

Física I (4310126)

2º Semestre de 2016

Instituto de Física
Universidade de São Paulo

Professor: **Luiz Nagamine**

E-mail: nagamines@if.usp.br

Fone: 3091.6877

Quantidade de Movimento

Este tópico trata as situações envolvendo forças intensas e não constantes, exercidas sobre curtos intervalos de tempo, chamadas Forças Impulsivas.

Para isto, vamos definir um novo conceito que é a Quantidade de Movimento Linear (ou Momento Linear) de uma partícula.

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad \text{unidades: kg.m/s}$$

Derivando-se esta expressão, temos:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} \quad \text{foi suposto a massa constante.}$$

$$\vec{F}_{res} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad \text{definição de Newton para a sua segunda lei.}$$

Quantidade de Movimento

Para um sistema de partículas, temos:

$$\vec{P}_{sis} = \sum_i m_i \vec{v}_i = \sum_i \vec{p}_i \quad \text{Igual a soma dos momentos individuais.}$$

Do conceito de posição do Centro de massa, temos:

$$\vec{r}_{cm} = \frac{1}{M} (m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots) = \frac{1}{M} \left(\sum_i m_i \vec{r}_i \right)$$

$$\vec{r}_{cm} = \frac{1}{M} \left(\sum_i m_i \vec{r}_i \right) \xrightarrow{\text{derivando}} \frac{d\vec{r}_{cm}}{dt} = \frac{1}{M} \left(\sum_i m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} \right) = \frac{1}{M} \left(\sum_i m_i \vec{v}_i \right) = \vec{v}_{cm}$$

$$\vec{P}_{sis} = \sum_i m_i \vec{v}_i = M \vec{v}_{cm}$$

Momento Linear total de um sistema.

Quantidade de Movimento

Para um sistema de partículas, temos:

$$\vec{P}_{sis} = \sum_i m_i \vec{v}_i = \sum_i \vec{p}_i \qquad \vec{P}_{sis} = \sum_i m_i \vec{v}_i = M \vec{v}_{cm}$$

→
derivando

$$\frac{d\vec{P}_{sis}}{dt} = M \frac{d\vec{v}_{cm}}{dt} = M \vec{a}_{cm} = \sum_i \vec{F}_{ext}$$

A variação do Momento Linear de um sistema depende das Forças Externas ao sistema

Na ausência de Forças Externas, o Momento Linear de um sistema se conserva.

$$\sum_i \vec{F}_{ext} = 0 \qquad \longrightarrow \qquad \vec{P}_{sis} = \sum_i m_i \vec{v}_i = M \vec{v}_{cm} = \text{constante}$$

Lei da conservação da Quantidade de Movimento

Um astronauta de 60 kg, atira um objeto de 3 kg, com uma velocidade de 4 m/s. Qual é a velocidade de recuo do astronauta?



Considerando-se o sistema constituído por objeto + astronauta, não existem forças externas. Portanto, a Quantidade de Movimento se conserva.

$$\sum_i \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{P}_{sis}}{dt} = 0 \quad \longrightarrow \quad \vec{P}_{sis} = \sum_i m_i \vec{v}_i = M\vec{v}_{cm} = const.$$

$$(m_{astr} \vec{v}_{astr})_i + (m_{obj} \vec{v}_{obj})_i = (m_{astr} \vec{v}_{astr})_f + (m_{obj} \vec{v}_{obj})_f$$

$$0 = (m_{astr} \vec{v}_{astr})_f + (m_{obj} \vec{v}_{obj})_f$$

$$\vec{v}_{astr_f} = -\frac{m_{obj}}{m_{astr}} \vec{v}_{obj_f} = 0,2m / s$$

A Quantidade de Movimento do sistema se conservou, mas a Energia Cinética aumentou !!!

Um núcleo radioativo de tório-227 (massa atômica 227 uma), em repouso, decai em um núcleo de rádio-223, emitindo uma partícula alfa (massa 4,0 uma). Sabendo-se que a energia cinética da partícula alfa é 6,0 MeV. Qual é a energia cinética de recuo do núcleo de rádio?

