

Campos magnéticos em materiais

Prof. Manfredo H. Tabacniks

Campos magnéticos em materiais

A maioria dos materiais interage com \mathbf{B} do mesmo modo que dielétricos interagem com \mathbf{E} .

Materiais magnéticos são usados em:

- motores
- transformadores
- armazenamento de informação (discos, fitas...)
- atuadores e sensores
- controle e foco de feixes eletrônicos e iônicos
- dispositivos de diagnóstico médico

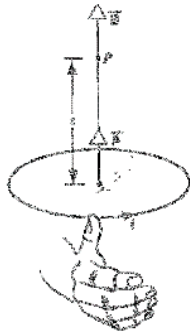
Principais materiais magnéticos

- metais e ligas *ferromagnéticas*
 - ferro
 - níquel
 - cobalto
- cerâmicas *ferrimagnéticas*
 - ferrite
 - garnet

Comportamento magnético

- É determinado pela *estrutura eletrônica* do material que cria *dipolos magnéticos*.
- Pode ser modificado alterando a composição, a microestrutura e o processamento dos materiais básicos

Dipolos magnéticos



Campo magnético de uma espira de corrente (no eixo)

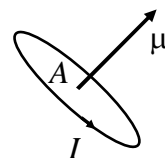
$$B = \frac{\mu_0 i R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

para $z \gg R$ $B = \frac{\mu_0 i R^2}{2z^3} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i\pi R^2}{z^3}$

momento de dipolo magnético $\mu = iA$
($p/1$ espira, N espiras $\times N$)

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\vec{\mu}}{z^3} \quad \begin{array}{l} \text{no eixo} \\ \text{longe da espira} \end{array}$$

Dipolos magnéticos



Momento de dipolo de uma espira: $\vec{\mu} = I.A.\hat{n}$

Muitos sistemas físicos têm momento de dipolo magnético permanente:

núcleo do átomo de N	$2,04.10^{-28}$ (J/T)
átomo de nitrogênio	$2,8 .10^{-23}$ (J/T)
próton	$1,41.10^{-26}$ (J/T)
neutron	$9,65.10^{-27}$ (J/T)
elétron	$9,28.10^{-24}$ (J/T)
ímã pequeno	5 (J/T)
Terra	$8,0 .10^{22}$ (J/T)

Dipolos magnéticos e momentos magnéticos

Magnetização

criados pelos elétrons

Orientação dos dipolos magnéticos (permanentes ou induzidos) de um material num campo magnético.

Realça efeitos do campo magnético externo permitindo armazenar mais *energia magnética*. Essa energia pode ser armazenada de forma *permanente* ou *temporária* e pode ser usada para realizar *trabalho*.

Magnetização

Num sistema qualquer em vácuo, com corrente elétrica I (de cargas livres), $\vec{B} = \mu_0 \cdot cte \cdot I_L$ onde a *cte* depende da particular geometria.

Num meio material, a magnetização do material gera um campo \vec{M} que pode ser associado a uma corrente elétrica “induzida”, e deve ser somado ao campo produzido pelas cargas livres.

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} = cte \cdot I_L \cdot \hat{i} + \vec{M}$$

\vec{H}

Aqui I_L explicita a corrente de cargas livres

Com \vec{B}/\vec{M} temos duas alternativas:

- 1) $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M}$
- 2) $\vec{B} = \mu \vec{H}$

Não confundir com momento magnético

4320293 (2014)

M Tabacniks - IFUSP

7

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{H} + \mu_0 \cdot \vec{M}$$

ou

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$$

O campo no meio material é descrito pela magnetização, \vec{M} .
Tudo se passa como se houvessem 2 componentes no vácuo.

\vec{H} é o campo magnético

- depende só de I_{livre} e da geometria
- não depende do meio ($\mu, \mu_0 \dots$)

\vec{B} é o campo de *indutância*.

O meio material é descrito por um coeficiente de permeabilidade magnética μ e se consideram apenas as correntes livres descritas por \vec{H} .

