



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Departamento de Engenharia de Computação e Sistemas Digitais

PCS 2059 - Inteligência Artificial

2a. Lista de Exercícios

Prof. Responsável: Jaime Simão Sichman

GABARITO

1. O operador \oplus (ou exclusivo) pode ser definido pela tabela abaixo. Criar uma expressão do cálculo proposicional usando somente \neg , \wedge , \vee , que seja equivalente a $p \oplus q$. Provar a equivalência.

p	q	$p \oplus q$
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	F

RESPOSTA:

$$(\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$$

p	q	$(\neg p \wedge q)$	$(p \wedge \neg q)$	$(\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	F	F	F	F

2 Decida se cada uma das sentenças a seguir é *válida*, *não-satisfável* ou nenhuma dessas opções. Verifique suas decisões usando tabelas-verdade.

a) Fumaça \rightarrow Fumaça

válida:

Fumaça	Fumaça \rightarrow Fumaça
T	T
F	T

b) Fumaça \rightarrow Fogo

nenhuma:

Fumaça	Fogo	Fumaça \rightarrow Fogo
T	T	T
T	F	F
F	T	T



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Departamento de Engenharia de Computação e Sistemas Digitais

F F T

c) $(\text{Fumaça} \rightarrow \text{Fogo}) \rightarrow (\text{Fumaça} \rightarrow \neg \text{Fogo})$

nenhuma:

Fumaça	Fogo	$(\text{Fumaça} \rightarrow \text{Fogo})$	$(\text{Fumaça} \rightarrow \neg \text{Fogo})$	$(\text{Fumaça} \rightarrow \text{Fogo}) \rightarrow (\text{Fumaça} \rightarrow \neg \text{Fogo})$
T	T	T	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

d) $\text{Fumaça} \vee \text{Fogo} \vee \neg \text{Fogo}$

válida:

Fumaça	Fogo	$\text{Fumaça} \vee \text{Fogo} \vee \neg \text{Fogo}$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	T

e) $(\text{Fumaça} \rightarrow \text{Fogo}) \rightarrow ((\text{Fumaça} \wedge \text{Calor}) \rightarrow \text{Fogo})$

válida:

Fum	Fog	Cal	$\text{Fum} \rightarrow \text{Fog}$	$((\text{Fum} \wedge \text{Cal}) \rightarrow \text{Fog})$	$(\text{Fum} \rightarrow \text{Fog}) \rightarrow ((\text{Fum} \wedge \text{Cal}) \rightarrow \text{Fog})$
T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T
T	F	T	F	F	T
T	F	F	F	T	T
F	T	T	T	T	T
F	T	F	T	T	T
F	F	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T

f) $\text{Grande} \vee \text{Burro} \vee (\text{Grande} \rightarrow \text{Burro})$

válida:

Grande	Burro	$\text{Grande} \rightarrow \text{Burro}$	$\text{Grande} \vee \text{Burro} \vee (\text{Grande} \rightarrow \text{Burro})$
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	T	T
F	F	T	T

g) $(\text{Grande} \wedge \text{Burro}) \vee \neg \text{Burro}$



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Departamento de Engenharia de Computação e Sistemas Digitais

nenhuma:

Grande	Burro	$(\text{Grande} \wedge \text{Burro})$	$\neg \text{Burro}$	$(\text{Grande} \wedge \text{Burro}) \vee \neg \text{Burro}$
T	T	T	F	T
T	F	F	T	T
F	T	F	F	F
F	F	F	T	T

3. Dadas as sentenças a seguir:

Se o unicórnio é mítico, então é imortal; porém, se ele não é mítico, então é um mamífero e mortal. Se o unicórnio é imortal ou um mamífero, então ele tem chifre. O unicórnio é mágico se tem chifre.

a) Formalize-as como um conjunto de fórmulas bem formadas do cálculo proposicional;

Sejam:

M: o unicórnio é mítico

I : o unicórnio é imortal

F : o unicórnio é mamífero

C : o unicórnio tem chifres

G : o unicórnio é mágico

Se o unicórnio é mítico, então é imortal; ...

$$M \rightarrow I$$

... porém, se ele não é mítico, então é um mamífero e mortal. ...

$$\neg M \rightarrow (F \wedge \neg I)$$

Se o unicórnio é imortal ou um mamífero, então ele tem chifre. ...

$$(I \vee F) \rightarrow C \quad (I \rightarrow C) \wedge (F \rightarrow C)$$

O unicórnio é mágico se tem chifre.

$$C \rightarrow G$$

b) É possível "demonstrar" que o unicórnio é mítico? E que é mágico? E que têm chifre? (Se sim demonstre!)

Não é possível demonstrar que o unicórnio é mítico, mas independentemente de ser ou não mítico podemos provar que ele é mágico e que têm chifre.

1. $M \rightarrow I$

2. $\neg M \rightarrow (F \wedge \neg I)$

3. $(I \rightarrow C) \wedge (F \rightarrow C)$

4. $C \rightarrow G$



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Departamento de Engenharia de Computação e Sistemas Digitais

5. $\neg M \rightarrow F$ Simplificação 2
6. $I \rightarrow C$ Simplificação 3
7. $M \rightarrow C$ Silog. Hip. 1,7
8. $F \rightarrow C$ Simplificação 3
9. $\neg M \rightarrow C$ Silog. Hip. 5,8
10. $(M \rightarrow C) \wedge (\neg M \rightarrow C) \equiv C$ Conjunção 7,10 *Provado que o unicórnio tem chifre*
11. G Modus Ponens 4,10 *Provado que o unicórnio é mágico*

4. Dadas as sentenças:

- João estuda ou não está cansado. 1. $P \vee \neg Q$
Se João estuda, então dorme tarde. 2. $P \rightarrow R$
João não dorme tarde ou está cansado. 3. $\neg R \vee Q$

Provar que “João está cansado se e somente se estuda”, (isto é, deduzir que “Se João está cansado então estudou” e “Se João estudou então está cansado”), usando lógica proposicional, e nomeando “João estuda = P”, “João está cansado = Q” e “João dorme tarde = R”.

