

Física I (4310126)

2º Semestre de 2016

Instituto de Física
Universidade de São Paulo

Professor: **Luiz Nagamine**

E-mail: nagamines@if.usp.br

Fone: 3091.6877

Centro de Massa de um corpo é um ponto que se move como se toda a massa do corpo estivesse nele concentrada e como se todas as forças externas estivessem aplicadas sobre ele.

Para um corpo constituído de N partículas, o Centro de Massa é dado por

$$\vec{r}_{cm} = \frac{1}{M} (m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots) = \frac{1}{M} \left(\sum_i m_i \vec{r}_i \right)$$

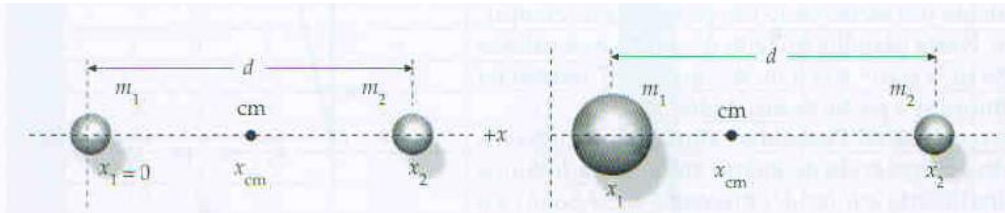
onde $\vec{r}_{cm} = x_{cm} \hat{i} + y_{cm} \hat{j} + z_{cm} \hat{k}$

e $x_{cm} = \frac{1}{M} \left(\sum_i m_i x_i \right)$

$$y_{cm} = \frac{1}{M} \left(\sum_i m_i y_i \right)$$

$$z_{cm} = \frac{1}{M} \left(\sum_i m_i z_i \right)$$

Centro de Massa de um corpo é um ponto que se move como se toda a massa do corpo estivesse nele concentrada e como se todas as forças externas estivessem aplicadas sobre ele.



Para duas partículas unidas por uma haste de comprimento d

$$x_{cm} = \frac{1}{M} (m_1 x_1 + m_2 x_2)$$

$$x_{cm} = \frac{1}{M} (m_1 x_1 + m_2 (x_1 + d))$$

$$x_{cm} = x_1 + \frac{m_2 d}{m_1 + m_2}$$

Colocando o referencial na partícula 1

$$x_{cm} = \frac{1}{M} (m_2 d) = \frac{m_2 d}{m_1 + m_2}$$

O Trabalho no Centro de Massa

No caso de sistemas que não podem ser tratados como partículas, uma alternativa é tratar apenas do centro de massa do sistema.

Para um sistema de partículas podemos considerar apenas as forças externas agindo sobre as partículas.

$$\vec{F}_{ext_{res}} = \sum \vec{F}_{ext_i} = M\vec{a}_{cm}$$

$$M = \sum m_i$$

Fazendo-se o produto escalar desta equação pelo vetor velocidade do centro de massa, temos

$$\vec{F}_{ext_{res}} \cdot \vec{v}_{cm} = M\vec{a}_{cm} \cdot \vec{v}_{cm}$$

$$\vec{F}_{ext_{res}} \cdot \vec{v}_{cm} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} M v_{cm}^2 \right)$$

$$\vec{F}_{ext_{res}} \cdot \vec{v}_{cm} = \frac{dK_{trans_{cm}}}{dt}$$

Energia cinética de translação, é a energia cinética associada ao centro de massa.