4320293 (2014)

M Tabacniks - IFUSP

8

Lei de Ampère (num material com permeabilidade magnética μ)

$$\mathbf{B} = \mu_0 \cdot \mathbf{H} + \mu_0 \cdot \mathbf{M} \quad \text{ou} \quad \mathbf{B} = \mu \cdot \mathbf{H}$$

$$\oint_C \vec{B} d\vec{\ell} = \mu I_L$$

$$\oint_C \frac{\vec{B}}{\mu} d\vec{\ell} = I_L$$

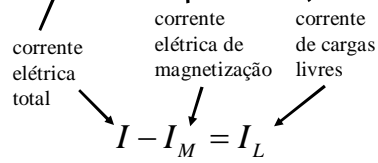
$$\oint_C \vec{H} d\vec{\ell} = I_L$$

$$\oint_C \vec{H} d\vec{\ell} = I_L$$

$$\oint_C \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \right) d\vec{\ell} = I_L$$

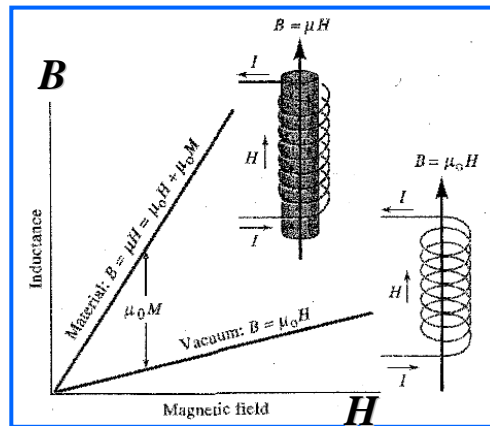
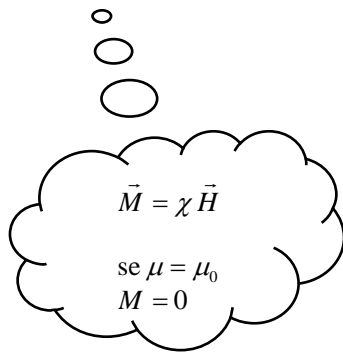
$$\oint_C \frac{\vec{B}}{\mu_0} d\vec{\ell} - \oint_C \vec{M} d\vec{\ell} = I_L$$

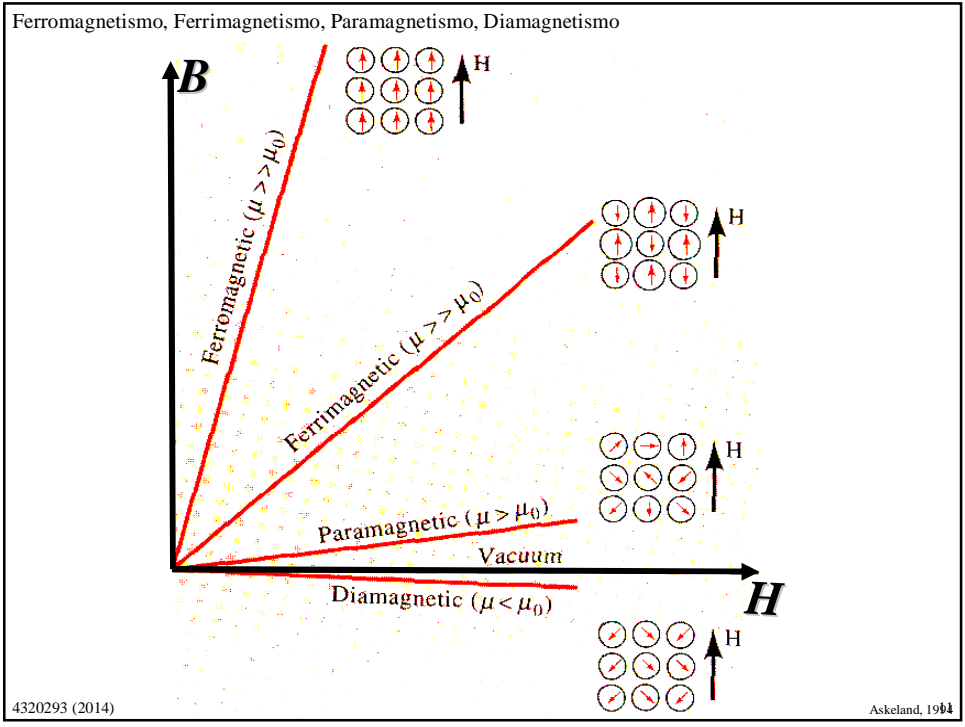
H é o campo magnético
 • depende só de I_{livre} e da geometria
 • não depende do meio ($\mu, \mu_0 \dots$)
B é o campo de *indutância*.



