

Notas de aula sobre: TENSÃO E DEFORMAÇÃO

A denominação “corpo rígido” é uma abstração matemática conveniente, pois toda substância real em maior ou menor medida sofre deformações sob os efeitos de forças que forem aplicadas a ela. A mudança de forma, volume, comprimento, etc. de um corpo sob a ação de forças externas é determinada pelas forças entre as moléculas que o formam. Não entraremos no detalhe de estudar forças moleculares, que é tema de estudo de uma área da física que estuda as propriedades dos átomos de um elemento, inferindo o comportamento de sólidos a partir dessas propriedades.

Quando os corpos não são rígidos, mas deformáveis, são necessárias outras informações para determinar as forças no equilíbrio. O corpo rígido é um modelo idealizado útil, porém a dilatação, a compressão e a torção de corpos rígidos quando aplicamos forças sobre um corpo real são muito importantes e não podem ser desprezadas.


Alguns exemplos são:

- forças aplicadas a um carro com pneus com diferente enchimento,
- deformação de vigas, portanto das forças de apoio,
- alongamento de cordas no cálculo das tensões, deflexão dos cabos; etc.
- Um cabo submetido a um *alongamento*, dilatado por forças que atuam sobre as extremidades.
- Um submarino sob *compressão*, comprimido por todos os lados pela força de pressão da água.
- Uma barra de direção sob *cisalhamento*, torcida por forças em suas extremidades que produzem torques em torno do seu eixo.

Se um corpo sólido está sujeito a forças que tendem a esticá-lo, cortá-lo ou comprimi-lo, sua forma se altera. Se depois de removidas as forças o corpo volta à forma original, diz-se que ele é **elástico**. Em geral, os corpos são elásticos se as forças estiverem abaixo de um certo máximo, ou **limite elástico**. Se as forças excederem esse limite, o corpo não retorna a forma original e fica permanentemente deformado.

Para cada tipo de deformação se define uma grandeza chamada **tensão**, que caracteriza a intensidade das forças que produzem a dilatação, a compressão ou a torção, usualmente descrita como força por unidade de área. A **deformação**, é a outra grandeza utilizada neste tipo de análises.

Tensão e deformação na dilatação e na compressão.

Seja uma barra sólida de comprimento L , sujeita a uma **força tensil** F (ou a uma tensão de dilatação) que atua por igual à esquerda e à direita. Neste caso a força atua em uma direção perpendicular à secção reta. 

Supõe-se que as forças em cada secção reta estejam uniformemente distribuídas sobre a secção. A barra está em equilíbrio, mas as forças tendem a aumentar o comprimento. A variação relativa do comprimento da barra, $\Delta L/L$ é a **deformação** ou **deformação por dilatação**.

A razão entre a força F e a área da secção reta A é chamada de **tensão de tração ou tensão de dilatação**:

Tensão = F/A Essa grandeza é escalar, F é o módulo da força. A unidade no SI da Tensão é o Pascal, Pa. $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$.

As unidades de tensão são as mesmas que as de pressão, que utilizaremos nos assuntos a seguir.

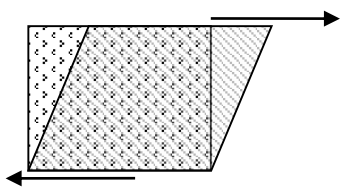
A razão entre a tensão e a deformação, para alguns materiais possui um comportamento linear, cuja inclinação é uma constante é chamado “**Módulo de Young**” **Y**:

$$Y = \frac{\text{tensão}}{\text{deformação}} = \frac{F/A}{\Delta L/L}$$

cujas unidades são N/m². Na tabela 12-1 da página 336 do

Tipler 5ta. ed. ou 417 da sexta ed., podem verificar alguns valores para o módulo de Young, resistências à tração, compressão de alguns materiais.

Se uma barra sólida estiver sujeita a forças que tendem a comprimi-la em vez de alongá-la, a tensão é a **tensão de compressão** e a deformação ocasionada por essa compressão é a **deformação de compressão**. Para muitos materiais a tensão de compressão e a tensão de tração são iguais. No caso da compressão, o ΔL analisado como deformação, é a diminuição do comprimento da barra e não o alongamento. Se a tensão de tração ou de compressão for muito grande, haverá fratura da barra. A tensão de tração que provoca a ruptura da barra é denominada **resistência à tração**. No caso da compressão, **resistência à compressão**. Na tabela da pg. 336 do Tipler 5ta. ed. ou 419 da sexta ed., há valores desses parâmetros. Nela pode ser observado que para os ossos do corpo humano há tensões de compressão e de tração muito diferentes.