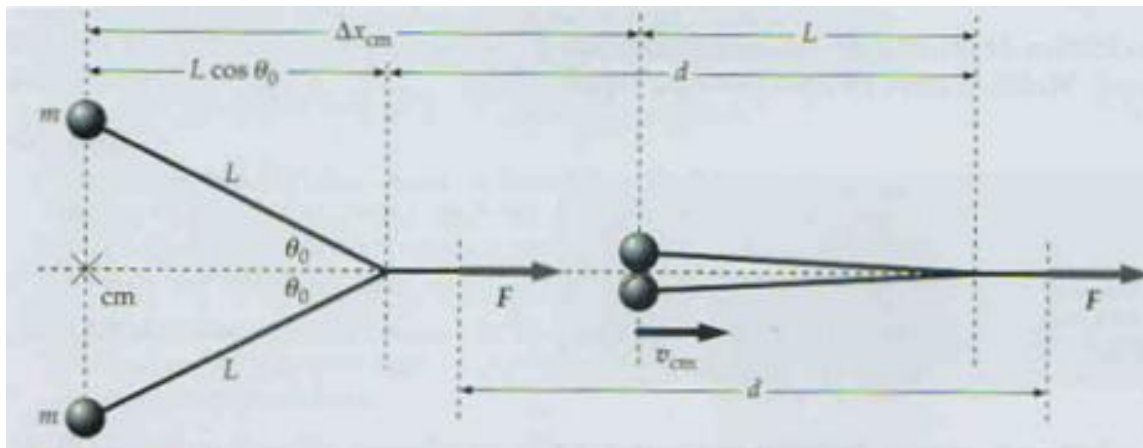
Vamos estabelecer uma relação matemática útil

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} v^2 \right) &= \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} (\vec{v} \cdot \vec{v}) \right) = \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} + \vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \right) = \\ &= \frac{1}{2} \left(2 \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} \right) = \vec{a} \cdot \vec{v} \end{aligned}$$

$$W_{cm} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F}_{ext_{cm}} \cdot d\vec{l}_{cm} = \Delta K_{trans_{cm}}$$

O Trabalho no Centro de Massa

Dois discos idênticos estão sobre uma mesa de ar, ligados por um fio. Os discos têm massa m e estão inicialmente em repouso. Uma força F constante acelera o sistema para a direita. Após o ponto de aplicação da força ter se movido uma distância d , os discos colidem e grudam. Qual é a rapidez dos discos imediatamente após a colisão?



$$W_{cm} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F}_{ext_{cm}} \cdot d\vec{l}_{cm} = \Delta K_{trans_{cm}}$$

Determinando Δx

$$\Delta x_{cm} + L = L \cos \theta_0 + d$$

$$\Delta x_{cm} = d - L(1 - \cos \theta_0)$$

$$\int_{P_1}^{P_2} F \hat{i} \cdot dx_{cm} \hat{i} = \Delta K_{trans_{cm}} = K_{trans_f}$$

$$F \Delta x_{cm} = K_{trans_f} = \frac{1}{2} (2m) v_{cm}^2 \longrightarrow v_{cm}^2 = \frac{F}{m} \Delta x_{cm} \longrightarrow v_{cm} = \sqrt{\frac{F[d - L(1 - \cos \theta_0)]}{m}}$$

Potência

A definição de Trabalho não informa sobre o tempo tomado para a sua realização.

Em física, a taxa na qual uma força realiza trabalho é chamada de Potência (P). Ou seja, a Potência é a taxa de transferência de Energia, através da realização de um Trabalho.

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{l} = \vec{F} \cdot \vec{v} dt \quad \xrightarrow{\text{Potência}} \quad \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = P$$

Dois motores que elevam uma certa carga até uma dada altura gastam a mesma quantidade de energia, mas a potência é maior para a força que realiza o trabalho no menor tempo.

No SI, a unidade para a Potência é o Watt (W)

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$$

As companhias de energia elétrica usam o kW.h como unidade de energia. Esta é a energia transferida em 1 hora a uma taxa constante de 1 kW.

$$1 \text{ kW.h} = (10^3 \text{ W})(3600 \text{ s}) = 3,6 \times 10^6 \text{ W.s} = 3,6 \text{ MJ}$$

Potência

Um pequeno motor é usado para operar como um elevador que levanta uma carga de tijolos que pesa 500 N até a altura de 10 m, em 20 s, com rapidez constante. O elevador pesa 300 N. Qual é a potência desenvolvida pelo motor?

Potência

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = Fv \cos \phi = Fv$$

$$P = (800 N) \frac{10 m}{20 s} = 400 W$$