dado que $\frac{B}{\mu_0} = H + M$ e $\frac{B}{\mu} = H$

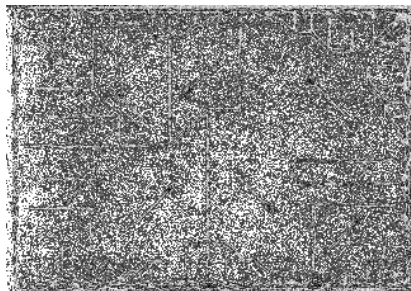
$\frac{M}{H} = \frac{\mu}{\mu_0} - 1 = \chi$ susceptibilidade magnética



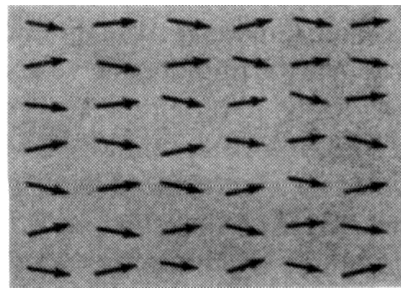


Ferromagnetismo (domínios)

Domínios desorientados



Domínios alinhados



Susceptibilidade magnética, $\chi=(\mu/\mu_0-1)$

Paramagnéticos (têm μ permanente e são atraídos por um ímã)

Alumínio	$2,3 \times 10^{-5}$
Cromo	$2,7 \times 10^{-4}$
Oxigênio (CNPT)	$2,1 \times 10^{-6}$

Diamagnéticos (repelidos pelo campo magnético)

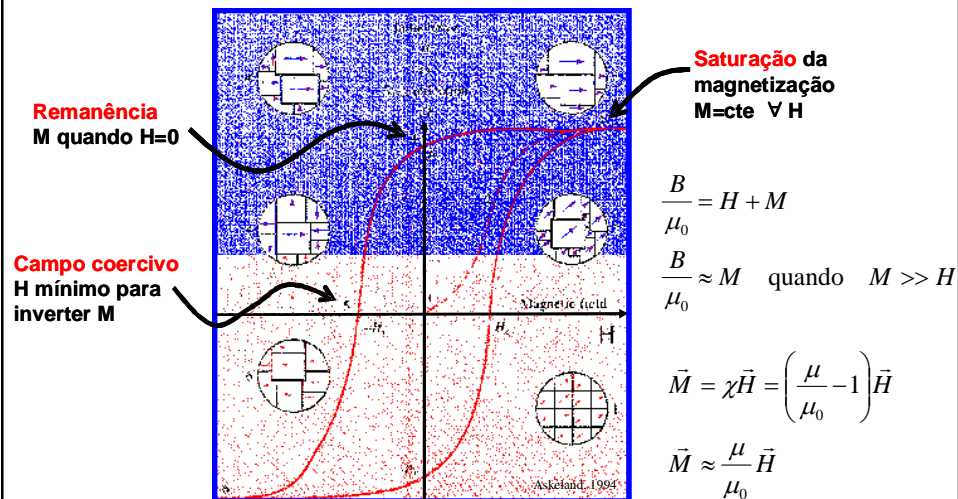
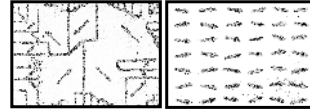
Cobre	$-9,8 \times 10^{-6}$
Nitrogênio (CNPT)	$-5,0 \times 10^{-9}$
Mercúrio	$-2,9 \times 10^{-5}$

Ferromagnéticos (têm μ permanente e alinhado em domínios)

Ferro	< 5000
permalloy (55%Fe-45%Ni)	< 25000
supermalloy (79%Ni, 16%Fe, 5%Mo)	< 800000

Ferromagnetismo ($\mu \gg \mu_0$)

B é função não linear de H ou seja, $\mu \neq \text{cte}$.



Ferromagnetismo ($\mu \gg \mu_0$)

Material magnético “mole” para transformadores, bobinas, sensores, etc.