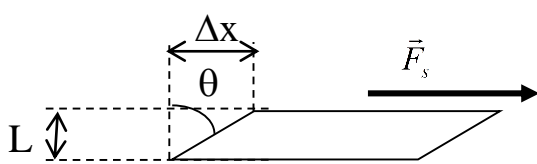


Se observarmos um bloco submetido a forças paralelas a duas faces opostas vemos que pode sofrer uma deformação.

Essa relação de tensão-deformação é a denominada *cisalhamento*. Neste caso a força aplicada é tangente à superfície do material, resultando em uma deformação do corpo. A força de cisalhamento é aquela força aplicada tangencialmente à face superior de um objeto (um livro, por exemplo). A razão entre o módulo da força e cisalhamento e a área A é denominada tensão de cisalhamento. *Tensão de cisalhamento* = $\frac{F}{A}$

$$\text{Tensão de cisalhamento} = \frac{F}{A}$$

Uma tensão de cisalhamento tende a deformar o corpo como aparece na figura:



A razão $\Delta X/L$ é a deformação por cisalhamento.

$$\text{deformação de cisalhamento} = \frac{\Delta X}{L} = \text{tg } \theta$$

onde θ pode ser observado na figura. Em uma situação real, ΔX é quase sempre muito menor que L , então, $\text{tg } \theta$ é aproximadamente igual a θ (em radianos), e a deformação é simplesmente o ângulo θ medido em radianos.

De maneira similar que com o alongamento, a razão entre a tensão de cisalhamento e a deformação por cisalhamento é denominada “**módulo de cisalhamento**” M_s .

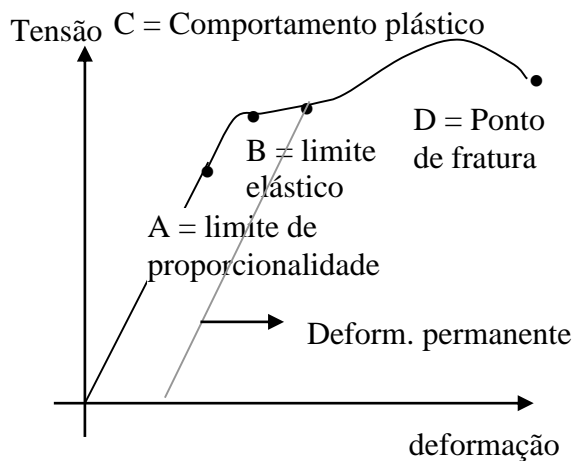
$$M_s = \frac{\text{tensão de cisalhamento}}{\text{deformação de cisalhamento}} = \frac{F_s/A}{\Delta X/L} = \frac{F_s/A}{\text{tg } \theta}$$

A deformação de cisalhamento é um número puro, desacompanhado de qualquer unidade porque é a razão entre dois comprimentos.

O **módulo de cisalhamento** também é conhecido como módulo de torção. É praticamente constante para pequenas tensões de onde a deformação de cisalhamento é uma função linear da tensão de cisalhamento. Esta é a lei de Hooke para a tensão de torção. Vocês vão achar tabelas de valores para o Módulo de cisalhamento. Vejam pg. 337 ou 419 do Tipler.

A relação entre cada um dos três tipos de tensão e suas correspondentes deformações desempenha um papel importante no ramo da física, *teoria da elasticidade*, e seu correspondente na engenharia, *Resistência de materiais*. Quando se faz um gráfico de qualquer tipo de tensão versus a deformação correspondente, obtém-se gráficos de tensão-deformação de várias formas, dependendo da natureza do material.

Analisando o comportamento da tensão em função da deformação no caso de um material dúctil, por exemplo de barra sólida, a tensão é de tração e a deformação é a percentagem da deformação. Vemos que a representação desses valores possui um comportamento linear até um ponto A (chamado limite de proporcionalidade, com uma deformação < 1%).

