Física I-IME

2º Semestre de 2016

Instituto de Física
Universidade de São Paulo

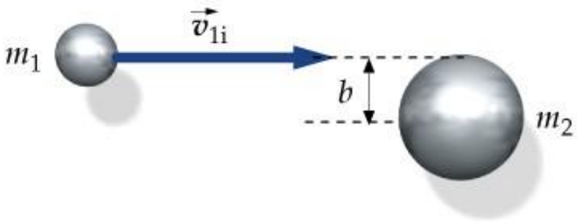
Professor: **Luiz Nagamine**
E-mail: nagamine@if.usp.br
Fone: 3091.6877

Colisões Bi e Tridimensionais

Deve-se trabalhar vetorialmente e a conservação da Quantidade de Movimento se aplica a cada uma das componentes (x, y e z).

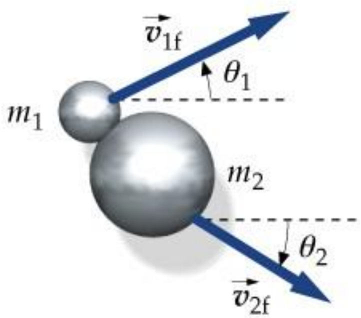
Colisão elástica (este é o caso mais complicado!)

$$m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i} = m_1\vec{v}_{1f} + m_2\vec{v}_{2f}$$



Para as componentes temos:

$$\begin{cases} m_1 v_{1ix} + m_2 v_{2ix} = m_1 v_{1fx} + m_2 v_{2fx} \\ m_1 v_{1iy} + m_2 v_{2iy} = m_1 v_{1fy} + m_2 v_{2fy} \end{cases}$$



e temos também a conservação da Energia Cinética

$$\frac{1}{2}m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2}m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2f}^2$$

Em geral, fica faltando uma equação para se resolver o sistema. Alguma condição específica deve ser fornecida, como por exemplo o parâmetro de impacto b.

Massa Continuamente Variável

$$\vec{F}_{res} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

definição de Newton para a sua segunda lei.

$$\vec{F}_{res} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{dm}{dt}\vec{v}$$

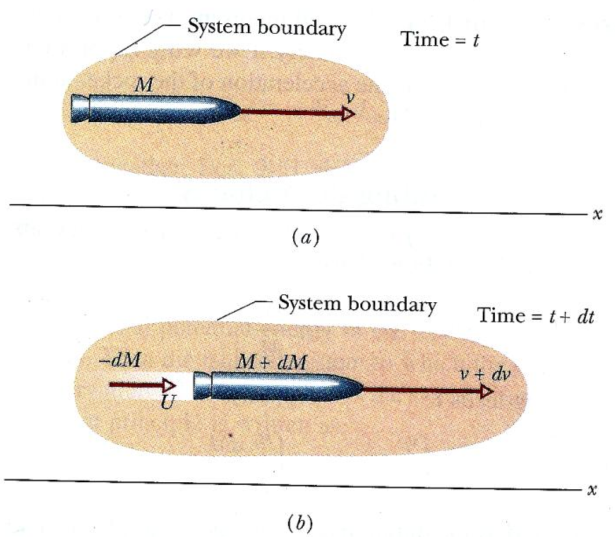
$$\vec{F}_{res} - \frac{dm}{dt}\vec{v} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

Empuxo=R

A taxa de variação da massa, multiplicada pela velocidade da massa variante, tem dimensão de Força e recebe o nome de Empuxo.

Massa Continuamente Variável

Considere um corpo de massa M se movendo com velocidade v e sendo bombardeado por um fluxo contínuo de matéria, com velocidade u.



Aplicando-se o teorema do Impulso ao sistema, temos:

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f$$

$$Mv = -dMU + (M + dM)(v + dv)$$

Sendo u a velocidade do material de exaustão em relação ao foguete

$$u = (v + dv) - U$$

$$-dM\,u = M\,dv \qquad \textbf{(1)}$$

Derivando em relação ao tempo:

$$-\frac{dM}{dt}u = M\frac{dv}{dt} \qquad R\,u = M\,a$$

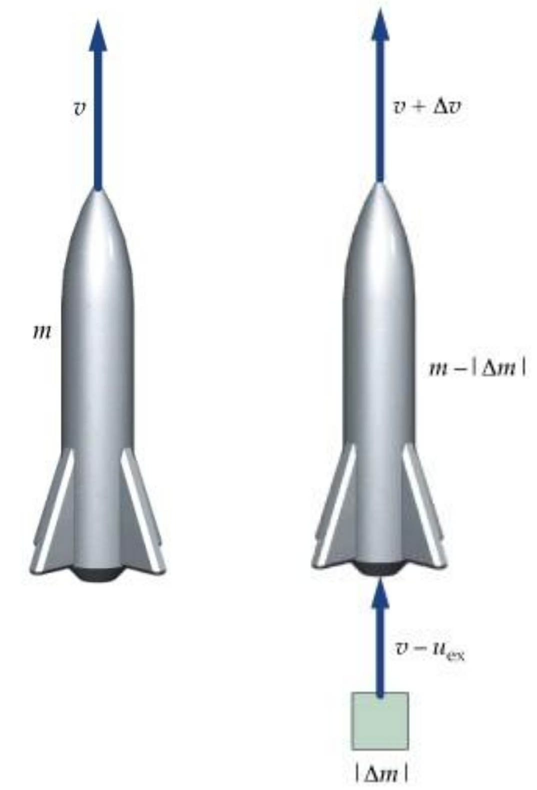
Encontando a velocidade de (1):

$$dv = -u\frac{dM}{M}$$

Integrando: $$\int_{v_i}^{v_f} dv = -u\int_{M_i}^{M_f}\frac{dM}{M}$$

$$v_f - v_i = u\ln\frac{M_i}{M_f}$$

Exemplo



Considere um foguete com a massa (M) variando continuamente, à medida que ele queima o combustível. Suponha que o foguete esteja subindo na vertical com velocidade v e que a taxa de queima de combustível seja R

$$R = -\frac{dM}{dt} \Rightarrow M - M_0 = -Rt$$

Considere que os gases escapem com velocidade u em relação ao foguete e que a única força externa seja a gravitacional. Considere como sistema o conjunto foguete + combustível restante.

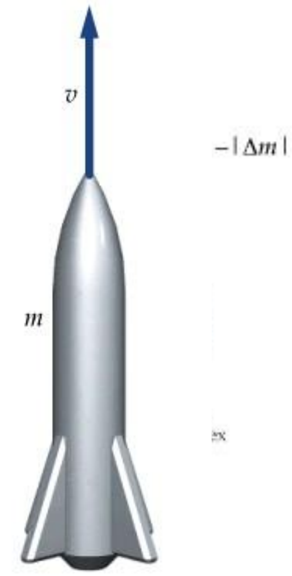
$$M\vec{g} + R\vec{u} = M\frac{d\vec{v}}{dt} \longrightarrow -Mg + Ru = M\frac{dv_y}{dt}$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{Ru}{M_0 - Rt} - g$$

Exemplo

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{Ru}{M_0 - Rt} - g$$

Integrando, temos:



$$v_y = \int_0^t \left(\frac{Ru}{M_0 - Rt} - g \right) dt$$

$$\int_0^t \frac{Ru}{M_0 - Rt} dt = u \int_0^t \frac{1}{(M_0 / R) - t} dt$$

$$\int_0^t \frac{1}{b-t} dt = -ln \frac{b-t}{b} = ln \frac{b}{b-t}$$

$$v_y = u\, ln\left(\frac{M_0}{M_0 - Rt} \right) - gt$$