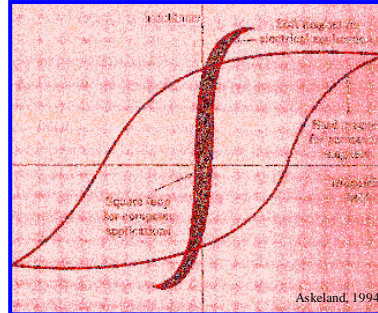
- alta saturação (permite campos magnéticos intensos)
- alta permeabilidade ($\mu/\mu_0 \gg 1$)
- baixo campo coercivo (material dócil)
- baixa remanência (não fica imantado)
- rápida resposta em frequência (permite frequências elevadas)
- alta resistividade elétrica (baixas correntes de Foucault)

Material magnético “duro” para imã permanente.

- alta saturação (cria campo magnético intenso)
- alta permeabilidade ($\mu/\mu_0 \gg 1$)
- alto campo coercivo (insensível a campo externo)
- alta remanência (fica imantado)

Material magnético para armazenar informação.

- baixa saturação (não exige campos intensos)
- média permeabilidade ($\mu/\mu_0 \gg 1$)
- baixo campo coercivo (fácil inversão)
- média remanência (fica um pouco imantado)
- curva de histerese “quadrada”



4320293 (2014)

M Tabacniks - IFUSP

15

Solenóide vazio: $B = 6,5 \times 10^{-4} \text{ T}$

c/ Núcleo de ferro $B = 1,4 \text{ T}$

$$B = \mu_0 H + \mu_0 M$$

$$B_0 = \mu_0 H$$

$$B = \mu H$$

$$M = \chi H$$

$$\kappa_M = \frac{B}{B_0} = \frac{\mu}{\mu_0}$$

$$\kappa_M = \frac{B}{B_0} = \frac{\mu_0 H + \mu_0 M}{\mu_0 H} = 1 + \frac{\mu_0 M}{\mu_0 H} = 1 + \chi$$

$$\kappa_M = 1 + \chi$$

$$\kappa_M = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{B}{B_0} = \frac{1,4 \text{ T}}{6,5 \times 10^{-4} \text{ T}} = 2200$$

$$\chi = \frac{\mu}{\mu_0} - 1 = 2199$$

$$M = \frac{B}{\mu_0} - H = \frac{B}{\mu_0} - \frac{B_0}{\mu_0}$$

$$M = \frac{1,4 \text{ T} - 6,5 \times 10^{-4} \text{ T}}{4\pi \times 10^{-7} \text{ Tm/A}}$$

$$M = 1,1 \times 10^6 \text{ A/m} \quad \text{ou} \quad \frac{\text{Am}^2}{\text{m}^3}$$

$$\frac{M}{H} = \frac{\mu}{\mu_0} - 1 = \chi$$

4320293 (2014)

M Tabacniks - IFUSP

16

Solenóide vazio: $B=6,5 \times 10^{-4} \text{ T}$
 c/ Núcleo de ferro $B = 1,4 \text{ T}$

$$M = \frac{1,4 \text{ T} - 6,5 \times 10^{-4} \text{ T}}{4\pi 10^{-7} \text{ Tm/A}}$$

$$M = 1,11 \times 10^6 \frac{\text{Am}^2}{\text{m}^3}$$

qual o momento magnético por átomo?

$$\mu = \frac{M [\text{Am}^2/\text{m}^3]}{n [\text{at}/\text{m}^3]}$$

$$n = \frac{\text{atomos}}{\text{volume}} = \frac{\text{massa}}{\text{volume}} \frac{\text{atomos/mol}}{\text{massa/mol}}$$

$$n = \rho \frac{N_A}{A}$$

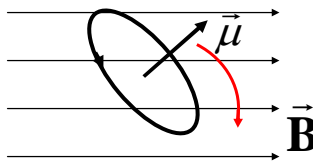
$$n = 7,87 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \frac{6.02 \times 10^{23} [\text{at/mol}]}{55.8 [\text{g/mol}] \times 10^3}$$

$$n = 8,49 \times 10^{28} \text{ at/m}^3$$

$$\mu = \frac{M}{n} = \frac{1,11 \times 10^6}{8,49 \times 10^{28}} = 1,31 \times 10^{-23} \text{ J/T} = 1,4 \mu_B$$

$$\mu_B = \mu_e = 9.27400915(23) \times 10^{-24} \text{ J/T}$$

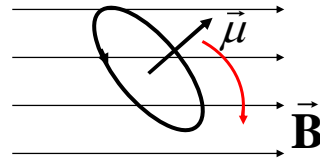
Dipolo magnético num campo magnético



Dipolo magnético num campo magnético

torque num momento de dipolo imerso
num campo magnético

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$



Procura alinhar μ com B .
Posição de mínima energia

Dipolo magnético num campo magnético

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

estudado no caso da espira retangular

Qual o trabalho para rodar
um momento magnético?