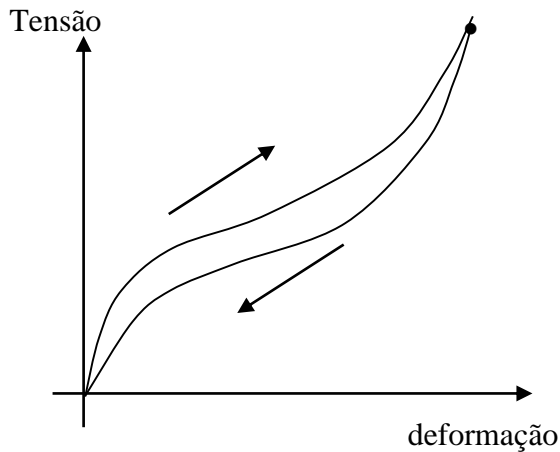


A relação proporcional entre tensão e deformação nesta região é chamada lei de Hooke (do comportamento de uma mola em espiral).

De A a B a tensão e deformação não são mais proporcionais mas, se a carga sobre o material for retirada em qualquer ponto entre 0 e B, o material voltará ao seu comprimento original. Na região 0B diz-se que o material é elástico, ou que apresenta um *comportamento elástico*, e o ponto B é chamado limite de elasticidade. Até

esse ponto as forças são conservativas, mas, quando o material volta a sua forma primitiva, o trabalho realizado na produção de deformação é recuperado e a deformação é reversível. Aumentando-se ainda mais a carga sobre o material, a deformação crescerá rapidamente, mas quando a carga for retirada em algum ponto além de B, por exemplo em C, o material não retorna ao seu comprimento original e diz-se que o material apresenta uma deformação permanente. Maior aumento de carga além de C produz maior aumento na deformação até que o ponto D seja alcançado, quando então ocorre uma ruptura. De B a D diz-se que o material sofre um *fluxo de deformação plástica*, durante o qual ocorrem deslizamentos dentro do material ao longo dos planos de tensão máxima de cisalhamento. Se uma grande deformação plástica ocorrer entre o limite de elasticidade e o ponto de ruptura, diz-se que o material é dúctil. Se entretanto, a ruptura ocorrer logo depois do limite de elasticidade, diz-se que o material é frágil.

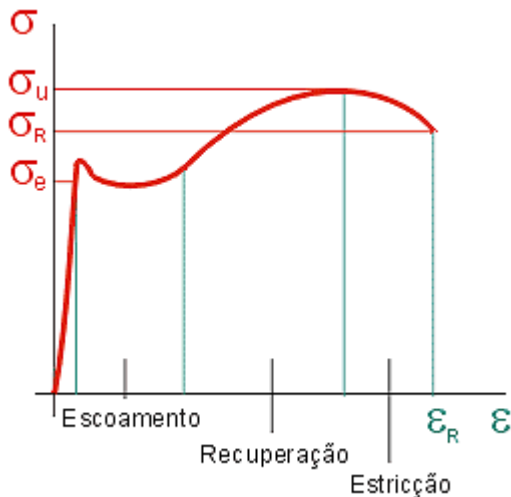
Há materiais para os quais o diagrama de tensão-deformação não apresenta nenhuma



região proporcional entre ambas grandezas. No caso de borracha, por exemplo, sendo elástica, quando a carga é retirada, volta ao seu comprimento original, mas as curvas para aumento e diminuição da carga não coincidem. Este fenômeno é conhecido como *histerese*. A área limitada pelas duas curvas é a área dentro do *anel de histerese* igual à energia dissipada dentro do material elástico. Um fenômeno análogo é observado nos materiais magnéticos e o fenômeno é chamado *histerese*