Thorium-227



Radium-223



Quantidade de Movimento se conserva

$$0 = (m_{\text{alfa}} \vec{v}_{\text{alfa}})_f + (m_{\text{radio}} \vec{v}_{\text{radio}})_f$$

$$|\vec{v}_{\text{radio}}| = \frac{m_{\text{alfa}}}{m_{\text{radio}}} |\vec{v}_{\text{alfa}}|$$

$$\frac{2K_{\text{radio}}}{m_{\text{radio}}} = \left(\frac{m_{\text{alfa}}}{m_{\text{radio}}} \right)^2 \frac{2K_{\text{alfa}}}{m_{\text{alfa}}}$$

$$K_{\text{radio}} = \frac{m_{\text{alfa}}}{m_{\text{radio}}} K_{\text{alfa}} = 0,107 \text{ MeV}$$

Energia cinética da partícula alfa e do rádio

$$K_{\text{alfa}} = \frac{1}{2} m_{\text{alfa}} v_{\text{alfa}}^2 = 6,0 \text{ MeV}$$

$$K_{\text{radio}} = \frac{1}{2} m_{\text{radio}} v_{\text{radio}}^2$$

$$v^2 = \frac{2K}{m}$$

Impulso de uma Força

Este tópico trata as situações envolvendo forças intensas e não constantes, exercidas sobre curtos intervalos de tempo, chamadas Forças Impulsivas.

Definimos o vetor Impulso de uma força, como a integral no tempo desta força.

$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt \quad \text{unidades: N.s}$$

Como: $\vec{F}_{res} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ $\vec{I}_{res} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{res} dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\vec{p}}{dt} dt = \int_{t_1}^{t_2} d\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$

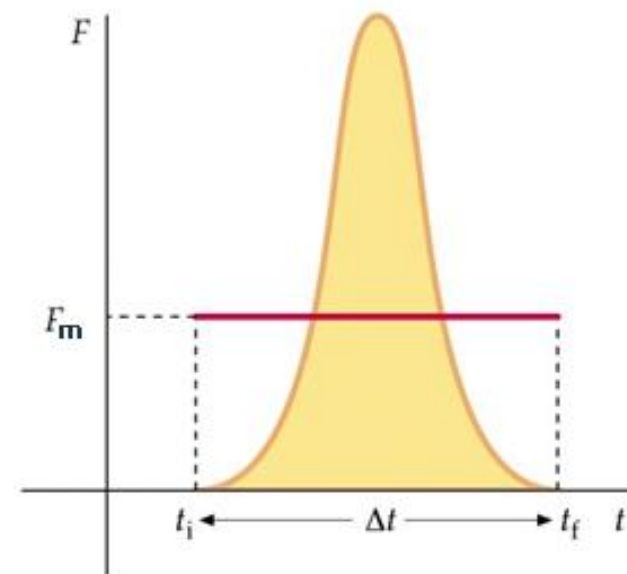
Teorema do Impulso-Quantidade de Movimento para uma partícula.

$$\vec{I}_{ext_{res}} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{ext_{res}} dt = \Delta \vec{P}_{sis}$$

Teorema do Impulso-Quantidade de Movimento para um sistema.

Impulso de uma Força Média

Eventualmente é útil se substituir uma força variável por seu valor médio.



$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_m dt = \vec{F}_m \int_{t_1}^{t_2} dt = \vec{F}_m \Delta t$$

$$\vec{F}_m = \frac{\vec{I}}{\Delta t}$$

Com um eficiente golpe de karatê, um bloco de concreto é partido. Considere a massa da mão $m=0,70\text{ kg}$ e que ela se move a $5,0\text{ m/s}$ quando atinge o bloco, parando $6,0\text{ mm}$ além do ponto de contato. (a) Qual é o impulso que o bloco exerce sobre a mão? (b) Quais são o tempo aproximado de colisão e a força média que o bloco exerceu?

$$\vec{I} = \Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v}$$

$$\vec{I} = (0,70\text{kg}).(5\text{m/s}\hat{j}) = 3,5\text{N}\cdot\text{s}\hat{j}$$

Considerando a desaceleração constante, a velocidade média é a média entre a velocidade inicial e a final (zero).

$$\Delta t = \frac{\Delta y}{v_{med}} = \frac{\Delta y}{(v_i + v_f)/2}$$

$$\Delta t = \frac{0,006\text{m}}{2,5\text{m/s}} = 2,4\text{ms}$$

$$\vec{F}_m = \frac{\vec{I}}{\Delta t} = \frac{3,5\text{N}\cdot\text{s}\hat{j}}{2,4 \times 10^{-3}\text{s}} = 1,5\text{kN}\hat{j}$$