$$W = \vec{F} d\vec{l} = F dl \cos \theta$$

$$W_{\perp} = \frac{\tau}{r} r d\theta = \tau d\theta$$

$$U(\theta) = \int \tau \cdot d\theta + cte$$

= 0 por
conveniência

$$U(\theta) = \int |\vec{\mu} \times \vec{B}| \cdot d\theta$$

$$U(\theta) = \mu B \int \sin \theta' \cdot d\theta'$$

$$U(\theta) = -\mu B \cos \theta = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$



Dipolo magnético num campo magnético



$$U(\theta) = \int \tau \cdot d\theta + cte$$

$$U(\theta) = \int |\vec{\mu} \times \vec{B}| d\theta$$

$$U(\theta) = \mu B \int \sin\theta' d\theta'$$

$$U(\theta) = -\mu B \cos\theta = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

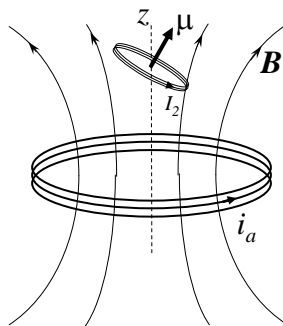
Para o *sistema* dipolo e campo

$$U(0) = -\mu B$$

$$U(\pi/2) = 0$$

$$U(\pi) = +\mu B$$

Dipolo magnético num campo magnético não uniforme - I



$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu B \cos\theta$$

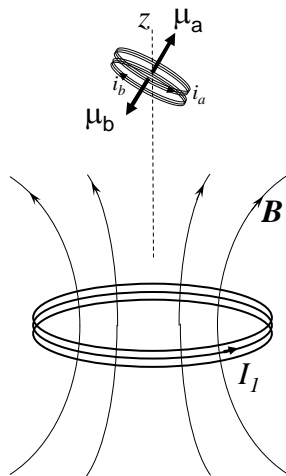
$$F = -\frac{dU}{dz} = +\mu \left(\frac{dB}{dz} \right) \cos\theta$$

$$\vec{F} = F(-\hat{z})$$

sentido de \vec{B} mais intenso

ATRAÇÃO!

Dipolo magnético induzido em \mathbf{B} não uniforme - II

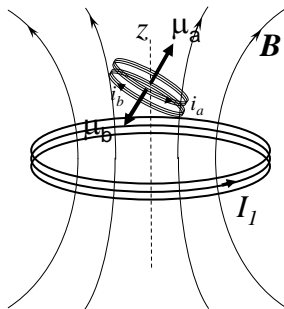


Espira dupla com correntes opostas e iguais

$$\vec{\mu} = \vec{\mu}_a + \vec{\mu}_b = 0$$

O que acontece ao aproximar o imã externo das espiras duplas (um sistema com $\mu = 0$) ?

Dipolo magnético induzido em \mathbf{B} não uniforme - II



Aumentar o campo externo induz uma corrente “extra” nas espiras que tenta reduzir o fluxo de \mathbf{B} nas espiras (lei de Lenz)

$$i'_a = i_a - i_{ind}$$

$$i'_b = i_b + i_{ind}$$

$\mu_{ind} = -2i_{ind}A$

$$\vec{\mu}_a + \vec{\mu}_b = 0$$

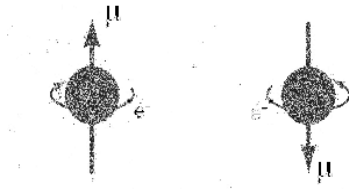
\vec{B}_{ind} oposto ao $\vec{B}_{externo}$

REPULSÃO !