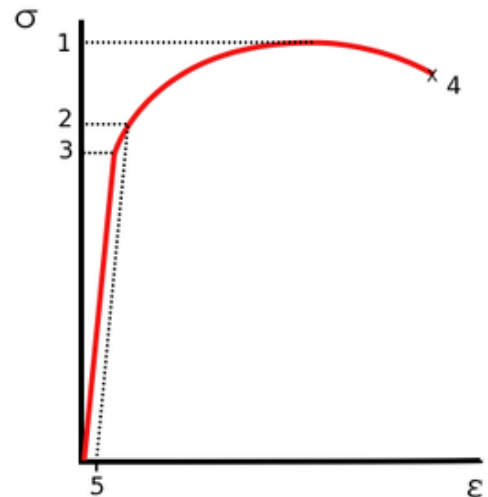
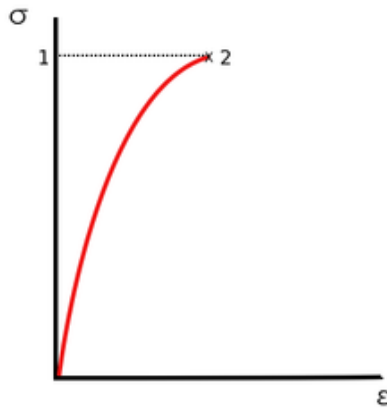
magnética.

A grande histerese elástica de alguns materiais tipo borracha os tornam muito valiosos como absorvedores de vibrações. A tensão necessária para causar ruptura de no material é chamada tensão de ruptura ou força máxima.



su: tensão última (máxima tensão que se atinge)
SR: tensão de ruptura (tensão que, se atingida, provoca a ruptura do material)
se: tensão de escoamento
εR: deformação de ruptura (deformação que, se atingida, provoca a ruptura do material)

Assim, é possível obter o gráfico tensão-deformação, que varia conforme o material analisado. Por exemplo, os materiais frágeis, como [cerâmicas](#) e [concreto](#), não apresentam um limite de escoamento. Já os materiais [dúcteis](#), como o alumínio, não apresentam o limite de escoamento bem definido.



☞ Diagrama tensão-deformação para um material frágil:	Diagrama tensão-deformação para uma liga típica de alumínio
1. máxima tração	1. Tensão máxima de tração
2. Tensão de Ruptura.	2. Limite de escoamento
	3. Tensão limite de proporcionalidade
	4. Ruptura
	5. Deformação "offset" (tipicamente 0,002).

Obtida de "[http://pt.wikipedia.org/wiki/Ensaio de tração](http://pt.wikipedia.org/wiki/Ensaio_de_tra%C3%A7%C3%A3o)"

Categoria: [Ciência dos materiais](#)

deformações permanentes. Na curva tensão deformação, a ruptura se situa na fase elástica ou imediatamente ao fim desta, não havendo fase plástica identificável.

A curva tensão-deformação é uma descrição gráfica do comportamento de deformação de um material sob carga de tração uniaxial. A curva é obtida no chamado ensaio de tração.

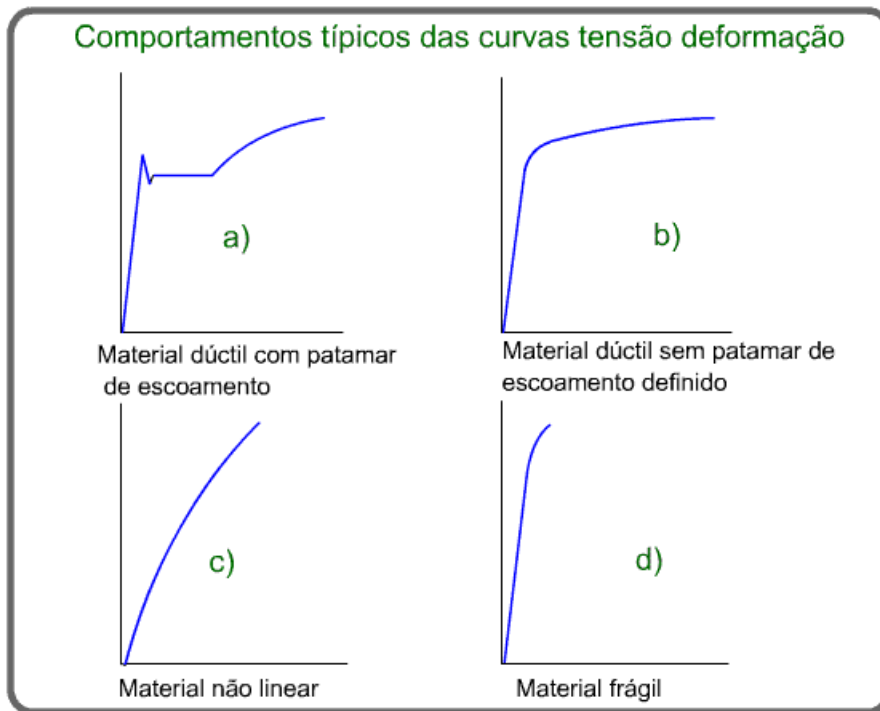
O ensaio consiste em carregar um corpo de prova, submetendo-o a uma carga de tração que aumenta gradativamente. Os valores de carga e deslocamento são medidos continuamente ao longo do ensaio e traçada a curva de comportamento. As máquinas e equipamentos convencionais utilizados no ensaio de tração podem ser combinadas com equipamentos auxiliares que geram a curva de comportamento, tomando os valores de engenharia tanto para a tensão como para a deformação.

