por uma força F= kmv^2, mostre que o tempo que ela levará para percorrer uma distância d a partir do repouso será: $t = \frac{\cosh^{-1}[\exp(kd)]}{\sqrt{kg\text{sen}\theta}}$ onde θ é o ângulo de inclinação do plano.

6. Um canhão, inclinado de um ângulo θ em relação ao plano horizontal, lança uma bala com velocidade inicial v_0.

(a) Calcule a velocidade, o deslocamento e o alcance da bala lançada pelo canhão.

(b) Calcule o decréscimo sofrido pelo alcance do projétil na presença de uma força de resistência do ar proporcional à velocidade do projétil.

Forças dependentes da posição

7. Uma partícula de massa m acha-se sob a ação de uma força cuja energia potencial é $U(x)=ax^2 - bx^3$, onde a e b são constantes positivas.
a)Determine a força que atua sobre a partícula e esboce o gráfico de F(x) e de U(x).
b)A partícula parte da origem x=0 com velocidade v_0. Mostre que se $|v_0|<v_c$, onde v_c é uma certa velocidade crítica, a partícula permanecerá confinada à uma região próxima da origem. Determine v_c.
c)Delimite 2 valores x_i e x_s entre os quais podemos considerar o movimento como harmônico simples. Qual é a frequência das oscilações nesta região?

8. Uma partícula de massa m está sujeita a um potencial $U(x)= C[2(\frac{x}{x_0})^2 - (\frac{x}{x_0})^4]$, onde C e x_0 são constantes positivas. Obtenha os limites dos intervalos de energia em que:
a)O movimento é periódico.
b)O movimento não é periódico e não é limitado em nenhum dos dois sentidos de x.
Calcule o período para pequenas oscilações no caso do movimento periódico.

9. A energia potencial para uma força entre dois átomos em uma molécula diatômica, tem a seguinte forma aproximada: $U(x) = -\frac{a}{x^6} + \frac{b}{x^{12}}$, onde a e b são constantes positivas.
a) Determine a força que atua entre os átomos.
b) Supondo que um dos átomos seja muito pesado e praticamente permaneça em repouso enquanto o outro se move ao longo de uma linha reta, descreva os movimentos possíveis.
c) Determine a distância de equilíbrio e o período para pequenas oscilações, em torno da posição de equilíbrio, se a massa do átomo mais leve for m.

10. Uma partícula de massa m move-se num poço de potencial dado por $U(x) = \frac{-U_0 a^2 (a^2 + x^2)}{8a^4 + x^4}$, onde U_0 e a são constantes positivas.
a) Esboce U(x) e F(x).
b) Discuta os movimentos que podem ocorrer. Localize todos os pontos de equilíbrio e determine a frequência para pequenas oscilações em torno de qualquer um dos pontos de equilíbrio estável.

11. Uma partícula está sujeita à ação da força $F = -kx + \frac{a}{x^3}$, onde k e a são constantes positivas.
a) Determine o potencial U(x), descreva a natureza das soluções e determine a solução x(t).
b) Você pode dar uma interpretação simples do movimento quando $E^2 >> ka$, onde E é a energia total da partícula?

12. Um próton com velocidade v_0, proveniente de um ponto muito distante, aproxima-se pela direita de uma região descrita pelo potencial $U(x) = -\frac{a}{x} + \frac{b}{x^2}$. Num ponto x' ocorre a emissão de um fóton de tal forma que há perda de energia cinética, ficando o próton então confinado ao poço.
a) Qual a mínima energia que o fóton deve ter para que isso ocorra?
b) Qual deve ser a energia do fóton para que a velocidade do próton se anule nesse ponto?
c) O próton continua em repouso no ponto? Discuta.