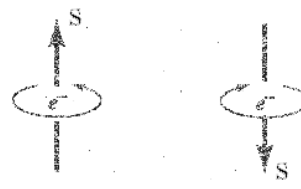
Momentos magnéticos do elétron

Cada elétron atômico tem *dois* momentos magnéticos
 O momento magnético total é a soma: $\vec{\mu}_l + \vec{\mu}_s$

momento magnético orbital



spin



4320293 (2014)

M Tabacniks - IFUSP

25

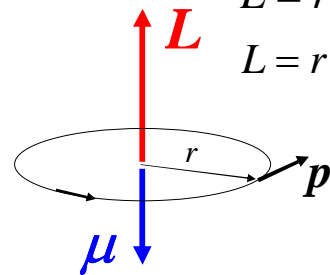
Momento magnético orbital

corrente = carga/tempo

$$I = e \frac{1}{T} = e \frac{w}{2\pi} = e \frac{v}{2\pi r}$$

$$\mu = IA = \left(\frac{ev}{2\pi r} \right) \pi r^2 = \frac{1}{2} evr$$

momento magnético = corrente x área



$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$L = r m v$$

$$\mu_l = \frac{e}{2m} L$$

4320293 (2014)

M Tabacniks - IFUSP

26

Quantização do Momento Angular

$$\begin{aligned}L &= 0 \\ &= 1,06 \times 10^{-34} \text{ J.s} \\ &= 2,12 \times 10^{-34} \text{ J.s} \\ &= 3,18 \times 10^{-34} \text{ J.s} \\ &= 4 \times (1,06 \times 10^{-34}) \text{ J.s...}\end{aligned}$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

$h = \text{cte de Planck}$

$$\hbar = 1,06 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$$

$$L = n \cdot \hbar \quad n=0, 1, 2, 3...$$

Magneton de Bohr

$$\mu = \frac{e}{2m} \hbar$$

$$\mu_B = 9,27 \times 10^{-24} \text{ J/T}$$

4320293 (2014)

M Tabacniks - IFUSP

27

Spin do elétron

Uma grandeza **quântico-relativística** (sem análogo clássico)

Momento angular de spin: $\vec{s} = \pm 5,28 \times 10^{-35} \text{ J.s} = \pm \frac{1}{2} \hbar$

Momento magnético de spin: $\mu_e = 9,28 \times 10^{-24} \text{ J/T}$

elétron

momento magnético orbital ~ momento magnético de spin ~ $1 \mu_B$
muito maior que o momento magnético nuclear

4320293 (2014)

M Tabacniks - IFUSP

28

Momento Magnético Nuclear - RMN

$$\mu(\text{neutron}) = 9.65 \times 10^{-27} \text{ J/T}$$

$$\mu(\text{próton}) = 1.41 \times 10^{-26} \text{ J/T}$$

$$\mu(\text{elétron}) = 9.28 \times 10^{-24} \text{ J/T}$$

$$\mu = \frac{e}{2m} L$$

Para o *sistema* dipolo e campo

$$U(0) = -\mu B$$

$$U(\pi/2) = 0$$

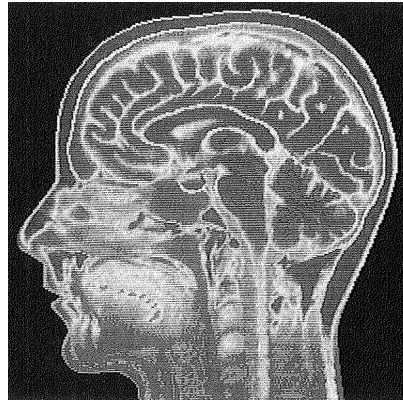
$$U(\pi) = +\mu B$$

Um próton num campo

$$B = 1,5\text{T}$$

$$W(180^\circ) = -0,26 \times 10^{-6} \text{ eV}$$

$$f = 64 \text{ MHz}$$



Referências

- **Halliday, Resnick & Krane. Física 3. 4ª Ed. LTC Editora. Rio de Janeiro, RJ. - 2004.**
- **Serway. Física 3. Ed. LTC. Rio de Janeiro, RJ. -1996.**
- **Askeland, The Science and Engineering of Materials. PWS, Boston, EUA. 3rd. Ed. 1994.**