Pode-se dizer que para materiais metálicos existem dois formatos típicos de curvas: as curvas para os metais dúcteis e as curvas para os metais frágeis.

Em termos genéricos pode-se dizer que:

- Um material dúctil é aquele que pode ser alongado, flexionado ou torcido, sem se romper. Ele admite deformação plástica permanente, após a deformação elástica. A deformação plástica em geral é acompanhada de encruamento, que será explicado adiante. Na curva tensão deformação destes materiais, a região plástica é identificável. O ponto de escoamento determina a transição entre as fases elástica e plástica (com ou sem patamar na curva).
- Um material frágil rompe-se facilmente, ainda na fase elástica. Para estes materiais o domínio plástico é praticamente inexistente, indicando sua pouca

capacidade de absorver deformações permanentes. Na curva tensão deformação, a ruptura se situa na fase elástica ou imediatamente ao fim desta, não havendo fase plástica identificável.



Em a) vê-se um material dúctil típico, como um aço de baixo carbono recozido. Entre os materiais dúcteis existem aqueles que não mostram claramente o patamar de escoamento, como em b). As figuras c) e d) mostram possíveis curvas de comportamento para materiais frágeis. No caso c) aparece um comportamento não linear em baixos níveis de tensão, que é característica dos ferros fundidos. Já em d) o comportamento é elástico e linear até próximo da ruptura, característica de materiais cerâmicos e ligas fundidas de elevada dureza.