Prova de $P \rightarrow Q$

4. $\neg(R \wedge \neg Q)$ De Morgan 3
5. $R \rightarrow Q$ Definição implicação
6. $P \rightarrow Q$ Silogismo Hipotético 2 e 4

Prova de $Q \rightarrow P$

4. $\neg\neg P \vee \neg Q$ Idempotência
5. $\neg P \rightarrow \neg Q$ Definição implicação
6. $Q \rightarrow P$ Contraposição 5

5. Descreva as seguintes sentenças em lógica de predicados:

Sejam Alberto, Roberto e Carlos suspeitos em um caso de assassinato. Alberto tem um álibi, no registro de um respeitável hotel em Manaus. Roberto também tem um álibi, já que seu cunhado José testemunhou que Roberto estava visitando-o em Rio do Sul na época do crime. Carlos pleiteia um álibi, pois alega que estava em um torneio de vela em Guaratuba, que foi televisionado.

Suspeito(alberto)



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Departamento de Engenharia de Computação e Sistemas Digitais

Suspeito(roberto)
Suspeito(carlos)

$\exists x$ Hotel(x) \wedge Alibi(alberto, x) \wedge Local(x,manaus)
Cunhado(jose, roberto) \wedge Alibi(roberto, jose) \wedge Local(jose, rio_do_sul)
 $\exists x$ Torneio(x) \wedge Alibi(carlos,x) \wedge Local(x, guaratuba)

6. Considere as seguintes sentenças:

Todos os cães gostam de comer carne.
Se um animal for pastor alemão, então este animal é um cão.
Toda linguiça é carne.
Calabresa é uma linguiça.
Totó é um pastor alemão.

a) Traduza estas sentenças para lógica de predicados;

1. **$\forall x \forall y$ Cao(x) \wedge Carne(y) \rightarrow Come(x,y)**
2. **$\forall x$ Pastor(x) \rightarrow Cao(x)**
3. **$\forall x$ Linguica(x) \rightarrow Carne(x)**
4. **Linguica(calabresa)**
5. **Pastor(toto)**

b) Mostrar uma prova para “Totó gosta de comer calabresa” utilizando Modus Ponens Generalizado;

6. **Carne(calabresa) MPG 3,4**
7. **Cao(toto) MPG 2,5**
8. **Cao(toto) \wedge Carne(calabresa) Conjunção 6,7**
9. **Come(toto,calabresa) MPG 1,8**

c) Idem utilizando prova direta por resolução;

1. **\neg Cao(x) \vee \neg Carne(y) \vee Come(x,y)**
2. **\neg Pastor(x) \vee Cao(x)**
3. **\neg Linguica(x) \vee Carne(x)**
4. **Linguica(calabresa)**
5. **Pastor(toto)**
6. **Carne(calabresa) {x/calabresa} Resolucao 3,4**
7. **Cao(toto) {x/toto} Resolucao 2,5**
8. **\neg Carne(y) \vee Come(toto,y) {x/toto} Resolucao 1,7**
9. **Come(toto,calabresa) {y/calabresa} Resolucao 6,8**



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Departamento de Engenharia de Computação e Sistemas Digitais

7. Dadas as sentenças:

Se um curso é fácil, alguns estudantes ficam felizes. Se um curso dura pouco tempo, nenhum estudante fica feliz.

Use refutação por resolução para mostrar que, se um curso dura pouco tempo, o curso não é fácil.

Cláusula: $\forall x \text{ CursoFacil}(x) \rightarrow \exists y \text{ EstudanteFeliz}(y) \equiv$
 $\neg \text{CursoFacil}(x) \vee \text{EstudanteFeliz}(F(x))$

Cláusula: $\forall x \text{ CursoPoucoTempo}(x) \rightarrow \neg \exists y \text{ EstudanteFeliz}(y) \equiv$
 $\neg \text{CursoPoucoTempo}(x) \vee \neg \text{EstudanteFeliz}(y)$

Deseja-se provar: $\text{CursoPoucoTempo}(x) \rightarrow \neg \text{CursoFacil}(x) \equiv$
Cláusula: $\neg \text{CursoPoucoTempo}(x) \vee \neg \text{CursoFacil}(x)$

Para usar refutação, deve-se negar a conclusão:

$\text{CursoPoucoTempo}(x) \wedge \text{CursoFacil}(x)$ (2 cláusulas)

- | | |
|--|-------------------|
| 1. $\neg \text{CursoFacil}(x) \vee \text{EstudanteFeliz}(F(x))$ | HIPÓTESE |
| 2. $\neg \text{CursoPoucoTempo}(x) \vee \neg \text{EstudanteFeliz}(y)$ | HIPÓTESE |
| 3. $\text{CursoPoucoTempo}(x)$ | NEG. CONCLUSÃO |
| 4. $\text{CursoFacil}(x)$ | NEG. CONCLUSÃO |
| 5. $\text{EstudanteFeliz}(F(x))$ | RES 1,4 |
| 6. $\neg \text{CursoPoucoTempo}(x)$ | RES 2, 5 {y/F(x)} |
| 7. {} | RES 3,6 |