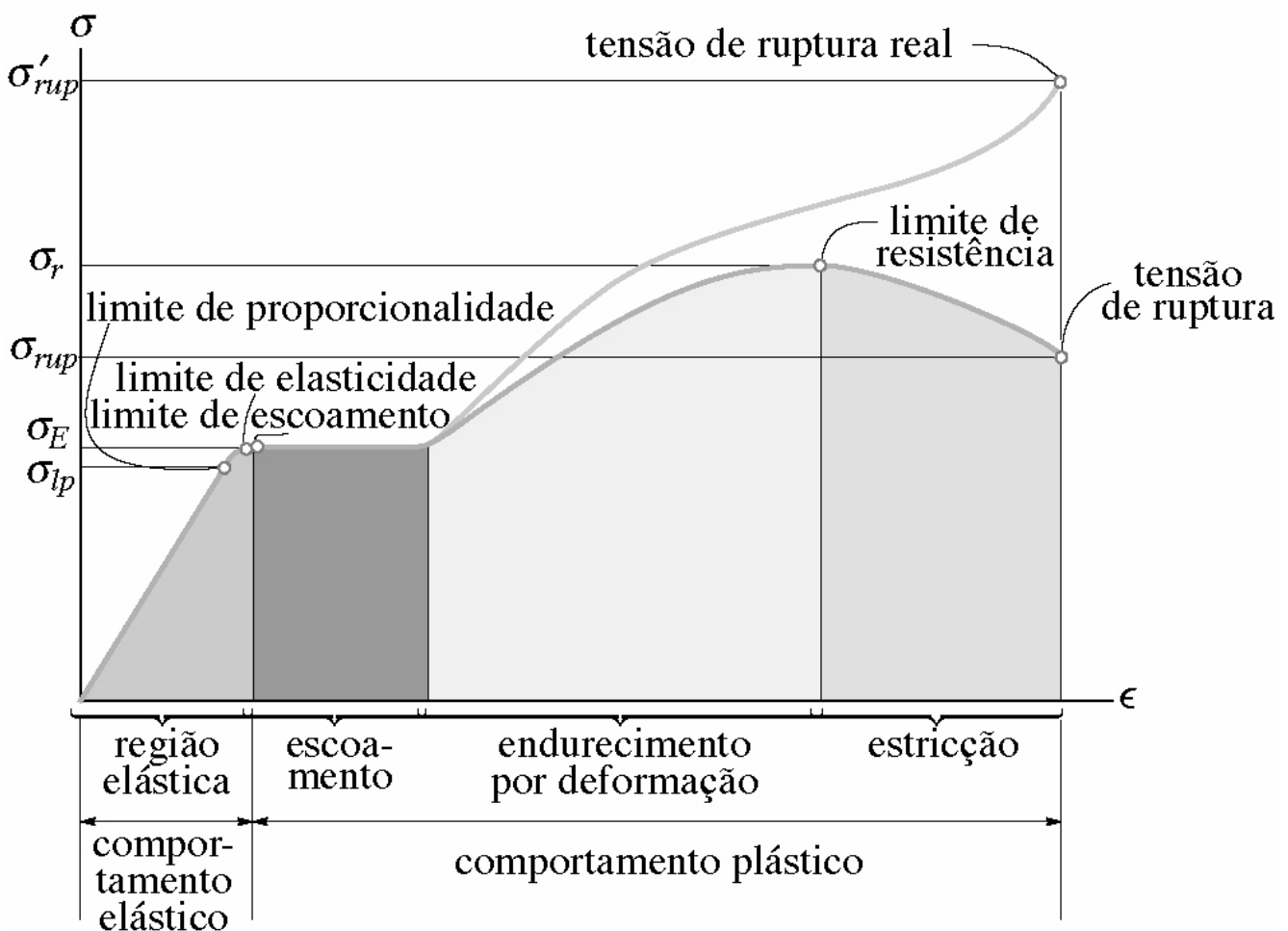
OBSERVAÇÃO: a classificação de materiais dúcteis e frágeis não é rígida, pois um material pode mudar suas características de comportamento, por influência de vários fatores como por exemplo, a temperatura de trabalho. Altas temperaturas tendem a promover o comportamento dúctil. Baixas temperaturas tendem a promover o comportamento frágil. Então um material de comportamento frágil em temperatura ambiente poderá se tornar dúctil em altas temperaturas, ou um material dúctil se tornar frágil em baixas temperaturas.

Os parâmetros de comportamento do material do corpo de prova são as tensões e deformações típicas de cada fase do teste de tração, como especificado a seguir. As tensões obtidas no teste de tração são dados importantes tanto para o projeto de componentes e estruturas que trabalharão na fase elástica como para os que trabalharão na fase plástica.

O Ensaio de Tração

Em termos gerais o teste de tração tem uma só conduta de procedimentos. Basicamente um corpo de prova é submetido a uma carga de tração crescente até atingir a ruptura. As medições feitas ao longo do teste é que diferem, de acordo com o tipo de comportamento do material. Assim, para materiais frágeis, os parâmetros da zona elástica e a tensão de ruptura são identificados no teste. Para os materiais dúcteis, é necessário identificar outros parâmetros, como as tensões durante a fase não linear de deformações, as tensões durante o escoamento e a tensão máxima antes da ruptura.

Devido à sua simplicidade e ao grande número de informações que pode ser obtido do ensaio de tração uniaxial dos metais, este ensaio é amplamente utilizado e existem muitas normas técnicas que o regulamentam. O traçado da curva é feito pelo registro das deformações na direção da tensão, para cada valor da tensão no processo de carregamento. Obtém-se assim a curva tensão x deformação.



Diagramas tensão-deformação convencional e real para material dúctil (aço) (sem escala)

Lei de Hooke

É a Relação linear entre tensão e deformação na região de elasticidade. Foi descoberta por Robert Hooke, em 1676, com o auxílio de molas.

$$\sigma = E\epsilon \quad (3)$$

onde E é a constante de proporcionalidade, módulo de elasticidade ou módulo de Young, nome derivado de Thomas Young que explicou a Lei em 1807.

Um material é chamado de linear-elástico se a tensão for proporcional a deformação dentro da região elástica. Essa condição é denominada Lei de Hooke e o declive da curva é chamado de módulo de elasticidade E .